

潮汐流動 解析을 위한 非線形 有限要素模型(I)

— 模型의 開發 —

Nonlinear Finite Element Model for Tidal Analysis(I)

— Model Development —

羅 正 宇* · 權 純 國**
Na, Jeong Woo · Kwun, Soon Kuk

Summary

An efficient tidal model, TIDE which is an iterative type, nonlinear finite element model has developed for the analysis of the tidal movement in the coastal area which is characterized by irregular boundaries and bottom topography.

Traditional time domain finite element models have been in difficulties with requirement for high eddy viscosity coefficients and small time steps to insure numerical instability. These problems are overcome by operating in the frequency domain with an elaborate grid system by combining the triangular and quadrilateral shape grids. Furthermore, in order to handle non-linearity which will be more significant in the shallow region, an iterative scheme with least square error minimization algorithm has been implemented in the model.

The results of TIDE model are agreed with the analytical solutions in a rectangular channel under the condition of tidal waves entering the channel closed at one end.

I. 緒 論

우리 나라의 서남해안은 해안선의 굴곡이 심하고, 평탄한 간석지가 광대하게 조성되어 있어 예로부터 간척사업이 꾸준히 시행되었으

며, 최근에는 국내경제의 고도성장에 따른 산업활동의 증가로 농경지 확장 뿐만 아니라 임해공업단지의 조성, 항만의 확장, 호안 및 방파제의 건설 등이 활발해져 연안해역에 대한 효율적이고 종합적인 이용이 절실히 요구 되

* 農漁村振興公社

** 서울大學校 農業生命科學大學

키워드: 유한요소모형, 인도영역모형, 반복해법, 천수방정식, 최소자승조화분석법

고 있어, 이를 성공적으로 추진하기 위하여는 조석유동에 대한 정확하고도 효율적인 해석기법이 필요하다.

조석유동의 해석에는 유한차분법이나 유한요소법으로 접근하는 2가지 방법이 주로 사용되는데, 유한차분법에 비하여 유한요소법은 지형조건이 복잡한 해역의 격자망을 구성하는데 삼각형이나 사각요소를 사용하여 정교한 격자망을 효율적으로 구성할 수 있는 장점이 있어 최근에는 유한요소법을 이용한 조석유동모형이 많이 개발되어 실무에 응용되고 있다.

그러나 유한요소모형이라 하더라도 시간영역모형은 해의 안정성을 확보하기 위하여 격자의 크기가 축소되어야 하며, 격자의 크기가 축소되는데 따라 계산시간 간격이 또한 짧아져 수치계산량이 많아지는 단점이 있다. 이러한 문제점은 흐름의 주된 힘이 조석과 같이 높은 주기성을 갖는 경우, 주기함수를 이용한 빈도영역모형을 채택하면 좀 더 자연스러운 해석이 될 수 있다.

이에 따라 본 연구에서는 淺海域에서 조석유동에 대한 정확한 해석과 예측이 가능하도록 삼각형요소와 사각형요소가 혼합되어 지형이 적절히 묘사될 수 있는 빈도-시간혼합영역의 비선형 유한요소모형을 개발하고자 한다.

II. 研究史

조석유동해석과 관련된 유한요소법의 연구는 Taylor와 Davis(1975)¹⁷⁾가 천수방정식을 유한요소법으로 해석한 결과와 유한차분법으로 해석한 결과가 동일하다고 언급한 이래, Partridge와 Brebbia(1976)¹⁶⁾는 천수방정식의 시간적분에 음해법과 양해법을 부분적으로 적용한 바 있으며, Kawahara(1978)¹¹⁾도 비압축성인 점성유체의 정류 및 부정류흐름을 해석하였지만 이들은 모두 시간영역모형으로 지배방정식을 계산하는데 해의 정확도와 안정성을 위하여 계산시간간격에 따른 많은 양의

계산처리 과정이 필요하며, 영역을 격자로 분할하여 조위와 유속을 수치적으로 계산하고 결합하는 과정에서 짧은 파장의 진동오차가 발생하는 문제점이 있다.

이에 따라 이러한 단점을 극복하기 위한 연구로 Niemeyer(1979)¹⁴⁾는 差分時間積分法, Gray와 Lynch(1979)⁸⁾는 半陰解法, Walters와 Carey(1983)¹⁸⁾는 조위와 조류속에 서로 다른 기저함수를 사용한 混合補間效果, Nwagazie와 Tyagi(1984)¹⁵⁾는 Galerkin방법과 무차원의 시간가중인자를 사용하는 방법에 대하여 연구한 바 있는데, 이러한 해법들도 장기간의 조석유동을 해석하거나 지형이 복잡한 곳에는 최대허용 계산시간간격에 따른 제한조건이 있어 여전히 많은 양의 계산처리 과정에 따른 경제적인 문제점이 상존하게 된다.

따라서 이상과 같은 문제점이 있는 시간영역모형에 대한 대안으로 Westerink et al. (1985)¹⁹⁾은 최소자승조화분석법을 도입하여 주기가 길고 짧은 천문조, 복합조 및 중복조에 의한 조석유동을 효율적으로 해석할 수 있는 모형을 개발한 바 있다.

