

시뮬레이션 최적화 기법과 절삭공정에서의 응용

Simulation Optimization Methods with Application to Machining Process

양 병 희*, 이 영 해*

Byeng-Hee Yang, Young-Hae Lee

Abstract

For many practical and industrial optimization problems where some or all of the system components are stochastic, the objective functions cannot be represented analytically. Therefore, modeling by computer simulation is one of the most effective means of studying such complex systems. In this paper, with discussion of simulation optimization techniques, a case study in machining process for application of simulation optimization is presented. Most of optimization techniques can be classified as single- or multiple-response techniques. The optimization of single-response functions has been researched extensively and consists of many techniques. In the single-response category, these strategies are gradient based search methods, stochastic approximate method, response surface method, and heuristic search methods. In the multiple-response category, there are basically five distinct strategies for treating the responses and finding the optimum solution. These strategies are graphical method, direct search method, constrained optimization, unconstrained optimization, and goal programming methods. The choice of the procedure to employ in simulation optimization depends on the analyst and the problem to be solved.

1. 서 론

최적화 문제는 시스템을 구성, 운영, 이용하여 주어진 제약식에 따라 원하는 목적함수를 최대 또는 최소화 하는 문제이다. 이러한 최적화 문제는 시스템 자체에 대한 충분한 이해를 바탕으로 이를 수학적인 식으로 먼저 표현해야 한다. 그러나 산업분야의 최적화 문제는 시스템 요소의 일부 혹은 전부가 stochastic하고 복잡하므로, 목적함수

가 분석적으로 표현될 수 없다. 실제 여러 분야의 복잡한 시스템 모델링 과정을 고찰해 볼 때, 정확한 분석적 표현이 가용한 시스템은 찾기 힘들다. 설사, 분석적인 표현이 있다 하더라도, 그것은 대개의 경우 비선형(nonlinear)이거나 확률적이다. 이러한 분석적 표현에 따르는 어려움으로 인하여, 최근 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 모델링이 복잡한 시스템을 연구하는 가장 효과적인 수단으로 인식되고 있다.

* 한양대학교 산업공학과

현실 시스템의 대부분은 목적함수나 제약식이 컴퓨터 시물레이션을 통해서만 결정변수(decision variable)가 평가될 수 있는 implicit 함수이다. 예를 들어, 유연생산 시스템(flexible manufacturing system; FMS) 설계를 고려해 보자. 이런 시스템은 최소한의 시간에 적은 재공품(work-in-process; WIP)을 유지하며 기계의 효율을 극대화 시키는 데 관심이 있다. 그러나 이러한 관심사항은 상호 충돌하게 된다. FMS 수행도(measures of performance) 측정은 각 작업장(work station)에서의 기계 수, 작업장 사이의 거리, 각 작업장 앞에 있는 버퍼공간(buffer spaces), 운반기계(transporter) 수 등의 많은 시스템의 설계 파라메타에 의해 좌우된다. 또한 수행도는 종종 처리시간이나 품질 특성치와 같이 통제하기 힘든 확률적 변수에도 영향을 받는다. 이러한 요인들 사이의 복잡한 상호관계(interrelations)는 효율이나 재공품과 같은 수행도 측정의 평가를 위해 시물레이션 모델을 사용하도록 유도한다. 더우기, 다반응(multi-response) 시스템의 최적화는 결정변수의 제약식들과 기타 수행도에 의해 더욱 복잡해진다. 예를 들어, 위 FMS 문제의 초점은 시스템 처리량이 어떤 특정된 제약에 따라 기계 효율의 최대화와 재공품의 최소화를 동시에 이루는 것으로 요약된다. 이러한 경우에는 시스템의 3가지 수행척도(2개의 목적함수와 1개의 제약식)가 stochastic하며 결정변수가 내재된 함수이므로 컴퓨터 시물레이션에 의해서만 효과적으로 평가될 수 있다[12,32].

컴퓨터 시물레이션은 복잡한 시스템을 평가하는데 매우 강력한 도구라는 것은 주지의 사실이다. 이러한 평가는 대개의 경우 '시스템 결정변수를 위해 주어진 값들의 집합에 대한 어떤 수행척도'까지만 답변하는 것을 요구했다. 그러나 컴퓨터 시물레이션의 성공으로 최근에는 이러한 요구사항이 '시스템 결정변수에 대한 최적치를 구해서 주어진 반응을 최대화하거나 최소화하도록 요구'하고 있다. 과거 10여년동안 시물레이션된 시스템의 정량적인 결정변수의 최적화를 다루는 시물레이션 최적화에 상당한 노력을 하였으며, 또한 복잡한 시스템 구조의 최적화를 다루는 절차에 대한 연구가 계속되고 있다. 시물레이션 최적화에 대한 최근 문헌은 Glynn[10], Jacobson and Schruben[17], Meketon[20], Safizadeh[28] 등에서 찾아볼 수 있다. 본 연구에서는 시물레이션 최적화가 일반적인 최적화 절차와 구별되는 내용을 제시하며, 일반적인 최적화나 수학적 프로그래밍 기법보다도 시물레이션 최적화에 중점을

두고, 실제로 적용될 수 있는 해법절차를 정리하는데 중점을 두기로 한다. 그리고 실제 절삭가공 공정(machining process) 분야에 응용한 연구내용에 대하여 간략히 소개하기로 한다.

2. 시물레이션 최적화의 특성 및 수리적 표현

2.1 시물레이션 최적화의 특성

"시물레이션 최적화"란 엄밀하게 표현하면 "stochastic optimization"의 일부라 할 수 있다[10]. stochastic 최적화가 현실세계의 어떤 불확실(uncertainty) 상태하의 문제를 다루기 때문에 분석적(analytic)이거나 근사적(approximate)인 방법뿐만 아니라 시물레이션 방법으로 시스템을 분석하기 때문이다. 따라서 "시물레이션 최적화"란 시물레이션 방법을 사용하는 stochastic system에 대한 최적화 연구라 할 수 있다.

