

평면 속도구배 효과를 포함한 사출성형 충전유동과 섬유배향의 연계 해석

정성택 · 권태현*

포항공과대학교 기계공학과
(1994년 9월 7일 접수)

Coupled Analysis of Injection Molding Filling and Fiber Orientation including In-Plane Velocity Gradient Effect

S. T. Chung and T. H. Kwon*

Department of Mechanical Engineering, Pohang University of Science and Technology,
San 31 Hyojadong, Pohang, Kyungbuk, 790-784, Korea
(Received September 7, 1994)

요 약

단섬유 보강 플라스틱 재료의 사출성형 충전공정에서 금형내의 유동장이 섬유 배향 상태를 형성하는데 중요한 역할을 할 뿐만 아니라, 섬유의 배향 상태가 역으로 유동장에 영향을 미친다. 충전유동과 섬유 배향의 연계해석을 위하여 단섬유에 의한 추가적인 응력을 포함하는 Dinh과 Armstrong의 이방성 구성방정식을 충전유동의 해석에 도입하였다. 평면방향으로의 속도구배에 의한 응력을 고려하여 새롭게 유도된 압력 지배방정식과 에너지방정식을 유한요소법과 유한차분법을 이용하여 풀고 동시에 2차 배향텐서의 변화방정식을 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 풀었다. 절점 게이트 주변의 확장유동영역과 라인게이트를 통한 수축유동영역에서 평면방향으로의 속도구배에 의한 응력이 유동장에 미치는 영향을 고찰하였다. 확장유동영역에서는 평면방향으로의 속도구배에 의한 영향이 추가적인 유량으로 나타나면서 주어진 유량조건하에서 평면방향으로의 속도구배에 의한 응력을 고려하지 않은 경우보다 작은 압력구배를 나타냈다. 수축유동영역에서는 위와 반대의 결과를 보였다. 이러한 경향은 섬유의 부피분율이 증가하거나 모양비가 커짐에 따라 증가한다.

Abstract—In Injection molding of short-fiber-reinforced plastics, the flow during a mold filling process plays an important role in forming a flow-induced fiber orientation field. However, the flow field is also affected by the orientation of fibers. Dinh and Armstrong's rheological equation of state including an additional stress due to the existence of fibers was incorporated into the coupled analysis of mold filling flow and fiber orientation. The mold filling simulation was performed by solving the new pressure equation including in-plane velocity gradient effect and energy equation via a finite element/finite difference method as well as evolution equations for the second-order orientation tensor via the fourth-order Runge-Kutta method. The in-plane velocity gradient effect on the flow field was examined at the diverging flow around the point gate and the converging flow through the line gate. In the case of the diverging flow, the new terms due to the in-plane velocity gradient tends to increase the flow rate for a given pressure gradient. In other words, for a given flow rate, a smaller pressure gradient is required when the new terms are included than when they are not taken into account.

*To whom all correspondence should be addressed.

In the case of the converging flow, the opposite results were observed. It was found that the in-plane velocity gradient effect increases with the fiber volume fraction and the aspect ratio.

Keywords: Injection molding, fiber orientation, coupled analysis, rheological equation of state, in-plane velocity gradient effect

1. 서 론

각종 첨단재료의 개발과 함께 단섬유 보강 플라스틱 재료(short-fiber-reinforced plastics)의 사출성형(injection molding)에 의한 구조물용 플라스틱 제품(structural plastic parts)의 제조의 중요성이 점점 증대되고 있으며, 따라서 최근에 이르러서 많은 연구의 초점이 되고 있다. 단섬유 보강 플라스틱 사출성형품의 기계적인 특성이 섬유 배향(fiber orientation)에 크게 영향을 받는 것은 잘 알려진 사실이다. 이와 관련하여 섬유의 배향 상태를 알면 이러한 복합재료의 기계적인 특성을 예측할 수 있는 이론들도 연구되고 있다. 따라서 사출성형품의 기계적인 특성을 이해하기 위해서는 우선적으로 섬유의 배향 상태를 알아야 한다. 한편, 설계의 관점에서 볼 때 구조물의 기계적인 물성을 향상시키기 위해서 원하는 섬유 배향 상태를 만들 수 있도록 조정이 가능하다면 사출성형 공정의 설계에서 이를 충분히 활용하는 것이 바람직함은 물론이다. 그러므로 사출성형 충전공정의 해석과 함께 섬유 배향 상태를 예측할 수 있는 컴퓨터 수치모사 시스템의 개발이 절실한 실정이다.

현재까지 이러한 종류의 연구업적으로는 기존의 사출성형 충전공정의 수치해석 프로그램을 이용하여 유동장을 구한 후에, 주어진 유동장으로부터 섬유의 배향 상태를 예측하는 시도가 있었다[1-5]. 그러나 사출성형 충전공정에서 금형내의 유동 상태가 섬유의 배향 상태를 형성하는데 중요한 역할을 할 뿐만 아니라, 섬유의 배향 상태가 역으로 유동장에 영향을 미치는 것으로 알려져 있다. 따라서 기존의 사출성형 충전공정의 해석 결과로써 구해진 유동장으로부터 섬유의 배향 상태를 예측하는 방식은 섬유가 유동장에 미치는 영향을 무시한 것이기 때문에 엄밀한 모델링을 바탕으로한 섬유 배향 상태의 예측이라고 볼 수 없다. 그러므로 유동장과 단섬유 배향 상태의 상호 영향(coupling effect)을 고려한 적절한 물리적

모델링을 바탕으로 섬유 배향으로 예측할 수 있는 수치모사 시스템을 개발하는 것이 요구되고 있다.

뉴우톤 유체내의 단일 타원체의 회전 운동에 대한 이론적인 연구인 Jeffery[6]의 모델이 이 분야의 모든 연구의 기초가 되어 오고 있다. Advani와 Tucker[7]는 배향텐서(orientation tensor)를 도입함으로써 농축현탁액(concentrated suspension)에 대한 보다 간결한 섬유 배향 모델을 제시하였으나 최종적 근사(closure approximation)[8]를 필요로 하게 되었다. Dinh과 Armstrong[9]은 cell 모델을 이용하여 테스트 섬유의 견인력(drag force)을 계산함으로써 섬유에 의한 추가적인 응력을 포함하는 반농축현탁액(semiconcentrated suspension)에 대한 이방성 구성방정식을 개발하였고, Tucker[10]는 섬유현탁액의 유동에 대한 크기평가(order-of-magnitude estimates)를 통해서 유동장과 섬유 배향 연계해석(coupled analysis)의 중요성을 고찰하였다. 정성택과 권태현[11, 12]은 Dinh과 Armstrong의 이방성 구성방정식을 사출성형 충전유동 해석에 도입함으로써 두께가 얇은 3차원 형상의 금형공간내의 비등온 충전유동과 과도기적 3차원 섬유 배향 상태를 서로의 상호작용을 고려하여 수치모사하였다. 그러나 이방성 구성방정식에서 두께방향의 속도구배만을 고려함으로써 확장유동(diverging flow)과 수축유동(converging flow) 등에서의 평면방향으로의 속도구배(in-plane velocity gradient)에 의한 응력의 영향을 무시하였다.

본 논문에서는 평면방향으로의 속도구배에 의한 응력항을 포함하는 사출성형 충전유동과 섬유 배향의 연계해석을 위한 새로운 모델링을 제시하고, 특히 절점 게이트(point gate) 주변의 확장유동영역과 라인 게이트(line gate)를 통하여 유동영역이 점점 좁아지는 수축유동영역에서 여러가지 조건에 따른 평면방향으로의 속도구배의 영향을 수치모사를 통하여 고찰하였다.