우리 나라에서 유한요소법을 조석유동모형에 적용한 예는 별로 없다. 承과 李(1984)⁴⁾는 수심이 얇은 鎮海灣의 M_2 分潮에 대한 조류해석에, 崔와 李(1990)⁵⁾는 천수방정식을 직사각형 수로에서 검증하는데 시간영역모형을 각기 채택하였고, 조화함수가 도입된 빈도영역모형은 權等(1991, 1992)^{1,2)}이 유한요소모형을 직사각형 수로에서 검증하고, M_2 , S_2 , K_1 및 O_1 分潮로 인한 새만금해역의 조위와 조류속해석에 사용하여 만족스러운 결과를 나타낸 바 있다.

한편 사각형격자만을 사용하여야 하는 유한차분법에 비하여 이에 대한 제약이 없는 유한요소법에서 요소의 형상에 대한 연구로 Walter와 Carey(1983)¹⁸⁾는 삼각형요소와 사각형 요소에 1차와 2차 기저함수를 각기 적용하여 천수방정식을 수치실험한 바 있으며, Dhatt

et al.(1986)⁷⁾은 5 가지 종류의 삼각형 요소에 대한 수치실험에서 가장 간단한 3 점 요소의 유용성을 밝힌 바 있는데, 최근의 연구동향은 요소의 형상에 대한 구분이 없어서 Hauck 과 Brown (1990)⁹⁾, King (1992)¹²⁾ 및 Lin (1992)¹³⁾은 폭이 좁고 지형이 복잡한 항로와 항만에 삼각형 요소와 사각형 요소를 지형에 따라 적절히 혼합한 격자망을 개발하여 실무에 적용하기 시작한 바 있다.

III. 模型의 開發

1. 支配方程式

천해에서의 흐름을 나타내는 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[u(h+\eta)] + \frac{\partial}{\partial y}[v(h+\eta)] = 0 \quad \dots\dots(1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ -fv - \frac{1}{\rho h} \left(\frac{h}{h+\eta} \right) (\tau_x^s - \tau_x^b) = 0 \quad \dots\dots(2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ +fu - \frac{1}{\rho h} \left(\frac{h}{h+\eta} \right) (\tau_y^s - \tau_y^b) = 0 \quad \dots\dots(3) \end{aligned}$$

여기서, η : 평균해수면을 기준으로 한 조위
 h : 海底에서 평균해수면까지의 높이

ρ : 유체의 밀도

τ_x^s : x방향의 표면 마찰응력

τ_x^b : x방향의 바다 마찰응력

τ_y^s : y방향의 표면 마찰응력

τ_y^b : y방향의 바다 마찰응력

f : 지구 자전에 의한 偏向因子

바다 마찰응력은 바다의 粗度와 流速項을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \tau_x^b \\ \tau_y^b \end{Bmatrix} = \rho \lambda \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \rho C_f U \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(4)$$

여기서, λ : 線形摩擦係數(= $C_f U = C_f U_{max} / 8/3\pi$)

C_f : 摩擦因子($n^2 g/h^{1/3}$)

U : 領域의 代表潮流速

U_{max} : 한 조석주기 동안의 대표최대 조류속

표면 마찰응력은 다음과 같은 經驗公式로 近似化할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \tau_x^s \\ \tau_y^s \end{Bmatrix} = \rho_{air} C_D V_{10}^2 \begin{Bmatrix} \cos \theta_w \\ \sin \theta_w \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(5)$$

여기서, ρ_{air} : 공기의 밀도

C_D : 抗力係數

V_{10} : 해수면 10m 위의 최대풍속

θ_w : 바람의 접근각도

지구 자전에 의한 편향을 고려하면 偏向因子는 다음과 같다.

$$f = 2\omega_c \sin \theta \quad \dots\dots(6)$$

여기서, ω_c : 지구의 自轉角速度

θ : 위도

2. 有限要素 數值解析

본 연구에서는 Galerkin법을 사용하여 지배방정식에 가중함수를 곱한 다음 전체 영역에 대하여 적분하여 가중잔차식을 구성하였으며, 가중잔차식에 기저함수를 이용하여 유한요소정식화 하였다.

유한요소정식화된 지배방정식을 빈도영역으로 바꾸고, 조위질량요소행렬을 $[M_\eta]$, 도수함수행렬을 $[D]$, 유량부하벡터를 $\{P_\eta\}^{nl}$, 유속질량요소행렬을 $[M_U]$, 마찰행렬을 $\{M_F\}$, 편향력행렬을 $[M_C]$, 바람응력부하벡터를 $\{P_W\}$, 마찰차분부하벡터를 $\{P_F\}^{nl}$, 이류가속벡터를 $\{P_C\}^{nl}$ 로 표기하면 시간에 독립적인 연립방정식이 다음과 같이 유도된다.³⁾

$$i\omega_j [M_\eta] \{\hat{\eta}_j\} - [D] \{\hat{U}_j\} = -\{\hat{P}_{\eta j}\}^{ln} + \{\hat{P}_{\eta j}\}^{nl} \quad \dots(7)$$

$$i\omega_j[M_U]\{\hat{U}_j\} + [M_F]\{\hat{U}_j\} + [M_C]\{\hat{U}_j\} + g[D]^T\{\hat{\eta}_j\} = \{\hat{P}_{Wj}\}^{lin} + \{\hat{P}_{Uj}\}^{nl} \dots\dots(8)$$

