

평면응력하에서의 직교이방성 대칭축의 회전

인정제, 김권희
자동차부품연구원 전장개발연구부

Rotation of Orthotropy Axes under Plane Stress

J.J. Yin, K.H. Kim
Automotive Electronics Division
Korea Automotive Technology Institute

ABSTRACT

A set of full size cold rolled steel sheets has been prestrained in the direction of rolling by uniform tensile elongation of 3% and 6%. Then mid-sized tensile specimens were cut from each of the full size sheets at 30, 45, 60 and 90 degrees to the rolling direction. The mid-sized tensile specimens were then prestrained again by uniform tensile elongation by 1%, 2%, 5%, 10% and 15%. Finally, miniature tensile specimens were prepared from each of the mid-sized specimens at every 10 degrees to the specimen axis. From the tensile tests on miniature specimens material's hardening behavior under non-proportional loading has been investigated. There are a number of new observations which has not been known to the authors before current work. One of them is continuous reservation of orthotropic symmetry during tensile elongation of mid-sized specimens. Another is continuous rotations of orthotropy axes. Existing theories seem to fail to explain this observations. A new model is proposed in relation to the rotation of orthotropy axes.

1. 서 론

압연에 의하여 제조되는 대부분의 공업용 금속판재는 압연과정에서 발생하는 이방성을 제거하고 연신율을 증가시키기 위하여 압연후 열처리를 거치게 된다. 그러나 열처리를 받아 등방화된 판재라 하더라도 디프드로잉, 스트레치포밍, 스탬핑 등 소성가공 과정에서 후속 변형에 의한 이방성이 발생하여 가공결과에 직접적인 영향을 미

치는 경우가 많다. 금속판재의 성형과정에서 발생할 이방성 재질의 변화를 사전에 예측하여 판재의 구속방법이나 금형의 형상등을 결정함으로써 판재성형 결함을 최소화하는 것이 바람직하다. 이러한 관점에서 금속판재의 이방성은 생산기술적 측면에서나 학문적 측면에서 중요한 문제로 간주되어 많은 연구가 수행되어 왔다.

대부분의 기존 연구는 일정한 재질(또는 가공경화된 상태)에 대한 이방성을 규명하는 것에 초점을 두고 있다. 그러나 현실적으로는 판재 성형 과정에서 발생하는 재질 자체의 변화, 즉 이방성 가공경화 특성에 대한 연구 결과가 더욱 중요하다. 많지 않은 이방성 가공경화 특성에 대한 연구들도 대부분 이론적인 측면에서 수행되어 왔고 이들을 뒷받침하기 위한 실험적 연구 결과는 매우 드문 편이다. 이는 종래의 실험방법들이 비교적 많은 노력을 필요로 하는데 반하여 매우 한정된 결과만을 제공하는 데 기인한다고 볼 수 있다. 결국 이방성 가공경화 특성의 현실적 중요성에도 불구하고 현상 자체의 복잡성과 실험방법의 어려움 등으로 이에 대한 학문적 이해가 아직은 충분하지 못한 것이 현실이다.

본 연구는 공업용 냉간압연 금속판재의 대변형시 가공경화 특성을 규명하는 것을 목표로 시작되었다. 이를 위한 첫번째 단계로서 직교이방성을 갖는 금속 판재에 대하여 변형에 의한 직교대칭축의 방향 변화를 실험적으로 관찰하고 이 현상을 규명할 수 있는 이론적 체계를 세우는데 본 연구의 목적이 있다. 이를 위하여 종래의 실험적 연구 방법들을 재검토하고 새로운 실험 방법을 제안한다. 새로운 실험법에 의하여 얻어진 방대한 관측결과 중의 일부로서 직교이방성 대칭축의 회전 현상을 보고하고 이 현상을 설명하기 위한 새로운 모델을 제시한다.

2. 실험

이방성 이론들 중에서 현재까지 가장 널리 이용되는 것은 Hill^[1]의 이론이다. 이 이론은 직교대칭성을 갖는 압연판재에 대한 것으로 압연방향, 폭 방향을 대변하는 직교대칭축 X, Y 의 방향이 변형에 의하여 변화하지 않으며 Baushinger 효과를 무시할 수 있는 경우에 적용할 수 있는 이론이다. 이외에도 항복조건이 이방성 이론의 핵심부분으로 생각되어 항복조건을 개선하기 위한 많은 노력이 있었다^[2-7]. 그러나 실제의 판재성형 과정에서는 변형량이 수 % 를 초과하는 경우가 대부분이며 판재에 가해지는 주응력의 방향과 직교대칭축의 방향이 반드시 일치하지는 않는다. 가장 단순한 경우로서 Fig. 1 에 보인 것과 같은 상황을 생각할 수 있다. 압연판재에 형성된 직교이방성 대칭축과 다른 방향으로 수 %의 인장변형을 가하는 경우 직교대칭성이 지속적으로 유지될지, 유지된다면 직교 대칭축의 방향이 어떻게 변화할지 불분명하다.

따라서 Hill의 이론을 포함하여 기존의 이론들을 판재성형 문제에 적용하고자 할 때에는 이 같은 한계에 도달하게 된다. 즉 직교대칭축의 방향변화를 간과하고 항복조건 자체만으로 금속판재의 가공경화특성을 규명하려는 시도는 성공할 수가 없게

냉연강판의 가공성을 평가하기 위해서는 디이프드로잉 (deep drawing), 스트레칭 (stretching), 신장플렌지 (stretch flanging) 및 굽힘 (bending) 의 네가지 모드로 구별되는 각각에 대한 모델실험을 수행하는 방법이 일반적으로 많이 행하여지고 있으

나 실제 프레스 공장과 같은 복합적인 가공모드에서의 성형시험을 수행하는 실물 성형에 의한 방법은 좀더 실제적인 데이터를 얻을 수 있는 장점이 있다.

