

3점 굽힘에서의 스프링백에 관한 연구

이 호 용, 황 병 북*

동국대학교 공과대학 기계공학과

*인하대학교 공과대학 자동화공학과

A Study on the Springback for Three Point Bending

Ho Yong Lee, Beong-Bok Hwang*

Department of Mechanical Engineering, Dongguk University

*Department of Industrial Automation, Inha University

abstract

Springback for the three point bending is analyzed and experimented. Neutral axis is assumed to remain at the midthickness for large ratio of radius of curvature to thickness. Pure bending theory is used to be extended to the analysis of the springback for three point bending. The specimen is thought to be divided into numerous small elements. The theory for pure bending is then adopted for analysis of each element to obtain springback in terms of the relationship between initial and final deflections. The boundary conditions between neighborhood elements are the deflection and slope which should be the same. Deflection is calculated by summing up the deflections of each element. Experiments have been performed for different conditions which are punch radius, span length, and initial deflections. Comparisons between the analytical solution and experimental results show the same trends.

Key words : Springback, Neutral Axis, Three Point Bending, Pure Bending, Initial Deflection, Final Deflection

1. 서 론

굽힘 공정에서 정확한 형상을 얻기 위해서는 스프링백(springback)의 예측이 필요하다. 그러나 실제 스프링백의 예측에는 재료의 탄소성 거동을 고려해야 하고 많은 변수들이 영향을 미침으로 해서 실험적 방법과 간단한 해석에 머무르고 있다. 스프링백에 대한 연구는 1940년대 부터 지금까지 행하여지고 있으나 대부분 순수 굽힘에 대한 것이었다. Schroeder^[1]은 도식적 방법으로 Gardiner^[2]는 탄성 완전 소성재에 대하여 접선응력 만을 고려하여 스프링백을 구하였다. Shaffer와 Unger^[3]은 완전 소성재에 대하여 Queener와 DeAngelis^[4]는 평면변형률 상태에서 Sidebottom과 Gebhart^[5]는 가공경화성이 있는 재료의 인장시험 곡선을 근사화하여 스프링백을 구하였다. Lubahn과 Sachs^[6], Hill^[7]은 굽힘에서의 중립축의 이동 등에 대하여 수학적 해석을 하였다. 순수 굽힘이 아닌 3점 굽힘 등에 대한 이론은 거의 없으며 Martin과 Tsang^[8]이 3점 굽힘에서 양지점에 윤활을 하면 굽힘 모멘트가 줄어드는 것을 밝혔다. Renker^[9]는 3점 굽힘에서 적응제어 방법을 사용하여 최적의 굽힘공정순서를 결정하였다. Mickalich와 Wenner^[10]는 평면변형률 상태에서 판재의 스프링백을 해석하였고 공정변수가 스프링백에 미치는 영향을 Monte Carlo 시뮬레이션에 의하여 구하였다.

전산기의 비약적 발전에 힘입어 많은 소성가공 공정들이 유한요소법 등에 의해 해석되고 있음에도 불구하고 스프링백의 해석은 커다란 진전이 없는 실정이다. 이는 하중 제거시 순간적으로 발생하는 스프링백에 의해 강성행렬(stiffness matrix)의 변화가 커서 해의 수렴성에 문제가 있기 때문이다. 최근에 Kawaguchi^[11] 등은 유한요소법에 의하여 외팔보에 대한 스프링백과 잔류응력을 계산하였다. 하중제거 과정은 경계조건이 변위로 부터 표면력으로 바뀌는 것으로 모사하였다.

본 논문에서는 일반적 굽힘에 대한 기초 연구로서 가공경화성 재료에 대하여 위에 제시된 참고문헌들로부터 몇가지 가정을 하여 순수 굽힘에서의 계산식을 구하고 이를 3점 굽힘 문제에 응용하여 스프링백을 예측할 수 있는 근사식을 유도하고 실험에 의하여 비교 검토하였다. 이와 같은 결과들은 정형외과에서 골절된 뼈의 접합에 이용되는 bone plate의 굽힘에 응용할 수 있다. 뼈의 형상을 따라 bone plate를 굽혀주는 것은 뼈의 완전한 접합을 위하여 매우 중요하나 스프링백의 영향으로 쉽지 않다. 따라서 3점 굽힘에서의 스프링백을 정확히 예측할 수 있다면 이와 같은 문제가 극복될 수 있다. 또한 주로 경험에 의존해 왔던 스프링백의 보정이 신소재 개발과 다양한 형상의 성형 등으로 인하여 시행착오가 많아져 시간과 금형비 등 경제적 손실이 커지게 되어 보다 정확하고 체계적인 스프링백에 대한 연구가 필요하다.

