

ALE 묘사에 근거한 강-점소성 유한요소 수식화와 축대칭 평금형 압출에의 적용

강 연 식, 양 등 열
한국과학기술원 정밀공학과

An ALE Finite Element Formulation for Rigid-Viscoplastic Materials and Its Application to Axisymmetric Extrusion through Square Dies

Yeon-Sick Kang, Dong-Yol Yang
Department of Precision Engineering and Mechatronics, KAIST

ABSTRACT

An arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) finite element method has been developed. The finite element formulation is derived and implemented for rigid-viscoplastic materials. The developed computer program is applied to the analysis of axisymmetric square die extrusion, which has many difficulties with updated Lagrangian approach. The results are compared with those from updated Lagrangian finite element program. Updating scheme of time dependent variables and mesh control are also examined.

Key words : Arbitrary Lagrangian-Eulerian Description, Extrusion through Square Dies, Rigid-Viscoplastic Material

1. 서론

Lagrangian 수식화는 물질과 격자가 일치하므로 경로 의존적인 비정상상태의 소성가공 문제에 적합하며 지금까지 소성가공 공정을 성공적으로 해석하여 왔다. 그러나 변형이 큰 경우, 특히 국부적으로 변형이 심한 경우 격자의 찌그러짐과 같은 문제로 인하여 해석이 부정확하여지거나 나아가서는 더이상 계산을 할 수 없는 경우가 발생한다. 또한 금형의 경계가 급격히 변하는 문제에서는 금형과의 경계면을 정확히 묘사하지 못하는 경우도 발생한다. 그래서 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 격자재구성법이 발전되어 왔다. 격자재구성법은 상당히 발전되어 있으나 일반적으로 새로이 격자를 생성할 필요가 있고 공학적 시간이 많이 소요되며 격자재구성법이 자주 요구되는 문제에서는 지루한 작업이 될 수 있다.

본 논문에서는 격자재구성을 하지 않고 접근 방법을 바꿔 Lagrangian 묘사에다 격자와 물질간의 상대 이동이 허용되는 Eulerian 묘사를 결합한 ALE묘사에 근거한 유한요소 수식화를 하고 이를 바탕으로 문제를 해석하고자 한다. 일반적으로

로 Lagrangian 접근 방법은 지배 방정식이 간단하며 격자와 물질간의 상대이동이 없기 때문에 경로 의존적인 물성치들의 계산이 간단하고 경계조건등이 명확하다. 반면 위에서 언급한 것과 같은 문제점들이 있다. Eulerian 접근 방식에 의한 해석은 유체역학이나 준 정상상태의 소성가공 문제에 이용되어져 왔다. 격자가 공간에 고정되었기 때문에 큰 변형의 해석이 가능하나 대류 항(convective term)이 생겨 수치적으로 곤란한 문제가 발생할 수 있으며 물질의 경계등을 제대로 표현할 수가 없다. ALE 접근 방식은 두가지 접근 방식의 장점을 취한 것으로 격자와 물질간의 이동을 독립적으로 처리할 수 있으므로 사용자가 격자를 임의대로 이동시켜 해석할 수 있다.

ALE 방법은 초기에는 주로 유체역학 분야에서 사용되어져 왔다. 1974년에 Hirt등^[1]은 유체역학에서 Navier-Stoke 방정식을 푸는데 사용하였고 1981년에 Hughes등^[2]은 비압축성 점성유동에 대하여 유체 경계면과 자유면에서의 문제를 처리할 수 있는 유한요소 수식화를 하였다. 비선형 고체역학 분야에서는 1984년에 Harber^[3]가 유한요소법에 적용하였으며 그후에 Liu등^[4]이 경로의존적인 물질에 대한 탄-소성해석을 하였다. Benson^[5]은 ALE접근방식을 단순화시켜 여러가지 예제를 해석하였다. 1990년대에 들어와서 Ghosh^[6]은 탄-소성 유한요소법의 수식화와 압출문제에 적용을 한 바 있다. 최근에 들어서는 다양한 분야로 사용이 확대되어지고 있다.