대형 금형을 이용한 실물성형시험^[1,2]은 그 목적에 따라서 대개 두가지 성격을 가지고 있다. 가공하고자 하는 부품의 실제 금형이나 가공정도가 비슷한 금형(모델금형)으로 특정한 조건에서 강판이 원하는 형상으로 성형이 되는지의 여부를 평가하는 용도로 사용하는 경우와 가공조건을 적극적으로 변경하여 강판의 성형가능범위를 구하거나 성형성에 미치는 인자들의 영향을 평가하는 목적으로 사용하는 경우³⁾이다. 특정한 조건에서의 성형가능 여부를 판단하기 위한 시험은 실제 자동차 외.내판용 금형 혹은 시험용 금형을 이용할 수 있다. 이 시험은 적정 윤활조건과 프레스 조건으로 가공해서 가공의 성.패를 판단해 그 원인을 파악해서 대책을 세우면 되기 때문에 신개발 강판의 시험 가공이나 금형의 트라이아웃(tryout) 단계에서 주로 사용된다.

한편 실험조건을 변경하여 강판의 프레스 성형가능범위를 구하는 실험은 Fig.1 과 같은 프레스가공에서 각종 강판에 대하여 블랭크홀더력 (blank holding force, BHF) 또는 윤활조건을 변경하며 가공하여 그 결과를 정리하는 것이다. 따라서 강판의 품질 또는 윤활조건에 영향을 성형가능범위를 비교하여 판단할 수 있다. 프레스 가공중에 생길 수 있는 약간의 변동요인에도 영향을 받지 않고 양호한 가공결과를 얻기 위해서는 성형가능범위가 넓은 쪽이 생산성향상에 유리하다.

본 연구에서는 포항제철의 자동차용강판 성형시험실에서 사용하는 1000/600ton 유압복동식 스탬핑프레스에 실험용 모델금형(1)을 설치하여 각종 강판의 성형가능범위와 이에 미치는 강판의 특성 및 윤활조건에 영향을 알아보았다. 모델금형은 Fig.2 와 같고 시편은 610x530mm 의 직사각형으로 준비하면 되므로 성형시험에 쉽게 준비하여 사용될 수 있으며, 가공조건의 변경이 쉬워 다양한 변형모드를 재현할 수 있는 특징이 있다.

실험 조건을 변경하여 성형가능 영역을 구하는 실험은 블랭크홀더력과 윤활조건을 변경해가며 성형가능여부를 판단해서 몇가지 강판에 대한 플렌지부의 주름발생 경향과 성형 가능범위를 비교하였다. 성형가능범위는 플렌지부의 주름높이가 1mm 미만으로 되는 블랭크홀더력 (하한 BHF 또는 주름발생한계 BHF) 과 가공크랙이 생기는 상한 블랭크홀더력 사이의 영역으로 정하였다.

2. 프레스 가공의 블랭크홀더력과 펀치하중

프레스 가공업체에서는 가공중에 적정한 제품을 얻을 수 있는 특정한 블랭크홀더력을 설정한 다음 작업을 한다. 그러나 작업중에 여러가지 변동요인들, 예를 들면 stress)을 측정하였다. 인장, 압축시험에서 항복응력은 0.2% offset strain 을 사용하여 측정하였다^[17].

이러한 일련의 실험으로 소형시편의 추출방향에 따르는 인장 항복응력 값의 분포를 측정하면 직교대칭성 여부를 확인할 수 있다. 직교대칭성이 유지되는 경우 초기의 X, Y 축 방향이 인장 예비변형의 결과로 어떤 변화를 겪는지를 확인할 수 있다. 또한 X, Y 축의 방향이 확인되는 경우 $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 응력공간에 대하여 항복곡면의

형태가 예비변형에 의하여 어떤 식으로 변화하는지를 알 수 있다.

본 연구에서는 실험 data point 들을 Hill 의 2차 항복함수로 fitting 하여 직교대칭축 X 와 Y 의 방향을 계산하였다. Fig. 3 은 이러한 계산을 위하여 사용된 각도들의 정의를 도식적으로 보여주고 있다. 압연방향으로부터 중간시편 인장축 방향까지의 각도를 ψ , 중간시편의 인장축 방향으로부터 소형시편의 인장축까지의 각도를 ϕ_t , 압연방향으로부터 직교대칭축 X 까지의 각도를 θ , 그리고 직교대칭축 X 로부터 소형시편의 인장축 방향까지의 각도를 α 라고 하면 다음의 관계가 성립한다.

$$\alpha = \psi + \phi_t - \theta \quad (1)$$

중간시편에 대한 data point 와 초기 추정각 θ 로부터 직교대칭축 X, Y 에 대한 평면 응력 성분들은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_x^e = \sigma_u \cos^2 \alpha, \quad \sigma_y^e = \sigma_u \sin^2 \alpha, \quad \tau_{xy}^e = \sigma_u \cos \alpha \sin \alpha \quad (2)$$

여기서 σ_u 는 소형시편에 대한 인장 항복응력을 나타내며 윗첨자 e 는 σ_u 와 추정각 θ 로부터 얻어지는 응력의 추정치를 표시한다. 정수압 성분이 재질의 항복에 미치는 영향을 무시하면 중간시편의 두께 방향에 대한 압축 항복응력 p 는 평면응력 이축인장 항복응력 (plane stress equibiaxial yield stress) σ_b 와 같은 값을 가지게 된다. 즉 압축시험 data 로부터 평면응력 이축인장 항복응력을 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$\sigma_x^e = p, \quad \sigma_y^e = p \quad (3)$$

Fig. 4 에 보인 것처럼 중간시편에 대한 단축 인장 응력 data, 압축시험 data, 초기 추정각 θ 로부터 식 (1), (2), (3) 을 통하여 추정된 응력점 $(\sigma_x^e, \sigma_y^e, \tau_{xy}^e)$ 들 중의 하나를 응력벡터 \overrightarrow{OA} 로 표시한다. 항복함수의 계수 F, G, H, $N^{(1)}$ 의 추정값에 해당하는 항복곡면과 응력벡터 \overrightarrow{OA} 가 교차하는 응력점을 $\overrightarrow{OB} \equiv (\sigma_x^s, \sigma_y^s, \tau_{xy}^s)$ 라고 정의하면 $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 응력공간에서의 Euclidian norm $|\overrightarrow{OA}|$, $|\overrightarrow{OB}|$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{OA}| &\equiv [(\sigma_x^e)^2 + (\sigma_y^e)^2 + (\tau_{xy}^e)^2]^{1/2} \\ |\overrightarrow{OB}| &\equiv [(\sigma_x^s)^2 + (\sigma_y^s)^2 + (\tau_{xy}^s)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (4)$$