여기서, $\{\hat{P}_{Uj}\}^{nl} = \{\hat{P}_F\}^{nl} - \{\hat{P}_C\}^{nl}$

자연경계조건인 유량은 부하벡터 $\{\hat{P}_{\eta j}\}^{lin}$ 에 포함되어 있으며 필수경계조건인 조위는 다음과 같은 형태를 취하게 된다.

$$\hat{\eta}_j |_{B_j} = \hat{\eta}_j^* \dots\dots\dots(9)$$

3. 數值解法

빈도영역정식화 과정으로 선형방정식의 형태로 변환된 식(7)-(8)은 선형항을 계산하는 경우에는 각각의 분조에 대하여 해석을 하며, 비선형항을 해석하는 경우에는 수렴이 될 때까지 반복계산을 하여 수많은 분조의 합성으로 이루어진 조석의 유동을 해석하는데 핵심적인 역할을 하기 때문에 핵심모형이라 하며 다음과 같은 해법으로 해석된다.

식(8)에서 비선형 부하항을 0으로 하고 $\{\hat{U}\}$ 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\{\hat{U}\} = [M_{tot}]^{-1}(\{\hat{P}_W\} - g[D]^T\{\hat{\eta}\}) \dots\dots(10)$$

여기서, $[M_{tot}]^{-1} = i\omega[M_U] + [M_F] + [M_C]$

비선형 부하항을 0으로 한 식(7)에 식(10)을 대입하면 다음과 같다.

$$(i\omega[M_{\eta}] + g[D][M_{tot}]^{-1}[D]^T)\{\hat{\eta}\} = -\{\hat{P}_{\eta}\} + [D][M_{tot}]^{-1}\{\hat{P}_W\} \dots\dots\dots(11)$$

이에 따라 식(11)에서는 모든 결점에서의 조위 $\{\hat{\eta}\}$ 를 구할 수 있으며, $\{\hat{\eta}\}$ 를 식(10)에 대입하면 모든 결점에서의 유속 $\{\hat{U}\}$ 를 구할 수 있다.

가. 反復解法

식(7)-(8)은 비선형 부하항이 0이라는 가정으로부터 반복해법에 의한 해석이 시작되어 주어진 경계조건에 대하여 조류속과 조위

가 핵심모형으로 계산되고, 빈도영역의 진폭과 위상으로 계산된 조위와 조류속은 다음식에 의하여 정해진 시간에 따라 시간영역의 조위와 조류속으로 변화된다.

$$\eta(t) = R_e \left\{ \sum_{j=1}^{N_f} \eta_j e^{i\omega_j t} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

$$U(t) = R_e \left\{ \sum_{j=1}^{N_f} U_j e^{i\omega_j t} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

시간영역으로 변화된 조위와 조류속은 비선형 가상부하벡터를 계산하는데 사용되는데 이들 가상항들은 다음 절에서 설명되는 조화분석에 의하여 조화급수의 형태로 근사화될 수 있다. 한편 조화급수의 형태로 근사화된 비선형 가상부하항은 빈도영역 지배방정식인 식(7)-(8)의 일부 또는 전부에 분배되어 다시 계산되고 이러한 과정은 조위와 조류속이 규정된 범위 내로 수렴이 될 때까지 반복된다.

나. 調和分析

반복해법에서 가장 중요한 사항은 지배방정식(7)-(8)의 비선형항인 유한진폭벡터, 마찰차분부하벡터 및 이류가속벡터에서 생성된 가상의 하중항에 대한 조화분석기법의 선택이라 할 수 있다.

Westerink et al.(1985)¹⁹⁾은 最小自乘 調和分析法을 다음과 같이 제안한 바 있다.

N개의 측정점 t_i 에서 시간영역 측정값인 $f(t_i)$ 를 가지고, 또한 M개 분조에 대한 既知의 각속도 ω_j 를 함유한 시간영역 측정자료인 $g(t_i)$ 를 조화분해하기 위해서는 다음과 같은 조화급수가 사용된다.

$$g(t_i) = \sum_{j=1}^M [a_j \cos \omega_j t_i + b_j \sin \omega_j t_i] \dots\dots\dots(14)$$

여기서, a_j, b_j : 미지의 調和係數

측정값과 분석값 간의 자승오차는 다음식과 같다.

$$E = \sum_{i=1}^M |f(t_i) - g(t_i)|^2$$

$$= \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^M (a_j \cos \omega_j t_i + b_j \sin \omega_j t_i) - f(t_i) \right]^2$$

오차를 최소화하려면 계수 a_j 와 b_j 각각에 대한 E의 편미분을 0으로 놓으면 된다.