소성가공의 해석에 있어서 ALE접근방식에 의한 유한요소 수식화는 탄-소성 문제에만 주로 보고되어져 있는데 본 연구에서는 ALE 접근에 의한 강-점소성 유한요소 수식화를 유도하고 이에 따른 프로그램을 개발하고자 한다. 개발된 프로그램으로 오리피스(orifice)부에서 국부적으로 변형이 심한 경우인 축대칭 압출 문제에 적용하여 보았다. 평금형 압출문제는 기존의 Lagrangian 방식으로 해석할 때 많은 어려움을 겪었던 문제이다. 본 논문에서는 ALE방식에 의한 결과와 Lagrangian 방식에 의한 결과를 비교하여 검토하여 보았다. 또한 ALE 방법에 있어서의 격자조정방법과 경로 종속변수의 재지정 과정도 검토하였다.

2. 유한요소 수식화

2.1 ALE의 운동학적 묘사

X, χ, x 를 각각 물질좌표, 기준좌표, 공간좌표라 하자. 임의의 시간 t 에서 물질이 차지하는 공간좌표를 다음과 같이 표현한다.

$$x = \phi(X, t) \quad (1)$$

ϕ 는 물질의 이동을 나타내는 사상함수이다. 격자의 운동을 나타내기 위해서 기준좌표계를 도입한다. 임의의 시간 t 에서 기준좌표 χ 가 차지하는 공간좌표는 다음과 같은 사상함수 $\hat{\phi}$ 로 나타낼 수 있다.

$$x = \hat{\phi}(\chi, t) \quad (2)$$

$\hat{\phi}$ 의 표현은 임의이므로 사용자가 문제에 맞게 사용할 수 있다. ϕ 와 $\hat{\phi}$ 이

smooth한 함수이고 해당하는 시간 간격에서 일대일 대응관계이면 사상함수 Ψ 를 다음과 같이 규정^[2]할 수 있다.

$$x = \Psi(X, t), \quad \Psi = \hat{\Phi}^{-1} \cdot \phi \quad (3)$$

이 관계를 Fig. 1과 같이 표시하였다. 위의 사상함수와 관계해서 변위와 속도를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= x - X, \quad V = \dot{u} = \dot{x} \\ \hat{u} &= x - \chi, \quad W = \dot{\hat{u}} = \dot{x}^* \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 \cdot , $*$ 는 각각 물질 좌표에 대한 미분과 기준좌표에 대한 미분을 나타낸다. V 는 물질의 속도, W 는 격자의 속도를 나타낸다. 물질 좌표에 대한 미분과 기준좌표에 대한 미분에 대한 관계^[2]는 다음과 같이 나타낼 수 있으며 ALE 수식화에 매우 중요하게 사용된다.

$$(\dot{\quad}) = (\quad)^* + c_i (\quad)_{,i} \quad (5)$$

이때 아랫첨자는 공간좌표에 대한 미분을 의미한다. c_i 는 상대속도로써 다음과 같이 나타내어지며 윗식의 좌변 둘째항은 대류 효과(convective effect)를 나타낸다.

$$c_i = V_i - W_i \quad (6)$$

여기에서 특별한 경우로 c_i 가 0이면 Lagrangian 묘사를 나타내고 $c_i = V_i$ 이면 Eulerian 묘사를 나타내게 된다.

2.2 기본방정의 유도

본 논문에서는 시간 $t = 0$ 일때 X, χ 좌표가 차지하는 공간좌표가 일치하도록 놓고 수식을 전개한다. 일반적으로 변형해석을 할때 질량방정식을 풀어서 밀도를 구하나 본해석에서는 비압축성을 가정하여 밀도를 일정하게 놓고 수식을 전개한다.

