

외복 재료용 소모단사의 굽힘거동에 관한 연구(I)

— 이 론 —

박 정 환* · 김 덕 리 · 박 정 우

*동의대학교 생활과학대학 의류학과, 부산대학교 공과대학 섬유공학과

A Study on the Bending Behavior of Single Worsted Yarns for the Clothing Material (I)

—Theory—

Jung Whan Park* · Duk Ly Kim · Jung U Park

*Dept. of Clothing and Textiles, College of Humane Ecology, Dong Eui Univ., Pusan

Dept. of Text. Eng., College of Eng., Pusan National Univ., Pusan

(1994. 2. 25. 접수)

Abstract

The bending rigidity of yarn is derived in terms of physical and mechanical characteristics of its constituent fibers and yarns structural parametrs. Theoretical analysis shows that the twist correction factor for the bending rigidity of yarn decreases with increase of the ratio of Young's modulus to the shear modulus of the constituent fibers. Also, the bending rigidity of yarn decreases as the surface helix angle of yarn increases.

I. 서 언

최근 새로운 섬유개발에 더불어 최종소비자의 품질 평가 기준이 높아지므로서 섬유집합체인 직물은 인체의 복잡한 3차원 곡면을 잘 유지할 수 있어야 할 뿐만 아니라 만들어진 외복을 착용하는 과정에서 형태안정성(dimensional stabilty) 및 외관특성으로서 실루엣(silhouette) 형성능 그리고 적절한 동적, 정적, 드레이프(drape) 성과 같은 의복형성 성능을 갖추어야 한다. 또한 봉제공정의 자동화 개발에 대한 연구가 진행

됨에 따라 봉제공정상에서 가해지는 다양한 역학적 변형에 잘 적응할 수 있는 우수한 봉제성(tailorability)을 지닌 직물이 요구되고 있다.

그런데 이러한 직물의 의복형성 성능과 봉제성능 등은 직물의 역학적 특성과 깊은 관련이 있고 또한 직물의 역학특성은 직물을 구성하고 있는 실의 역학 특성에 의하여 결정되기 때문에 우수한 봉제성능과 의복형성 성능을 가진 직물을 설계생산하기 위해서는 직물을 구성하고 있는 실의 구조와 그역학적인 특성의 상관관계를 이해하여야 한다.

이러한 실의 역학특성중 중요한 특성중의 하나인 굽힘특성은 제포공정상에서 크림프(crimp) 형성능, 의복제조공정에서의 스큐(skew), 컬(curl)등에 의하여 야기되는 직물물성 뿐만 아니라 의류착용성능인 드레

* 이 연구는 1993년도 동의대학교 자체 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

이프, 구김회복성, 봉제성 등과 밀접한 관계를 가지고 있다. 실의 굽힘특성에 관한 연구는 직물의 역학특성과 직물 및 의류제조 공정상에서의 효율적인 공정관리, 그리고 요구하는 특성을 지닌 직물을 설계하는데 필요한 기초연구분야일 뿐만 아니라 실을 제조하는 공정특성의 분석과 그 공정에서 야기되는 여러가지 문제점을 예측할 수 있는 기본적인 방향을 제시해 줄 수 있다.

한편 실의 굽힘변형거동은 섬유 역학적 성질, 구성섬유의 집합상태, 그리고 구성섬유 상호간의 작용등에 의하여 복잡한 거동을 나타내게 되므로 실의 굽힘 변형거동을 해석하기 위해서는 구성 섬유의 특성을 지배하는 섬유고분자의 미세구조, 그리고 섬유의 집합상태와 실의 역학적 특성과의 관계에 대한 이론적인 분석, 그리고 방적공정에서 꼬임의 정도에 따른 구성섬유들의 기하학적인 구조변형에 대한 이론적인 혹은 실험적인 고찰이 요구된다.

현재까지의 기왕의 연구들을 살펴보면 다음과 같다.

1950년대의 S. Backer¹⁾는 구성필라멘트는 탄성거동을 하며 이상나선 구조모형을 취하는 멀티필라멘트가 직물상에서는 원환체의 형태로 굽힘변형을 받는다고 가정하고 필라멘트간의 마찰이 전혀 없을 때 구성필라멘트들이 굽힘변형에 의하여 재배열하므로서 발생하는 구성필라멘트의 나선각과 미분기하학을 이용하여 곡률을 구하고 필라멘트간의 마찰력이 무한히 존재할 때 필라멘트의 신장변형을 구하여 실의 굽힘변형 해석에 기초적인 연구를 한 바 있다.

M.M. Platt²⁾는 실을 구성하고 있는 섬유를 탄성체라고 가정하여 원환체로 굽혔을 때 Backer¹⁾에 의하여 유도된 구성섬유의 신장변형과 굽힘변형으로 부터 섬유간의 마찰이 무한대일 때와 전혀 없을 때의 2가지 경우에서 실의 굽힘변형시 구성섬유의 비틀림모멘트는 무시하고 굽힘모멘트만을 고려하여 실의 굽힘강성에 대한 꼬임보정인자룰 유도하였는데 그는 꼬임이 증가할수록 굽힘강성이 감소한다는 결과를 발표하였다.

J.D. Owen 등³⁾은 실을 구성하는 섬유는 탄성체이면서 굽힘변형은 소변형이고 굽힘변형시 구성섬유들은 각각 독립적으로 거동하는 헬릭스(helix)들의 집합체라고 가정하여 구성섬유를 Timoshenko⁴⁾의 오픈코일드스프링(open-coiled spring)모형으로 취급하여 변형에너지 방법으로 나선섬유 1가닥의 굽힘강성과 실의

이론적 최소 굽힘강성을 꼬임의 효과만을 고려하여 유도하였다.