추정된 응력점 $(\sigma_x^e, \sigma_y^e, \tau_{xy}^e)$ 들을 Hill 의 항복함수에 가장 근사하게 표현하기

위하여 다음과 같은 오차함수를 정의한다.

$$\begin{aligned}
 E &\equiv \sum_{i=1}^n (|\overrightarrow{OA}| - |\overrightarrow{OB}|)_i^2 \\
 &= \sum_{i=1}^n \{ (\sigma_x^e)^2 + (\sigma_y^e)^2 + (\tau_{xy}^e)^2 \} \\
 &\quad \times [1 - \{ (G+H)(\sigma_x^e)^2 - 2H\sigma_x^e\sigma_y^e + (H+F)(\sigma_y^e)^2 + 2N(\tau_{xy}^e)^2 \}^{-1/2}]_i^2
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

18 개의 인장 항복응력 data 와 1 개의 압축 항복응력 data 에 대하여 E 를 최소화시키는 θ, F, G, H, N 의 값들을 구하면 직교이방성 대칭축 X 의 방향을 결정할 수 있다. 일단 주어진 data 에 대한 curve fitting 이 완료되면 Fig. 5 에 도식적으로 보인 것처럼 $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ 응력공간에 대한 항복곡면을 계산할 수 있게 된다.

3.2 실험 결과

Fig. 6 은 강판의 초기(as-received) 상태와 압연방향으로 각각 3% 와 6% 의 1차 인장변형을 받은 3 가지 상태에서의 인장 항복응력의 분포와 $\sigma_x - \sigma_y$ 응력평면 내의 항복곡선(yield locus)을 나타내고 있다. Fig. 6 에서 볼 수 있듯이 항복응력의 분포는 Hill의 2차 항복함수로써 잘 표현되고 있다. 이 같은 3 가지 상태 중 1차 예비변형을 가하지 않은 상태에 대한 실험결과는 이미 발표된 바 있으므로^(11,15) 여기서는 게재하지 않기로 한다. 3%, 6% 1차 예비변형을 가한 대형시편에 대하여 중간시편에 의한 1%, 2%, 5%, 10%, 15% 의 2차 인장 예비변형을 가한 결과 얻어지는 항복응력의 분포와 항복곡선을 Fig. 7, Fig. 8 에 나타내었다. Fig. 7, Fig. 8 에서 볼 수 있듯이 압연과 1차 예비 변형에 의하여 소재에 생성된 직교 대칭성(orthotropy)은 중간시편에 의한 2차 인장변형 중에도 지속적으로 유지되며 직교 대칭축 X, Y 의 방향은 비교적 빠른 속도로 변화한다. Fig. 9 는 2차 인장변형에 따른 직교대칭축의 방향변화와 다음에 논의될 2 가지 해석모델에 의한 예측치를 보이고 있다. 중간시편을 압연 방향에 대하여 30° 방향에서 채취하여 2차 인장변형을 가하면 X 축이 인장축 방향으로 회전한다. 반면에 중간시편을 압연방향에 대하여 60° 방향에서 채취한 경우에는 X 축 대신에 Y 축이 인장축 방향으로 회전한다. 중간시편을 45° 방향에서 채취한 경우에는 2차 인장의 초기에 직교대칭축의 방향변화가 완만히 진행된다가 2% - 5% 사이의 2차 예비변형 구간에서 급격히 Y 축이 인장축 방향으로 회전한다.

4. 직교대칭축의 회전 모델

Hill⁽¹⁾ 은 얇은 원관을 비틀을 때 길이 변화를 해석하기 위하여 직교 이방성의 대칭축은 소재를 구성하는 결정입자들의 평균 최대 인장 방향으로 형성된다고 가정하였다. Hill 의 가설에 따라 초기에 직교이방성을 지닌 튜브를 비틀을때 직교이방성 대칭축의 방향이 변화하는 현상을 실험적으로 측정하고 설명한 경우와⁽¹⁶⁾ 일반적인 평면응력 상태에서 결정입자들의 최대 인장방향을 구하여 직교대칭축의 방향변화를

예측하는 방법도 연구된 바 있으나^[17] 본질적으로 Hill 의 가정은 튜브 비틀음 문제에만 국한시키는 것이 타당하다고 생각된다^[19]. 따라서 평면응력하에서의 일반적인 변형상태에 대하여는 아직 확립된 이론체계가 없는 것으로 보인다.

Fig. 9 에 보인 직교대칭축 X, Y 의 회전은 인장 변형에 의한 금속결정조직 (crystallographic texture)의 지속적인 변화에 기인한다. 즉 금속의 변형에 의하여 재질의 '결' 방향이 바뀌는 것으로 볼 수 있다. 이러한 변화는 연속체 변형에 의한 강제회전 (rigid rotation) 과는 구분되며 Mandel, Dafalias 등이 제안한 소성회전 (plastic spin)의 개념과 부합된다고 볼 수 있다. 그러나 소성회전 이론은 아직 본 연구의 실험결과를 설명하는데는 미흡한 것으로 판단된다. 즉 현재의 소성회전 이론으로는 중간시편의 채취방향에 따라 달라지는 직교이방성 대칭축의 회전 방향 변화가 설명되지 않는다. 본 연구에서는 실험결과에 기초하여 직교대칭축의 회전 방향은 주응력축에 대한 전단스트레인의 방향에 따라 결정되며 회전 속도는 전단 변형률에 비례한다는 가설을 제안한다. 즉,

$$d\beta = (1 + C_s) d\varepsilon_{12} \quad (6)$$

여기서 1, 2 는 각각 중간시편의 길이방향, 폭방향을 나타내며 C_s 는 재질의 가공경화된 상태에 따라 정해지는 계수이다. 또 β 는 직교대칭축과 최대주응력 방향간의 각도로서 $\beta \equiv \psi - \theta$ 로 정의된다 (Fig.3 참조). 식 (6) 의 우변은 인장변형시 전단 변형에 의한 강제회전량 $d\varepsilon_{12}$ 와 소재의 금속결정구조 변화에 의한 회전량 $C_s d\varepsilon_{12}$ 를 포함하고 있다.