2. 지배방정식의 모델링

2.1. 섬유 배향

단섬유 보강 사출성형품내의 섬유 배향 상태를 정량화하는데에는 여러가지 방법이 있으나, 최근에는 수치해석의 효율성 때문에 Advani와 Tucker[7]가 제시한 배향텐서가 주로 이용되고 있다[1, 3-5, 11, 12]. 농축현탁액에서의 2차 배향텐서 a_{ij} 에 대한 변화방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{Da_{ij}}{Dt} = & -\frac{1}{2}(\omega_{ik}a_{kj} - a_{ik}\omega_{kj}) \\ & + \frac{1}{2}\lambda(\dot{\gamma}_{ik}a_{kj} + a_{ik}\dot{\gamma}_{kj} - 2\dot{\gamma}_{ki}a_{jikl}) \\ & + 2C_1\dot{\gamma}(\delta_{ij} - 3a_{ij}) \end{aligned} \quad (1)$$

위에서 δ_{ij} 는 단위텐서이고 $\omega_{ij} = u_{j,i} - u_{i,j}$ 와 $\dot{\gamma}_{ij} = u_{j,i} + u_{i,j}$ 는 각각 와도텐서(vorticity tensor)와 변형율텐서(rate of deformation tensor)를 나타내며, $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{\gamma}_{ij}\dot{\gamma}_{ji}/2}$ 는 변형율(generalized shear rate)이다. 그리고 λ 는 $(r_c^2 - 1)/(r_c^2 + 1)$ 로서 섬유 입자의 모양비(aspect ratio) $r_c = L/D$ 와 관계된 매개변수이다. 무차원 상호작용계수(interaction coefficient) C_1 가 섬유들 사이의 기계적인 상호작용의 정도를 나타내고 있다. 식 (1)을 2차 배향텐서의 성분으로 풀기 위해서는 4차 배향텐서 a_{ijkl} 에 대한 최종적 근사가 필요하다. 여기서는 선형근사(linear closure approximation) \hat{a}_{ijkl} 와 2차근사(quadratic closure approximation) \tilde{a}_{ijkl} 를 배향의 정도에 의해 결정되는 상수 척도(scalar measure of orientation) f 에 따라서 조합한 복합적 근사(hybrid closure approximation) \bar{a}_{ijkl} 를 도입하였다[8].

$$\bar{a}_{ijkl} = (1 - f)\hat{a}_{ijkl} + f\tilde{a}_{ijkl} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{a}_{ijkl} = & -\frac{1}{35}(\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \\ & + \frac{1}{7}(a_{ij}\delta_{kl} + a_{ik}\delta_{jl} + a_{il}\delta_{jk} + a_{ki}\delta_{ij} + a_{ji}\delta_{ik} + a_{jk}\delta_{il}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\tilde{a}_{ijkl} = a_{ij}a_{kl} \quad (4)$$

$$f = 1 - 27 \det[a_{ij}] \quad (5)$$

위에서 f 는 0(마구잡이 배향(random orientation)의 경우)에서 1(완전히 배열된 경우)까지 변하는 값이다.

2.2. 사출성형 충전유동

섬유 배향 상태가 유동장에 미치는 영향을 고려한 사출성형 충전유동의 연계해석을 위하여는 섬유 배향 상태에 따른 추가적인 응력을 포함하는 구성방정식의 도입이 필수적이다. Dinh과 Armstrong[9]은 섬유 두께의 영향을 무시하고 섬유 사이의 평균거리 h 가 섬유의 지름 D 보다는 크고 섬유의 길이 L 보다는 작은 반농축현탁액에 대한 유변학적 상태방정식(rheological equation of state)을 개발하였다. 섬유의 배향 상태에 따라 유용한 농도 범위는 다음과 같이 주어지며

$$\frac{1}{L^3} < n < \frac{1}{DL^2} \quad \text{or} \quad \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{L}\right)^2 < v_r < \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{L}\right) \quad \text{for random orientation}$$

$$\frac{1}{L^3} < n < \frac{1}{D^2L} \quad \text{or} \quad \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{L}\right)^2 < v_r < \frac{\pi}{4} \quad \text{for aligned orientation}$$

여기에서 n 은 단위부피당 섬유의 갯수이고 v_r 는 섬유의 부피분율이다. 이 모델의 구성방정식은 아래와 같다.

$$\tau_{ij} = \eta(u_{i,j} + u_{j,i}) + \eta N u_{ki} a_{jikl} \quad (6)$$

여기에서 섬유에 의한 추가적인 응력의 상대적인 크기를 나타내는 입자계수(particle number) N 은 다음과 같다.

$$N = \frac{\pi n L^3}{6 \ln(2h/D)} \quad (7)$$

$$h = \begin{cases} (nL)^{-1/2} & \text{(for aligned orientation)} \\ (nL^2)^{-1} & \text{(for random orientation)} \end{cases}$$

본 논문의 수치모사에서는 섬유 사이의 평균거리 h 를 섬유의 배향 상태에 의해 0에서 1까지 변하는 상수 척도 f 에 따라서 마구잡이 배향인 경우와 완전히 배열된 경우의 거리를 선형적으로 근사하였으며, 단위부피당 섬유의 갯수 n 이 $1/(DL^2)$ 보다 큰

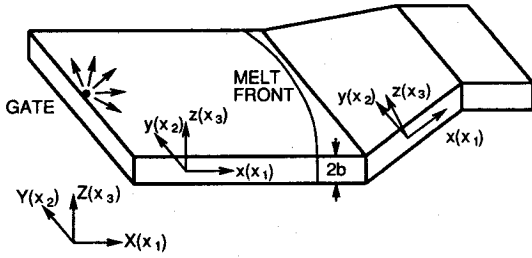


Fig. 1. Schematic diagram of a cavity with coordinate system.

경우에는 근사적으로 섬유의 배향 상태에 관계없이 배열된 경우의 거리를 이용하였다.

$$h = (1-f)h_{\text{random}} + fh_{\text{aligned}} \quad \text{for } \frac{1}{L^3} < n < \frac{1}{DL^2}$$

$$h = h_{\text{aligned}} \quad \text{for } \frac{1}{DL^2} \leq n < \frac{1}{D^2L} \quad (8)$$

Fig. 1은 사출성형 금형공간과 수치해석을 위해 두께방향으로 z축을 가지는 국소좌표계의 개요도이다. 두께가 얇은 형상의 사출성형 충전유동에서 속도는 평면상의 2개의 성분(u, v)을 가지며, 일반적으로 속도구배에서는 다음과 같은 성분을 갖는다.

$$u_{i,j} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

거의 대부분의 사출성형품은 두께가 얇으므로 두께방향의 속도구배가 평면방향의 속도구배보다 크다는 윤활근사(lubrication approximation)에 입각하여 Hele-Shaw 유동으로 해석되어져 오고 있다. 그러나 단섬유 보강 플라스틱 재료의 사출성형 충전유동은 섬유의 부피분율과 모양비에 의하여 결정되는 입자 계수와 성형품의 얇은 정도 그리고 섬유 배향 상태 등에 따라서 섬유 배향과 연계해석되어야 한다[10]: 섬유 배향이 정상상태일 때 두께방향성분(out-of-plane fiber orientation)의 크기를 δ 라고 하고 캐비티(cavity)의 얇은 정도(slenderness)를 $\epsilon = b/l \ll 1$ (b, l은 각각 캐비티의 두께 및 제품의 특성길이를 뜻함), 그리고 U는 특성속도(characteristic velocity)라고 하면, Dinh과 Armstrong의 구성방정식(6)으로부터 응력구배의 상대적인 크기는 다음과 같이 평가된다

(α, β 는 Fig. 1에서 x, y를 나타냄).

$$\tau_{\beta\alpha,\beta} \sim \eta \frac{U}{b^2} [\epsilon^2 + N\epsilon(\epsilon + \delta)]$$

$$\tau_{z\alpha,z} \sim \eta \frac{U}{b^2} [1 + N\delta(\epsilon + \delta)]$$

본 연구자는 $N\delta^2 \sim O(1)$ 이고 $\epsilon \ll \delta \ll 1$ 인 경우에 두께방향으로의 속도구배만을 고려하여 연계해석한 바 있다[11, 12]. 한편 $N\delta^2 \sim O(1)$ 이고 $\delta \sim \epsilon$ 인 경우에는 $N\epsilon^2 \sim O(1)$, $N\delta\epsilon \sim O(1)$ 이 되므로 평면방향으로의 속도구배에 의한 응력을 포함하여야 하며, 이때 사출성형 충전유동의 운동방정식은 다음과 같다.

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (10)$$

그리고 두께방향의 평균물질 연속방정식은

$$\frac{\partial}{\partial x} (b\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (b\bar{v}) = 0 \quad (11)$$

이며, 여기에서 b는 성형품 두께의 반으로 x와 y의 함수이다. “-”는 두께방향의 좌표 z에 대한 평균을 의미한다.