복잡한 시스템의 최적화 도구로서 시물레이션을 사용하기 위해서는 여러가지 극복해야 할 문제가 있다. 이러한 문제중에 어떤 것은 복잡하고도 고차의 비선형 함수를 최적화 해야 하며, 시물레이션 모델링의 특수한 성질을 고려해야 한다. 시물레이션 최적화 문제는 목적함수나 제약식, 혹은 두가지 다 컴퓨터 시물레이션에 의해 평가될 수밖에 없는 복잡한 시스템의 반응(response)을 다루게 된다. 그러므로 시스템을 결정짓는 파라메타는 본질상 stochastic한 것이다[1,20]. 이러한 특성에 따라 일반적인 최적화 문제와 비교하여 시물레이션 최적화의 주요 특성을 제시하면 다음과 같이 요약될 수 있다.

- (1) 목적함수나 제약식의 분석적 표현이 존재하지 않으며, 시스템에 대한 정량적인 분석이 거의 불가능하다. 이것은 local gradients의 정확한 계산이나 미분가능성을 어렵게 만든다.
- (2) 목적함수와 제약식은 결정변수의 stochastic 함수이며, 이를 원하는 수리적 표현으로 구성하기가 어렵다. 때문에 구하고자 하는 최적지점(optimal point)을 찾는 절차가 복잡하며 많은 노력이 요구된다.
- (3) 컴퓨터 시물레이션은 분석적인 함수를 평가하는 것보다 훨씬 더 많은 실행을 하게 되므로 많은 비용이 소요된다. 따라서 최적화 알고리즘의 효율이 절대적으로 요구된다.

(4) 시스템을 모델링하는 데 있어서 대부분의 시뮬레이션 실행자는 시뮬레이션 언어를 사용하는 반면, 최적화 부분은 범용 프로그래밍 언어 사용을 요구하고 있다. 그런데 시뮬레이션 모델을 일반적인 최적화 루틴에 인터페이스하는 문제는 결코 단순한 작업이 아니다.

2.2 수리적 표현

시뮬레이션을 통한 시스템 최적화의 가장 흔한 문제 구성은 목적함수 기대치에 대한 최대화 및 최소화이다. 그러나 이것은 경우에 따라 그렇지 않다. 어떤 시스템의 상태수준(threshold)이 최소화될 때 시스템 운영이 최적일 수도 있다. 또 다른 상황에서 시스템 기대치를 최대화하는 것보다도 오히려 반응의 분산을 최소화 하는 데 관심이 있는 경우도 있다. 그러나 여기서는 일반적인 시스템 기대치의 최적화 문제로 제한하기로 한다.

시뮬레이션 최적화 문제를 구성하는데 있어 중요한 것은 stochastic 함수에 대한 처리이다. 이러한 목적함수나 제약식은 결정변수의 함수이며 실행가능영역(feasible region)을 결정하게 된다. 때문에 최적화 과정으로 통합하기 위해서는 어떤 결정적 함수로 변환해 줄 필요가 있다.

일반적인 시뮬레이션 최적화 문제의 수리적 표현에 대한 두가지 대안으로서 다음과 같이 고려해 볼 수 있다[2].

$$\begin{aligned} \text{Max(Min)} \quad & f(X) = E[z(X)] \\ \text{s.t} \quad & g_i(X) = E[r_i(X)] \leq 0 \\ & h_j(X) \leq 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서 z 과 r_i 은 주어진 X 에 대한 시뮬레이션 모델의 여러 반응을 나타내는 랜덤벡타가 된다. f 와 g_i 는 z 과 r_i 의 잡음 관측치로 추정될 수 있는 미지의 반응 기대치이며, implicit 함수로서 시뮬레이션을 통해서만 추정이 가능하다. 그리고 h_j 는 explicit한 결정적인 제약식 벡타이다.

또 다른 표현의 대안은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Max(Min)} \quad & f(X) = E[z(X)] \\ \text{s.t} \quad & P\{g_i(X) \leq 0\} > 1 - \alpha_i \\ & h_j(X) \leq 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

여기서 α_i 는 의사결정자가 받아들일 수 있는 제약식 위

반을 의미하는 위험벡타(risk vector)이다. 이 문제에서 제약식을 처리하기 위해 다음과 같이 쉽게 변환될 수 있다.

$$UCL_{1-\alpha_i} g_i(X) \leq 0 \quad (2.3)$$

여기에서 $UCL_{1-\alpha_i}$ 는 $1-\alpha_i$ 수준에서 반응 g_i 에 대해 계산된 신뢰상한(upper confidence limit)을 나타낸다. 이러한 제약식 형태는 주어진 X 에 대한 신뢰구간을 추정하므로써 결정대안(decision point)이 실행가능한가를 점검하기 위해 사용된다.

3. 시뮬레이션 최적화 기법의 분류

시뮬레이션 최적화 문제는 단일반응과 다반응 문제로 크게 분류될 수 있는데 각 분류는 식(2.1)과 (2.2)에서 제시한 일반적인 문제구성 방법의 특수한 형태로 고려될 수 있다. 위 식에서 만약 $f(X)$ 가 1차 벡타라면, 다반응 문제일지라도 단일반응 최적화 문제로 축소된다. 또한 X 가 연속적(continue)인 변수라면 가용한 stochastic 탐색방법으로 문제는 쉽게 풀리며, X 가 이산적(discrete)이라 하더라도 정량적(quantitative)이라면 문제는 정수계획법(integer programming:IP)으로 해결할 수 있다. 그러나 만약 X 가 정성적(qualitative)인 결정벡타라면 최적화는 이러한 형태의 문제를 처리할 분석도구가 부족하므로 해결하기가 더욱 어렵게 된다. 이러한 문제는 시뮬레이션 모델이 발생하는 non-parametric 최적화 문제를 고려해야 한다.

3.1 단일반응 문제(Single Response Problems)

단일반응 문제의 시뮬레이션 최적화 기법은 Gradient Based Search Method, Stochastic Approximation Method, Response Surface Method, 그리고 Heuristic Search Method 등으로 구분할 수 있다.