한편, Zurek⁵⁾은 실의 연축을 고려하고 Backer¹⁾의 이론을 이용하여 실의 굽힘강성에 대한 꼬임보정인자를 유도한 바 있다.

I.M. Hunter⁶⁾는 그의 실험논문에서 소모사의 꼬임이 증가할수록 실의 굽힘강성은 감소한다는 결과를 발표하였으며, Dhingra와 Postle⁷⁾도 양모와 나이론의 혼방사에 있어서 꼬임변화에 따른 실의 굽힘강성의 연구결과에서도 같은 실험결과를 얻었으며 Subramanian⁸⁾도 폴리에스테르섬유와 비스코스섬유로 만든 스테이플로터(staple rotor) 방적사에서 위와 같은 동일한 결과를 얻었다.

반면 Kim 등⁹⁾은 연속필라멘트사의 굽힘거동을 이론적으로 고찰하면서 필라멘트간의 마찰이 영과 무한대의 중간치를 갖는 경우에는 마찰계수가 증가할수록 실의 굽힘강성이 증가하고 꼬임이 증가함에 따라 실의 굽힘강성이 최대치를 보인다고 보고하였다.

또한 Thierron¹⁰⁾은 링방사의 경우 굽힘강성이 꼬임의 증가에 따라 최대치를 보인다고 발표하였다.

그러나 여기서 연구된 바는 꼬임의 증가에 따른 실의 수축이 고려되지 않고 있으므로 실의 선밀도가 달라짐에 따라 비굽힘강성(specific bending rigidity)의 변화를 야기시켜 꼬임이 증가함에 따라 실의 굽힘강성이 감소한다는 연구결과와 증가하다 감소한다는 두가지 연구결과를 보이고 있으며 이러한 사실은 실의 굽힘변형거동의 정확한 메커니즘의 분석이 미흡하므로써 실의 굽힘강성을 어느 영역의 곡률에서 취할 것인가의 불명확성에 그 원인이 있는 것으로 사료된다.

한편 N.G. Ly¹¹⁾는 Leaf¹²⁾와 J.D. Owen³⁾의 연구를 확장하여 헬릭스 구조를 취하고 있는 양모섬유의 타원도를 1.3으로 보고 양모섬유의 굽힘강성을 유도한 바 있으며 그의 최근 연구에서는 소모사의 굽힘변형시 굽힘강성에 영향을 미치는 실의 구조적인자에 대하여 현재까지 연구된 굽힘강성에 대한 보정계수를 고려하여 실의 이론적 굽힘강성과 실험결과를 비교 분석한 바 있다.

한편 J. Skelton^{13,14)}과 G.M. Abott 등¹⁵⁾은 섬유집합체의 역학적 변형기구에서 히스테리시스거동을 보인다고 하고 이 히스테리시스는 섬유와 섬유사이의 접촉점에서 상대적인 운동을 억제하는 마찰력이 극복되어질

때 소비된 회복할 수 없는 일에 기인된다고 하였으며 실의 굽힘변형시 발생하는 굽힘모멘트를 구성섬유의 탄성적 굽힘모멘트와 구성섬유간의 마찰력에 의한 부가적 굽힘모멘트의 합으로 표현하였다.

또한 P. Grosberg¹⁶⁾는 실을 여러층의 평면판의 집합체로 보고 굽힘변형시 각층내에 마찰력에 기인되는 부가적 굽힘모멘트를 정량적으로 분석하였고, Proper¹⁷⁾는 실을 동심원으로 구성되어 있다고 가정하여 굽힘변형시 같은 층내에 존재하는 섬유들 사이와 각기 다른 층들 사이의 상대적 운동으로 부터 마찰을 극복하는데 소비된 에너지를 구하고 이것을 평면곡률로 부터 미분하여 이론적 부가적 모멘트를 정량적으로 구할바 있다.

현재까지의 연구동향에서 볼 수 있듯이 실의 굽힘특성에 영향을 미치는 파라메타들을 정량적으로 분석한 연구들이 진행되어져 왔으나 실의 굽힘변형시 꼬임변화에 따른 굽힘강성의 변화와 굽힘변형시 구성섬유의 거동에 대한 상반된 연구결과를 보이고 있다. 이러한 사실은 실의 꼬임정도에 따른 실의 굽힘거동이 섬유집합체로서 거동하는가 혹은 고체로서 거동하는가 하는 굽힘변형거동의 미케니즘이 정확하게 분석되지 않음으로서 실의 굽힘강성을 어느 영역의 곡률로서 취할 것인가 하는 불명확성에 그 원인이 있다고 생각된다.

따라서 본 연구에서는 헬릭스 구조를 취하고 있는 구성섬유의 인장탄성률과 그 실의 단면에서 구성섬유의 관성모멘트로 부터 유도된 구성섬유 한가닥의 굽힘강성을 이용하여 실의 굽힘강성을 구성섬유의 역학특성치와 실의 기하학적 구조인자인 꼬임각으로 부터 예측할 수 있는 이론식을 유도하고 이를 기존의 이론적 연구결과와 비교검토함으로써 실의 꼬임에 따른 실의 굽힘변형거동의 미케니즘을 규명하고자 한다.

II. 이 론

실의 인장변형시 헬릭스(helix) 구조를 취하고 있는 구성섬유의 인장탄성률과 그 실의 단면에서의 구성섬유의 관성모멘트로 부터 실의 굽힘강성을 이론적으로 유도하기 위하여 다음과 같은 가정을 설정하였다.