식 (10)을 $z=b$ 에서 비미끄럼(no slip) 경계조건과 $z=0$ 에서 대칭 경계조건을 이용하여 z방향으로 적분하면 속도 u와 v를 다음과 같이 얻는다.

$$u = -\frac{\partial p}{\partial x} \int_z^b \frac{\bar{z}}{\eta} d\bar{z} + \frac{\partial p}{\partial x} \int_z^b N^x \frac{\bar{z}}{\eta} d\bar{z}$$

$$+ \frac{\partial p}{\partial y} \int_z^b N^{xy} \frac{\bar{z}}{\eta} d\bar{z} + \int_z^b \frac{1}{\eta} [(1-N^x)f^x - N^{xy}f^y] d\bar{z}$$

$$v = -\frac{\partial p}{\partial y} \int_z^b \frac{\bar{z}}{\eta} d\bar{z} + \frac{\partial p}{\partial y} \int_z^b N^y \frac{\bar{z}}{\eta} d\bar{z}$$

$$+ \frac{\partial p}{\partial x} \int_z^b N^{xy} \frac{\bar{z}}{\eta} d\bar{z} + \int_z^b \frac{1}{\eta} [(1-N^y)f^y - N^{xy}f^x] d\bar{z} \quad (12)$$

위에서

$$N^x = \frac{Na_{3113}(1 + Na_{3223}) - N^2a_{3123}a_{3213}}{(1 + Na_{3113})(1 + Na_{3223}) - N^2a_{3123}a_{3213}}$$

$$N^y = \frac{Na_{3223}(1+Na_{3113}) - N^2a_{3123}a_{3213}}{(1+Na_{3113})(1+Na_{3223}) - N^2a_{3123}a_{3213}}$$

$$N^{xy} = \frac{Na_{3123}}{(1+Na_{3113})(1+Na_{3223}) - N^2a_{3123}a_{3213}} \quad (13)$$

$$f^x = \left[\eta N \sum_{\alpha, \beta=1}^2 u_{\alpha, \beta} a_{31\alpha\beta} \right]_{z=0}^{\bar{z}=z} + \int_0^z (\tau_{xx,x} + \tau_{yx,y}) d\bar{z}$$

$$f^y = \left[\eta N \sum_{\alpha, \beta=1}^2 u_{\alpha, \beta} a_{32\alpha\beta} \right]_{z=0}^{\bar{z}=z} + \int_0^z (\tau_{xy,x} + \tau_{yy,y}) d\bar{z} \quad (14)$$

즉, 속도 벡터의 방향이 압력구배의 방향과 같지 않음을 알 수 있고, x와 y방향으로의 속도구배에 의한 영향이 f^x 와 f^y 를 포함하는 항에 나타나고 있다. 이것은 일반적인 Hele-Shaw 유동의 기본적인 특성과는 다른 점이다. 두께방향의 평균속도는 식 (12)를 적분하면 얻을 수 있고, 이것을 연속방정식(11)에 대입하면 압력에 대한 새로운 지배방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(S - S^x) \frac{\partial p}{\partial x} - S^{xy} \frac{\partial p}{\partial y} - F^x \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(S - S^y) \frac{\partial p}{\partial y} - S^{xy} \frac{\partial p}{\partial x} - F^y \right] = 0 \quad (15)$$

여기에서

$$S = \int_0^b \frac{\bar{z}^2}{\eta} d\bar{z}, \quad S^x = \int_0^b N^x \frac{\bar{z}^2}{\eta} d\bar{z},$$

$$S^y = \int_0^b N^y \frac{\bar{z}^2}{\eta} d\bar{z}, \quad S^{xy} = \int_0^b N^{xy} \frac{\bar{z}^2}{\eta} d\bar{z}, \quad (16)$$

$$F^x = \int_0^b \frac{\bar{z}}{\eta} [(1 - N^x)f^x - N^{xy}f^y] d\bar{z}$$

$$F^y = \int_0^b \frac{\bar{z}}{\eta} [(1 - N^y)f^y - N^{xy}f^x] d\bar{z} \quad (17)$$

새로운 압력 지배방정식에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$p=0 \quad \text{on the moving flow front}$$

$$\bar{u} \cdot \bar{n}_x + \bar{v} \cdot \bar{n}_y = 0 \quad \text{on the impermeable boundaries} \quad (18)$$

새로운 압력 지배방정식은 섬유에 의한 추가 응력 때문에 기존의 압력 지배방정식에서는 볼 수 없는 새로운 항들(S^x , S^y , S^{xy} , F^x , F^y)을 포함하고 있다.

유변학, 제 6 권 제 2 호, 1994

특히, F^x 와 F^y 는 x와 y방향으로의 속도구배에 의한 영향을 나타내는 항이다.

비등온 유동을 해석하기 위해서는 충전 과정 동안에 에너지방정식도 같이 풀어야 하며 다음과 같이 단순화할 수 있다.

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (19)$$

경계조건으로는 $z=b$ 에서 일정온도 그리고 $z=0$ 에서 대칭조건을 이용하였다.

그리고 플라스틱 재료의 점도는 수정된 Cross 모델을 이용하였다.

$$\eta(\dot{\gamma}, T) = \frac{\eta_0}{1 + C(\eta_0 \dot{\gamma})^{1-m}}, \quad \eta_0 = B \exp\left(-\frac{T_b}{T}\right) \quad (20)$$

여기에서 m , B , C , T_b 는 주어진 재료에 따른 상수이다.

3. 수치모사 방법

3.1. 사출성형 충전유동

금형 충전 과정의 유동은 시간에 따라 유동 선단(flow front)이 진행하는 비등온 유동으로서 여러가지 수치해석 기법으로 해석되어져 오고 있다. 본 논문에서는 운동방정식에서 얻어진 압력에 대한 지배방정식(15)에는 유한요소법을 이용하여 유동 영역에서의 압력 분포를 구하고, 에너지방정식(19)에는 유한차분법을 이용하여 두께방향으로 온도 분포를 구하였다. 한편, 복잡한 모양의 금형 공간내에서 시간에 따라 움직이는 유동 선단을 다루기 위하여 점사체적법(control volume method)을 이용하였다 [11-14].

금형 공간은 얇은 삼각형 유한요소로 모델링되어지고 압력 p 에 대하여 선형 형상함수(linear shape function)를 이용하여 근사하고(J 는 절점의 갯수)

$$p = \sum_{j=1}^J \Psi_j p_j \quad (21)$$

Galerkin 방법을 식 (15)에 적용하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\int_{\Omega} \left[(S - S^x) \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} + (S - S^y) \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & -S^{xy} \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} \right) d\Omega p, \\
 & = \int_{\Omega} \left[F^x \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} + F^y \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \right] d\Omega \quad (22)
 \end{aligned}$$

위의 식은 비선형 형태로서 수정기법(under relaxation)을 통한 반복계산법(iteration method)을 이용하여 풀게 된다. 이때 식 (22)를 통하여 절점에서의 압력과 유한요소 중심에서의 속도 u 와 v 그리고 두께방향으로의 속도구배 u_x 와 v_x 만이 주어진다. 그러나 평면방향으로의 속도구배의 영향을 고려한 연계해석을 위하여는 절점에서의 속도 및 응력을 필요로 하며 이 값들은 절점 주위의 유한요소들의 검사 체적의 기여도를 가중치로 하는 평균을 취함으로써 얻었다.

3.2. 섬유 배향

사출성형 금형 충전유동 중에 섬유 배향 상태는 유동장에 의하여 결정되며 섬유의 모양비와 섬유 사이의 상호작용에 의하여 영향을 받는다. 그리고 유체의 전단변형(shearing deformation)과 인장변형(stretching deformation)의 변화가 두께방향에 따라 서로 다른 섬유 배향 구조를 형성한다. 본 논문에서는 사출성형 충전유동 중의 섬유의 배향 상태를 예측하기 위하여 2차 섬유 배향텐서의 변화방정식(1)을 금형충전 유동해석에서 쓰인 것과 같은 유한요소의 중심과 두께방향의 모든 유한차분 격자에서 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 계산하였다. 한편 대류항(convection term)을 계산하기 위하여 upwinding scheme을 적용하였다. 유동선단에서는 분수유동(fountain flow)이 존재하며 분수유동에 의하여 섬유배향이 영향을 받게 된다[15]. 그러나 분수유동 현상을 보이는 영역은 유동선단이 아주 작은 일부분이며 유동선단에서의 초기 배향 상태가 전체적인 섬유 배향 상태에는 큰 영향을 미치지 못하는 것으로 알려져 있다[12]; 유동선단에서의 초기 배향 상태를 중심단면을 제외한 모든 층에서 마구잡이 배향을 부여한 경우 그리고 중심단면의 배향 상태를 나머지 다른 층에 부여한 경우에 유동선단을 제외한 전체적인 섬유 배향 상태는 거의 같았다. 본 논문에서는 유동 선단이 진행되면서 새로운 유한요소에서의 초기 배향 상태는 상류(up-stream)방향의 유한요소의

Table 1. Physical properties of polypropylene used in numerical simulations

| | |
|---------------------------------------------------|----------------------|
| ρ [gm/cm ³] | 0.77 |
| C_p [erg/(gm K)] | 3.46×10^7 |
| k [erg/(sec cm K)] | 1.51×10^4 |
| m | 0.35 |
| B [gm/(cm sec)] | 9.6×10^{-2} |
| C [(gm/(cm sec ²)) ^{m-1}] | 4.8×10^{-4} |
| T_b [K] | 5.9×10^3 |

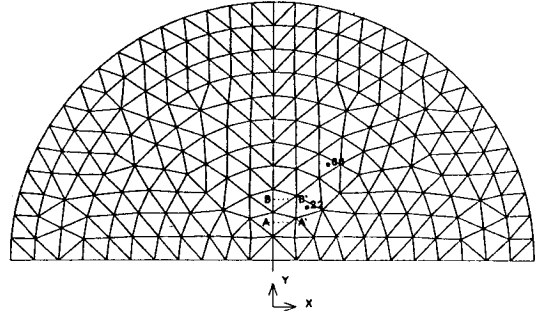


Fig. 2. Finite element mesh for a diverging flow with 370 elements and 214 nodes.