3.1.1 Gradient Based Search Method

이방법은 비선형계획문제에 대해 개선된 탐색방법으로서, 목적함수의 1차 미분함수가 양이면 목적함수 값이 증가하고, 음이면 감소하는 성질을 이용하여 최적값을 찾게 된다. 이 방법은 많은 이점을 가지고 있으며 다양하게 효율적인 gradients 추정을 할 수 있는데, 신뢰성(reliability)

과 효율성(efficiency)의 두가지 요인을 주로 고려해야한다. 시물레이션 반응이 stochastic하며 gradient 추정에 많은 오차가 따르므로 전반적인 최적화 과정이 잘못된 방향으로 유도될 우려가 있기 때문에 신뢰성 문제는 중요하다. 그리고 시물레이션 실험에는 비용이 많이 소요되므로 최소의 함수 평가수를 가지고 gradients를 추정하여 효율을 높이는 것이 중요하다. 이러한 gradients 추정방법은 구체적으로 다음과 같이 분류된다.

(1) Finite Difference Estimation(FDE)

FDE는 gradient를 추정하는 가장 초기방법으로서, $f(X)$ 의 부분도함수(partial derivatives)는 다음식으로 추정된다.

$$\frac{\partial f}{\partial X_i} = [f(X_1, \dots, X_i + \Delta X_i, \dots, X_p) - f(X_1, \dots, X_p)] / \Delta X_i \quad (3.1)$$

이방법은 결과적으로 시물레이션 모델을 최소한 $p+1$ 번 평가하는 각 지점에서 gradient를 추정해야 한다. 여기서 좀더 신뢰할 만한 도함수 추정치를 얻기 위해서는 각 도함수에 대해 여러개의 관측치가 필요하게 된다[5].

(2) Infinitesimal Perturbation Analysis(IPA)

IPA는 단일 시물레이션 실험으로부터 어떤 상황을 만족하는 목적함수의 모든 gradients를 추정하는 모델이다. 예를 들어 모니터를 통해 시스템의 작동상태(service initiations, completions, idlings 등)를 기록하는 다음과 같은 엔진 생산라인 경우를 고려해 본다.

기계	buffer	기계	buffer	기계
----	--------	----	--------	----

(엔진 생산라인)

모니터링 시스템을 통해 구할 수 있는 downtime, throughput, utilization 등의 정보중에서 기계간의 버퍼공간이 최대 생산량을 위해 최적으로 분포되었는지를 분석하기 위해서 다음과 같이 생각할 수 있다.

- 1) 파라메타 변환(버퍼공간을 1씩 증가)은 시스템 흐름경로의 변동을 야기한다.
- 2) 한 사건의 타이밍(한 기계의 서비스 기간의 끝)에서의 변동은 또다른 사건에 영향을 미친다(즉, downstream 기계에서 idling 기간을 경유하게 된다).
- 3) 사건들의 타이밍에서의 변동은 전체 수행척도에 영향

을 미친다.

이처럼 IPA는 어떤 시스템의 파라메타를 미세하게 변동시킴으로써 시스템의 수행척도를 효율적으로 계산하기 위한 기법이다[15]. IPA 내부의 주요 원칙은, 만약 시스템의 결정 파라메타가 극소수의 양에 의해 변동된다면 시스템 반응의 민감성에 의해 시스템을 통한 전달(propagation) 패턴을 추적하므로써 파라메타를 추정할 수 있다는 것이다. IPA가 효율적이라 할 수 있는 것은 모든 도함수들이 동일한 시물레이션 run으로부터 파생되기 때문이다. 그러나 대부분의 시물레이션 모델의 본질적인 복잡성을 고려해 볼 때 IPA는 시간면에서 대부분 불만족스럽고, 모델링하는 사람이 시물레이션 모델에 대한 지식이 충분하여야 하므로 IPA 응용에는 많은 어려움이 따른다[31]. 이러한 결점을 극복할 때 시물레이션 최적화를 위한 IPA의 응용 가능성은 증가될 것이다.

(3) Frequency Domain Analysis(FDA)

시물레이션 모델 반응의 민감성과 gradients를 추정하는 FDA는 Jacobson and Schruben[17]에 의해 제시되었다. Gradients는 입력 파라메타에 대해 야기되는 특정한 유동진동(sinusoidal oscillations)으로 영향받는 시물레이션 출력함수의 power spectrum을 분석하므로써 추정된다. 최근에 Schruben and Cogliano[29]가 이방법을 Newton 방법을 적용한 바 있다. 이 FDA는 독립적으로 시물레이션 모델을 구축하므로 그 복잡성 때문에 IPA처럼 실행상 많은 어려움이 뒤따르고 있다.

(4) Likelihood Ratio Estimators(LRE)

Glynn[8]은 LRE의 개념을 소개하고 그것을 시물레이션 최적화에 사용하였으며, 파라메타에 영향을 끼치는 시물레이션 반응함수의 gradient를 추정할 수 있는 두가지 알고리즘을 제시하였다. LRE는 기존의 Monte Carlo 방법이 많은 시간이 소요되고 부정확함에 따라 이를 개선하기 위하여 몬테칼로 환경하에서 단일 샘플경로(sample path)로부터 수백가지의 결정 파라메타에 대한 민감도 분석과 최적화 작업을 수행하는 방법으로서 Score Function이라고도 한다. 이 방법은 시스템 파라메타의 출력과정에서 미분을 사용하는 IPA 기법보다 보다 규모가 큰 문제에도 적용할 수 있으나 복잡한 통계이론을 적용해야 하는 어려움이 따른다. Gradients를 추정하는 방법이 결정되고 나서 최적치

를 찾는 탐색기법인 Quasi-Newton 방법이 Safizadeh[28]에 의해 소개되었으며, Rubinstein은 이방법의 변환으로서 Hessians과 고수준의 gradients를 Newton 방법과 통합하여 추정하였고, 최근에는 LRE에 대한 민감도 분석 및 stochastic 최적화에 대해 이론적 근거를 제시한 바 있다 [26,27].