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^M (a_j \cos \omega_j t_i + b_j \sin \omega_j t_i) - f(t_i) \right] \cos \omega_j t_i = 0 \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_j} = \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^M (a_j \cos \omega_j t_i + b_j \sin \omega_j t_i) - f(t_i) \right] \sin \omega_j t_i = 0 \dots\dots\dots (16)$$

식(15)-(16)은 다음과 같은 2M개의 선형 연립방정식을 형성한다.

$$[M_{LSQ}]\{a\} = \{S_{LSQ}\} \dots\dots\dots (17)$$

여기서, $[M_{LSQ}]$: 최소자승행렬
 $\{a\}$: 미지계수의 벡터
 $\{S_{LSQ}\}$: 최소자승 반응벡터

반복해법에서는 식(17)의 우변에 있는 최소자승 반응벡터 $\{S_{LSQ}\}$ 가 매 반복시 마다 다시 설정되는데, 이 때마다 조화계수를 나타내는 벡터 $\{a\}$ 를 구하게 된다.

IV. 模型的 構造

1. 模型的 構成

조석의 수리현상을 나타내는 지배방정식을 실제해역의 조건에 맞추어 계산할 수 있도록 하기 위하여, 삼각형과 사각형요소에 의한 유한요소방정식을 포트란 프로그래밍 언어로 코딩하고 이를 TIDE 모형이라 하였다.

TIDE 모형의 전산처리과정은 Fig. 1에서 보는 바와 같이 먼저 격자와 지형에 관련된 자료들이 입력되어 각각의 요소에 대한 띠폭이 검사되고 이어서 지역특성자료, 비선형 분석자료 및 경계조건 등의 각종자료가 모형에 입력된다.

지배방정식의 하중항에 대한 요소행렬식은 우선 선형항에 대하여 삼각형과 사각형요소별로 통합되어 핵심모형을 구성하고 핵심모형으로 조위와 조류속이 계산된다.

이어서 TIDE 모형은 반복계산되는 과정이 시작되는데 비선형항의 계산 시 반복계산에 따른 수렴성을 향상시키기 위하여 선형마찰계수는 반복회수(INLCYC)가 선형반복회수(LFRCYC) 이하인 경우 다음 식에 의하여 새로운 값으로 치환되면서 핵심모형이 반복계산된다.

$$\lambda^{(i+1)} = 0.5\lambda^{(i)} + 0.5(8/3\pi) C_f \sqrt{|\hat{V}_x|^2 + |\hat{V}_y|^2} \dots\dots\dots (18)$$

여기서, $\lambda^{(i)}, \lambda^{(i+1)}$: i 및 i+1번째 반복에서의 선형마찰계수
 \hat{V}_x, \hat{V}_y : x, y방향 유속진폭

반복회수가 선형반복회수보다 크면 지배방정식의 비선형항이 시간영역 하에서 계산되고 최소자승 조화분석법에 의하여 분조 별로 진폭과 위상이 구해진다. 그리고 이와 같이 빈도영역으로 변화되어 계산된 비선형항은 핵심모형의 우변에 위치한 비선형 가상하중항으로 저장되어 조류속과 조위가 정해진 값 이내로 수렴되거나 최대반복회수(IMXCYC)에 이를 때까지 반복계산된다.

2. 入力資料

가. 格子 및 地形特性資料

TIDE 모형에는 구성된 격자망의 요소와 절점의 수, 절점번호 및 절점의 x, y좌표 그리고 요소번호 및 요소를 구성하는 절점번호가 입력되며, 지형특성자료로 평균해수면으로부터의 수심이 입력된다.

또한 淺海域에서는 해저면 마찰의 영향을 무시할 수 없기 때문에 선형마찰계수와 마찰인자가 절점 별로 입력된다.