- 1) 실과 실을 구성하고 있는 섬유의 단면은 원형이다.
- 2) 실을 구성하고 있는 섬유들의 직경은 서로 동일

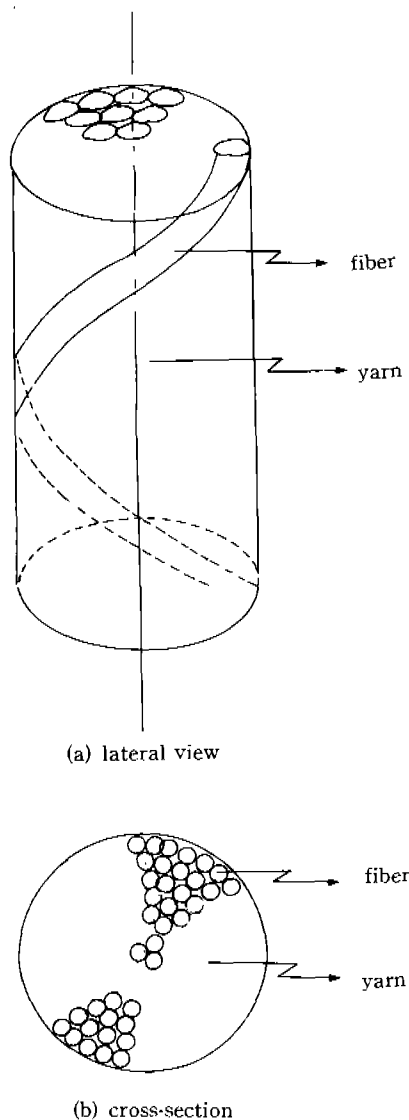


Fig. 1. The configuration of yarn.

하며 실의 직경에 비해 섬유의 직경은 무시할 정도로 작다.

3) 실을 구성하고 있는 섬유는 연속적이다.

4) 실의 구조는 이상나선구조를 이루는 섬유의 집합체로 이루어져 있다. 이상과 같은 가정에 따른 실의 구조모형은 다음 Fig. 1과 같다.

실의 인장변형시 헬릭스 구조를 취하고 있는 구성섬유의 인장변형률로 부터 인장탄성률을 구하기 위하여

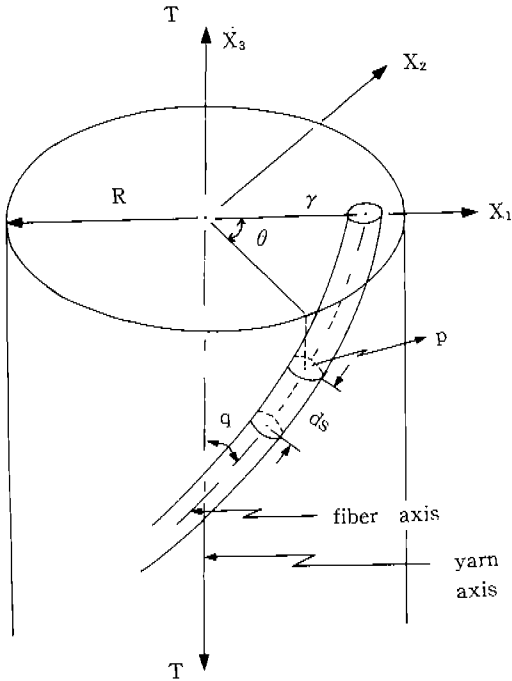


Fig. 2. The path of a single fiber in a yarn.

다음 Fig. 2와 같이 N개의 섬유로 구성된 실에 하중, T를 가하였다.

Fig. 2에서 R은 실의 반경이며 점P는 실축으로부터 거리 γ 만큼 떨어져서 실축을 중심으로 θ 만큼 회전한 곳에 위치하는 임의의 섬유축상의 점이고, q는 실축으로부터 거리 γ 만큼 떨어진 곳에서 섬유축과 실축이 이루는 헬릭스 앵글(helix angle)이며, ds는 섬유축상의 미소길이를 나타낸다.

Fig. 2에서와 같이 실축, X_3 에 하중, T가 작용할 때 임의의 섬유축상의 점, P에서 발생하는 힘에 의하여 섬유의 미소길이 ds에서 발생하는 변형을 구하기 위하여 Fig. 2의 ds부분을 다음 Fig. 3에 확대 도시하였다.

N개의 섬유로 구성된 실축에 하중, T가 가해졌을 때 실의 단면내의 섬유들이 균일한 분포하중을 받는다 고 하면 임의의 섬유 1가닥에서는 $\frac{T}{N}$ 의 하중을 받게 되고 실축에서 거리, γ 만큼 떨어진 곳에 위치하는 섬유의 단면은 실의 단면상에서 헬릭스 앵글, q만큼 기울어져 있으므로 이 하중, $\frac{T}{N}$ 는 섬유축 방향으로의

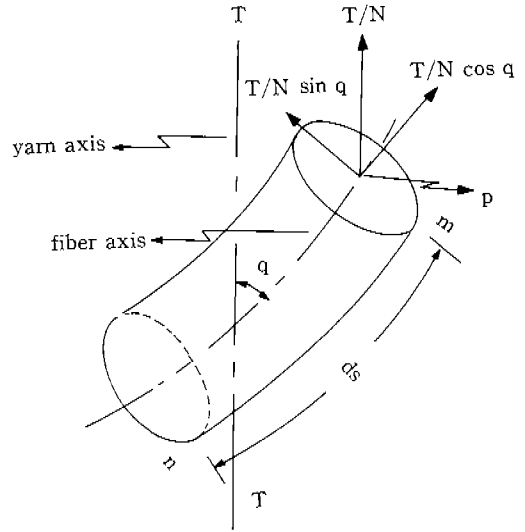


Fig. 3. A small segment of a fiber in a yarn.