3.1.2 Stochastic Approximation Methods(SAM)

SAM은 함수로 만들어진 잡음 관측치를 사용하는 반응 표면의 회귀함수를 최소 혹은 최대화하는 재귀(recursive) 절차이다. 이것은 원래 Robbins & Monro[24]에 의한 초기연구에 기초를 두고 있다. 원래 재귀공식은 단일변수함수로 주어졌는데 다음식과 같이 표현된다.

$$X_{n+1} = X_n + (a_n/2c_n)[f(X_n + c_n) - f(X_n - c_n)] \quad (3.2)$$

여기서 a_n 과 c_n 은 다음 조건을 만족하는 두개의 실수이다.

$$\sum a_n < \infty, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (c_n) = 0, \quad \text{그리고} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n/c_n)^2 < \infty \quad (3.3)$$

이는 n이 무한한 X_n 에 접근해감에 따라 해에 근접하므로서 확률적 반응의 회귀함수가 최대 혹은 최소화 된다는 것이며, 다차원의 결정변수까지 확장된다.

시뮬레이션 최적화를 위하여 SAM 기법을 적용할 때, 최적 반응 기대치는 잡음관측치를 사용하여 도달할 수 있다. 이방법의 어려움은 최적치를 얻기 위하여 많은 수의 재귀구성 iteration을 반복해야하며, 다차수 결정벡터인 p+1 관측치가 각 iteration마다 필요하다는 것이다. 또한 이 방법을 현실문제에 적용하기가 힘든 까닭은 제약식을 통합하여 최적화 해야 하기 때문이다. Glynn[10]은 이방법의 변형으로서 수렴(convergence)속도의 추정방법을 제시하였다. 시뮬레이션 최적화에 대한 SAM의 초기 연구는 Azadivar & Talavage[3]에 의해서 이루어졌는데 이 연구에서 독립적으로 구축된 시뮬레이션 모델과 인터페이스되어 자동으로 최적치를 찾는 알고리즘이 개발되었다.

3.1.3 Response Surface Methods(RSM)

RSM은 Box and Hunter[6]에 의해 제시된 것이며 기존 통계학 분야에서 널리 이용되고 있다. RSM은 일련의 회

귀모델을 여러점에서 평가된 시뮬레이션 모델 반응으로 적합시키고 그 결과로 나타나는 회귀함수에 대한 최적화를 시도하는 절차이다. 이 방법은 시스템 분석의 주관심 사항(종속변수, 시스템 출력)과 조정 가능변수(독립변수, 시스템 입력)의 관계를 함수의 형태로 표현하기 어려운 경우, 일단 이를 1차식 또는 2차식의 형태로 가정한 후 실험으로 이 함수의 파라메타를 통계적으로 추정하는 것이다. 그 과정은 대개 1차 회귀함수로 시작하여 최적에 근접시키고, 더 높은 차수의 회귀함수를 사용한다. 시뮬레이션 최적화에 RSM을 응용한 초기 연구자는 Biles[4]이다. Biles and Swain[5]은 독립적으로 구축된 시뮬레이션 모델과 인터페이스될 수 있는 RSM에 기초하여 자동으로 최적치를 찾는 알고리즘을 개발하였다. 이 프로그램은 제약식이 있거나 없는 두가지 문제에 다 적용될 수 있다. 또한 Park[23]은 RSM을 이산형 시뮬레이션 최적화 문제까지 확장 적용하여 SIMOPT라는 프로그램을 개발하였다. RSM은 gradient based methods과 비교해 볼 때 통계적 분석 기법에 익숙해야 하지만, 필요한 시뮬레이션 실험수 측면에서 상대적으로 효율적인 시뮬레이션 최적화 방법이다.

3.1.4 Heuristic Methods

기존의 시뮬레이션 최적화 기법으로 복잡하고 현실적인 시스템에 대한 모델링이나 원하는 해를 구하는데 어려움을 느낀 나머지 Simulated Annealing, Tabu Search 등이 제시되었으며, Genetic Algorithm이나 Neural network 등의 기법을 시뮬레이션에 접목하는 연구가 활발히 전개되고 있다.

(1) Complex Search(CS)

CS는 제약식이 있는 문제를 다루기 위해 simplex search 방법을 확장한 것이다. 이방법은 실행가능영역의 p+1 극점(vertices)들로 구성되는 simplex의 지점들을 평가하는 것으로 부터 시작한다. simplex의 지점들로 부터 가장 나쁜 극점을 탈락시키고 남아있는 vertex들의 중심(centroid)을 통해 이지점을 투영하므로써 추가시킬 새로운 지점들을 결정한다. 시뮬레이션 모델에 이 절차를 적용시키는데 따르는 주요한 문제는 가장 나쁜 지점이 결정될 수 있다는 것이다. 반응이 stochastic하기 때문에 가장 나쁜 지점이라 해도 더 좋은 지점이 될 수 있으며 실질적으로 나쁘지 않

은 지점을 최적지역으로 부터 탈락시켜 버릴 수 있기 때문이다. Azadivar and Lee[2]는 주어진 시뮬레이션 모델에 이방법을 적용하여 CS에 기초한 SIMICOM이라는 프로그램을 개발하였다. 이모델에서 결정변수는 확률적 제약조건뿐만 아니라 결정적인 제약조건식에서도 구현될 수 있게 하였다.

(2) Simulated Annealing(SA)

SA는 상대적으로 새로운 시뮬레이션 최적화 방법으로서 Eglese[6]에 의해 제시되었다. 이 방법은 처음 열역학 분야에서의 에너지 평형상태 연구에 많이 사용되었는데, 어떤 정해진 환경 하에서 여러 경우를 변환하여 실험하다가 해가 좋아지면 무조건 채택하고, 나빠지더라도 확률을 조정하며 random으로 채택하게 된다. 결국 global 최적치를 구하는 gradient 탐색방법으로서 local 최적지역에 빠지지 않기 위하여 최대(최소) 경사방향을 수용한다. 상극점(uphill)이나 하극점(downhill) 방향은 조절된 확률을 가지는 임의변수의 추이에 의해 통제된다. 최근 Lee and Iwata[19]는 이 방법을 적용하여 FMS에서의 스케줄링 및 통제를 자동으로 할 수 있는 프로그램을 개발하였다.

(3) Tabu Search(TS)

TS도 local 최적치를 벗어나기 위해 개발된 방법으로서 Glover[11]에 의해 정리되었다. TS의 진행은 먼저 초기해를 하나 구한뒤 그 해의 인접해를 구성하여 local 최적치를 구한뒤, 그 해를 다시 초기해로 하는 또다른 인접해를 구성해 나가면서 시뮬레이션을 하게 되며, 일단 한번 탐색한 곳으로는 다시는 못가고 "Tabu"시 한다. 만약 해가 내려가게 되면 끝까지 내려와야 다음에 올라 갈 수 있다. 이방법은 기존의 발견적 기법에 비해 상대적으로 시뮬레이션 실행시간이 빠르므로 최근 많은 연구가 되고 있다.