한편 Dafalias 의 소성회전 이론^[9]에 의하면

$$d\beta = d\varepsilon_{12} - \frac{\eta}{2} \{ (d\varepsilon_{11} - d\varepsilon_{22}) \sin 2\beta + 2 d\varepsilon_{12} \cos 2\beta \} \quad (7)$$

여기서 η 는 응력상태와 직교대칭축의 현재 방향 그리고 기타 가공경화 특성을 나타낸다.

대변형 과정에서 직교대칭축 방향의 변화에 대한 연구는 비교적 그 역사가 짧다고 볼 수 있다. Mandel^[8], Dafalias^[9] 등에 의하여 시작된 소성회전(plastic spin)에 대한 연구는 직교대칭축의 방향 변화와 밀접한 관련이 있다고 생각된다. 그러나 이들의 연구는 이방성 구성식의 현실적인 필요성보다는 대변형 문제에 있어서 구성식의 일반적 체계에 대한 이론적 관점에서 시작된 것으로서 이들 이론을 실험적으로 검증하기 위한 노력은 거의 없었다.

판재의 이방성을 규명하기 위한 종래의 실험 방법은 압연판재의 직교대칭축에 대한 각 방향으로의 단축인장시험이다. 이 시험법은 비교적 간단한 장비를 이용하여 수행할 수 있으며 가장 널리 사용되어온 방법이다^[10-12]. 그러나 이 실험법으로는 직교대칭축의 회전량을 확인하기 어려운 문제가 있다. 판재는 아니지만 금속소재의 이방성에 대한 실험법으로 얇은 원관(tube) 형의 시편에 대한 축방향 인장(axial

tension) - 비틀림(torsion) - 내압(internal pressure) 의 상호 조합으로 원관 벽면에 평면응력 상태를 발생시켜 변형을 측정하는 방법이 있다^[13-16]. 후자의 방법은 비교적 다양한 응력상태를 얻을 수 있으나 실험자체가 어렵고 고가의 실험장비를 필요로 한다. 또한 튜브형태 이외의 시편에 대하여는 적용할 수 없는 방법이므로 금속판재의 기계적 변형특성을 직접적으로 측정하기 위하여는 부적절하다. 이러한 배경에서 본 연구에서는 금속 판재의 이방성 가공경화 특성을 측정하기 위한 새로운 실험 방법을 제시한다.

3.1 실험 방법

자동차 차체 외판의 재료로 쓰이는 AK (Aluminum Killed) 저탄소강판 (포항제철 제공, 모델 SPC3, 두께 0.75t)을 실험의 재료로 사용하였다. 이 재료는 열간 압연 - 냉간 압연 - 열처리 - 스킨패스압연의 과정을 거쳐서 생산된다. 이 판재는 스킨패스 압연에 의하여 약간의 초기 이방성을 갖는다. 이러한 초기 이방성의 직교 대칭축은 2% 미만의 인장 스트레인에 의하여 인장 방향으로 급격히 회전하는 것이 관찰된 바 있다^[17]. 본 연구에서는 직교이방성 대칭축의 방향 변화 속도를 완만하게 조절하기 위하여 Fig. 2 에 보인 대형 인장시편을 만들어서 압연방향으로 3% 또는 6% 의 균일한 인장변형을 가하여 이방성을 더욱 발달시킨다. 이렇게 얻어진 초기 이방성이 추가적인 변형에 의하여 어떤 상태로 변화하는지를 측정하기 위하여 Fig. 2 에 보인 것처럼 대형시편의 측정부(gauge section)로 부터 중간 크기의 인장시편을 판재의 압연 방향에 대하여 0°, 30°, 45°, 60°, 90° 방향으로 추출하여 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 의 인장 예비변형(prestrain)을 가한다. Table 1 은 본 연구에서 수행한 실험에 있어서 대형시편에 대한 1차 인장 스트레인과 이어서 중간시편에 가한 2차 인장 스트레인의 조합을 나타낸다. 예비변형 중간시편에 예비변형을 가하면 초기 이방성 상태에 변화가 발생하고 이러한 변화는 최종적으로 소형시편에 대한 인장시험을 통하여 측정된다. 소형시편을 중간시편의 측정부로부터 예비변형축에 대하여 10° 간격으로 추출하여 18 개의 항복응력을 측정하였다. 또한 원판형의 시편을 적층하여 판재 두께 방향으로 압축시험을 수행함으로써 2축인장 항복응력 (equi-biaxial yield) 타내는 변수들의 등방함수이며 η 의 구체적인 함수형태는 아직 알려진 바가 없다.

중간시편의 축 방향으로 가해진 인장 스트레인의 증분 $d\varepsilon_{11}$ 에 대한 전단 스트레인 증분 $d\varepsilon_{12}$, 폭방향 스트레인 증분 $d\varepsilon_{22}$ 의 비는 Hill 의 항복함수로부터 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{d\varepsilon_{12}}{d\varepsilon_{11}} = - \frac{\{ (g+2h) \cos^2\beta - (f+2h) \sin^2\beta + (\cos^2\beta - \sin^2\beta) \} \sin\beta \cos\beta}{g \cos^2\beta + f \sin^2\beta + h - (g+f+4h-2) \sin^2\beta \cos^2\beta} \quad (8)$$

$$\frac{d\varepsilon_{22}}{d\varepsilon_{11}} = \frac{(f+g+h-2) \sin^2\beta \cos^2\beta - h}{g \cos^2\beta + f \sin^2\beta + h - (g+f+4h-2) \sin^2\beta \cos^2\beta}$$

여기서 $f \equiv F/N$, $g \equiv G/N$, $h \equiv H/N$ 로 정의된다.