인장력, $\frac{T}{N} \cos q$ 와 섬유축에 직각인 방향의 전단력, $\frac{T}{N} \sin q$ 로 분해될 수 있다.

따라서 실축으로부터 거리, γ 만큼 떨어져 있는 섬유의 미소길이, ds에서 섬유축 방향으로의 인장력, $\frac{T}{N} \cos q$ 에 의해 발생하는 인장변형, A는 다음 (1)식과 같이 쓸 수 있다.

$$A = \frac{T/N \cos q \, ds}{\pi \gamma^2_f E} \quad \dots\dots (1)$$

여기서, E : 섬유가 직선상태일 때의 인장탄성률

γ_f : 섬유의 반경

섬유축 방향으로의 인장변형, A의 실축 방향으로의 인장변형의 기여분은 다음 (2)식과 같이 쓸 수 있다.

$$A \cos q = \frac{T/N \cdot \cos^2 q \, ds}{\pi \gamma^2_f E} \quad \dots\dots (2)$$

한편 섬유축 방향에 직각인, 즉 섬유의 단면에 접하여 발생하는 전단력, $T/N \sin q$ 에 의하여 Fig. 3의 mn 평면에서 mn에 수직인 방향으로 m에 대한 n의 변위, B는 이 섬유가 직선상태일 때의 전단탄성률을 G라고 할 때 다음 (3)식과 같이 쓸 수 있다.

$$B = \frac{T/N \cdot \sin q}{\pi \gamma^2_f G} \, ds \quad \dots\dots (3)$$

이 (3)식의 전단변형, B는 mn에 수직인 방향에서

m에 대한 n의 변위이므로 이 전단변형, B의 실축 방향으로의 인장변형의 기여분은

$$B \sin q = \frac{T/N \cdot \sin^2 q}{\pi \gamma_f^2 \cdot G} ds \quad \dots\dots (4)$$

과 같다.

따라서 미소길이가 ds인 섬유 축상의 점 P에서의 T/N의 하중에 의한 섬유의 인장변형과 전단변형의 실축 방향으로 기여하는 전체 인장변형, dξ는

$$d\xi = A \cos q + B \sin q = \frac{T}{\pi \gamma_f^2 \cdot N} \left[\frac{\cos^2 q}{E} + \frac{\sin^2 q}{G} \right] ds \quad \dots\dots (5)$$

과 같이 쓰여진다.

한편 가정, (4)에 따라 실의 구조를 이상나선 구조 모형이라 하면 실축으로부터 거리, γ에서 dθ만큼 회전시킨 곳에 위치하는 섬유의 미소길이 ds는

$$ds = \frac{\gamma}{\sin q} d\theta \quad \dots\dots (6)$$

과 같이 쓸 수 있고 (6)식을 (5)식의 ds함에 대입하고 구성섬유가 실축을 중심으로 1회전하였을 때 실축에서 거리, γ만큼 떨어진 곳에 위치하는 섬유의 실축 방향으로의 전체 인장변형, ξ는

$$\xi = \int d\xi = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \frac{T}{\pi \gamma_f^2 \cdot N} \left[\frac{\cos^2 q}{E} + \frac{\sin^2 q}{G} \right] \frac{\gamma}{\sin q} d\theta = \frac{2\pi \gamma T}{\pi \gamma_f^2 \cdot N \sin q} \left[\frac{\cos^2 q}{E} + \frac{\sin^2 q}{G} \right] \quad \dots\dots (7)$$

으로 계산된다.

한편 인장변형을 받기전에 구성섬유가 실축을 중심으로 1회전한 실축의 길이 X₃는

$$X_3 = \int dX_3 = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \frac{\gamma}{\tan q} d\theta = \frac{2\pi \gamma}{\tan q} \quad \dots\dots (8)$$

이 되고 따라서 실축으로부터 거리 γ만큼 떨어지고 실축을 중심으로 1회전한 섬유의 인장변형율, ε_f는 (7)식과 (8)식에 의해 다음 (9)식으로 정리된다.

$$\epsilon_f = \frac{\xi}{X_3} = \frac{T \left[\frac{\cos^2 q}{E} + \frac{\sin^2 q}{G} \right]}{\pi \gamma_f^2 \cdot N \cdot \cos q} \quad \dots\dots (9)$$

따라서 섬유의 인장탄성율은 (9)식과 다음 (10)식에 의해 (11)식으로 유도된다.

$$\frac{T}{N \pi \gamma_f^2 / \cos q} = E_f \cdot \epsilon_f \quad \dots\dots (10)$$

$$E_f = \frac{E \cos^2 q}{\cos^2 q + \frac{E}{G} \sin^2 q} = \frac{E}{1 + K \tan^2 q} \quad \dots\dots (11)$$

여기서, E_f: 실축으로부터 거리 γ만큼 떨어진 곳

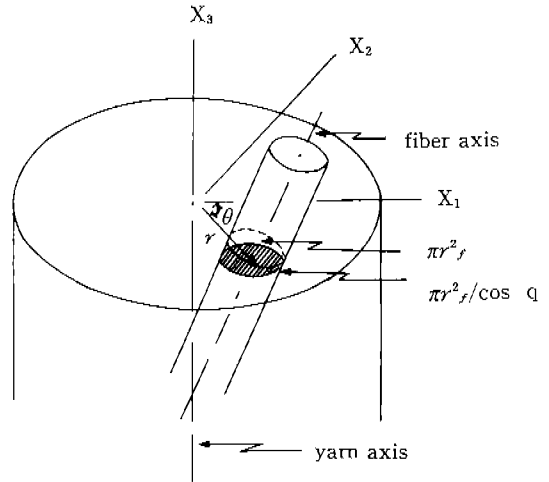


Fig. 4. Fiber cross-section in a yarn cross-section.