2. 중립축(Neutral Axis)의 이동

앞서 설명된 바와 같이 스프링백에 대한 많은 연구가 있었으나 대부분의 경우 굽힘을 받는 상황에서도 중립축은 시편의 중앙부(midthickness)에 위치한다고 가정하였다. 따라서 시편의 중앙부는 가공경화가 일어나지 않는다고 보았다. 하지만 판재를 굽힘성형 하는 경우에 실제로는 중립축이 이동한다. 따라서 중립축의 위치를 결정하기 위하여 시편의 내측 및 외측 표면에서 변형률의 크기가 같다고 보아 진변형률에 대한 식에서 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$N = [R_o(R_o+t)]^{0.5} - R_o \quad (1)$$

여기서 N 은 내측 표면에서 부터 중립축이 위치하는 곳까지의 거리이며 R_o 는 내측 표면의 곡률반경이고 t 는 시편의 두께이다. Figure 1은 중립축의 위치와 곡률반경의 관계를 보여주며 본 논문에서 해석하고 실험한 조건은 R_o/t 의 최소값이 5 이상 이므로 Fig. 1의 결과로 부터 중립축의 이동은 고려하지 않았다.

3. 스프링백의 해석

3.1 순수 굽힘에서의 스프링백

순수 굽힘에서의 스프링백을 구하기 위한 가정은 인장과 압축에서의 응력-변형률 관계가 같으며 곡률 반경이 재료의 두께에 비하여 크므로 반경 방향 응력은 무시할 수 있으며 앞서 언급한 바와 같이 중립면의 위치가 항상 중앙에 있다고 보았다. Lubahn^[6]의 논문에서 이와 같은 가정들이 타당하다는 것을 알 수 있다. Sidebottom^[5]은 실험 결과로써 시편 폭과 두께의 비가 8 까지는 평면응력으로 가정할 수 있다고 보였고, 따라서 본 논문도 평면응력문제로 모델링 하였다.

Figure 2는 시편과 좌표계를 보여주며 순수 굽힘 모멘트가 작용하면 앞서의 가정에 의하여 σ_x 만이 존재하고 ϵ_x 와의 관계는 다음과 같다.

$$\sigma_x = E \epsilon_x \quad (\text{탄성역}) \quad (2)$$

$$\sigma_x = k \epsilon_x^n \quad (\text{소성역}) \quad (3)$$

변형률과 곡률반경의 관계는 M_z 가 작용할 때와 제거된 후에 대하여 각각 다음과 같다.

$$\varepsilon_{xi} = \frac{y}{R_i} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{xf} = \frac{y}{R_f} \quad (5)$$

여기서 R 은 곡률 반경이며 첨자 i 와 f 는 각각 모멘트가 가해진 상태와 모멘트가 제거된 상태를 표시한다. M_z 가 제거된 후의 응력 상태는 다음과 같다.

$$\sigma_{xf} = k \left(\frac{y}{R_i} \right)^n - E y \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_f} \right) \quad (6)$$

M_z 가 제거된 후 $M_f = 0$ 이 된다는 평형 조건으로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{R_f}{R_i} = \frac{1}{1 - \frac{3k}{E(2+n)} \left(\frac{2R_i}{t} \right)^{1-n} + \left[\left(\frac{2R_i}{t} \right) \left(\frac{k}{E} \right)^{\frac{1}{1-n}} \right]^3 \left(\frac{3}{2+n} - 1 \right)} \quad (7)$$

3.2 3점 굽힘에서의 스프링백

앞에서 얻어진 식 (7)의 결과를 응용하기 위하여 3점 굽힘에서의 모멘트를 Fig. 3과 같이 근사화 하였으며 시편의 형상과 좌표계는 Fig. 4에 나타나 있다. 모멘트와 곡률 반경의 관계는 다음과 같다.

$$M = 2w \int_0^{\frac{t}{2}} y k \left(\frac{y}{R_i} \right)^n dy = \frac{kI_n}{R_i^n} \quad (8)$$

여기서 $I_n = 2w \int_0^{\frac{t}{2}} y^{n+1} dy$ 이다. 따라서 집중하중 P 가 시편의 중심에 작용하면 곡률 반경은 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$R_i(x) = \left[\frac{P(l-2x)}{4kI_n} \right]^{-\frac{1}{n}} \quad (9)$$

Figure 5는 근사화된 모멘트에 의하여 그려지는 처짐을 보여주며 Fig. 5와 식 (9)로부터 첫번째 요소의 처짐은 다음과 같다.

$$\delta_{i1} = R_i \left(\frac{d}{2} \right) - \sqrt{R_i \left(\frac{d}{2} \right)^2 - d^2} \quad (10)$$

두번째 요소의 처짐은 A점에서 변위와 기울기가 같다는 기하학적 조건으로 부터 구해진다. 같은 방법으로 j번째 요소에 대한 처짐은 다음과 같다.

$$\delta_{ij} = R_i \left(-\frac{d}{2} + d \times j \right) \left[\sqrt{1 - d^2 \left(\frac{1}{R_i \left(\frac{d}{2} \right)} + \dots + \frac{1}{R_i \left(-\frac{3}{2}d + d \times j \right)} \right)^2} \right. \\ \left. - \sqrt{1 - d^2 \left(\frac{1}{R_i \left(\frac{d}{2} \right)} + \dots + \frac{1}{R_i \left(-\frac{d}{2} + d \times j \right)} \right)^2} \right] \quad (11)$$

그러므로 초기 처짐은 모든 요소의 처짐들의 합으로써 다음과 같이 표현된다.