나. 地域特性 및 境界條件資料

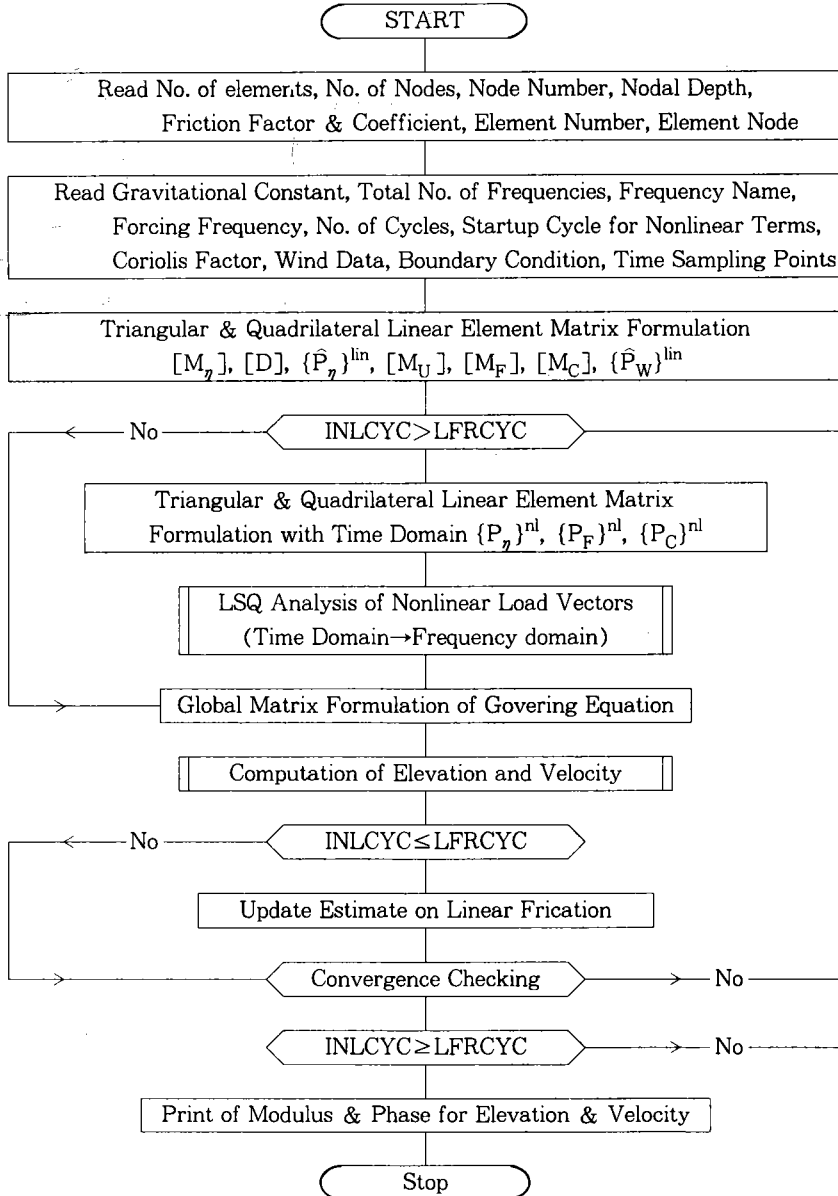


Fig. 1. Flow Chart of TIDE Model

TIDE 모형은 조석의 크기 전체를 취급하는 것이 아니고 조석을 일정한 주기성을 지닌 일련의 분조들로서 취급하였기에, 조석 파라메타로서 요구되는 입력자료로는 분석에 사용되는 분조의 수와 각 분조의 명칭 및 각속도가 필요하다.

실제 조석은 약 400여개 이상의 분조로 구

성되어 있으나 이를 전부 분석하는 것은 의미가 없어 Table-1과 같이 진폭이 큰 천문조, 중복조 및 복합조 등 10개의 주요 분조만을 본 연구에 사용하였다.

비선형항을 계산하는 경우 수렴이 될 때까지 반복계산되기 때문에 연속된 두 반복 간의 수렴여부를 알려주는 최대허용오차가 입력 되

Table-1. Primary Tidal Constituents in Shallow Region

Tide	Frequency(hr ⁻¹)	Period(hr)
M ₂	0.080536	12.42
S ₂	0.083333	12.00
K ₁	0.041783	23.93
O ₁	0.041987	25.82
N ₂	0.079051	12.65
L ₂	0.082079	12.18
K ₂	0.083449	11.98
P ₁	0.041580	24.05
M ₄	0.161074	6.21
MS ₄	0.163870	6.10

며, 수렴이 되지 않는 경우를 대비하여 최대 반복회수가 입력된다.

바람에 의한 해수면에서의 마찰력을 고려하기 위한 입력자료는 풍속으로 주기성을 가지는 조화함수가 되도록 진폭과 위상을 동시에 구하여 입력하여야 하며, 풍향 및 바람항력계수도 필요하다.

또한 지구의 자전에 의해 조류가 받는 영향을 나타내는 편향계수도 입력된다.

한편 지배방정식과 관련되어 입력되는 경계 조건 중에서 개방경계조건자료는 개방경계의 절점 수 및 절점번호와 모의발생을 원하는 시점의 조위에 관한 것으로, TIDE 모형에서는 조위가 시간의 경과에 따라 변화해 가는 週期上에서의 위치로 분조별 경계절점에서의 진폭과 함께 高潮時로부터 모의발생시키고자 하는 時點까지의 경과된 시간이 位相差의 형태로 입력된다.

그리고 모의발생 대상구역으로 유입되는 하천이 존재한다면 그 하천유입수도 영역내의 수리현상에 영향을 주기 때문에, 개방경계에서 각 분조에 대해서 적용했던 것과 같은 방법으로 하천유입수를 입력하여야 한다. TIDE 모형에서 자연경계조건 자료는 유량이 있는 경계면의 수, 경계면의 양쪽 절점번호, 경계면의 절점 수 및 자연경계절점에서의 x, y방향

하천부하량에 대한 진폭과 위상차이다. 만약 하천유입수의 흐름이 주기성이 없는 定常流로 간주되는 경우 하천유입수도 하나의 분조로 취급되므로 모형에서 위상차는 0으로 입력된다.

3. 出力資料

TIDE 모형의 출력자료는 각 분조별로 연속되는 반복의 절점별 조위 차이의 최대값, 절점별 조류속 차이의 최대값, 조위 차이의 최대값이 발생된 절점, 조류속 차이의 최대값이 발생된 절점을 구하고 조위 차이의 평균, 조류속 차이의 평균도 출력한다.