에 위치하고 헬릭스 구조를 취하고 있는 섬유의 인장탄성율

$$K : \frac{E}{G}$$

한편 실축에 수직인 단면상에서 실축으로부터 거리 γ만큼 떨어지고 θ만큼 회전한 곳에 위치한 섬유 1가닥의 면적은 Fig. 4와 같이 πγ_f²/cos q이고 따라서 이 섬유단면의 실의 축에 대한 관성 모멘트는 다음 근사식 (12)식으로 표현할 수 있고

$$I_f = (\gamma \sin \theta)^2 \frac{\pi \gamma_f^2}{\cos q} \quad \dots\dots (12)$$

여기서, I_f: 헬릭스 구조를 취하고 있는 섬유의 관성모멘트

따라서 그 섬유 1가닥의 굽힘강성, E_fI_f는 다음 (13)식으로 표현된다.

$$E_f I_f = \frac{E (\gamma \sin \theta)^2 \pi \gamma_f^2}{(1 + k \tan^2 q) \cos q} \quad \dots\dots (13)$$

여기서, E_fI_f: 실축으로부터 거리 γ만큼 떨어지고 θ만큼 회전한 곳에 위치하는 섬유의 굽힘강성.

여기서 실축에 수직인 단면상에서 실축으로부터 거리 γ만큼 떨어지고 θ만큼 회전한 곳에 γ와 γ+dγ, θ와 θ+dθ로 이루어지는 미소 면적요소, dA를 다음 Fig. 5와 같이 생각하여 보면 그 미소면적, dA는

$$dA = \gamma \cdot d\gamma \cdot d\theta \quad \dots\dots (14)$$

여기서, θ: 라디안(radian)

으로 정의된다.

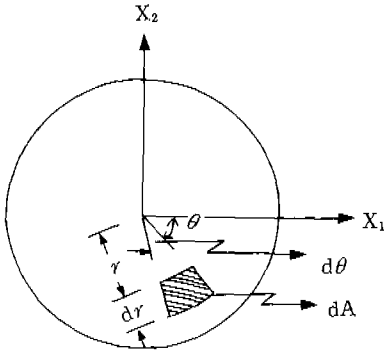


Fig. 5. A differential element on the yarn cross-section.

한편 Fig. 4와 같이 실축에 수직인 단면상에서 구성 섬유 1개의 면적은 $\pi\gamma_f^2/\cos q$ 이므로 실의 단면상에서의 미소면적 dA 내에 존재하는 섬유의 갯수, dn 은

$$dn = dA \div \frac{\pi\gamma_f^2}{\cos q}$$

$$\frac{\gamma d\gamma d\theta \cos q}{\pi\gamma_f^2} \dots\dots (15)$$

으로 표현되어 진다.

따라서 실의 굽힘강성은 (13) 식과 (15) 식으로 부터 다음 (16) 식과 같이 쓸 수 있다.

$$(EI)_y = \iint E_r I_r dn$$

$$= \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{\gamma=0}^{\gamma=R} \frac{E\pi\gamma_f^2 \cos q (\gamma \sin \theta)^2 \gamma}{\pi\gamma_f^2 \cos q (1+k \tan^2 q)} d\gamma \cdot d\theta$$

$$= \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{\gamma=0}^{\gamma=R} \frac{E \cdot \gamma^3 \sin^2 \theta}{1+K \tan^2 q} d\gamma \cdot d\theta \dots\dots (16)$$

여기서, $(EI)_y$: 실의 굽힘강성

한편 가정에서 처럼 실의 구조가 이상나선 구조모형이라면 (16) 식의 헬릭스각, q 는 실의 반경 γ 의 함수이므로 (16) 식의 $\tan q$ 항을 이상나선 구조모형으로 부터 γ 의 함수로 표현하면 다음 (17) 식이 되고 (17) 식을 (16) 식에 대입하여 (16) 식을 γ 의 함수로 표현하고 θ 에 대해 먼저 적분을 행하면 (16) 식은 (18) 식으로 표현되어질 수 있다.

$$\tan q = 2\pi\gamma t \dots\dots (17)$$

여기서, t : 실의 단위길이당 꼬임수

$$(EI)_y = \int_{\gamma=0}^{\gamma=R} \frac{E\pi\gamma^3}{1+K(2\pi\gamma t)^2} d\gamma \dots\dots (18)$$

(18) 식의 적분을 행하기 위하여 γ 함수를 (19) 식과 같이 변수치환하면 (20) 식과 (21) 식에 의하여 (18) 식은 다음

(22) 식과 같이 쓸 수 있으며 이때 적분구간은 $\Phi=0$ 에서 $\Phi=R^4$ 이다.

$$\gamma^4 = \Phi \dots\dots (19)$$

$$\gamma^3 d\gamma = \frac{d\Phi}{4} \dots\dots (20)$$

$$\gamma^2 = \sqrt{\Phi} \dots\dots (21)$$

$$(EI)_y = \frac{E\pi}{4(2\pi t)^2} \int_{\Phi=0}^{\Phi=R^4} \frac{d\Phi}{\frac{1}{(2\pi t)^2} + K\sqrt{\Phi}} \dots\dots (22)$$