배향 상태를 convecting함으로써 얻어졌다[11, 12].

이와같은 수치모사를 통하여 사출성형 충전공정 중의 단섬유 배향 상태와 섬유 배향과 연계된 충전유동을 해석할 수 있다.

4. 수치해석 결과 및 고찰

편의상 지금부터 평면방향으로의 속도구배(u_x, u_y, v_x, v_y)를 고려하지 않은 유동해석을 해석 1, 그리고 고려한 유동해석(즉, 식 (12)에서 f^x 와 f^y 그리고 식 (15)에서 F^x 와 F^y 를 고려한 경우)를 해석 2라고 하겠다.

확장유동과 수축유동을 갖는 두가지의 캐비티 형상에서 수치해석을 수행하였으며, 수치해석에서 쓰인 플라스틱 재료인 polypropylene의 물질상수는 Table 1과 같다. 유동입구에서의 응용수지 온도 T_m 는 200°C, 금형벽면 온도 T_w 는 30°C 그리고 단섬유의 지름 D 는 13 μ m, 길이 L 은 0.26 mm이며 L/D 는 20이다. 유동입구에서의 섬유배향은 마구잡이 배향조건을 도입하였다.

4.1. 절점 게이트 주변의 확장유동

캐비티의 형상은 반지름이 5.5 cm, 두께(2b)가 0.3 cm인 반원형이며 중심에 절점 게이트가 있다. 게이트를 통한 입구유량 Q는 11.781 cm³/sec이며 섬유 사이의 기계적인 상호작용의 정도를 나타내는 계수 C_r는 0.005를 해석에 사용하였다. Fig. 2는 370개의 유한요소와 214개의 절점을 가지는 유한요소 메쉬(mesh)를 나타내며 두께방향으로 15개의 유한차분 격자를 도입하였다.

Fig. 3은 단위부피당 섬유의 개수 n이 2898이고 섬유의 부피분율 v_r는 10%, 입자계수 N은 15.47에 해당하는 경우의 해석 2의 결과이다. Fig. 3(a~c)는 214개의 절점중에서 179개의 절점이 채워졌을 때의 유동선단의 전개과정과 압력분포 그리고 속도장을 나타내고 있으며, Fig. 3(d~g)는 15개의 유한차분격자 중에서 4개의 서로 다른 단면에서의 섬유 배향 상태를 보여주고 있다. 2차 섬유 배향텐서의 세계의 고유벡터(eigenvector)가 각각의 고유치(eigenvalue)를 크기로 하여 나타내어졌다. 두께방향의 중심단면에서는 확장유동에 의하여 유동방향과 수직방향으로 정렬되고 있으며 금형벽면에 가까워질수록 전단유동의 영향으로 유동방향으로 정렬함을 알 수 있다.

4.1.1. 입자계수 N에 따른 평면 속도구배 효과

평면방향으로의 속도구배에 의한 영향을 고찰하기 위하여 N값을 변화시키면서 해석 1과 해석 2의 결과를 비교하여 보았다. Fig. 4는 N값에 따른 게이트로부터 유동선단에 이르는 압력곡선의 변화를 나타낸다. N이 0인 경우는 유동장과 섬유 배향이 분리된(decoupled) 해석결과로서 이때는 평면속도구배 효과가 거의 나타나지 않았는데, 이는 섬유가 없는 경우의 일반 플라스틱 재료에 대한 Hele-Shaw 유동해석이 합당함을 보여주고 있다. 이는 앞에서 기술한 바와 같이 N=0인 경우에는 $\tau_{\beta\alpha,\beta}/\tau_{\alpha z} \sim O(\epsilon^2)$ 이므로 Hele-Shaw 유동해석방법이 합당하게 되기 때문이다. 한편 N이 증가함에 따라 $\tau_{\beta\alpha,\beta}/\tau_{\alpha z} \sim O(1)$ 이 되므로 섬유의 존재로 인한 응력에 있어서 평면속도구배효과가 나타나게 된다. Fig. 4에 의하면 N이 증가하면서 평면방향의 속도구배를 무시한 해석 1이 고려한 해석 2보다 압력을 과대평가하고 있음을 알 수 있다. Fig. 5는 N이 103.5인 경우에 해석 1(U₁, V₁)과 같은 경우의 해석 2(U₂, V₂) 및 U₂, V₂ 중에서

f와 f'를 포함하는 속도 성분(U₂*, V₂*)를 나타내고 있다. 해석 1이 압력을 과대평가한 것은 평면속도구배를 고려함으로써 추가된 속도 성분(U₂*, V₂*)이 주로 유량의 증가를 유발함으로써 주어진 유량조건 하에서 해석 2가 해석 1보다 더 작은 압력구배를 필요로 하였기 때문이다. Fig. 5에 의하면 U₂, V₂가 U₁, V₁보다 좀더 뽀족함을 알 수 있다. 이런 경향은 다음과 같이 설명될 수 있다. 확장유동에서 반경방향의 속도(radial velocity) v_r은 반지름 r에 반비례하며 평면방향의 속도구배 v_{r,r}은 $-r^{-2}$, 그리고 v_{r,rr}은 r^{-3} 에 비례한다. v_{r,r}과 v_{r,rr}의 부호에 유의하면 f와 f'를 포함하는 속도 성분의 양(positive)의 값을 나타내게 되며(식 (12), (14)), 전단변형이 없고 평면방향의 속도구배가 가장 큰 중심단면에서 가장 크게 나타난다. 그러므로 일정하게 주어진 유량조건에 따라서 두께방향으로의 속도분포는 좀더 뽀족해진다.

4.1.2. 캐비티의 두께 및 C_r값에 따른 평면 속도구배 효과

Tucker[10]는 섬유 배향이 완전히 발달된 정상 상태인 경우에 캐비티의 얇은 정도 ϵ 이 감소할수록 그리고 C_r값이 증가할수록(즉, 섬유배향의 두께방향 성분 δ 가 증가할수록), ϵ 이 δ 보다 작아지면서 평면속도구배에 의한 영향이 감소한다고 하였다. Fig. 6은 입자계수 N이 103.5일 때 위의 해석경우(A), 섬유 사이의 기계적인 상호작용계수 C_r값을 0.002로 달리했을 경우(B), 캐비티의 두께 2b가 0.2 cm인 경우(C), 그리고 2b=0.2 cm이고 게이트를 통한 입구유량 Q는 7.854 cm³/sec인 경우(D)에 해석 1과 해석 2의 결과를 비교한 것이다. Fig. 6에서 A와 B를 비교하면 C_r값이 작아지면서 섬유배향의 두께방향성분 δ 가 작아져서 해석 1과 해석 2 모두 전체적인 압력이 작아지고 있음을 알 수 있으나, A와 B 각각의 경우에 평면방향의 속도구배효과는 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 그리고 캐비티의 두께 2b만을 2/3로 감소시킨 C와 A를 비교해보면 두께가 감소하면서 해석 1과 해석 2 모두 전체적인 압력이 커지고 있음을 알 수 있으나, A와 C 각각의 경우에 평면방향의 속도구배효과는 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 이러한 경향은 유량 Q도 2/3로 감소시켜서 평균속도를 같게 유지한 D의 경우도 마찬가지이다. 이와같이 평면방향의 속도구배효과가 캐비티의 두께 및 C_r값의 변