Fig. 9 는 3% 의 1차 예비변형을 받은 경우에 대한 항복계수들의 비 f, g, h 를 사용하고 등방경화를 가정하여 위에 언급한 2 가지 해석 모델로부터 예측되는 값들을 실험 data 와 비교하여 나타내고 있다. 계수 C_s 와 η 의 값들은 임의로 선정되었다. Dafalias 이론에 비하여 본 연구에서 제안한 이론이 실험 data 의 특징을 잘 나타냄을 알 수 있다. Fig. 9(a)-(b) 는 2차 인장방향이 압연방향에 대하여 30° 인 경우를 나타내는데 이 경우 Dafalias 의 이론으로는 실험치에 접근하는 예측치를 얻을 수가 없다. 또한 Fig. 9(c)-(d)는 2차 인장방향이 압연방향에 대하여 45° 인 경우, Fig. 9(e)-(f) 는 60° 인 경우를 나타내는데 이 경우 실험에 의하면 Y 축이 인장방향으로 접근하는 것이 관찰되었다. 그러나 Dafalias 의 이론은 실험과 반대의 방향변화를 예측하고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 평면응력 상태에서 주응력 방향이 직교대칭축 방향과 일치하지 않는 경우에 금속 판재의 직교 대칭성이 지속적으로 유지되는지의 여부와 직교 대칭축의 방향 변화를 실험적으로 관찰하였다. 실험으로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 즉,

- 1) 주응력 방향이 직교이방성 대칭축 방향과 일치하지 않는 경우에도 직교이방성은 후속변형 중에 지속적으로 유지되나 직교대칭축의 방향은 변화한다.
- 2) 직교대칭축의 방향변화는 주응력 방향에 대한 전단 변형률에 따라 결정된다.

본 연구의 실험결과를 기존의 이론과 비교하고 관찰된 결과를 기초로 직교대칭축 방향변화에 대한 현상학적인 모델을 제시하였다. 즉 직교 대칭축의 방향 변화율은 주응력 방향에 대한 전단변형률에 비례한다는 전제하에 식 (6) 을 제안하였다. 이 모델은 기존의 Dafalias 모델에 비하여 실험 결과를 잘 수용하고 있다.

후기 : 본 연구의 수행을 위하여 RIST 재직시 압연 판재를 지원해주신 경북대의 김영석 교수, 대형시편의 제작과 예비 인장변형을 지원해주신 대우중공업의 조효상 전무, 중간시편, 소형시편의 가공을 도와주신 기계연구원의 황경현 박사, 본 연구의 진행과정에서 많은 조언을 해주신 케임브리지 대학의 Rodney Hill 교수 그리고 서울대학교의 김동원 교수님께 감사드립니다.

6. 참고문헌

1. Hill, R., 1950, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford University Press
2. Bassani, J.L., 1977, "Yield characterization of metals with transversely isotropic plastic properties", Int. J. Mech. Sci., 19, 651
3. Gotoh, M., 1977, "A theory of plastic anisotropy based on a yield function

- of fourth order (plane stress state) - I", *Int. J. Mech. Sci.*, 19, 505
4. Hill, R., 1979, "Theoretical plasticity of textured aggregates", *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, 85, 179
 5. Hill, R., 1990, "Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals", 1990, *J. Mech. Phys. Solids*, 38, 405
 6. Hill, R., 1991, "A theoretical perspective on in-plane forming of sheet metal", *J. Mech. Phys. Solids*, 39, 295
 7. Hill, R., 1993, "A user-friendly theory of orthotropic plasticity in sheet metals", *Int. J. Mech. Sci.*, 35, 19
 8. Mandel, J., "Equations constitutives et directeurs dans les milieux plastiques", *Int. J. Solids Structures*, 9, 725
 9. Dafalias, Y.F. and Rashid, M.M., 1989, "The effect on plastic spin on anisotropic material behavior", *Int. J. Plasticity*, 5, 227
 10. Bourne, L. and Hill, R., 1950, "On the correlation onf the directional properties of rolled sheet", *Phil. Mag.*, 7th series, 41
 11. Bramley, A.N. and Mellor, P.B., 1968, "Plastic flow in stabilized sheet steel", *Int. J. Mech. Sci.*, 8, 101
 12. Bramley, A.N. and Mellor, P.B., 1968, "Plastic anisotropy of titanium and zinc sheet - I (Macroscopic approach)", *Int. J. Mech. Sci.*, 10, 211
 13. Bailey, J.A., Haas, S.L. and Nawab, K.C., 1971, "Anisotropy in plastic torsion", *J. Basic Engineering, Trans. ASME*, Paper No. 71-Met-Y
 14. Stout, M.G., Hecker, S.S. and Bourcier, R., 1983, "An evaluation of anisotropic effective stress-strain criteria for the biaxial yield and flow of 2024 aluminum tubes", *J. Eng. Mat. and Tech., Trans. ASME*, 105, 242
 15. Eisenburg, M.A. and Yen, C.F., 1986, "The anisotropic deformation of yield surfaces", *J. Eng. Mat. and Tech., Trans. ASME*, 108, 313
 16. Kim, K.H., 1992, "Evolution of anisotropy during twisting of cold drawn tubes", *J. Mech. Phys. Solids*, 40, 127
 17. 인정제, 1992, "이방성 금속판재의 가공경화 특성에 관한 연구", 박사학위논문, 서울대학교
 18. 김권희, 인정제, 김동원, 1992, "이방성 금속판재의 가공경화 특성에 관한 연구", 추계학술대회 및 심포지움 논문집, 1992.10.30-31, 한국과학기술원, 사단법인 한국소성가공학회, 반도체출판사, 1992, pp.85-95
 19. 김권희, 1993. 6. 1., R. Hill 과의 개인서신.