여기서 다시 (22) 식을 적분하기 위하여 Ψ 함수를 다음 (23) 식과 같이 변수치환하면 (23) 식과 (24) 식에 의하여 (22) 식을 (25) 식과 같이 변수치환할 수 있으며 이 때의 적분구간은 $\Psi = \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2$ 에서 $\Psi = \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2 + K^2 R^2$ 이다.

$$\Psi = \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2 + K\sqrt{\Phi} \dots\dots (23)$$

$$d\Phi = \frac{2\left[\Psi - \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2\right]}{K^2} d\Psi \dots\dots (24)$$

$$(EI)_y = \frac{E\pi}{2(2\pi t)^2} \int_{\Psi = \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2}^{\Psi = \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2 + K^2 R^2} \frac{\Psi - \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2}{K^2 \Psi} d\Psi \dots\dots (25)$$

이 (25) 식에 대하여 적분을 행하면 다음 (26) 식과 같이 되고 (26) 식의 $2\pi t$ 의 항을 (27) 식에 의하여 실의 표면나선각의 항으로 표현하면 실의 굽힘강성은 다음 (28) 식과 같이 유도될 수 있다.

$$(EI)_y = \frac{E\pi}{2K^2(2\pi t)^2} \left\{ kR^2 + \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2 \ln \left[\frac{\left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2}{\left(\frac{1}{2\pi t}\right)^2 + KR^2} \right] \right\} \dots\dots (26)$$

$$\tan Q = 2\pi R T \dots\dots (27)$$

여기서, Q : 실의 표면나선각

$$(EI)_y = \frac{E\pi R^4}{4} \left\{ \frac{2}{K^2 \tan^2 Q} \left[K + \frac{1}{\tan^2 Q} \ln \left(\frac{1}{1+k \tan^2 Q} \right) \right] \right\} \dots\dots (28)$$

III. 고 찰

평형다발의 섬유속(fiber bundle)에 순수굽힘(pure bending)을 가하면 구성섬유는 굽힘변형만을 받게되나 이러한 평형다발의 섬유속이 꼬임을 받아 헬릭스

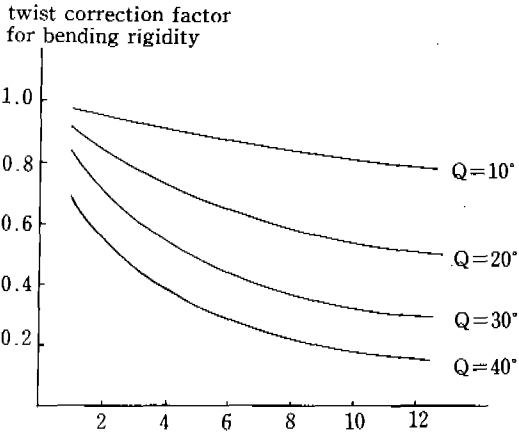


Fig. 6. Plot of the twist correction factor for bending rigidity of yarn to K for various surface helix angle from eq. (28)

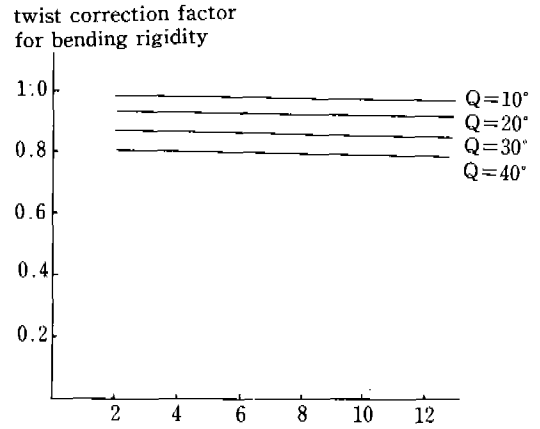


Fig. 8. Plot of the twist correction factor for bending rigidity of yarn to K for various surface helix angle from Zurek's equation.

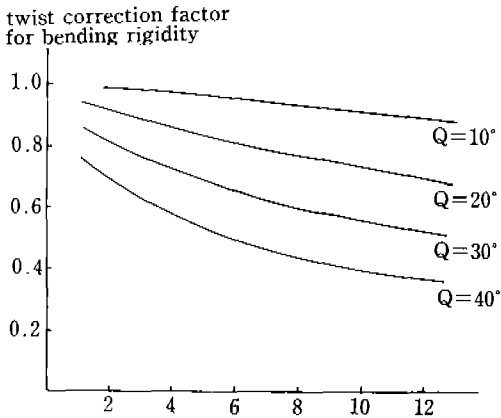


Fig. 7. Plot of the twist correction factor for bending rigidity of yarn to K for various surface helix angle from J.D.Owen's equation.

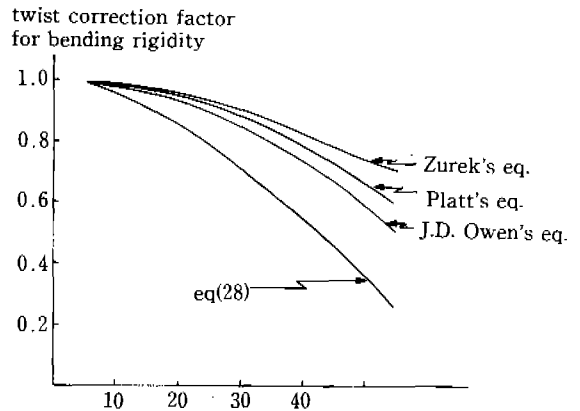


Fig. 9. Plot of the twist correction factor for bending rigidity of yarn to surface helix angle, Q with fixed K=2

구조를 취하게 되면 구성섬유는 굽힘과 비틀림을 동시에 받게 되어 실의 굽힘변형시 실의 굽힘강성은 구성섬유의 역학적 특성인 굽힘강성과 비틀림강성에 영향을 받을 뿐만 아니라 꼬임정도에 따른 실내에서의 구성섬유의 배열상태를 나타내는 기하학적 구조인자인 헬릭스각에 의하여 영향을 받는다.