(4) Genetic Algorithm(GA)

GA는 자연선택설과 생물유전학의 mechanics에 기초한 탐색법으로서 랜덤화된 정보교환이 가능한 string 구조 사이에서 인간이 어느정도의 적합성을 가지는 해를 찾는 것이다. 이방법은 적자생존 법칙을 이용한 새로운 탐색 방법으로서 Reproduction, Crossover, 그리고 Mutation 등의 기본 operator를 이용하여 현재보다 더 좋은 해를 찾는 방법이다[12].

3.2 다반응 문제(Multiple Response Problems)

다반응 문제의 시뮬레이션 최적화 기법은 graphical method, direct search method, constrained optimization, unconstrained optimization, 그리고 goal programming method 등의 5가지로 분류될 수 있다. 그중에서 어느 방법을 사용하는지는 해결하고자하는 문제의 특성이나 분석가에 따라 적절한 방법을 선택하게 된다. 일반적인 다반응 최적화문제에서와 마찬가지로 다반응 시뮬레이션 최적화도 반응함수의 확률적 본질에 따르는 복잡성을 지니고 있다. 이분야 연구의 대부분은 기존의 OR 기법에서 부분적인 수정을 가한 것들이다. 여기서는 개괄적인 소개만 하도록 한다.

(1) Graphical Method

이방법은 좌표 상에서 최고조로 달하는 모든 반응을 검사하여 최적지점을 찾아내는 탐색법이다. 그러나 이 방법은 단지 두개의 인자(factor)만을 포함하므로 시뮬레이션에 제한을 받으며, 반응수가 증가되면 너무 복잡해지는 단점이 있다. 이에 대한 연구는 Montgomery and Bettercut[21]에서 찾아볼 수 있다.

(2) Direct Search Method

이방법은 일종의 다중 비교법(multiple comparison)이라 할 수 있다. 하나의 결정변수 벡터값을 고정시키고 이에 대한 시스템 종속변수 값을 시뮬레이션 실험을 통하여 추출한 후 또 하나의 결정변수 벡터값에 대한 시스템 종속변수 값을 같은 방법으로 실험하여 상호 비교분석하는 과정을 반복하므로써 가장 나은 시스템 종속변수 값을 산출해 내는 방법이다. 이 방법은 결정변수가 많고 시뮬레이션 횟수에 제한이 있을 때 유용하며, Noh[22]에 의해서 다반응 시뮬레이션에 적용되었다.

(3) Constrained Optimization

이방법에서는 제한된 범위 내에 있는 반응을 최적화하는 primary response와, Lagrangian multiplier 혹은 penalty function으로 반응을 최적화하는 secondary response로 구분된다. Heller and Stats[14]는 시뮬레이션에 이를 응용하여 시험비용을 목적함수에 포함시킨 반응속에 작은 변화를 주어 의사결정 변수를 조작함으로써 최대경사로(steepest

ascent path)를 찾아내는 연구를 하였다.

(4) Unconstrained Optimization

이방법은 모든 반응에 대한 단일 수리함수를 최적화하려는 시도로 제시된 것으로 의사결정자의 trade-off 분석에 중점을 두고 반응함수를 구하기 위해 반응표면설계(response surface design) 방법을 사용하였다. Biles[4]와 Biles and Swain[5]은 반응표면설계 방법으로 최적화 기법들을 조합하여 시뮬레이션에 적용하였다.

(5) Goal Programming Method

이방법은 예상되는 우선순위(priority)에 따라 반응의 성취수준으로 부터의 변동을 최소화하는 것으로서 Ignizio[16]가 다반응 시뮬레이션의 최적화에 처음 적용하였다.

3.3 Non-parametric Optimization

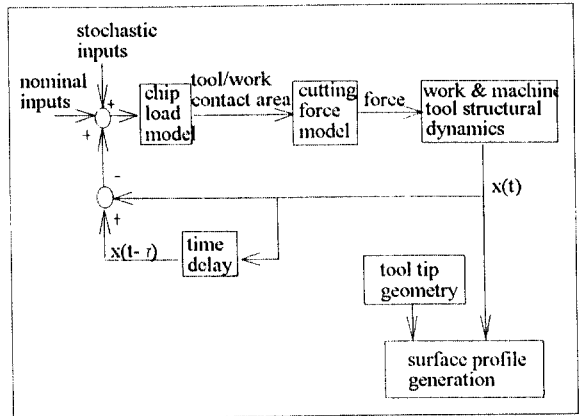
컴퓨터 시뮬레이션으로 모델링되는 등 많은 복잡한 시스템은 구조설계와 운영정책 상에서 최적화가 필요하다. 수리계획 기법은 이러한 상황에서 적용하기가 힘들다. 이러한 시스템의 예는 스케줄링 정책, layout 문제 및 part routing 정책 등을 다루기 위해서 각 평가함수는 시뮬레이션 모델에 대한 새로운 구조(configuration)를 요구한다. 이처럼 시스템 전반적인 정책을 최적화하기 위해서는 기존의 IPA나 SAM 및 RSM 등과 같은 기법 등을 적용할 수 없다. 따라서 이러한 문제를 다루기 위해서 Prakash and Shannon[24]은 자동 모델발생과 새로운 최적화 절차를 개발하였다.

4. 시뮬레이션을 이용한 절삭 공정 최적화

절삭 공정은 기하학적 측면에서 볼 때, 가공품의 표면 특성은 공구선단(tool tip)이 피드간격 사이를 반복하여 절삭되는 과정임을 알 수 있다. 이 때 모든 절삭과정이 이상적인 조건이라 가정하여 가공품의 표면거칠기를 예측하는 모델을 단순화할 수 있다. 그러나 실제 절삭공정에서의 표면발생 과정은 매우 복잡하므로 적절한 표면 특성을 예측하는 모델을 개발하기 위해서는, 절삭공정의 효과와 가공품표면에서의 동적 특성을 통합시켜야 한다.