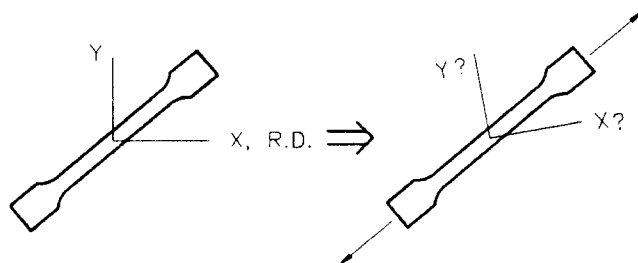


Fig. 1. Rotation of orthotropy axes

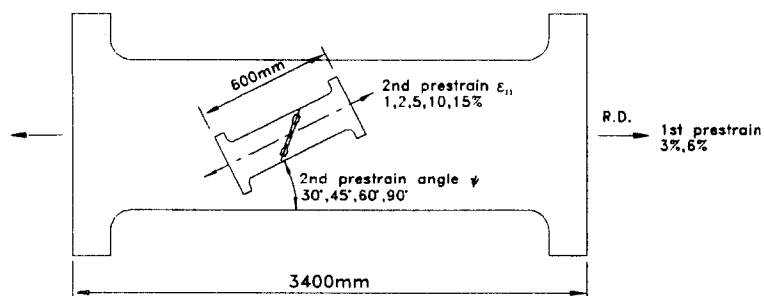


Fig. 2. Schematic illustration of experimental procedure

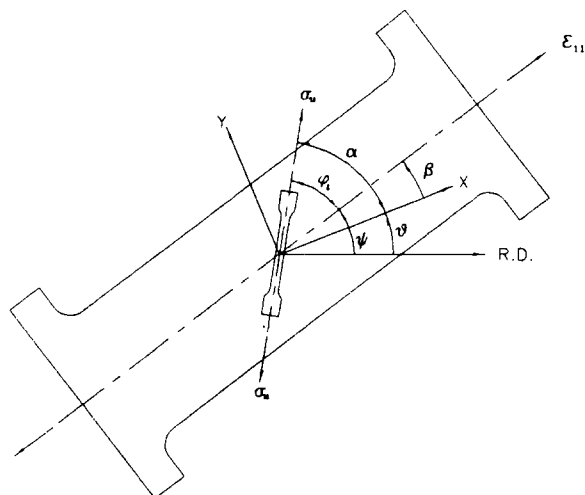


Fig. 3. Definition of various angles.

ψ : prestrain angle w.r.t. rolling direction (R.D.).

ϕ_1 : tensile angle w.r.t. 2nd prestrain axis.

θ : X-axis angle w.r.t. R.D.

α : tensile angle w.r.t. X-axis.

β : angle of 2nd prestrain axis w.r.t. X-axis.

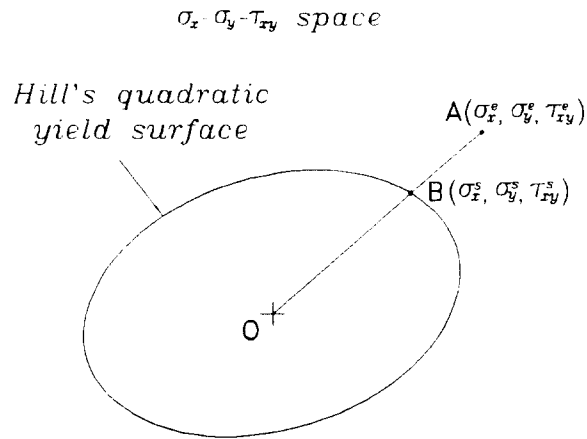


Fig.4. Stress vectors used for the definition of error measure in eq.(5).
 O : yield surface origin, A : experimental data point,
 B : intersection between stress vector OA and yield surface.

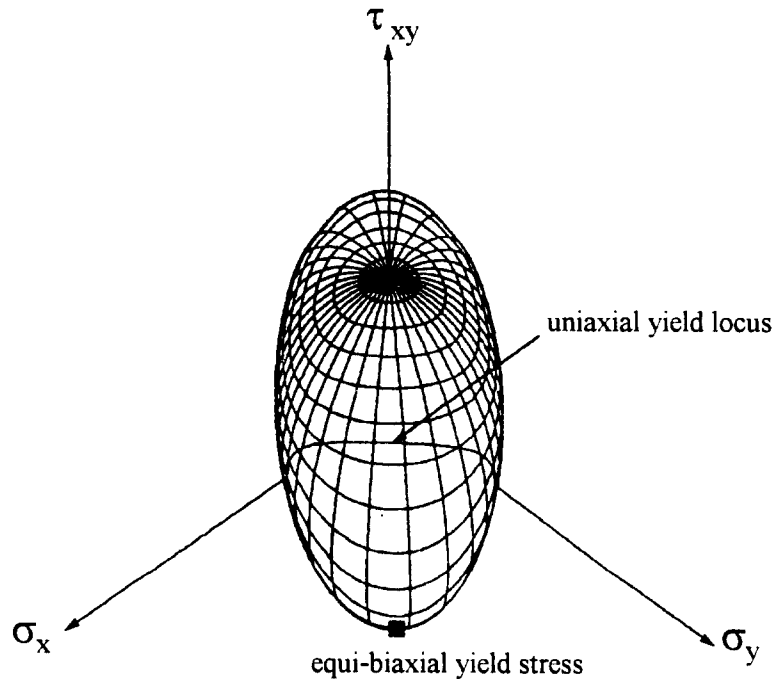


Fig. 5. Yield surface points determined from tensile tests on miniature specimens and compression tests.

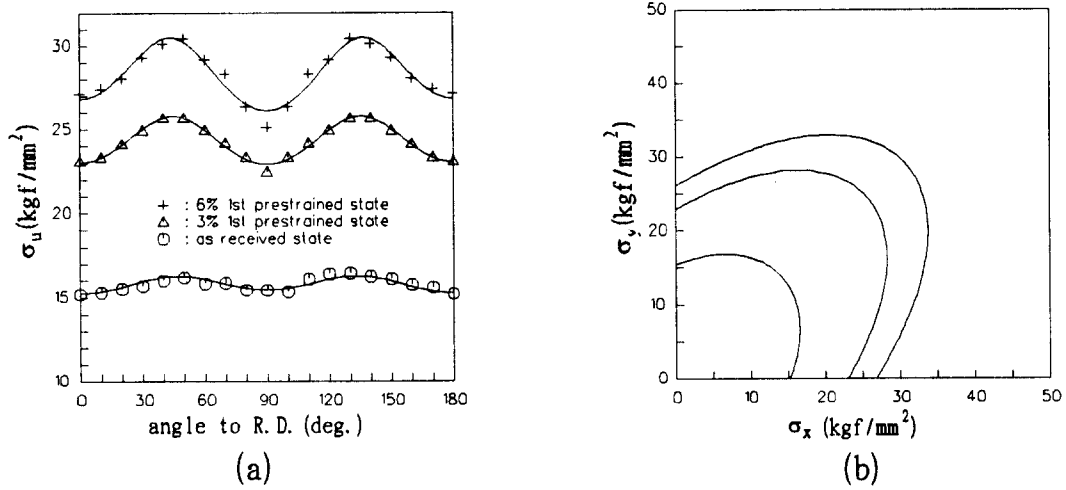


Fig.6. Uniaxial yield stress distribution and yield loci of cold rolled steel sheets for the as-received state and for the states after 3% and 6% elongation. Solid lines represent curve fit to experimental data by Hill's quadratic yield function.