기본방정식을 유도하는데에 있어서 관성효과를 무시하고 소재는 강-점소성체로 가정한다. 일반적인 운동량 방정식을 쓰면 아래와 같다.

$$(\tau_{ij})_{,j} + b_i = \rho \dot{v}_i \quad (7)$$

이때 b_i 는 체력(body force)이고 ρ 는 밀도이다. 식(5)를 속도장에다 적용하면 다음과 같다.

$$\dot{v}_i = v_i^* + c_j (v_i)_{,j} \quad (8)$$

식(8)을 식(7)에 대입하면 아래와 같다.

$$\rho v_i^* + \rho c_j v_{i,j} = \tau_{ij,j} + b_i \quad (9)$$

코시 응력(Cauchy stress)을 편차 응력(deviatoric stress)으로 나타내면

$$\tau_{ij} = \tau'_{ij} + \sigma_m \delta_{ij}, \text{ where } \sigma_m = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \quad (10)$$

과 같이 쓸 수 있다. 재료가 강-점소성이고 등방성과 비압축성을 가진다고 가정하면 다음 식^[7]을 만족한다.

$$\tau'_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (11)$$

δv_i 는 경계조건에 합치하는 속도장에 대한 임의의 변분량이라고 하면 식 (9)은 변분 원리에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_V \rho v_i \delta v_i dV + \int_V \rho c_j v_{i,j} \delta v_i dV = \int_V \tau_{ij,i} \delta v_i dV + \int_V b_i \delta v_i dV \quad (12)$$

윗식 좌변의 첫항은 d'Alembert force이므로 무시할 수 있다. 윗식의 우변의 첫항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_V \tau_{ij,i} \delta v_i dV = \int_{S_t} T_i \delta v_i dV - \int_V \tau_{ij} \delta v_{i,j} dV \quad (13)$$

T_i 는 접촉면에 작용하는 트래션(traction)이다. 식(13)을 식(12)에 대입하여 정리하면 다음 식과 같다.

$$\int_V \tau_{ij} \delta v_{i,j} dV + \int_V \rho (V_j - W_j) v_{i,j} \delta v_i dV = \int_V b_i \delta v_i dV + \int_{S_t} T_i \delta v_i dV \quad (14)$$

윗식에서 자중에 해당하는 항을 무시하고 미소 변형 증분(small strain increment)임을 고려하면 다음과 같다.

$$\Pi = \int \bar{\sigma} \bar{\epsilon} dV + K^* \int \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV + \int \rho (v_j - W_j) v_{i,j} \delta v_i dV - \int T_i \delta v_i dS = 0 \quad (15)$$

여기에서 K^* 는 비압축성을 고려하기 위한 벌칙 상수(penalty constant)이다.

2.3 유한요소 근사

등계수를 갖는 사각형 함수의 보간함수는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} q_\alpha &= \frac{1}{4}(1+s_\alpha s)(1+t_\alpha t) \\ -s_1 &= s_2 = s_3 = -s_4 = 1 \\ -t_1 &= -t_2 = t_3 = t_4 = 1 \end{aligned} \quad (16a)$$

$$N_{i\alpha} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & q_2 & 0 & q_3 & 0 & q_4 & 0 \\ 0 & q_1 & 0 & q_2 & 0 & q_3 & 0 & q_4 \end{bmatrix} \quad (16b)$$

식(16a,b)을 사용하여 속도와 유효변형율을 유한요소 분할화하면 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} v_i &= N_{i\alpha} V_\alpha, \quad \delta v_i = N_{i\alpha} \delta V_\alpha \\ \dot{\epsilon}_i &= A_{ij} N_{j\alpha} \dot{V}_\alpha = B_{i\alpha} \dot{V}_\alpha \\ \bar{\epsilon} &= \sqrt{\frac{2}{3} k_{\alpha\beta} V_\alpha V_\beta}, \quad k = B^T B \\ \epsilon_v &= C_i B_{i\alpha} V_\alpha = Q_\alpha V_\alpha, \quad C_i = [1, 1, 1, 0] \\ \delta \bar{\epsilon} &= \frac{2}{3} \frac{k_{\alpha\beta} V_\beta}{\bar{\epsilon}} \delta V_\alpha \end{aligned} \quad (17)$$