본 연구에서의 이론식 (28)식은 실의 인장변형시 헬릭스 구조를 취하고 있는 구성섬유의 인장탄성율과 그 실의 단면에서 구성섬유의 관성모멘트로 부터 유도된

구성섬유 1가닥의 굽힘강성을 이용하여 실의 굽힘강성을 유도한 식으로 구성섬유의 인장탄성율과 전단탄성율을 알고 실의 표면나선각과 실의 직경을 알면 실의 굽힘강성을 예측할 수 있는 식이다.

따라서 본 연구의 이론식 (28)식에서 구성섬유의 굽힘강성에 관계하는 인장탄성율과 비틀림강성에 관계하는 전단탄성율의 비에 따른 실의 굽힘강성에 대한 꼬임보정인자의 변화를 기존의 이론적 연구결과와 비교 검토하기 위하여 Fig. 6에는 본 연구의 이론식인 (28)식

의 결과를 Fig. 7에는 굽힘변형시 소변형이라는 가정으로 부터 에너지 방법으로 유도한 J.D. Owen³⁾의 이론식, Fig. 8에는 실의 연축을 고려하여 Backer¹⁾의 이론을 이용한 Zurek⁵⁾의 이론적 결과를 도시하였다.

Fig. 6과 Fig. 7에서는 K의 값이 클수록 즉 구성섬유의 인장탄성율보다 전단탄성율이 적을수록 실의 꼬임보정인자의 감소로 인한 굽힘강성이 감소함을 나타내고 있으며 실의 꼬임이 많을수록 K값의 증가에 따른 굽힘강성의 감소폭이 크게 나타나 본 연구의 이론식 (28)식과 J.D. Owen³⁾의 이론식의 결과와 동일한 경향을 보이고 있으나 본 연구의 이론식인 (28)식의 경우가 J.D. Owen³⁾의 이론식보다도 실의 꼬임이 많을수록 K값의 변화에 따른 굽힘강성의 감소폭이 크게 나타났다.

그러나 Fig. 8의 Zurek⁵⁾의 이론적 결과에서는 K값의 변화에 따른 굽힘강성의 변화가 거의 없는 것으로 나타났다.

Fig. 6과 Fig. 7에서 K값이 클수록 실의 꼬임보정인자의 감소로 인하여 실의 굽힘강성이 감소하는 이론적 결과를 보인다. 이 이유는 실의 굽힘변형시 구성섬유의 비틀림강성에 관계하는 전단탄성율은 실의 굽힘형태를 결정하며 일정한 인장탄성율을 가지는 섬유가 인장탄성율에 비해 전단탄성율이 적을수록 실의 굽힘변형시 비틀림변형이 쉽게 발생하여 실의 굽힘평면을 유지할 수 없게 되므로 실의 굽힘강성이 감소하는 결과를 보인 것으로 생각된다.

한편 Fig. 9에는 실의 꼬임구조인자인 표면나선각의 변화에 따른 실의 굽힘강성에 대한 꼬임보정인자의 변화를 본 연구의 이론식 (28)식의 결과와 J.D. Owen³⁾과 Zurek⁵⁾의 이론식, 그리고 실의 굽힘변형시 구성섬유의 비틀림에 의한 모멘트를 무시하고 구성섬유의 굽힘모멘트만을 고려하여 유도한 Platt²⁾의 이론적 결과를 도시 하였다.

Fig. 9에 의하면 4개의 이론적인 결과 전부가 실의 표면나선각이 증가하면 꼬임보정인자의 감소로 실의 굽힘강성이 감소하는 결과를 보였다.

또한 본 연구의 이론식 (28)식과 J.D. Owen³⁾에 의한 이론식에서는 실의 표면나선각의 증가로 인한 꼬임보정인자의 감소폭이 크게 나타난 것은 Fig. 6과 Fig. 7에서 볼 수 있듯이 실의 굽힘강성에 구성섬유의 비틀림효과가 크게 나타났기 때문이다. 그러나 Zurek⁵⁾과 Platt²⁾의 이론식에서 실의 표면나선각 증가에 따른 꼬

임보정인자의 감소폭이 적은 것은 Zurk⁵⁾의 이론적인 경우는 Fig. 8에서 볼 수 있듯이 구성섬유의 비틀림효과가 거의 없고, Platt²⁾의 이론적인 경우는 굽힘변형시 구성섬유의 비틀림모멘트를 무시하고 실의 굽힘강성을 유도하였기 때문에 굽힘강성의 감소폭이 적게 나타난 것으로 생각된다.

한편 Fig. 9에서 J.D. Owen³⁾, Zurek⁵⁾, 그리고 Platt의 이론식에서는 구성섬유간의 상호작용이 없다는 가정으로 부터 유도되어져 실의 굽힘변형시 구성섬유는 독립적으로 거동한다는 이론적 결과를 나타내었으나 본 연구의 이론식 (28)식에서 보면, 첫번째 항인 $\frac{E\pi R^4}{4}$ 의 항은 실의 꼬임이 없고 고체일 때의 굽힘강성을 표현하고 있으며 뒤의 항은 실의 꼬임보정인자에 해당하는 값으로 본 이론식 (28)식은 실의 굽힘변형시 실의 거동은 섬유집합체로서가 아니라 고체로서 거동할 때의 굽힘강성을 나타낸다.