Table 1. Combination of 1st prestrain and 2nd prestrain

1st pre strain	prestrain angle w.r. t. R.D. (ψ)	2nd prestrain (%)				
		1	2	5	10	15
3 %	30°	1	2	5	10	-
	45°	1	2	5	10	-
	60°	1	2	5	10	-
	90°	-	2	5	10	15
6 %	30°	1	2	5	10	-
	45°	1	2	necking	necking	-
	60°	1	necking	necking	necking	-
	90°	-	2	5	10	15

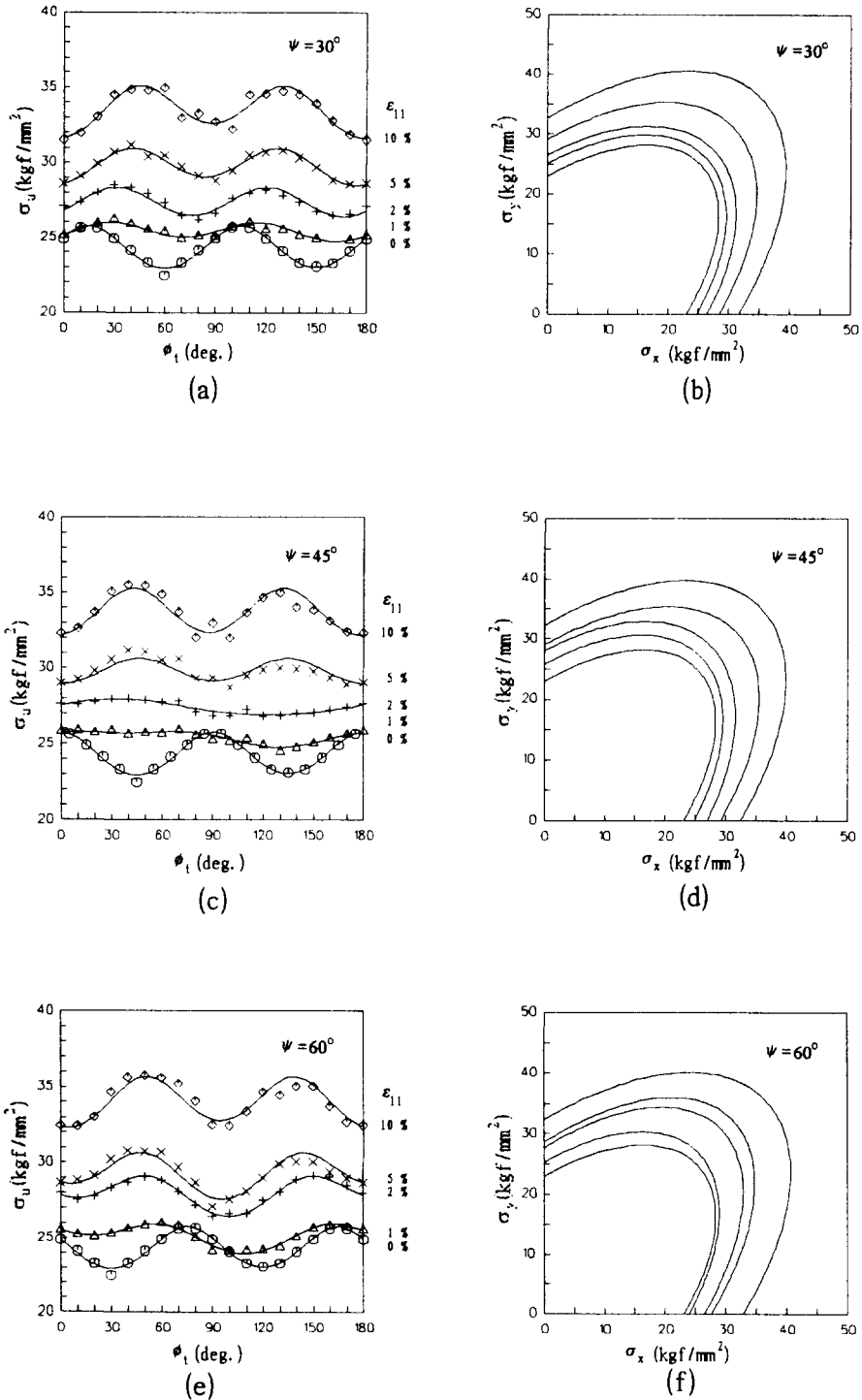


Fig.7. Uniaxial yield stress distribution and yield loci of cold rolled steel sheets after 6% 1st prestrain to R.D.. Solid lines represent curve fit to experimental data by Hill's quadratic yield function.