위에서 유한요소 분할화한 것들을 이용하여 식 (15)를 분할화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi &= \sum_{m=1}^M \left[\int_{V^{(m)}} \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} k_{\alpha\beta} V_\beta \delta v_\alpha dV + K^* \int_{V^{(m)}} Q_r V_r Q_\alpha \delta v_\alpha dV \right. \\ &\quad \left. + \int_{V^{(m)}} \rho (N_{j\beta} V_\beta - W_j) V_{i,j} N_{i\alpha} \delta v_\alpha dV - \int_{S^{(m)}} T_i N_{i\alpha} \delta v_\alpha dS \right] = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 M은 총요소의 수이다. 윗식은 임의의 속도변화량에 대해서 만족해야 하므로 최종적인 식은

$$\begin{aligned} \Pi &= \sum_{m=1}^M \left[\int_{V^{(m)}} \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} k_{\alpha\beta} V_\beta dV + K^* \int_{V^{(m)}} Q_r V_r Q_\alpha dV \right. \\ &\quad \left. + \int_{V^{(m)}} \rho (N_{j\beta} V_\beta - W_j) V_{i,j} N_{i\alpha} dV - \int_{S^{(m)}} T_i N_{i\alpha} dS \right] = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

이고 적분형으로 묶어진 각항을 $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$ 로 정의하면 다음과 같다.

$$\Pi = \sum_{m=1}^M \left[\Pi_1^{(m)} + \Pi_2^{(m)} + \Pi_3^{(m)} - \Pi_4^{(m)} \right] = 0 \quad (20)$$

식 (20)은 속도에 대한 비선형 방정식이 되므로 식 (20)를 Taylor 전개한 후 고차원을 무시하여 다음과 같이 선형화 시킨 후 간단함과 2차 수렴특성을 갖는 Newton-Raphson 반복 방법을 이용하여 속도장을 구한다.

$$\sum_{m=1}^M \left[\frac{\partial \Pi_1^{(m)}}{\partial V} + \frac{\partial \Pi_2^{(m)}}{\partial V} + \frac{\partial \Pi_3^{(m)}}{\partial V} - \frac{\partial \Pi_4^{(m)}}{\partial V} \right]_{(n-1)} \Delta V^{(n)} \quad (21)$$

$$= - \sum_{m=1}^M \left[\Pi_1^{(m)} + \Pi_2^{(m)} + \Pi_3^{(m)} - \Pi_4^{(m)} \right]_{(n-1)}$$

여기서 (n-1)과 (n)은 이전 반복 계산과 현재 반복 계산의 단계를 의미한다.

3. 성형해석을 위한 수치적 구현

ALE방법에 의한 전체적인 해석 과정은 Fig. 2에 나타내었다. ALE수식의 대류항으로 인하여 행렬식이 비대칭이므로 총 매트릭스(full matrix)에 대한 skyline solver를 사용하여 행렬식을 풀었다. ALE 방법은 사용자 의도에 따라 임의의 격자 속도를 조정할 수 있으므로 한 시간 스텝(time step)해석에 들어가기 전에 격자 조정 알고리즘이나 일정한 룰(rule)에 의하여 격자 속도를 계산한다.

평형방정식을 풀 때 소재 경계부분에서는 격자계가 물질계를 벗어나지 않게 하기 위하여 다음 조건을 적용한다.

$$(V - W) \cdot n = 0 \quad (22)$$

n 은 경계면의 법선 방향의 단위 벡터이다.

평형방정식의 해는 물질계에 대한 속도장이다. 따라서 격자계에서의 경로 의존적인 상태변수를 구하기 위해서는 경로 의존 상태변수의 재지정과정 필요하다.

3.1 격자 조정

ALE방법의 장점중의 하나가 격자를 사용자의 의도에 따라 임의로 조정할 수 있다는 것이다. 격자재구성이 아주 많이 필요하지 않은 경우에 Winslow가 제안한 방법등으로 해결할 수 있다. Winslow의 방법^[8]은 구현이 쉽고 안정된 방법이나 Laplace 방정식을 변환시켜 구한 방법이므로 규칙격자(regular mesh)에만 적용할 수 있다는 단점이 있다. 그래서 Kim^[9]은 수치적 민감도를 이용하여 경제적 격자(economic mesh)와 같은 불균일 격자에 적용할 수 있는 방법을 제시한 바 있다.