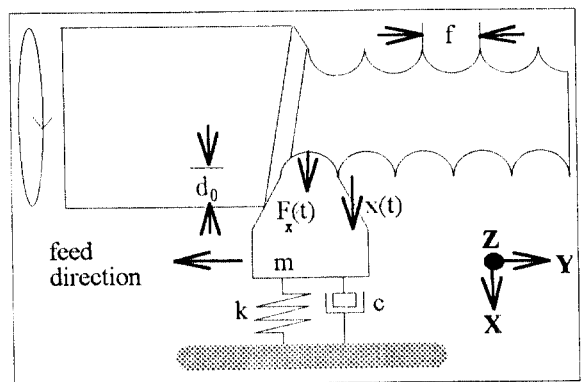
Lee et al.[18]은 특히 절삭공정에 대한 시뮬레이션 최

적화 모델을 제시하였다. <그림 1>은 가공품의 표면윤곽을 형성하는 공구 움직임과 공구선단 구조를 표현한 블럭 다이어그램이다.



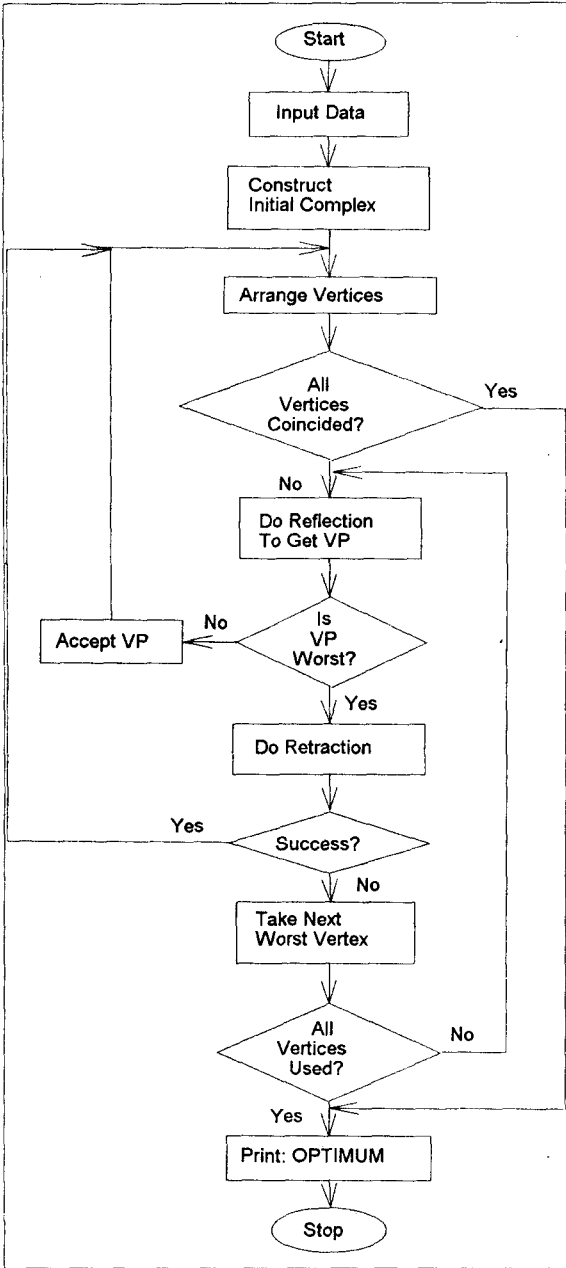
<그림 1> 표면발생 모델의 블럭 다이어그램

<그림 1>과 같은 절삭공정의 시뮬레이션을 위해서 <그림 2>의 절삭 동력학(cutting dynamics)을 단순화된 모델을 사용한다. 여기에서 f 는 피드(feed), m 는 질량(mass), k 는 가공품의 강성(stiffness), c 는 감쇠계수(damping coefficient), 그리고 $F_x(t)$ 는 절삭공정 시스템의 운동력(radical force)을 의미한다.



<그림 2> 선삭 가공의 개략도

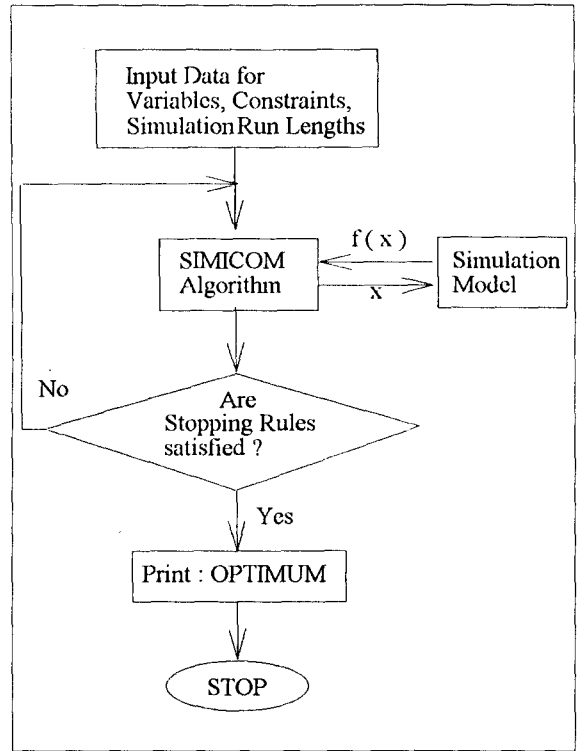
절삭공정 설계에서 주요 관심사 중의 하나는 절삭조건 등과 같은 적절한 공정 입력요소를 선택하는 것이다. 특히 선반작업의 설계는 최종 가공품(workpiece)에 요구되는 표면 거칠기(surface roughness)를 얼마로 설정해야 하



〈그림 3〉 SIMICOM 알고리즘의 순서도

는지가 중요하다. 그러나 선삭공정에서 표면 발생과정은 매우 복잡하다. 이러한 표면 특성(surface profile)을 예측하는 모델을 개발하기 위해서는, 모델 내에 선반공정 효과와 표면에서의 동적 특성이 통합되어야 하므로 표면을

발생시키는 모델에 컴퓨터 시물레이션을 사용하게 되었다. 시물레이션 모델로 초기 선반작업에 대한 표면 데이터를 발생시킨 다음, SIMICOM 프로그램을 통합하여 시물레이션하므로써 최적 절삭조건(optimum cutting condition)을 구하게 된다. 이 연구에서 사용한 시물레이션 최적화 기법은 3.1.4절에서 언급한 바와 같다.