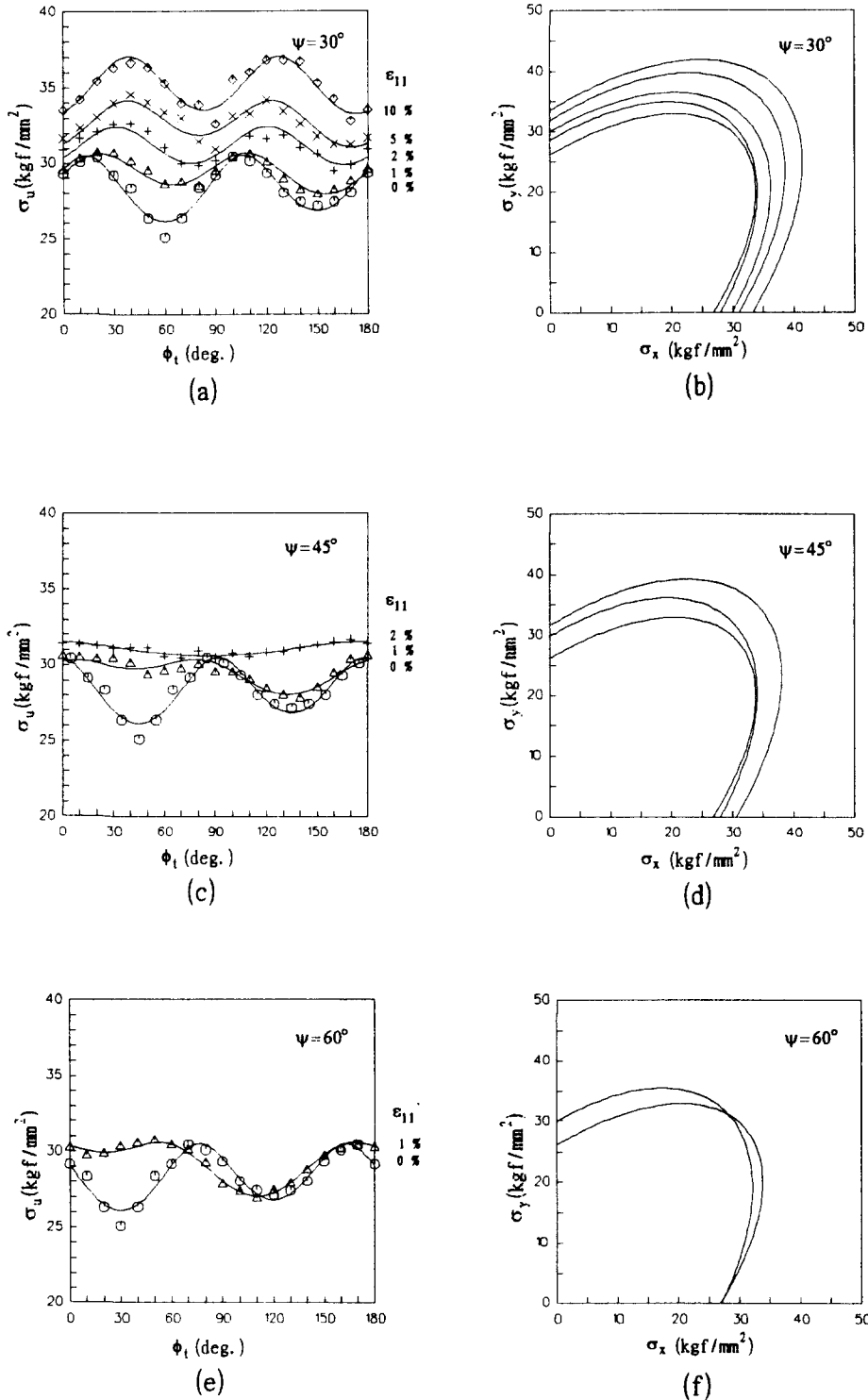


Fig.8. Uniaxial yield stress distribution and yield loci of cold rolled steel sheets after 6% 1st prestrain to R.D.. Solid lines represent curve fit to experimental data by Hill's quadratic yield function.

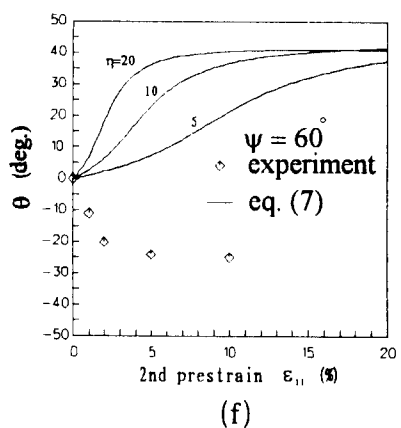
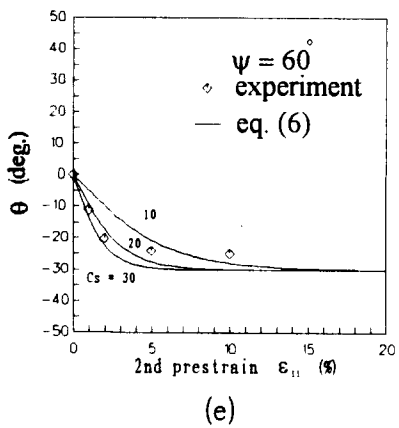
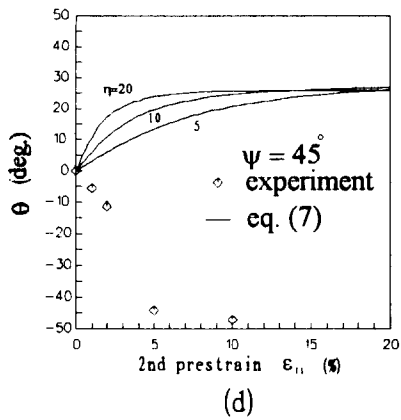
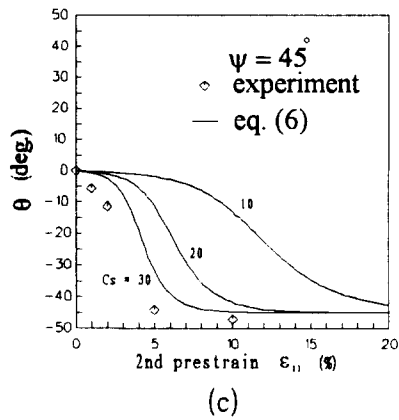
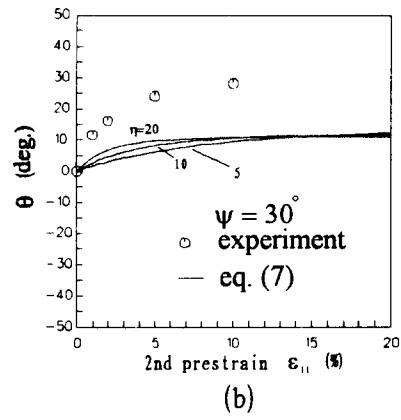
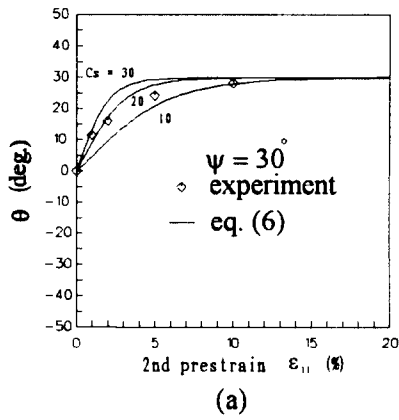


Fig. 9. Rotation of X-axis by 2nd tensile prestrains at angles to R.D. (rolling direction). Isolated points represent experimental data for large specimens with 3% 1st tensile prestrain in the R.D. Solid lines represent predictions from eq. (6) (current model) and eq. (7) (Dafalias model) for Hill's quadratic yield function with $f = 0.3613$, $g = 0.3535$, and $h = 0.4957$.