평금형 압출 문제의 경우 한 위치에서 국부적으로 심한 변형이 계속해서 일어나므로 위의 방법으로는 한계가 있다. 본 논문에서는 Fig. 3과 같이 Lagrangian 영역과 순수 Eulerian영역으로 구분하여 해석하였다. 변형이 주로 일어나는 영역은 Eulerian 묘사에 의해 격자를 정지시켜 격자의 뒤틀림을 방지하였다. Eulerian 영역의 범위는 미끄럼 선장법으로 구한 비유동 영역을 고려하여 결정하였다. 압출된 부분과 펀치부근의 변형이 심하지 않으므로 Lagrangian영역으로 잡아 물질 경계를 제대로 나타낼 수 있게 하였다. Eulerian영역과 접하는 Lagrangian 격자는

세장비를 고려하여 세장비(aspect ratio)가 나빠질 경우 격자층을 생성하거나 제거해 나간다. 압출된 부분을 순수 Lagrangian 영역으로 지정해 세장비로만 격자층을 생성할 때는 Fig. 4(a)와 같이 격자수가 필요 이상으로 증가한다. 따라서 격자의 속도를 약간 수정해줄 필요가 있다. 압출된 영역의 격자점에서 압출방향으로 물질속도를 V_{yi} 라고 할때 Fig. 4(b)와 같이 물질의 속도 V_{yi} 에 1보다 작은 상수들을 곱하여 격장의 속도를 취한다.

3.2 경로종속변수의 update 과정

ALE 방법은 격자계와 물질계가 일치하지 않기 때문에 경로 의존적인 변수에 대해서는 update 과정이 필요하다. update 과정은 현재 시간 스텝(time step) (n) 과 다음 시간 스텝(n+1)의 중간에서 물질과 격자간의 대류 효과를 고려해 준다^[10]

$$\Delta^m \beta = \Delta^m \beta + \Delta(W_k^{n+1/2} - V_k^{n+1/2}) \frac{\partial \beta^{n+1/2}}{\partial x_k^{n+1/2}} \quad (23)$$

여기에서 β 는 상태변수를 나타낸다. update 과정의 개념을 Fig. 5에 나타냈으며 단계는 다음과 같다.

- i) 물질계의 속도장으로 중간 스텝인 (n+1/2)스텝에서 물질계 가상 격자계를 구성한다. (n+1/2)스텝에서 격자계를 구성한다.
- ii) 중간 스텝에서 격자에 대한 물질 속도를 구한다.
- iii) 상태변수인 시간 미분값을 유연화 방법으로 절점(node base)화 시킨다.
- iv) 중간 스텝 격자점에서 상태변수를 구해 다음 식에 대입한다.

$$\Delta^m \beta = \Delta t \cdot \dot{\beta} \quad (24)$$

- v) 이전 스텝에서 중간 스텝의 격자가 차지하는 물질점을 찾아 이전 스텝의 해당 상태변수를 구한다.
- vi) 식 (23)의 미분값을 계산한 후 식 (24)과 함께 식 (23)에 대입하여 격자점에서 증분량을 구한다. 이 증분량을 이용하여 쉽게 새로운 스텝의 격자점에서 상태변수를 알 수 있다.

4 축대칭 평금형 압출 공정에서의 적용

개발한 ALE 프로그램을 가지고 축대칭 평금형 압출을 해석하였다. 계산에 사용된 소재는 Al-1100이다. 계산에 사용한 소재의 유동응력식^[11]은 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} = 31.05 (\bar{\epsilon})^{0.141} \quad (25)$$

마찰계수는 0.3이고 펀치의 하강속도는 10mm/sec이다. 초기 소재의 크기는

$\phi 29 \times 29\text{mm}$ 이고 단면 감소율을 75%이다. 소재와 금형의 온도는 400°C 로 일정하다도 가정하였다.