$$\delta_i = \delta_{i1} + \delta_{i2} + \dots + \delta_{i \frac{l}{2d}} \quad (12)$$

같은 방법으로 j번째 요소에 대한 최종 처짐에 대한 식도 다음과 같이 구해진다.

$$\delta_{fj} = R_f \left(-\frac{d}{2} + d \times j \right) \left[\sqrt{1 - d^2 \left(\frac{1}{R_f \left(\frac{d}{2} \right)} + \dots + \frac{1}{R_f \left(-\frac{3}{2}d + d \times j \right)} \right)^2} \right. \\ \left. - \sqrt{1 - d^2 \left(\frac{1}{R_f \left(\frac{d}{2} \right)} + \dots + \frac{1}{R_f \left(-\frac{d}{2} + d \times j \right)} \right)^2} \right] \quad (13)$$

그런데 식 (7)에서 분모가 0이 되는 순간부터 탄성적이며 R_f 는 무한대가 되어 시편은 직선의 형태를 갖는다. 만일 (j+1) 번째 요소부터 탄성적이라면

$$\delta_{ELA} = \frac{d \left[\frac{1}{R_f \left(\frac{d}{2} \right)} + \frac{1}{R_f \left(\frac{3}{2}d \right)} + \dots + \frac{1}{R_f \left(d \times j - \frac{d}{2} \right)} \right] \left(\frac{l}{2} - d \times j \right)}{\sqrt{1 - d^2 \left[\frac{1}{R_f \left(\frac{d}{2} \right)} + \frac{1}{R_f \left(\frac{3}{2}d \right)} + \dots + \frac{1}{R_f \left(d \times j - \frac{d}{2} \right)} \right]^2}} \quad (14)$$

이며 최종 처짐에 대한 식은 아래와 같다.

$$\delta_f = \delta_{f1} + \dots + \delta_{fj} + \delta_{ELA} \quad (15)$$

초기처짐과 최종처짐의 차이가 스프링백이 되며 이는 하중과 span의 길이, 즉 모멘트와 재료상수들의 영향을 받는다.

4. 실험

4.1 인장시험

시편은 두께 3mm의 SUS 304 스테인레스강을 ASTM Designation E8-69에서 정한 표점거리 25mm의 소형의 판상형으로 하였다. 인장시험은 10ton 용량의 Instron으로 상온에서 0.5mm/min의 속도로 진행되었으며 표점거리 부분에는 extensometer를 부착하여 X-Y 기록계에 하중-변형률 곡선을 그렸다. 공칭응력과 변형률을 진응력과 진변형률로 바꾸어 강도계수 k 와 가공경화지수 n 을 최소자승법(least square fitting)으로 구하였다. 실험에 의하여 얻어진 시편의 응력-변형률 특성은 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} = 123 \bar{\epsilon}^{0.32} \text{ kgf / mm}^2 \quad (16)$$

4.2 3점 굽힘 실험

3점 굽힘을 위한 실험장치는 span의 길이를 조절할 수 있도록 설계 제작하여 50ton 용량의 M.T.S. 810에 장착하였으며 정확한 행정조절을 위하여 dial indicator를 이용하였다. 곡률반경의 비교를 위하여 접선방향의 변형률을 측정하였는데 Kyowa의 고인장용 스트레인게이지(KFE-2-C1)를 사용하였다. 스트레인게이지는 온도의 영향을 없애주기 위하여 three wire half bridge를 이용하였고 측정에는 BLH 1200 digital strain indicator와 BLH 625 보정기를 사용하였다. M.T.S.의 cross head 속도는 5mm/min으로 하였고 변형률 측정시에는 0.5mm/min으로 하였다. X-Y기록계를 사용하여 X축에는 행정, 즉 처짐을 Y축에는 하중을 기록하였다. Span의 길이는 25, 30, 35mm로 변화시켰고 시편폭은 15mm와 20mm에 대하여 실험하였다. 초기 처짐은 0.5mm에서 5.0mm 까지 0.5mm 간격으로 실험하였다. 이와 같은 실험을 양지점과 punch의 직경을 8mm와 30mm의 두가지 조건에서 시행하였다.

5. 결과 및 고찰

실험결과는 X-Y기록계로서 그린 하중-처짐 곡선에 의하여 얻어졌는데 Fig. 6은 이들 중의 하나이며 이 곡선으로 부터 초기 처짐에 대한 하중과 스프링백을 구할 수 있다. Figure 7에는 처짐에 따른 하중의 변화를 나타내는데 식 (11), (12)를 이용하여 근사적으로 구한 값과 펀치의 직경이 8mm와 30mm를 사용하여 실험을 하였을 경우에 각각 2.5%와 15% 까지의 오차를 보이고 있다. 30mm 펀치를 사용했을 때 오차가 큰 것은 펀치직경으로 인하여 span의 길이가 작아지기 때문이며 처짐이 클 때 오차가 커지는 것도 같은 이유이다. Figure 8은 span 길이에 따른 예측한 하중값과 실험치를 비교했는데, 펀치 직경이 작고 span 길이가 크면 잘 일치하나 반