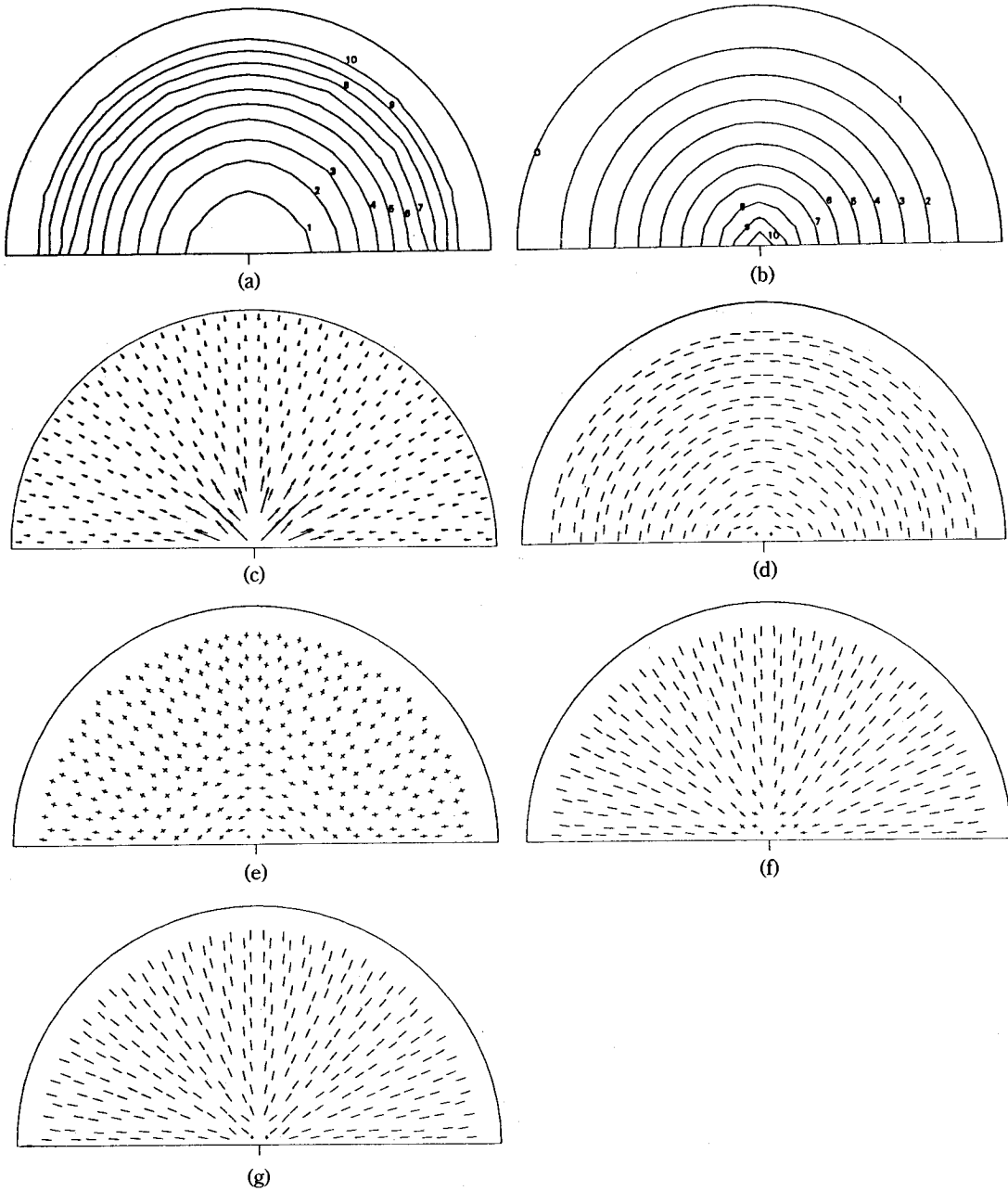


Fig. 3. Simulation results for a diverging flow at 179 nodes filled.
 (a) filling pattern (step increment=0.015 sec, filling time=1.015 sec)
 (b) pressure contours (step increment=0.302 MPa, maximum=3.322 MPa)
 (c) velocity field
 (d) fiber orientation state at $z=0$
 (e) fiber orientation state at $z=0.3b$
 (f) fiber orientation state at $z=0.6b$
 (g) fiber orientation state at $z=0.9b$

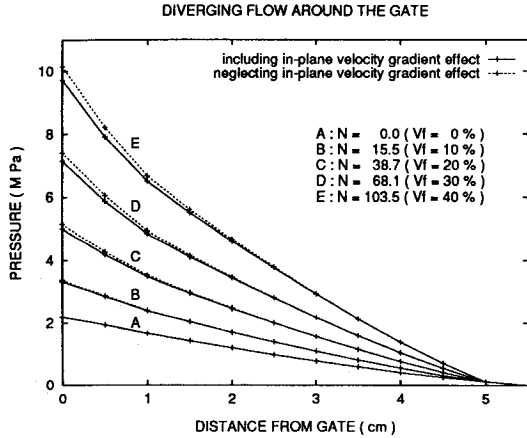


Fig. 4. Pressure along the distance from gate with various particle number N for a diverging flow.

화에 따라서 큰 영향을 받지 않는 것은 섬유 배향이 완전히 발달된 정상상태가 아니며 Fig. 3(d~g)에서 보는 바와 같이 섬유 배향이 게이트로부터 유동선단에 이르기까지 불균일한(inhomogeneous) 구조를 이루고 있기 때문이다. 즉, 게이트 주변의 확장유동에서는 캐비티의 두께 및 C_f 값에 관계없이 평면방향의 속도구배효과를 고려하여야 함을 알 수 있다.

4.1.3. 연계해석과 분리해석의 비교

유동장과 섬유 배향의 연계해석의 영향을 고찰하기 위하여 N이 0인 분리해석 1과 N이 103.5인 연계해석 2를 비교하여 보았다. Fig. 7은 Fig. 2에 표시되어 있는 단면 A-A'과 B-B'에서 x-z평면상의 섬유 배향을 보여주고 있는데 입자계수 N이 큰 경우 (Fig. 7(b))가 더 늦게 배향이 발달하는 것을 알 수 있다. Fig. 8은 단면 A-A'에서의 속도분포로서 U_0, V_0 (N이 0인 해석 1)과 U_2, V_2 (N이 103.5인 해석 2)를 비교해보면 U_2, V_2 가 U_0, V_0 보다 뭉뚱함을 알 수 있다. 입자계수 N이 증가하면서 유동장과 섬유 배향의 상호작용으로 두께방향의 속도분포는 뭉뚱해지고 섬유 배향은 좀더 늦게 발달한다는 것을 알 수 있으며, 연계해석의 중요성을 이해할 수 있다.

4.2. 라인 게이트를 통한 수축유동

캐비티의 형상은 길이가 10.0 cm, 입구폭이 8.3 cm, 출구폭이 1.0 cm이고 좌우측면의 반경이 15.0 cm이며 두께(2b)는 0.3 cm이다. 라인 게이트를 통한

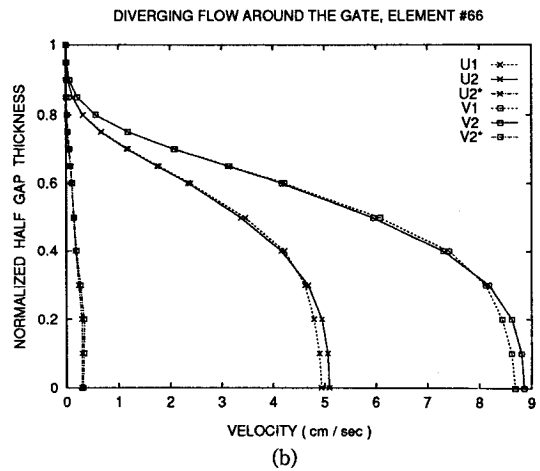
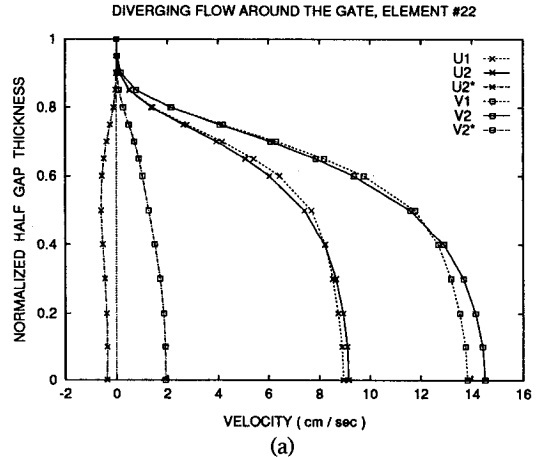


Fig. 5. Variation of velocity components along the gapwise direction for a diverging flow: (a) at element 22 and (b) at element 66 indicated in Fig. 2.

U1, V1: coupled analysis (N=103.5) neglecting in-plane velocity gradient effect
U2, V2: coupled analysis (N=103.5) including in-plane velocity gradient effect

입구유량 Q는 10.945 cm³/sec이며 섬유 사이의 기계적인 상호작용의 정도를 나타내는 계수 C_f 는 0.005를 해석에 사용하였다. Fig. 9는 368개의 유한요소와 216개의 절점을 가지는 유한요소 메쉬를 나타내며 두께방향으로 15개의 유한차분격자를 도입하였다.