펀치의 이동이 14.2mm일때 자동격자 재구성법을 이용한 Lagrangian 해석^[12]에 의한 해석 결과와 ALE의 해석으로 구한 유효변형률 분포를 Fig. 6에 비교하였다. 금형안에서는 두 경우 거의 비슷한 결과를 보이지만 압출된 부분에서 반면에 ALE 해석 결과가 실험에 의한 현상^[12]과 보다 유사한 경향을 보이고 있다. Fig. 7에는 변위에 따른 하중곡선을 나타냈다. 자동격자 재구성법을 이용한 Lagrangian 해석 결과는 격자 재구성 전후의 격자의 quality가 크게 다르므로 하중이 진동되어 나타났다. 하중의 진폭이 크면 계산 결과의 사용에 문제가 있을 수 있다. 그러나 ALE해석의 경우는 항상 격자의 quality가 좋은 상태를 유지하므로 하중의 진동이 없게 나타났다.

두방법을 볼륨 손실(volume loss)의 관점에서 보면 자동격자 재구성법을 이용한 경우 격자 재구성을 할때마다 볼륨의 손실이 발생하여 계산의 종료까지 5~6%정도의 볼륨손실이 있으나 ALE에 의한 방법은 볼륨 손실이 거의 없다. Fig. 8에는 계산에 사용된 격자구조를 나타냈다. Fig. 9에는 ALE 해석에 의한 유효변형률 속도 분포를 펀치 이동이 4.8mm, 9.6mm, 14.4mm일 경우에 대해 나타냈다. 오리피스 부근에서 속도가 크고 급변하기때문에 어느 경우나 이 부분에서 유효 변형률 속도가 크고 변화가 심하게 나타났다. 변형이 진행함에 따라 펀치와 접하는 소재에서 중심부가 다른 부분보다 유효변형률 속도가 높아짐을 볼 수 있다. 이 것은 압출 후기에 파이핑(piping) 현상이 일어난다는 사실과 일치하는 경향이다.

4. 결론

ALE 접근방식에 의하여 강소성 재료의 변형해석을 위한 기본 방정식의 유도 및 유한요소 수식화를 하였다. ALE방법의 구현에 중요한 격자조정방법을 검토해 보고 경로중속변수의 update과정도 수치적으로 구현하였다. 이를 바탕으로 ALE 축대칭 유한요소 프로그램을 개발하였다. ALE접근 방식은 국부적으로 변형이 심한 경우에 효과적으로 사용될 수 있는데 평금형 압출의 예제를 통하여 그 효용성을 살펴보았다. ALE방법에 의한 해석 결과와 Lagrangian방법에 의한 결과를 비교하여 타당성을 알 수 있었다. 개발된 프로그램에 일반적이고 광범위하게 사용할 수 있는 격자조정기법을 개발하여 접목하면 실제적인 문제의 해석에 보다 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 '93~'94 한국과학재단의 특정기초 연구과제의 일부로 수행되었습니다. 동 재단의 관계자분들께 감사드립니다.

5. 참고 문헌

1. C.W. Hirt, A.A. Amsden and J.L. Cook, Jour. Comp. Phys., Vol. 14 (1974), pp. 227-253

2. T.J.R. Hughes, W.K.Liu and T.K. Zimmermann, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 29 (1981), pp. 329-349
3. R.B. Haber, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 43 (1984), pp. 277-292
4. W.K. Liu, T. Belytschko and H. Chang, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 58 (1986), pp. 227-245
5. D.J. Benson, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 58 (1986), pp. 227-245
6. S. Ghosh, *J. Mater. Shaping Technol.*, Vol. 8, No. 1 (1990), pp. 53-64
7. P.Perzyna, *Adv. in App. Mech.*, Vol. 9 (1966), pp. 243-315
8. D.J. Benson, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 58 (1986), pp.227-245
9. J.H. Kim, *Remeshing Techniques Based on Arbitrary Lagrangian-Eulerian Description for Elastic-Plastic, Large Deformation Problems*, KAIST (1993)
10. S. Ghosh and N. Kikuchi, *Comp. Meths. Appl. Mech. Engng.*, Vol. 86 (1991), pp. 127-188
11. T.Altan, S.I. Oh, and H.L. Gegel, *Metal Forming: Fundamentals and Applications*, Americal Soc. for Metals, (1983), chap. 4
12. Y.S. Kang, C.Y. Park, J.R. Cho, and D.Y. Yang, *KSME*, Vol. 16, No. 2 (1992), pp. 201-225