한편 반복계산에 따른 수렴정도를 알아보기 위해 前 반복에서의 절점별 조위차이의 최대값을 現 반복에서의 절점별 조위차이의 최대값으로 나눈 조위 수렴율, 前 반복에서의 절점별 조류속차이의 최대값을 現 반복에서의 절점별 조류속차이의 최대값으로 나눈 조류속 수렴율과 조위평균에 대한 조위차이 평균의 백분율, 조류속 평균에 대한 조류속차이 평균의 백분율도 각기 출력된다. 그리고 마지막으로 분조별 조위의 진폭과 위상, 조류속의 x방향 진폭과 위상 및 y방향 진폭과 위상이 절점에 따라 출력된다.

V. 模型의 適用性 檢討

TIDE 모형의 적용성을 알아보기 위해 해석해가 있는 일차원 폐쇄수로에 대하여 수치해와 해석해를 비교 검토하였다.

Ippen(1966)¹⁰⁾은 일차원 폐쇄수로에서 조위와 조류속의 계산식을 다음과 같이 제시한 바 있다.

$$\eta = \eta_0 \{e^{-kx} \cos(\omega t - kx) + e^{kx} \cos(\omega t + kx)\} \dots (19)$$

$$u = \frac{\eta}{h} C_0 \frac{k_0}{\sqrt{\lambda^2 + k^2}} \frac{\{e^{-kx} \cos(\omega t - kx + a) - e^{-kx} \cos(\omega t + kx + a)\}}{\sqrt{2(\cos 2k\lambda + \cosh 2\lambda)}} \dots (20)$$

여기서, λ : 선형마찰계수
 η^* : 대양에서의 조위 진폭
 k_0 : 마찰의 영향에 따른 파수
 ($=\sqrt{k^2-\lambda^2}$)

이에 따라 TIDE 모형의 검정 대상영역으로 길이 96km, 폭 24km, 수심 10m, 마찰계수가 0.001이며 한쪽 단면이 폐쇄된 1차원 직사각형 수로를 선정하였으며, 여기에 주기가 12시간이고 진폭이 1m인 조석과가 수로에 유입되는 것으로 가정하였다.

Table-2는 수로 중앙점에서의 해석해로, 조위의 진폭이 1.5935m, 위상이 -1.1654rad이며, 조류속의 진폭은 1.3237m/sec, 위상이 0.2597rad인데, 수치해가 해석해에 어느 정도 접근하는지 알아보기 위하여 격자망을 세분화하면서 수로의 중앙점에 대하여 TIDE 모형의 적용 결과를 Table-3에 정리하였다.

1차원 폐쇄수로에 대해 TIDE 모형을 이용하여 계산된 수치해는 Fig. 2, 3에서 보는 바와 같이 조위의 진폭과 위상이 격자의 형상에 관계없이 요소 및 절점수가 30 부근에서 해석해에 대한 상대오차가 1% 미만으로 수렴되었고, 조류속은 조위에 비하여 상대오차가 전반적으로 증대하여 삼각형격자망인 경우 요

Table-2. Analytical Solution for Closed Rectangular Channel

Distance (m)	Elevation		Velocity	
	Amplitude (m)	Phase (rad)	Amplitude (m/sec)	Phase (rad)
0	1.0000	0.0000	2.0467	0.4642
48,000	1.5935	-1.1654	1.3237	0.2597
96,000	2.0612	-1.3699	0.0000	0.2008

* Distance shows the location of channel from inlet.

Table-3. Numerical Solution at Midpoint for Rectangular channel

Mesh			Elevation		Velocity	
Shape	Element	Node	Amplitude (m)	Phase (rad)	Amplitude (m)	Phase (rad)
△	8	9	1.7727	-1.3717	0.8620	0.1763
□	4	9	1.7794	-1.4301	1.1575	0.1644
△ □	6	9	1.7782	-1.4137	1.0169	0.1652
△	16	15	1.5803	-1.1940	1.2830	0.2095
□	8	15	1.5465	-1.1967	1.3646	0.1880
△ □	12	15	1.5583	-1.1945	1.3393	0.1976
△	32	27	1.5950	-1.1742	1.2756	0.2455
□	16	27	1.5818	-1.1732	1.3338	0.2420
△ □	24	27	1.5893	-1.1729	1.3115	0.2451
△	128	85	1.5936	-1.1679	1.3468	0.2596
□	64	85	1.5906	-1.1673	1.3262	0.2553
△ □	96	85	1.5933	-1.1681	1.3334	0.2579
△	288	175	1.5936	-1.1664	1.3083	0.2569
□	144	175	1.5922	-1.1663	1.3248	0.2578
△ □	216	175	1.5938	-1.1667	1.3160	0.2573
△	512	297	1.5936	-1.1660	1.3350	0.2603
□	256	297	1.5928	-1.1659	1.3243	0.2586
△ □	384	297	1.5934	-1.1660	1.3292	0.2596