Fig. 10은 단위부피당 섬유의 개수 n이 2898이고 섬유의 부피분율 v_f 는 10%, 입자계수 N은 15.47에 해당하는 경우의 해석 2의 결과로서 Fig. 10(a~c)는 216개의 절점중에서 207개의 절점이 채워졌을 때의

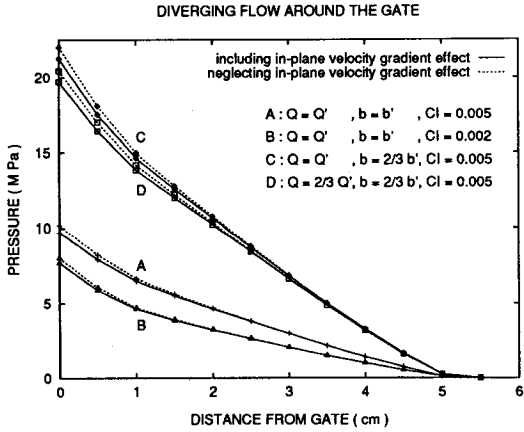


Fig. 6. Pressure along the distance from gate at particle number $N=103.5$ with various C_i , b and Q for a diverging flow.

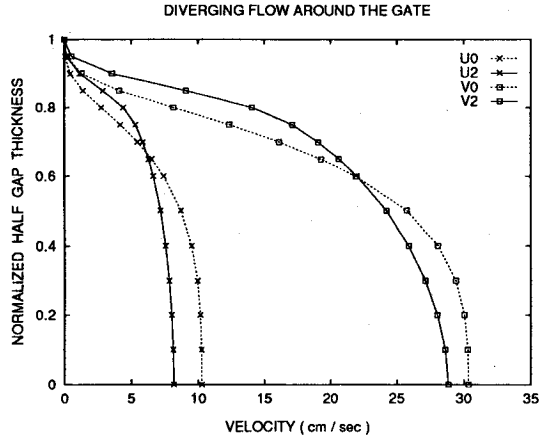


Fig. 8. Variation of velocity components along the gapwise direction for a diverging flow: at cross sections A-A' indicated in Fig. 2. U0, V0: uncoupled analysis neglecting in-plane velocity gradient effect U2, V2: coupled analysis ($N=103.5$) including in-plane velocity gradient effect

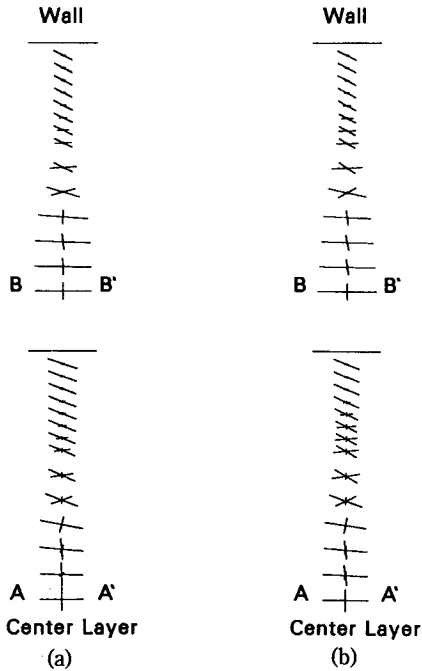


Fig. 7. Transverse (on $x-z$ plane) fiber orientation state with a view direction along y -axis for a diverging flow at cross sections A-A' and B-B' indicated in Fig. 2. (a) uncoupled analysis neglecting in-plane velocity gradient effect (b) coupled analysis ($N=103.5$) including in-plane velocity gradient effect

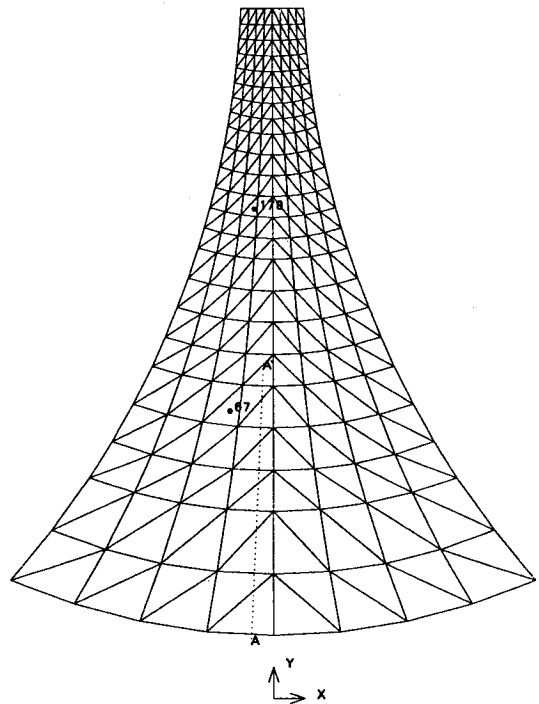


Fig. 9. Finite element mesh for a converging flow with 368 elements and 216 nodes.

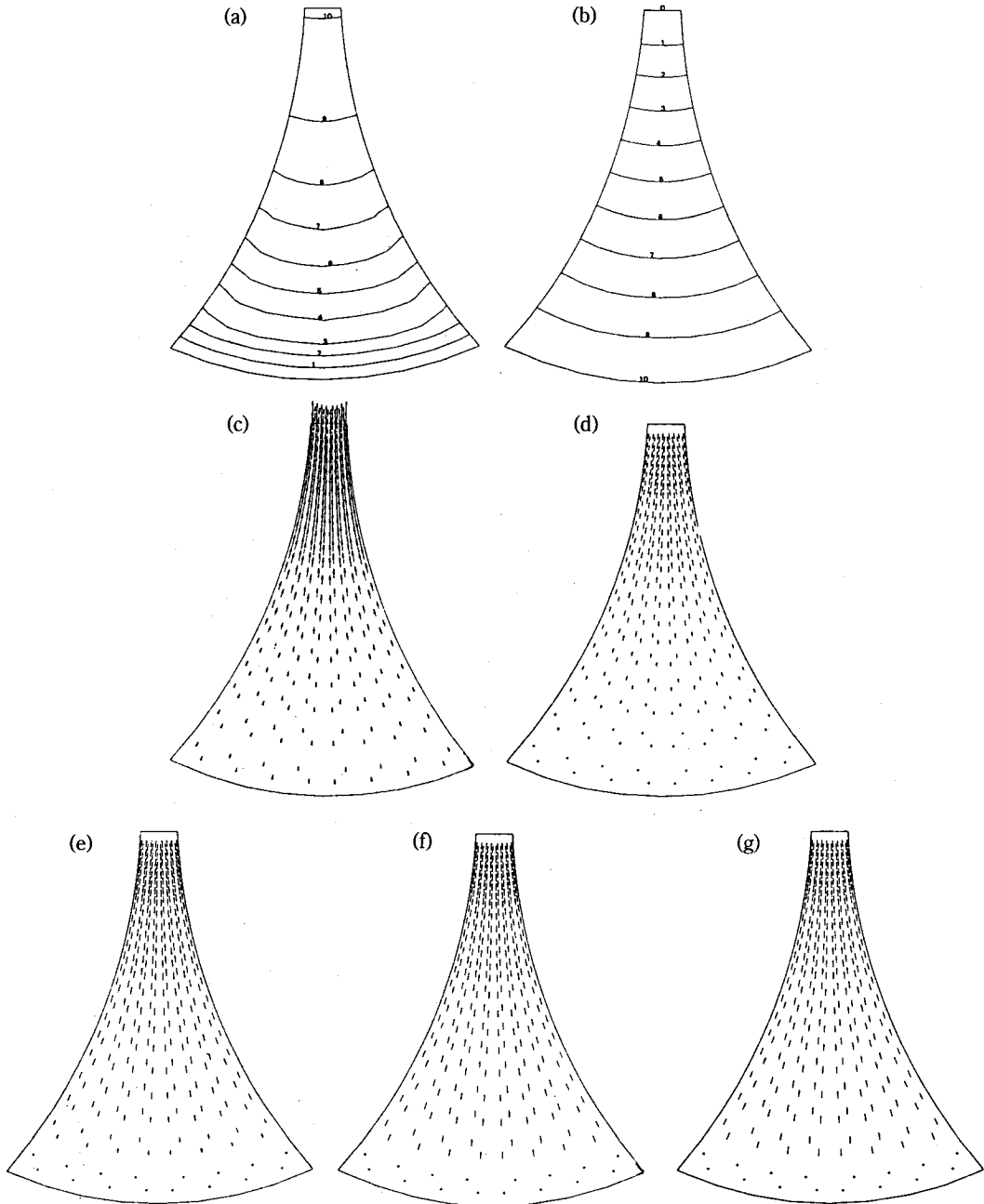


Fig. 10. Simulation results for a converging flow at 207 nodes filled.