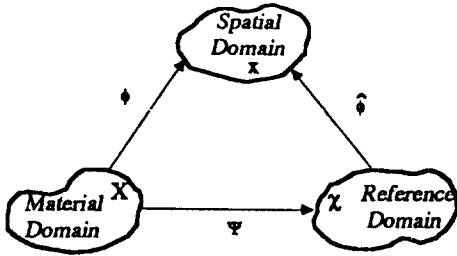


Figure 1 Domains and mappings for ALE description

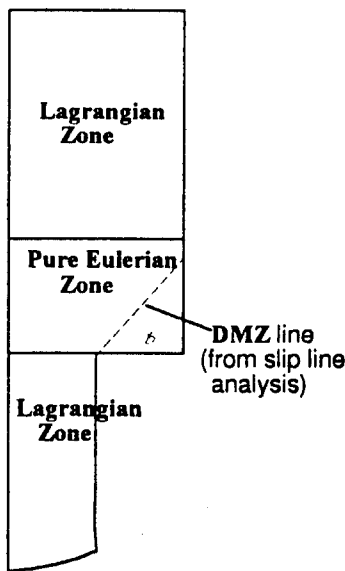


Figure 3 Division of extrusion billet into three zone

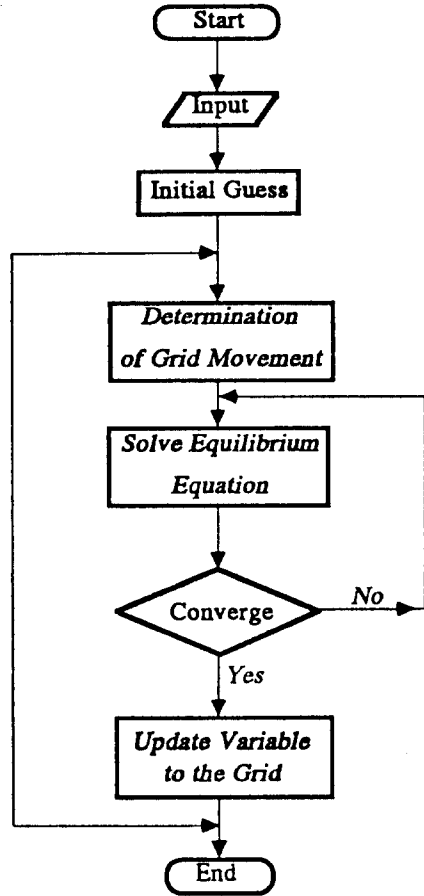


Figure 2 Flow chart for solving procedure using the ALE description

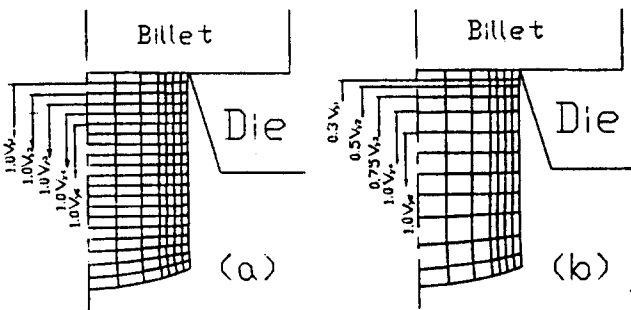


Figure 4 Mesh control at the extruded part

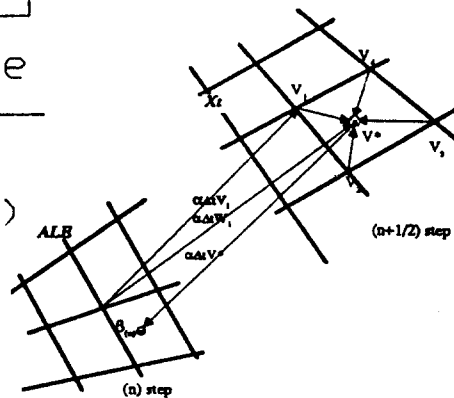


Figure 5 Updating of time dependent variable

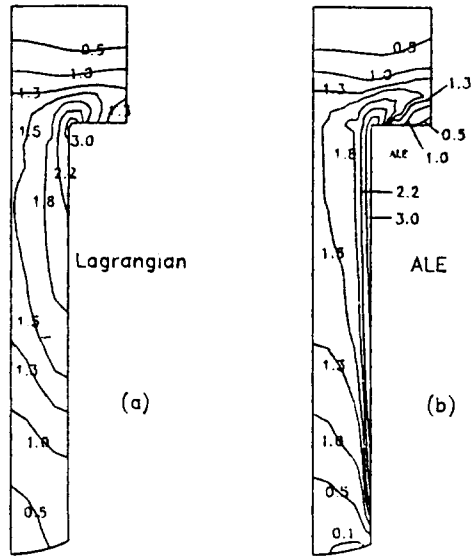