〈그림 4〉 시물레이션 모델과 SIMICOM 알고리즘의 통합

최적화 모델의 결정변수는 x_1, x_2 요소를 갖는 벡타 x 에 의해 표현된다. 이 모델에서 x_1, x_2 는 각각 피드(f)와 절삭수(n_c)와 관계있다. $f(x)$ 는 가공시간이며, τ 는 가공품이 1회전하는데 필요한 시간이고, l 은 절삭길이다. $u(x)$ 는 x 요소에 대해 주어진 값에 대한 표면 거칠기를 나타내며, $g_j(x)$ 는 최대 소재제거율(material removal rate)에 대한 제약이다. 식(2.1)을 응용하여 절삭공정의 최적화를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(x) = n_c \tau l / f \\ \text{subject to} \quad & E[u(x)] < u^* \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$g_j(x) \leq g_j^*, j=1,2,\dots,n$$

식(4.1)에서 랜덤함수 $u(x)$ 는 분석적으로는 알지 못하며 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 평가되어야 한다. 그러므로 랜덤함수를 평가하는 데 있어서의 오차(error)는 최적화 절차를 적용하여 계산해야 한다. 이에 대해 개발한 특수 해법 절차는 <그림 3>과 같다.

<표 1> 최적 절삭 조건에 대한 시뮬레이션 결과

u^*	$f(mm)$	n_c	$f(x)$ (sec)	$u(x)$
1.0	6.82	5	14.663	0.99870
0.9	6.13	5	16.313	0.89863
0.8	5.44	5	18.382	0.79879
0.7	4.75	5	21.053	0.69897
0.6	4.06	5	24.631	0.59954
0.5	3.36	5	29.762	0.49919
0.4	2.66	5	37.594	0.39984
0.3	1.93	5	51.813	0.29877
0.2	1.12	5	89.286	0.19958
0.1	0.90	5	111.111	0.09831
0.09	0.88	5	113.636	0.08491
0.08	0.87	5	114.943	0.07762
0.07	0.85	5	117.647	0.06456
0.06	0.84	5	119.048	0.05741
0.05	0.82	5	121.951	0.04425
0.04	0.80	5	125.000	0.03274
0.03	0.79	5	126.582	0.02780
0.02	0.63	5	158.730	0.01940
0.01	0.45	5	222.222	0.00972

이제 시뮬레이션 모델과 <그림 3>의 과정을 통합하면 <그림 4>처럼 표현된다.

<그림 4>와 같은 절차를 통하여 피드(feed) 및 절삭깊이(depth of cut) 등과 같은 최적 절삭조건을 구한 실험 결과는 <표 1>과 같다.

<표 1>에서 살펴볼 때, 표면거칠기($u(x)$)가 감소됨에 따라 최적 공정시간($f(x)$)이 증가되며, 피드(f)가 높아지고 절삭 수(n_c)가 적어질 수록 공정시간은 최소화됨을 알 수 있다. 또한 표면거칠기가 이상적인 거칠기(u^*)에 근접함

을 통하여 시뮬레이션 결과가 타당함을 알 수 있다.

이처럼 절삭가공 공정의 효과와 가공품 표면의 동적 특성을 고려하여 절삭 가공품의 적절한 표면 특성을 예측하는 시뮬레이션 모델을 통하여 표면윤곽을 발생시키고 이를 특수한 시뮬레이션 최적화 절차를 거침으로써 경제적인 공정 입력요소를 계산할 수 있다.

5. 결 론

시뮬레이션 최적화 기법은 분석대상 시스템이 복잡하고 내부 동작형태가 단순하지 않는 경우에 매우 유용하지만, 전반적으로 이미 개발된 확실성 시스템에 대한 최적화 기법의 개발 양상에 비하면 아직 많은 연구가 계속되어야 한다. 대부분의 시뮬레이션 최적화 기법은 기존의 확실성 시스템에 대한 일반적인 최적화 기법을 이용하거나 약간의 수정을 통하여 개발시킨 것이 많고 아직까지는 Simplex Method처럼 널리 쓰이고 보편적인 해법은 없는 형편이다. 그리고 시뮬레이션 최적화를 구현하는 방법의 선택은 분석가와 다루고자 하는 문제의 특성에 좌우된다. 이들 방법의 장단점은 분석 대상 시스템의 성격, 시뮬레이션을 통한 실험의 용이성, 시뮬레이션 실험에 소요되는 비용 등의 주변 환경에 따라 크게 달라질 수 있기 때문이다. 또한 모델링하는 사람은 우수한 수학자가 아니며 수학자는 우수한 시뮬레이션 모델링자가 아니다. 더우기 복잡한 시스템을 모델링할 때 전문가들만이 보다 타당한 시뮬레이션 모델을 구현할 수 있다. 때문에 시뮬레이션 모델을 실행하는 사람은 최적화 방법을 구현하는 데 있어 블랙박스(black box)로 처리하게 될 우려가 있다. 이를 극복하기 위하여 시뮬레이션 최적화 절차를 연구하는 사람은 독립적으로 모델을 구축하여 시뮬레이션 최적화에 좀더 효과적으로 인터페이스시켜야 한다. 더우기 산업분야의 현실 문제는 다기준(multi criteria)하에서 다수의 목적이 서로 상충하는 복잡한 시스템이므로 다반응 문제에 대한 시뮬레이션 최적화 방안이 적극 모색되어야 한다. 이를 위해서는 기존의 통계학이나 최적화 기법 및 인공지능 분야(뉴럴 네트워크, 퍼지 이론, 전문가 시스템) 등 관련 학과의 유기적인 결합을 통하여 시뮬레이션 최적화가 발전되어 나가야 할 것이다.