따라서 Fig. 9에 나타난 실의 표면나선각의 변화에 따른 꼬임보정인자의 변화결과를 실의 굽힘강성의 변화의 결과로 바꾸어서 살펴보면 실의 굽힘강성은 본 연구에서 유도된 이론식의 결과가 제일 큰 값을 나타내고 다음으로 Zurek⁵⁾, Platt²⁾, J. D. Owen³⁾의 이론식의 굽힘강성의 크기 순으로 표현되어질 것이다.

따라서 굽힘변형 실험에 의하여 실의 굽힘강성의 실험치가 4개의 각이론치의 어느 영역에 존재하는가를 검토함으로써 실의 굽힘변형시 구성섬유의 거동을 추정할 수 있을 뿐만 아니라 실의 굽힘강성을 어느 영역의 곡물로 취할 것인가, 그리고 최대 굽힘강성을 나타내는 꼬임영역을 예측할 수 있으리라 사료된다.

IV. 결 론

실의 굽힘강성에 영향을 주는 구성섬유의 특성과 기하학적인 구조인자의 효과를 해석하기 위하여 헬릭스 구조를 취하고 있는 구성섬유의 인장탄성율로부터 실의 굽힘강성을 이론적으로 유도하고 이를 기존의 이론적 연구와 비교 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본 연구의 결과에 의하면 실의 굽힘강성은 구성섬유의 전단탄성율에 대한 인장탄성율의 비가 클수록 감소하는 이론적 결과를 보였으며 실의 꼬임의 클수록 감소하는 폭은 크게 나타났으며 이 결과는 J.D. Owen

의 이론식과 동일한 경향을 보였다.

2. 실의 굽힘강성은 구성섬유의 역학적 특성과 실의 기하학적인 구조인자로서 다음과 같이 표현할 수 있었다.

$$(EI), \\ = \frac{E\pi R^4}{4} \left\{ \frac{2}{K^2 \tan^2 Q} \left[K + \frac{1}{\tan^2 Q} \ln \left(\frac{1}{1 + K \tan^2 Q} \right) \right] \right\}$$

3. 실의 굽힘강성은 표면나선각이 증가할수록 감소하는 결과를 보였으며 이 결과는 J.D. Owen, Zurek, 그리고 Platt의 이론적 결과와 동일한 경향을 보였다.

참 고 문 헌

- 1) S. Backer, Mechanics of Bent Yarn, *Text. Res. J.*, **22**, 668 (1952)
- 2) M.M. Platt, W.G. Klein and W.J. Hamburger, Mechanics of Elastic Performance of Textile Materials Part XIV, *Text. Res. J.*, **28**, 611 (1958)
- 3) J.D. Owen and R.G. Livesey, Cloth Stiffness and Hysteresis in Bending. *J. Text. Inst.* **55**, 516 (1964)
- 4) S. Timoshenko, "Strength of Materials" part II, 3rd Ed. p. 269, Van Nostrand Reinhold Co. 1956.
- 5) Witold Zurek, "The Structure of Yarn" p. 206, Foreign Scientific Publications Department of the National Center for Scientific, Technical and Economic Information, Warsaw Poland, 1975.
- 6) I.M. Hunter, R.I. Slinger and P.J. Kruger, Factors Influencing the Flexural Rigidity of Wool Worsted Hosiery Yarns, *Text. Res. J.*, **41**, 361 (1971)
- 7) R.C. Dhingra and R. Postle, The Bending Recorery Properties of Continuons Filament and Staple-Fiber Yarn. *J. Text. Inst.*, **67**, 426 (1976)
- 8) V. Subramanian, Effect of Fiber Length, Fineness and Twist on Bending Behavior of Polyester and Viscose Staple Rotor Spun Yarn. *Text. Res. J.*, **60**, 613 (1990)
- 9) S.Y. Kim, Bending Properties of Multifilament Yarn, *J. of Kor. Soc. Text. Eng. and Chem.*, **9**, 70 (1972)
- 10) W. Thierron, The Flexural Rigidity of Polyester-Fiber-Cotton Yarns Produced on the Ring, Rotor and Frictional-Spinning System. *J. Text. Inst.*, **76**, 454 (1985)
- 11) N.G. Ly and E.F. Denby, Bending Rigidity and Hysteresis of Wool Worsted Yarn. *Text. Res. J.*, **54**, 180 (1984)
- 12) G.V.A. Leaf. The Bending Behavior of Helical Filament (I), *J. Text. Inst.*, **70**, 323 (1979)
- 13) J. Skelton, Frictional Effect in Fibrous Assemblies, *Text. Res. J.*, **44**, 716 (1974)
- 14) J. Skelton, Frictional Damping in Multi-Component Assemblies, *Text. Res. J.*, **46**, 661 (1976)
- 15) G.M. Abbot, P. Grosberg, and G.V.A. Leaf, The Mechanical Properties of Woven Fabrics. Part VII, The Hysteresis During Bending of Woven Fabrics. *Text. Res. J.*, **41**, 345 (1971)
- 16) P. Grosberg. The Mechanical Properties of woven Fabrics. Part II: The Bending of Woven fabric, *Text. Res. J.*, **36**, 205 (1966)
- 17) P. Popper, "The Mechanics of Bending of Fiber Assemblies", D.S.C. Thesis M. I.T. 1966.