- (a) filling pattern (step increment=0.099 sec, filling time=0.995 sec)
- (b) pressure contours (step increment=0.745 MPa, maximum=7.451 MPa)
- (c) velocity field
- (d) fiber orientation state at $z=0$
- (e) fiber orientation state at $z=0.3b$
- (f) fiber orientation state at $z=0.6b$
- (g) fiber orientation state at $z=0.9b$

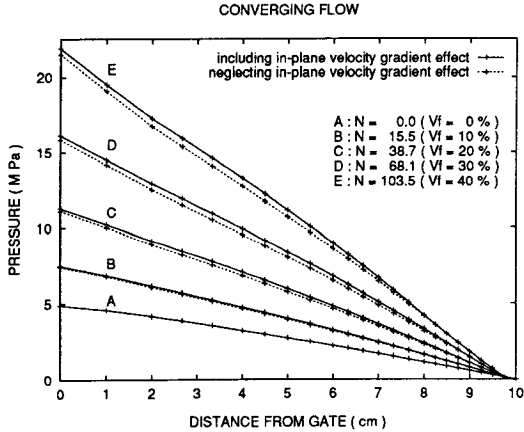


Fig. 11. Pressure along the distance from gate with various particle number N for a converging flow.

유동선단의 전개과정과 압력분포 그리고 속도장을 나타내고 있으며, Fig. 10(d~g)는 15개의 유한차분 격자 중에서 4개의 서로 다른 단면에서의 섬유 배향 상태를 보여주고 있다. 두께방향의 중심단면에서는 수축유동에 의하여 그리고 금형벽면에 가까와질수록 전단유동의 영향으로 모든 층에서 유동방향으로 정렬하며, 금형 벽면에서 좀더 빨리 유동방향으로 정렬되고 있음을 알 수 있다.

4.2.1. 입자계수 N에 따른 평면 속도구배 효과

수축유동영역에서도 평면방향으로의 속도구배에 의한 영향을 고찰하기 위하여 N값을 변화시키면서 해석 1과 해석 2의 결과를 비교하여 보았다. Fig. 11은 N값에 따른 라인 게이트로부터 유동선단에 이르는 압력곡선의 변화를 나타내며, Fig. 12는 N이 103.5인 경우에 해석 1(U1, V1)과 같은 경우의 해석 2(U2, V2) 및 U2, V2 중에서 \bar{v} 와 \bar{v} 를 포함하는 속도 성분(U2*, V2*)를 나타내고 있다. 확장유동과는 반대로 평면속도구배를 고려함으로써 추가된 속도 성분(U2*, V2*)이 유량의 감소를 유발함으로써 주어진 유량조건하에서 해석 2가 해석 1보다 더 큰 압력구배를 필요로 하였고 따라서 해석 1이 압력을 과소평가하고 있음을 알 수 있다. 확장유동경우와 마찬가지로 수축유동경우에서도 N=0인 경우에는 유동장과 섬유 배향이 분리된 해석결과로서 이때는 평면속도구배효과가 거의 나타나지 않았는데, 이는 확장유동의 경우에서 설명한 이유에 의해서 섬유가

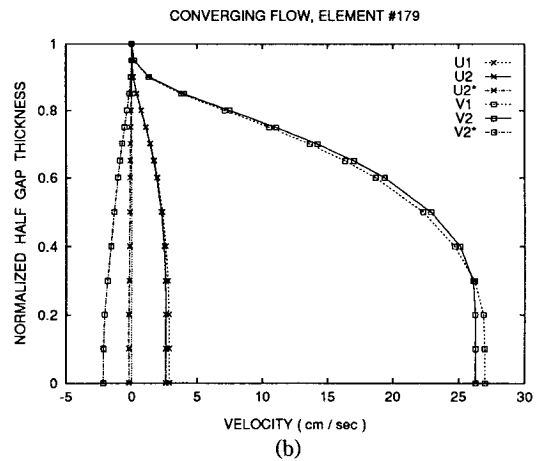
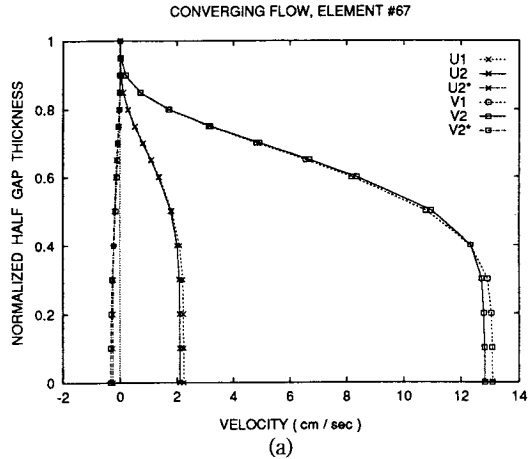


Fig. 12. Variation of velocity components along the gapwise direction for a converging flow: (a) at element 67 and (b) at element 179 indicated in Fig. 9.

U1, V1: coupled analysis (N=103.5) neglecting in-plane velocity gradient effect
 U2, V2: coupled analysis (N=103.5) including in-plane velocity gradient effect

없는 경우의 일반 플라스틱 재료에 대한 Hele-Shaw 유동해석이 합당함을 보여주는 것이다. 따라서 일반 플라스틱 재료의 경우에는 평면속도구배효과를 고려하지 않는 Hele-Shaw 유동에 의한 해석이 합당함을 증명하고 있다. Fig. 12에 의하면 수축유동에서는 확장유동과는 반대로 U2, V2가 U1, V1보다 높음을 알 수 있다. 이러한 경향은 다음과 같이 설명될 수 있다. 수축유동에서 유동방향(Fig. 9에서 y방향)의 속도 v 는 $y^0(0 < \theta < 1)$ 에 비례하며 유동방

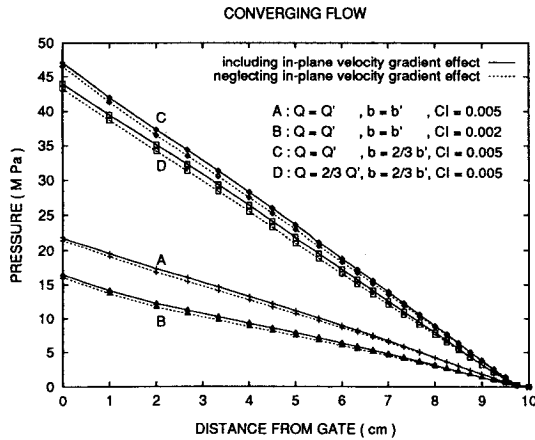


Fig. 13. Pressure along the distance from gate at particle number $N=103.5$ with various C_i , b and Q for a converging flow.

향의 속도구배 $v_{y,y}$ 는 $\theta y^{\theta-1}$, 그리고 $v_{y,yy}$ 는 $\theta(\theta-1)y^{\theta-2}$ 에 비례한다. $v_{y,y}$ 와 $v_{y,yy}$ 의 부호에 유의하면 f' 와 f'' 를 포함하는 속도 성분이 음(negative)의 값을 나타내게 되며(식 (12), (14)), 전단변형이 없고 평면방향의 속도구배가 가장 큰 중심단면에서 가장 크게 나타난다. 그러므로 주어진 일정한 유량조건에 따라서 두께방향으로의 속도분포는 좀더 뭉뚱해진다.

4.2.2. 캐비티의 두께 및 C_i 값에 따른 평면 속도 구배 효과

Fig. 13은 위의 확장유동에서의 고찰과 마찬가지로 입자계수 N 이 103.5일 때 섬유 사이의 기계적인 상호작용계수 C_i 값과 캐비티의 두께 $2b$ 그리고 게이트를 통한 입구유량 Q 을 달리하여 해석 1과 해석 2의 결과를 비교한 것이다. 확장유동 경우와 마찬가지로 수축유동 경우에도 평면방향의 속도구배 효과는 캐비티의 두께 및 C_i 값의 변화에 따라서 민감한 영향을 받지 않는 것을 알 수 있다.