Figure 6 Comparison of distribution of effective strain for two methods

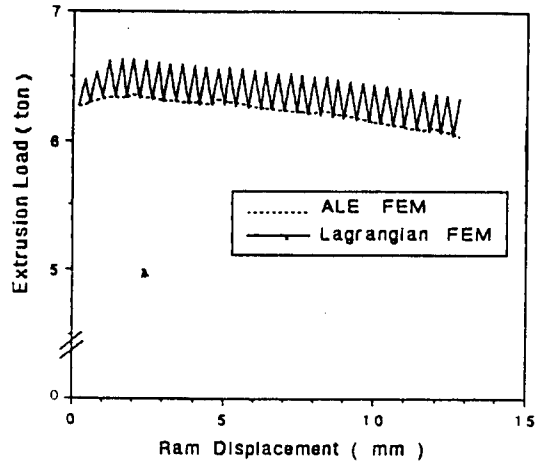


Figure 7 Comparison of load curve for two methods

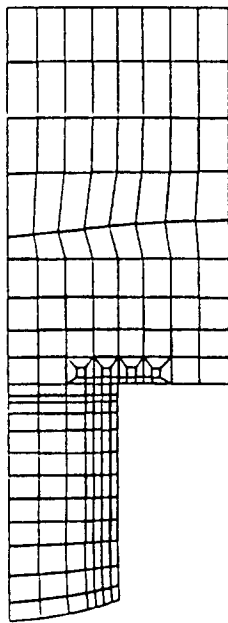


Figure 8 Mesh configuration at the punch travel of 4.8mm

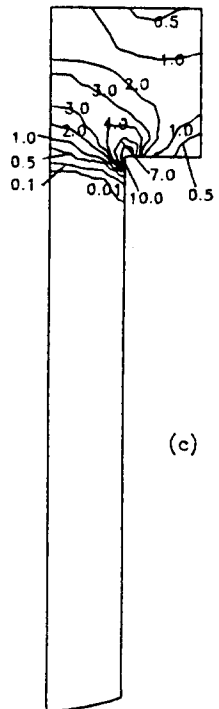
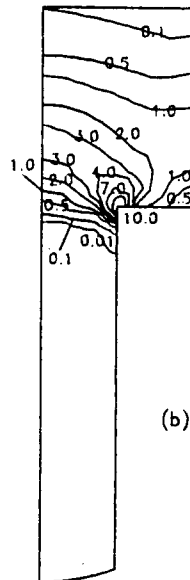
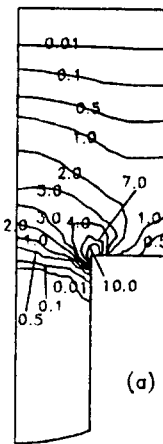


Figure 9 Distribution of effective strain rate by ALE method at the punch travel of (a) 4.8mm, (b) 9.6mm, (c) 14.4 mm