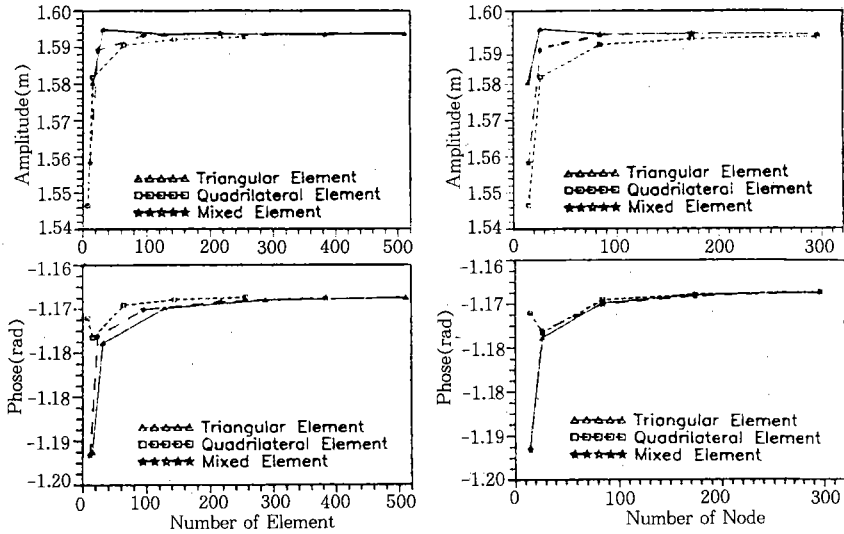


Fig. 2. Elevation at Midpoint

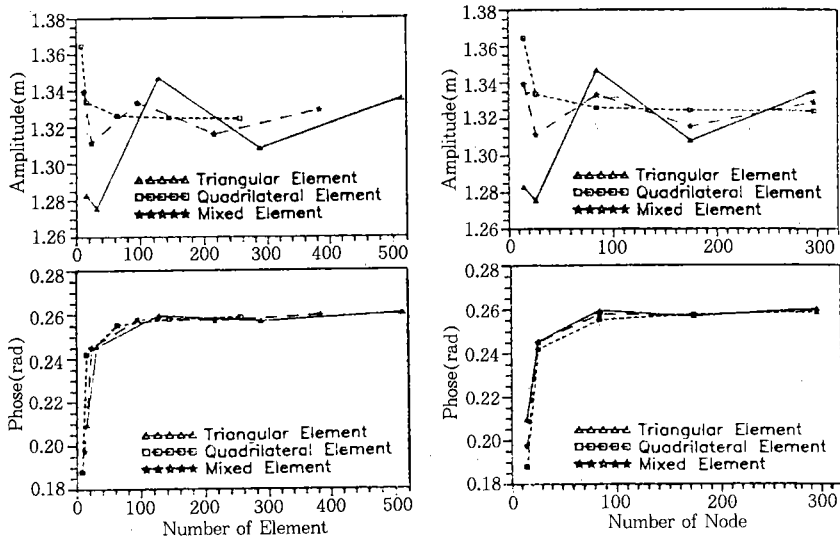


Fig. 3. Velocity at Midpoint

소 수 128, 절점 수 85에서 진폭의 상대오차가 1.7%, 사각형격자망은 요소 수 64, 절점 수 85에서 위상의 상대오차가 1.7%, 그리고 삼사각형혼합격자망은 요소 수 96, 절점 수 85에서 진폭과 위상의 상대오차가 각기 0.7%로 수렴되었다. 이를 좀 더 분석하여 볼 때 조위 및 조류속 공히 요소 및 격자 수가 증가

될수록 해석해에 정확히 수렴되었는데, 조위의 경우 같은 절점 수에 대하여 삼각형격자망의 수렴속도가 빠른 경향을 보였으나 절점 수에 비해 격자 수가 2배인 삼사각형격자망의 경우 조위에서 요소수의 증가에 따른 해의 수렴속도가 빠른 경향을 나타내지 못하고 있다.

이상의 수치해 분석 결과를 전반적으로 볼

때, TIDE 모형은 격자의 형상에 구분없이 해가 수렴되어 이론적인 타당성을 갖는다고 볼 수 있기 때문에, TIDE 모형을 적용할 때 지형이 단순한 지역은 사각형요소를, 복잡한 지역은 삼각형요소를 사용하여 삼사각형혼합격자망으로 구성하면 효율성이 더욱 높아진다고 생각된다.

VI. 結 論

본 연구에서는 淺海地域의 潮汐流動現象을 정확하고 효과적으로 해석하기 위하여 삼각형과 사각형요소를 혼합하여 사용할 수 있는 頻度-時間領域 비선형 유한요소모형인 TIDE를 개발하고, 이의 실제 해역에 대한 적용 가능성을 알아보기 위해 해석해가 있는 일차원 폐쇄수로에 대하여 수치해와 해석해를 비교 검토하였다. 이의 과정을 통하여 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 조석의 유동현상을 나타내는 지배방정식은 해수의 질량에 대하여 질량보존법칙을 적용하여 구한 연속방정식과 Navier-Stokes식으로 부터 해수의 흐름에 작용하는 압력, 중력, 점성력 및 편향력과 같은 모든 힘들의 수지관계를 고려한 운동방정식으로 구성하였다.