대의 경우 오차가 커짐은 위와 같은 이유이다. 시편 폭에 대한 하중 변화는 Fig. 9에 나타나 있는데 시편 폭이 커질 수록 오차가 커지는 것은 평면 응력의 가정이 점차 맞지 않기 때문이다. Figure 10에서는 초기곡률반경과 최종곡률반경의 관계를 log-log 좌표계에 나타냈는데 곡률반경이 작은 점에서는 비교적 결과가 잘 일치하나 곡률반경이 큰 지지점 근처에서는 실험치가 10%이상 크게 나타났다. Figures 11, 12, 13은 스프링백을 각각 초기처짐과 span 길이와 시편 폭에 대하여 나타내었다. 스프링백은 초기처짐과 span 길이의 증가에 따라 완만한 증가를 보이고 시편 폭에는 영향이 없었다. $D=30\text{mm}$ 인 경우가 $D=8\text{mm}$ 인 경우에 비하여 스프링백이 작은 것은 실제 span 길이가 작아지기 때문이다. 스프링백은 실험과 예측이 동일한 경향을 가지고 있으나 실험에서의 스프링백이 근사식으로 구한 값보다 큰 것은 모멘트가 제거된 후 지지점 근처에서 실험에 의한 곡률 반경의 측정치가 크게 나타난 것과 같은 결과이다. 이와 같은 차이는 굽힘 변형이 적게 일어나는 지지점 근처에서 주로 발생하는 것으로 향후 유한요소법에 의하여 탄소성역을 정확히 구분하여 해석한다면 오차가 줄 것으로 예상된다.

5. 결 론

3점 굽힘에서의 모멘트를 미소요소들에 대한 순수 모멘트로 근사화시키고 순수 모멘트에 대한 스프링백을 각 요소들의 기하학적 적합조건을 이용하여 구함으로써 3점 굽힘에서의 스프링백을 구할 수 있다.

순수굽힘에서의 스프링백은 재료의 응력-변형률 관계와 재료의 두께에 영향을 받으며 3점 굽힘에서는 시편의 길이에도 영향을 받는다. 하중 증가에 따라 처짐이 증가되고 그에 따라 스프링백도 증가하나 증가율은 점점 작아진다. 3점 굽힘에 대한 이론적 해석과 실험에서 얻어진 하중과 스프링백의 경향은 대체로 잘 일치했으나 하중은 펀치의 직경 때문에 span 길이가 작아져서 실험치가 크게 나타났다. 스프링백은 곡률반경의 비교 결과 탄성역이 지배적인 영역에서 오차가 큰데 이 영향으로 예측한 스프링백이 작게 나타났으며 이에 대한 보완적인 연구가 필요하다.

6. 참 고 문 헌

- [1] W. Schroeder, "Mechanics of Sheet-Metal Bending," Trans. ASME, Vol. 65, 1943, pp. 817 - 827.
- [2] F.J. Gardiner, "The Springback of Metals," Trans. ASME, Vol. 79, 1957, pp. 1 - 9.
- [3] B.W. Shaffer and E.E. Unger, "Mechanics of the Sheet Bending Process," Trans. ASME, Vol. 127, 1960, pp. 34 - 40.
- [4] C.A. Queener and R.J. DeAngelis, "Elastic Springback and Residual Stresses in Sheet Metal Formed by Bending," Trans. ASM, Vol. 61, 1968,

pp. 757 - 768.

- [5] O.M. Sidebottom and C.F. Gebhart, "Elastic Springback in Plates and Beams Formed by Bending," *Experimental Mechanics*, 1979, pp. 371 - 377.
- [6] J.D. Lubahn and G. Sachs, "Bending of an Ideal Plastic Metal," *Trans. ASME*, Vol. 72, 1950, pp. 201 - 208.
- [7] R. Hill, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford Univ. Press, Oxford, 1950.
- [8] G. Martin and S. Tsang, "The Plastic Bending of Beams considering Die Friction Effect," *Trans. ASME, J. of Engineering for Industry*, 1966.
- [9] H.J. Renker, "Computer-Aided Three-Point Bending of Multiple-Bend Profiles," *Annal of CIRP*, Vol. 34, No. 1, 1985, pp. 259 - 262.
- [10] M.K. Mickalich and M.L. Wenner, "Calculation of Springback and its Variation in Channel Forming Operations," *SAE 880526*, 1988, pp. 2.358 - 2.366.
- [11] T. Kawaguchi, S. Imatani, and K. Yamaguchi, "An Elasto-Viscoplastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Bending Process," *J. JSTP*, Vol. 35, No. 397, 1994, pp. 125 -130.