참고문헌

- [1] Azadivar, F., "A Tutorial in Simulation Optimization," *Proceedings of the 1992 Winter Simulation Conference* (1992), pp.198-204.
- [2] Azadivar, F. and Y. H. Lee, "Optimization of Discrete Variable Stochastic Systems by Computer Simulation," *Math. and Comp. in Simu.*, Vol.30(1988), pp.331-345.
- [3] Azadivar, F. and J. J. Talavage, "Optimization of Stochastic Simulation Models," *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol.22(1980), pp.231-241.
- [4] Biles, W. E., "A Response Surface Method for Experimental Optimization of Multiresponse Processes," *Indus. and Eng. Chem: Process Design and Development*, Vol.14(1975), pp.152-158.
- [5] Biles, W. E. and J. J. Swain, *Optimization and Industrial Experimentation*, Wiley Interscience, New York, 1980.
- [6] Box, G. E. P. and J. S. Hunter, "Multifactor Experimental Designs for Exploring Response Surfaces," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol.28(1957), pp. 195-241.
- [7] Eglese, R. W., "Simulated Annealing: A Tool for Operational Research," *European J. of Oper. Res.*, Vol. 46(1990), pp.271-281.
- [8] Glynn, P. W., "Likelihood Ratio Gradient Estimation: An Overview," *Proceedings of 1987 Winter Simulation Conference*(1987),pp.366-375.
- [9] Glynn, P. W., "Stochastic Approximation for Monte Carlo Optimization," *Proceedings of 1986 Winter Simulation Conference*(1986), pp.356-364.
- [10] Glynn, P. W., "Optimization of Stochastic Systems," *Proceedings of 1986 Winter Simulation Conference* (1986), pp.52-59.
- [11] Glover, F., "Tabu Search-Part I," *ORSA Journal on Computing* 1, Vol.3(1989), pp.190-206.
- [12] Goldberg, D. E., *Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesely Pub., 1989.
- [13] Healy, K. and L. W. Schruben, "Retrospective Simulation Response Optimization," *Proceedings of 1991 Winter Simulation Conference*(1991), pp.901-906.
- [14] Heller, N. B. and G. E. Stats, "Response Surface Optimization When Experimental Factors Are Subject to Costs and Constraints," *Technometrics*, Vol.15 (1973), pp.113-123.
- [15] Ho, Y. C. and X. R. Cao, *Perturbation Analysis of Discrete Event Dynamic Systems*, Kluwer Academic Publishes, 1991.
- [16] Ignizio, J. P., *Goal Programming and Extensions*, Lexington Books, D.C. Halth and Company, Lexington MA, 1976.
- [17] Jacobson, S. H. and L. W. Schruben, "Techniques for Simulation Response Optimization," *Operations Research Letters*, Vol.8(1989), pp.1-9.
- [18] Lee, Y. H., B. H. Yang, and K. S. Moon, "Optimization of Machining Process Using Simulation Model," *Proceedings of The 1st International Symposium on Advances in Intelligent Computer Integrated Manufacturing System*, pp. Seoul National Univ., (1994).
- [19] Lee, Y. H and K. Iwata, "Part Ordering through Simulation-optimization in EMS," *Int. J. Prod. Res.*, Vol.29, No.7(1991), pp.1309-1323.
- [20] Meketon, M. S., "Optimization in Simulation: A Survey of Recent Results," *Proceedings of 1987 Winter Simulation Conference*(1987), pp.58-67.
- [21] Montgomery, D. C. and V. M. Bettercouth, "Multiple Response Surface Designs in Computer Simulation," *Simulation*, Vol.26(1977), pp.113-121.
- [22] Noh, J. C., "A Two Phase Complex Method for Nonlinear Process Optimization," *45th ORSA/TIMS Joint National Meeting*, Boston, 1974.
- [23] Park, J. W., *Simulation Optimization with Discrete Decision Variables and a Single Linear Constraint*, Ph.D.Dissertation, Ohio St. Univ., Columbus, OH, 1987.
- [24] Prakash, S. and R. E. Shannon, "Intelligent Back End of a Goal Oriented Simulation Environment for Discrete-part Manufacturing," *Proceedings of 1989 Winter Simulation Conference*(1989), pp.883-891.

- [25] Robbins, H. and S. Monro, "A Stochastic Approximation Method," *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 22(1951), pp.400-407.
- [26] Rubinstein, R. Y., "On Optimal Choice of Reference Parameters in the Likelihood Ratio Method," *Proceedings of 1992 Winter Simulation Conference*(1992), pp. 515-520.
- [27] Rubinstein, R. Y. and A. Shapiro, *Discrete Event Systems*, John Wiley & Sons Ltd., 1993.
- [28] Safizadeh, M. H., "Optimization in Simulation: Current Issues and the Future Outlook," *Naval Research Logistics*, Vol.37(1990), pp.807-825.
- [29] Schruben, L. W. and V. J. Cogillano, "Simulation Sensitivity Analysis: A Frequency Domain Approach," *Proceedings of 1991 Winter Simulation Conference* (1991), pp.555-459.
- [30] Schruben, L. W. et al., "Variance Reallocation in Taguch's Robust Design Framework," *Proceedings of 1992 Winter Simulation Conference*(1992), pp.548-556.
- [31] Suri, R., "Infinitesimal Perturbation Analysis of Discrete Event Dynamic Systems; A General Theory," *Proc. of the 22nd IEEE Conf. on Decision and Control*, (1983).
- [32] Teleb, R. and F. Azadivar, "Methodology for Solving Multi-objective Simulation-optimization Problems," *European J. of Oper. Res.*, Vol.72(1994), pp.135-145.

● 저자소개 ●



이영해

1977년 고려대학교 산업공학 학사

1983년 미국 Univ. of Illinois, 산업공학 석사

1986년 미국 Univ. of Illinois, 산업공학 박사

일본 오사카대학 전자제어기계공학과 객원교수(1990년)

현재 한국시뮬레이션학회 이사, 대한산업공학회 이사,

한양대학교 산업공학과 부교수

관심분야: Simulation in Manufacturing, Simulation Output Analysis, Simulation Optimization.



양병희

1984년 육군사관학교 졸업 학사

1987년 국방대학원 운영분석 석사

현재 한양대학교 산업공학과 박사과정, 육군 소령

관심분야: Simulation in Manufacturing, Simulation Optimization, Wargame.