4.2.3. 연계해석과 분리해석의 비교

N 이 0인 분리해석 1과 N 이 103.5인 연계해석 2를 비교하여 유동장과 섬유 배향의 연계해석의 영향을 수축유동영역에서 고찰하여 보았다. Fig. 14는 Fig. 9에 표시되어 있는 단면 A-A'에서 y - z 평면상의 섬유 배향을 보여주고 있는데 입자계수 N 이 큰 경우(Fig. 14(b))가 확장유동과 마찬가지로 더 늦게 배향이 발달하는 것을 알 수 있다. Fig. 15는 단면 A-A'에서 A로부터 두번째 유한요소에서의 속도분포로서 U_0 ,

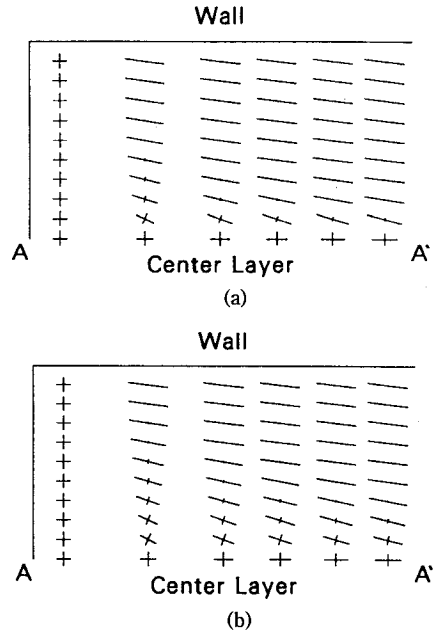


Fig. 14. Longitudinal (on y - z plane) fiber orientation state with a view direction along x -axis for a converging flow at cross section A-A' indicated in Fig. 9.

- (a) uncoupled analysis neglecting in-plane velocity gradient effect
- (b) coupled analysis ($N=103.5$) including in-plane velocity gradient effect

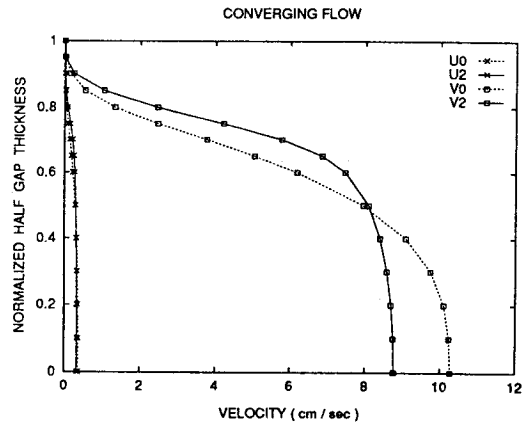


Fig. 15. Variation of velocity components along the gapwise direction for a converging flow: at second element from A along cross section A-A' indicated in Fig. 9.

- U_0, V_0 : uncoupled analysis neglecting in-plane velocity gradient effect
- U_2, V_2 : coupled analysis ($N=103.5$) including in-plane velocity gradient effect

$V_0(N$ 이 0인 해석 1)과 $U_2, V_3(N$ 이 103.5인 해석 2)를 비교할 때 U_2, V_2 가 더 뭉뚱함을 알 수 있다. 확장유동과 마찬가지로 수축유동에서도 입자계수 N 이 증가하면서 유동장과 섬유 배향의 상호작용으로 두께방향의 속도분포는 뭉뚱해지고 섬유 배향은 좀더 늦게 발달함을 알 수 있다.

5. 결 론

단섬유 보강 플라스틱 재료의 사출성형 충전과정에서 평면방향으로의 속도구배에 의한 응력의 영향을 고려한 충전유동과 섬유 배향의 연계해석을 위한 새로운 압력 지배방정식을 유도하였고, 이에 적합한 수치모사 모델이 개발되었다. 평면방향으로의 속도구배에 의한 응력이 유동장에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 확장유동과 수축유동에서 각각 수치모사를 수행하였다. 확장유동영역에서는 평면방향으로의 속도구배를 고려함으로써 새롭게 도입된 항이 추가적인 유량을 주면서 주어진 유량조건하에서 두께방향으로의 속도구배에 의한 응력만을 고려한 연계해석의 경우보다 작은 압력구배를 나타냈다. 즉, 같은 압력구배에서 평면방향으로의 속도구배에 의한 응력을 고려한 경우가 고려하지 않은 경우보다 더 많은 유량을 나타내게 된다. 수축유동영역에서는 이와 반대의 결과를 보였다. 이러한 경향은 섬유의 부피분율이 증가하거나 모양비가 커짐에 따라 증가하며, 섬유 배향이 정상상태가 아닌 확장 또는 수축유동과 같은 평면방향으로의 속도구배가 존재하는 유동영역에서는 캐비티의 두께나 섬유 사이의 기계적 상호작용의 정도에 관계없이 항상 나타났다. 그리고 충전유동과 섬유 배향의 연계해석과 분리해석을 비교하여 볼 때 연계해석의 경우에 두께방향에 따른 속도는 게이트 주변에서 뭉뚱해짐을 알 수 있었고, 섬유 배향도 더 늦게 발달하는 경향을 나타냈다. 한편 $N=0$ 인 경우, 즉 섬유가 존재하지 않는 일반 플라스틱 재료의 경우에는 평면속도구배의 효과가 나타나지 않으므로, 지금까지 개발되었던 Hele-Shaw 유동에 근거한 충전해석이 합당함을 확인하였다. 이상으로 섬유 배향과 충전유동 사이의 상호작용과 연계해석의 필요성 및 평면방향으로의 속도구배에 의한 응력의 영향을 이해할 수 있다.

감 사

이 논문은 1993년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었으며 관계 당국에 감사드립니다.

기 호

- a_{ij} : second-order orientation tensor
- a_{ijkl} : fourth-order orientation tensor
- \hat{a}_{ijkl} : linear closure approximation for fourth-order orientation tensor
- \bar{a}_{ijkl} : quadratic closure approximation for fourth-order orientation tensor
- $\bar{\bar{a}}_{ijkl}$: hybrid closure approximation for fourth-order orientation tensor
- b : half gap thickness
- C_1 : a phenomenological coefficient modeling the randomizing effect
- C_p : thermal capacity of the thermoplastic medium
- D : fiber diameter
- f : scalar measure of orientation
- h : average distance from a given fiber to its nearest neighbor
- k : thermal conductivity of the thermoplastic medium
- l : characteristic length of injection molded part
- L : fiber length
- n : number of fibers per unit volume
- n_x, n_y : components of unit outward normal vector on the boundary
- N : particle number
- p : pressure
- Q : inlet flow rate
- r_e : the aspect ratio of fiber
- t : time variable
- T : temperature
- T_m : melt temperature
- T_w : mold wall temperature
- u : x-component of velocity with respect to local coordinate system
- U : characteristic velocity

v : y-component of velocity with respect to local coordinate system
 \bar{u}, \bar{v} : gapwise average velocity
 u_{ij} : $\partial u_i / \partial u_j$ velocity gradient tensor
 v_f : the volume fraction of fibers
 x, y, z : local coordinate system
 m, B, C, T_b : coefficients of viscosity function
 D/Dt : material derivative

Greek letters

$\dot{\gamma}$: the generalized shear rate
 $\dot{\gamma}_{ij}$: the rate of deformation tensor
 δ : the out-of-plane fiber orientation
 δ_{ij} : the unit tensor
 ε : the slenderness of the cavity
 η : viscosity of the thermoplastic medium
 η_0 : zero shear rate viscosity
 λ : a geometric parameter related to the particle aspect ratio
 ρ : density of the thermoplastic medium
 τ_{ij} : stress tensor
 Ψ : linear shape function
 ω_{ij} : vorticity tensor
 Ω : the domain

- pes, *Polym. Eng. Sci.*, **30**, 848 (1990).
 2. T. Matsuoka, J. Takabatake, Y. Inoue, and H. Takahashi, *Polym. Eng. Sci.*, **30**, 957 (1990).
 3. H. Henry De Frahan, V. Verleye, F. Dupret, and M.J. Crochet, *Polym. Eng. Sci.*, **32**, 254 (1992).
 4. 이미혜, 이기준, *유변학*, **4**(2), 138 (1992).
 5. M. Gupta and K.K. Wang, *Polym. Comps.*, **14**, 367 (1993).
 6. G.B. Jeffery, *Proc. Roy. Soc.*, **A102**, 161 (1922).
 7. S.G. Advani and C.L. Tucker, *J. Rheol.*, **31**, 751 (1987).
 8. S.G. Advani and C.L. Tucker, *J. Rheol.*, **34**, 367 (1990).
 9. S.M. Dinh and R.C. Armstrong, *J. Rheol.*, **28**, 207 (1984).
 10. C.L. Tucker, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **39**, 239 (1991).
 11. 정성택, 권태현, *유변학*, **5**(2), 109 (1993).
 12. S.T. Chung and T.H. Kwon, *Polym. Eng. Sci.*, in press.
 13. C.A. Hieber and S.F. Shen, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **7**, 1 (1980).
 14. V.W. Wang, C.A. Hieber, and K.K. Wang, *J. Polym. Eng.*, **7**, 21 (1986).
 15. 고 진, 윤재륜, *유변학*, **5**(1), 49 (1993).

참고문헌

1. M.C. Altan, S. Subbiah, S.I. Güceri, and R.B. Pi-