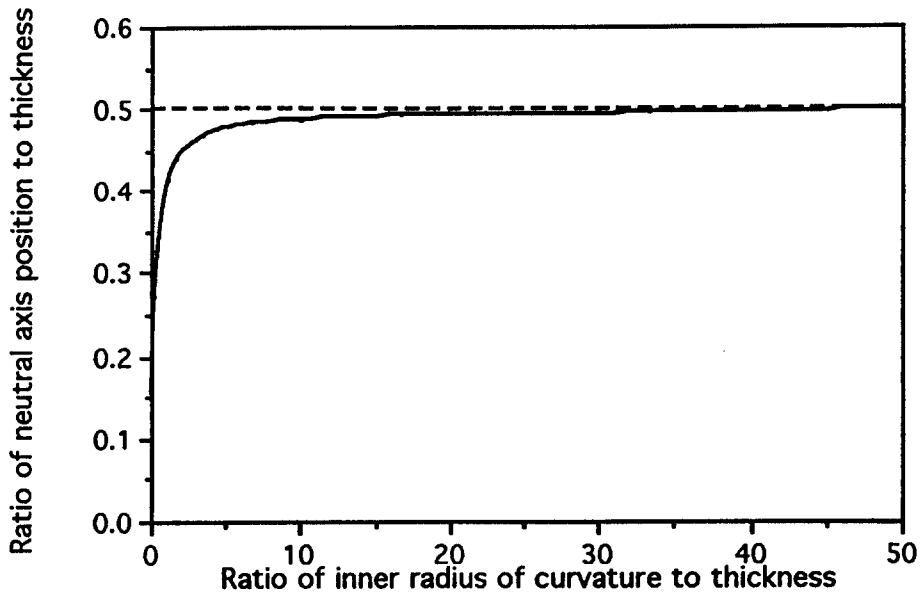


Fig. 1 Variations of neutral axis

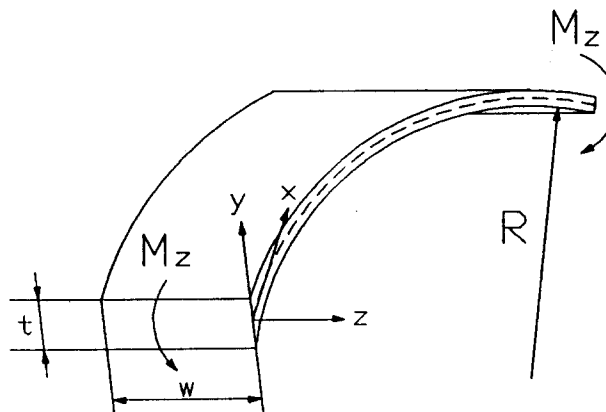


Fig. 2 Directions of principal stresses

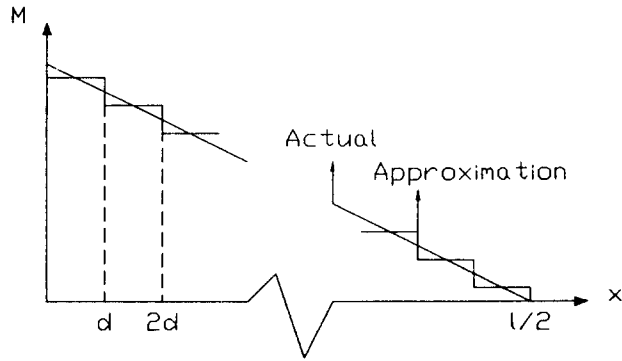


Fig. 3 Approximation of bending moment

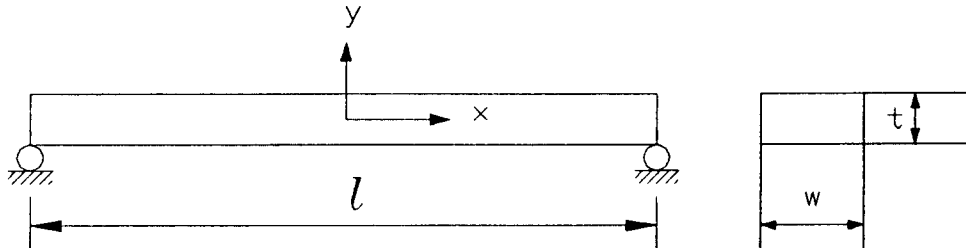


Fig. 4 Dimension of specimen and coordinates

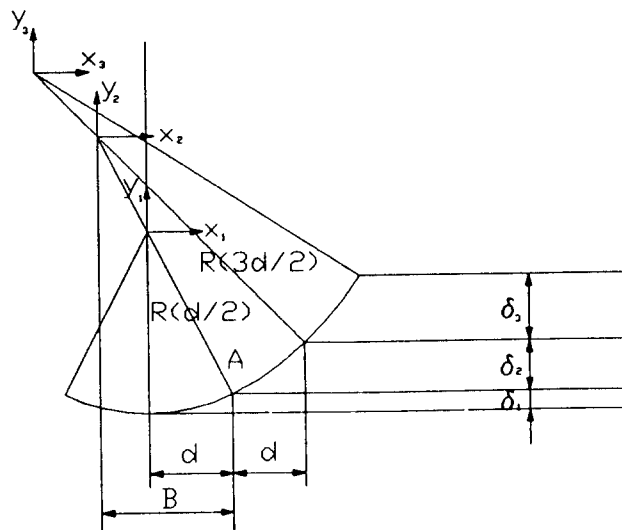


Fig. 5 Schematic drawing of geometry approximation