2. 지배방정식을 Galerkin법에 의해 가중잔차식으로 만들고 이를 기저함수를 이용하여 유한요소정식화한 다음 주기성이 있는 흐름을 자연스럽게 해석할 수 있도록 유한요소식을 빈도영역으로 변환하였다. 이의 수치해법은 지배방정식의 선형항으로 핵심모형을 구성하고, 선형마찰계수를 새로운 값으로 치환시키며 핵심모형을 반복계산한 후, 최소사승조화분석법으로 비선형항을 조류속과 조위가 수렴이 될 때까지 반복계산하는 기법을 고안하였다.

3. 삼각형과 사각형요소를 혼합하여 적용지역의 지형이 가장 잘 묘사되도록 구성된 격자망에 대한 유한요소식을 개발하였다.

4. 개발된 TIDE 모형을 해석해가 존재하는 직사각형 폐쇄수로에 적용하여 본 결과, 조위와 조류속 모두 해석해와 수치해와 차이가 1% 이하로 일치되어 실제 해역에 대한 적용 가능성이 입증되었다.

參 考 文 獻

1. 權純國, 高德九, 趙國光, 金俊賢, 1991, 有限要素法을 이용한 海水流動解析(I), 韓國農工學會誌, 第33卷, 第4號, pp. 73-83.
2. 權純國, 高德九, 趙國光, 金俊賢, 1992, 有限要素法을 이용한 海水流動解析(II), 韓國農工學會誌, 第34卷, 第2號, pp. 73-84.
3. 羅正宇, 1994, 새만금海域의 潮汐流動 解析을 위한 非線形 有限要素模型의 開發, 서울大學校 大學院 博士學位論文.
4. 承永鎬, 李相龍, 1984, 有限要素法에 의한 鎮海灣 潮汐의 數值實驗, 海洋研究所 所報, 第6卷, pp. 31-36.
5. 崔성욱, 李吉成, 1990, 有限要素法을 이용한 淺水方程式의 數值實驗, 大韓土木學會 論文集, 第10卷, 第4號, pp. 141-150.
6. Desai, C. S., 1979, Elementary Finite Element Method, Prentice-Hall, Inc..
7. Dhatt, G., A. Soulaimani, Y. Ouellet and M. Fortin, 1986, Development of New Triangular Elements for Free Surface Flows, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 6, pp. 895-911.
8. Gray, W. G. and D. R. Lynch, 1979, On the Control of Noise in Finite Element Tidal Computations: A Semi-Implicit Approach, Computers and Fluids, Vol. 7, pp. 47-67.
9. Hauck, L. M. and B. Brown, 1990, Numerical Modeling of Hydrodynamics Brazos Island Harbor Project, Texas(Brow-

- nsville Ship Channel) : Technical Report HL-90-5, US Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg.
10. Ippen, A. T.(ed), 1966, Estuary and Coastline Hydrodynamics, McGraw Hill.
 11. Kawahara, M., 1978, Steady and Unsteady Finite Element Analysis of Incompressible Viscous Fluid, Finite Elements in Fluids, Vol. 3(ed. R. H. Gallagher et al), John Wiley & Sons, Ltd., pp. 23-54.
 12. King, I. P., 1992, Evaluation of Modeling for Simulation of Estuarial Systems in Estuarine and Coastal Modeling(ed. M. L. Spaulding et al), Proceedings of the 2nd International Conference, Waterway, Port, Coastal and Ocean Division of ASCE, pp. 707-719.
 13. Lin, H. C. Jr, 1992, Houston-Galveston Navigation Channels Texas Project; Report 2; Two-Dimensional Numerical Modeling of Hydrodynamics : Technical Report HL-92-7, US Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg.
 14. Niemeyer, G., 1979, Long Wave Model Independent of Stability Criteria, Journal of the Waterways, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 101, No. WW1, pp. 51-65.
 15. Nwaogazie, F. I. L. and A. K. Tyagi, 1984, Unified Streamflow Routing by Finite Elements, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 110, No. HY11, pp. 1595-1611.
 16. Partridge, P. W. and C. A. Brebbia, 1976, Quadratic Finite Elements in Shallow Water Problems, Journal of Hydraulic Division, ASCE, Vol. 102, No. HY9, pp. 1299-1314.
 17. Taylor, C. and J. M. Davis, 1975, Tidal Propagation and Dispersion in Estuaries, Finite Elements in Fluids, Vol. 1 (ed. R. H. Gallagher et al.), John Wiley & Sons, Ltd., pp. 95-118.
 18. Walters, R. A. and G. F. Carey, 1983, Analysis of Spurious Oscillation Modes for the Shallow Water and Navier-Stokes Equations, Computers and Fluids, Vol. 11, No. 1, pp. 51-68.
 19. Westerink, J. J., J. J. Connor and K. D. Stolzenbach, 1985, A Frequency Domain Finite Element Model for Tidal Circulation, Energy Laboratory Report No. MIT-EL 85-006.