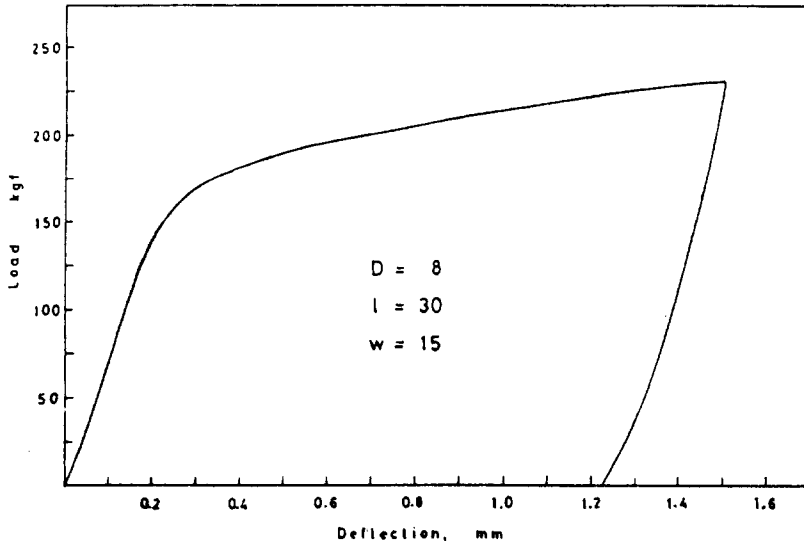


Fig. 6 Deflection vs. load diagram with 1.5mm deflection

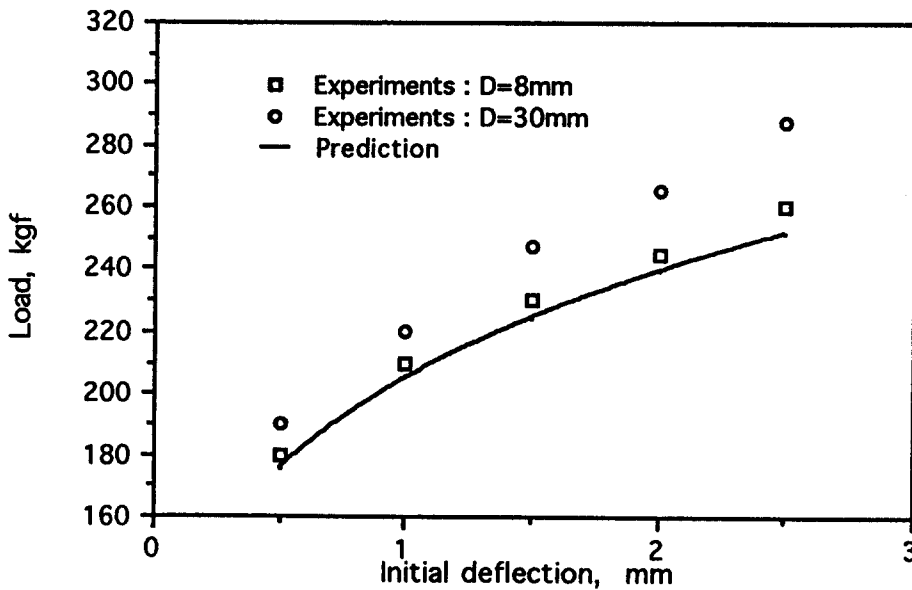


Fig. 7 Comparison of predicted and experimental loads vs. initial deflection ; $l = 30\text{mm}$, $w = 15\text{mm}$

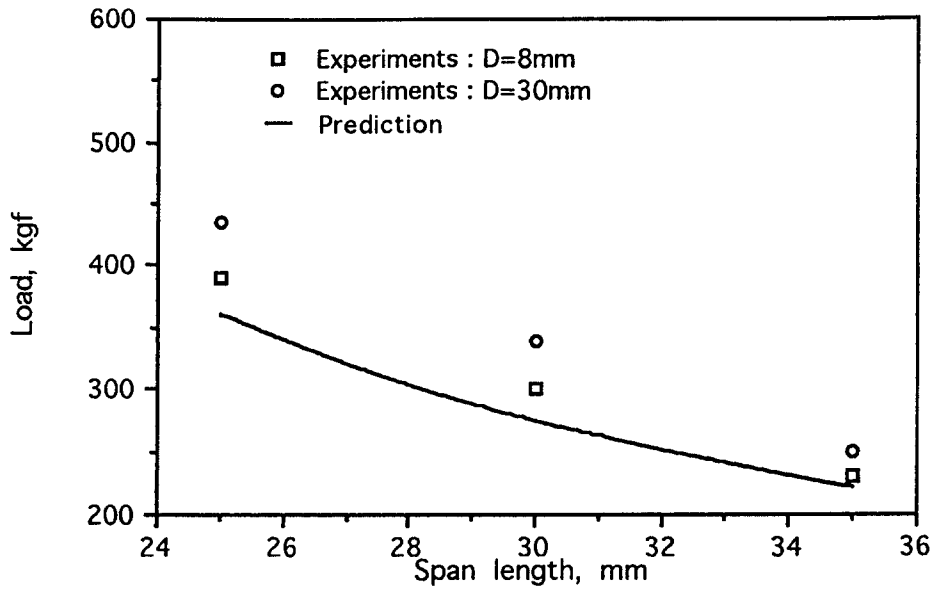


Fig. 8 Comparison of predicted and experimental loads vs. span length ; $w = 20\text{mm}$, $\delta_i = 1.0\text{mm}$

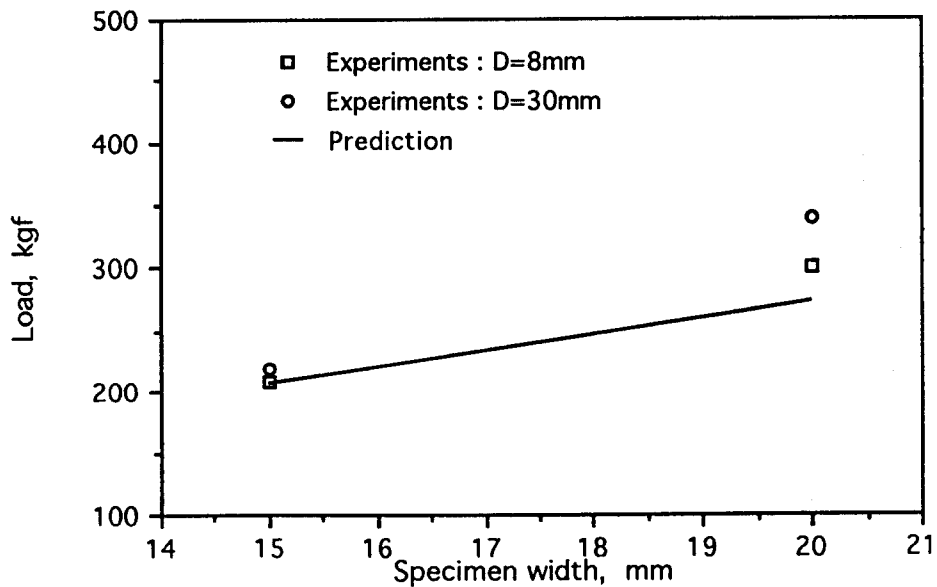


Fig. 9 Comparison of predicted and experimental load vs. specimen width ; $l = 30\text{mm}$, $\delta_i = 1.0\text{mm}$

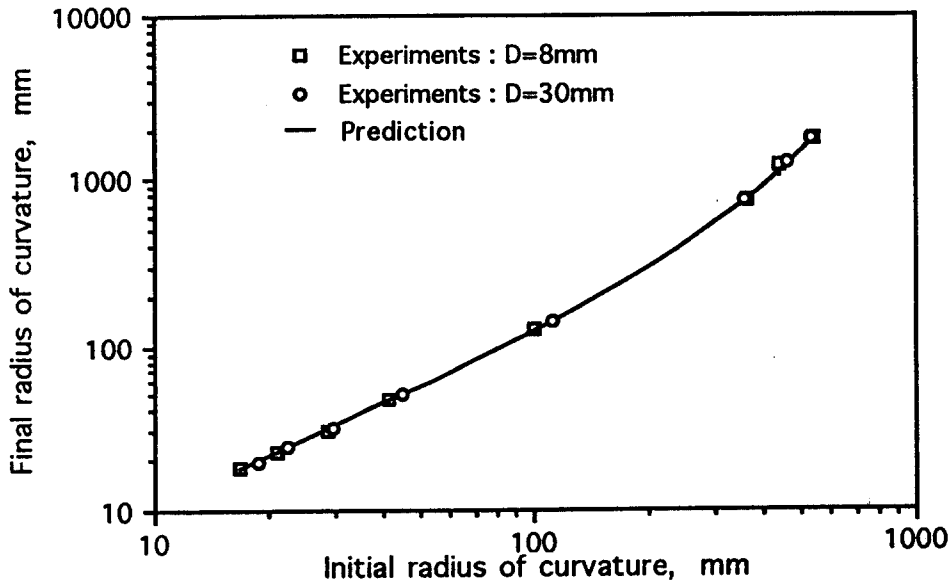


Fig. 10 Comparison of predicted and experimental values of final radius of curvature vs. initial radius of curvature ; $l = 30\text{mm}$, $w = 15\text{mm}$

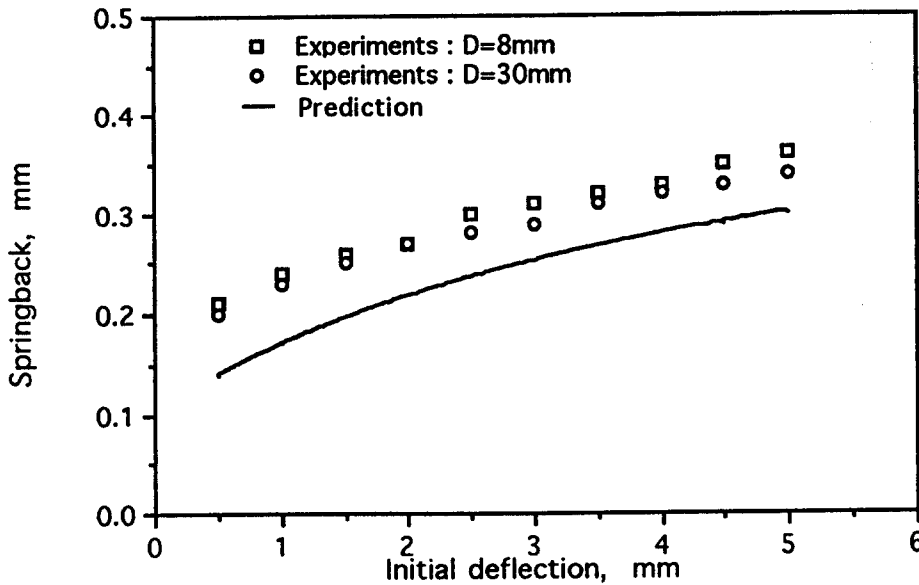


Fig. 11 Comparison of predicted and experimental springback vs. initial deflection ; $l = 30\text{mm}$, $w = 15\text{mm}$

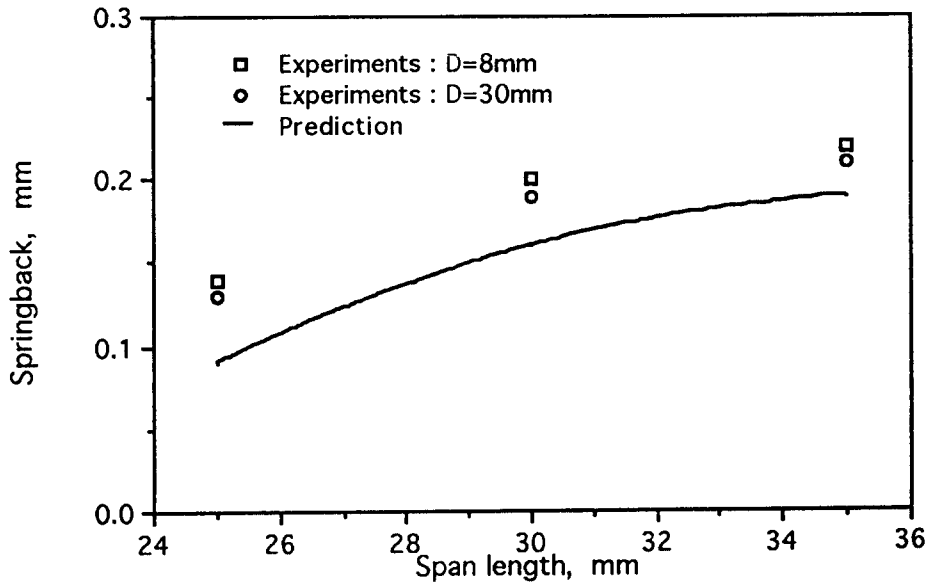


Fig. 12 Comparison of predicted and experimental spring vs. span length ; $w = 20\text{mm}$, $\delta_i = 0.5\text{mm}$

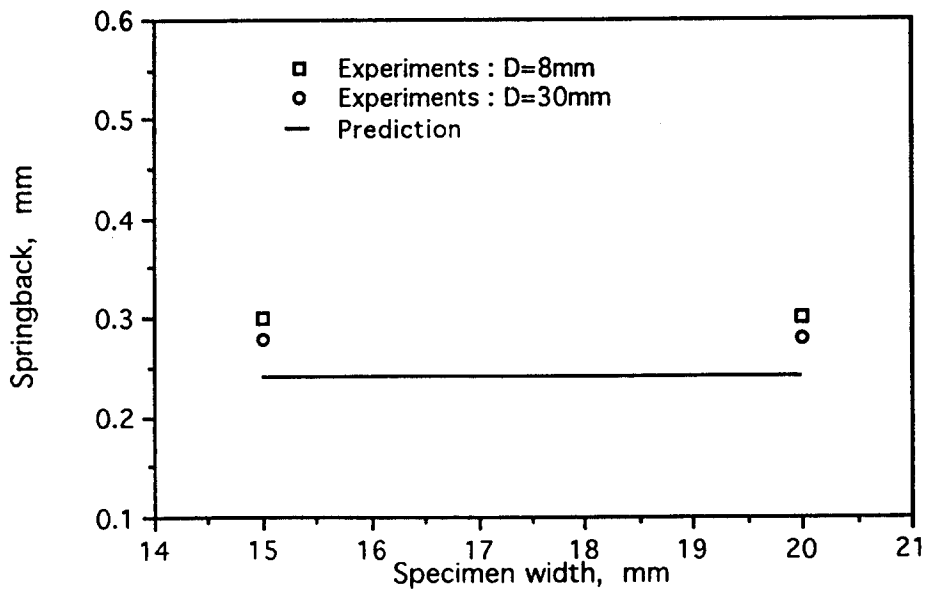


Fig. 13 Comparison of predicted and experimental springback vs. specimen width ; $l = 30\text{mm}$, $\delta_i = 2.5\text{mm}$