韓國經營科學會誌
第19卷 第3號
1994年 12月

퍼지교차종속관계를 이용한 다기준평가문제의 가중치 책정방법†

정규련* · 정택수**

A Weighted Value Method for Multicriteria Decision-Making

Kyu Ryun Chung, Taek Soo Chung

Abstract

Complex decision-making problems are often characterized by multicriteria phenomena and fuzziness inherent in the structure of information and therefore require suitable scientific solution methods. Especially, when similar dependent criteria are introduced, the problems become more complex.

This paper presents a fuzzy intersectional dependence relation model for this kind of multicriteria decision-making problems. The model we propose is based on the fuzzy relation from fuzzy systems theory. In the case of introducing similar dependent criteria, the rank reversal by distortion of weights is hard to occur by our proposed method. A numerical example is presented to illustrate the use of the model.

1. 서 론

다기준의사결정문제는 문제에 따르는 대안을 평가기준에 의하여 평가하여 가장 좋은 대안을 선택하는 것으로서, 각각의 평가기준에는 평가기준간의 상대적인 중요도를 나타내는 가중치의 결정이 의사결정에 중요한 영향을 미친다. 가중치 결정에 대한 연구로서 T. L . Saaty에 의한 AHP[7 , 9](Analytic Hierarchy Process:계층화의사결정법)가 제안되어 그와 관련된 많은 연구가 행해지고 있다[10-15].

AHP는 계층구조를 사용하여 반복적으로 분석하는 방법으로서, 이해하기쉽고 간단해서 여러 분야에 응용[6, 1, 3]되고 있으나, 의사결정자의 주관적인 판단에 따른 감각량의 애매함

* 숭실대학교 산업공학과 교수
** 한국기술교육대학 조교수

[15], 각대안의 평가기준별 평가치의 합이 1이 되는 정규화의 문제, 독립성에 대한 조건등이 문제가 되고 있다[3]. 이들은 대안 또는 평가기준의 추가에 의하여 추가하기 전후의 순위에 역전현상으로 나타난다.

정규화의 문제를 살펴보면, 일찌기 Belton과 Gear([17], [3, 13]에서 재인용) 및 Dyer와 Wendell([18], [13]에서 재인용)이 예시한 바와 같이 평가기준과 대안만이 포함되는 AHP의 계층구조(single level of criteria)에서 기존의 대안에 다른 대안이 추가될 경우 순위의 역전현상이 나타나는 것을 보여주고 있는데 [3, 13], 이는 AHP의 절차가 주어진 평가기준에 관한 각대안의 평가치(score)의 합을 1로 정규화하는 비율척도(ratio scale)를 사용하기 때문이다[3].

이를 보완 하기 위해서는 AHP의 많은 장점을 활용하되 평가치의 적용에 있어서는 비율척도를 구간척도(interval scale)로 전환하는 것이 제안되고 있으며[3, 14, 15], 실제로 이를 활용하여 평가치의 최대치를 1로 함으로써 역전현상의 문제가 극복되고 있음을 보여주고 있다[3]. 이러한 문제에 대한 반론으로서 유사한 대안은 평가에서 제거해야 한다는 의견이 제시되었으나[13], 유사한 대안의 추가는 얼마든지 발생할 수 있으므로 구간척도에 의한 평가는 타당하다[3].

앞에서 제시한 대안의 추가에 의한 순위의 역전현상과 달리 황승국[1, 4]은 기존의 평가기준에 종속성(유사성)이 강한 평가기준이 추가될 경우 순위의 역전현상이 나타나고 있음을 보이고 있다. 종속성이 강한 평가기준이 추가될 경우 이들 가중치를 다시 정규화하여 각대안의 평가를 실시하는 것은 추가된 평가기준의 가중치중에서 종속성이 심한, 즉 평가기준간의 공통성이 있는 부분의 가중치가 이중 또는 다중으로 반영된 상태에서 평가를 하는 것이 되고 이로 인하여 순위의 역전현상이 나타난다.

이러한 순위의 역전현상이 중시되는 이유는 역전 그자체가 중요한 것이 아니라 역전현상을 발생시키는 평가점수나 가중치의 왜곡이 나타나는 원인을 규명하여 이를 해소하는 것이 보다 중요하기 때문이다.

기존의 평가기준과 유사한 종속성이 강한 평가기준을 왜 도입하느냐 하는 것은 평가의 방법론에 대한 논의 이전의 평가기준의 설계에 관한 문제로서, 현실적으로 적절한 정보가 부족하거나 거대한 사업에 대한 보다 정확한 평가를 실시할 필요성이 있을때는 평가가능한 모든 평가기준을 도입하여야 할 경우도 있기 때문이다. 그러나 일반적으로 이러한 경우를 취급할 적절한 방법이 없기 때문에 종속성이 강한 평가기준의 도입을 포기하거나 무리하게 독립성을 가정하여 정확한 평가를 못하게 되는 경우가 많은 것이다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서는 이들 평가기준 상호간의 종속성의 정도를 점검하여야 하며, 평가기준이 중복되는 공통기준(교차평가기준)의 가중치가 이중 또는 다중으로 반영되는 것을 방지하는 방안을 모색할 필요가 있다.

AHP를 제안한 T. L. Saaty는 Takizawa와 함께 AHP의 종속성에 관한 논문을 발표하였다[8]. 여기에서 그는 종속성의 종류를 구조적인 종속성과 기능적인 종속성으로 구분하고 기능적인 것은 다시 외적인 것과 내적인 것으로 구분하고 있다. 그러나 Saaty는 기능적인 종속성에 치중한 연구를 하였고 이러한 기능적인 종속성은 평가기준이나 대안의 집합간(outer) 또는 평가기준이나 대안내의 각원소간(inner)에 얼마나 영향을 주거나 받느냐 하는 것으로

서 방향성이 필요하게 되고, 또한 이러한 종속성을 도입한 결과는 영향을 주고 받는 것의 조정일 뿐이다. 유사한 평가기준이 추가되었을 경우, 중복된(intersectional) 평가기준의 가중치 제거에는 이러한 조정으로는 어려우며, 방향성은 필요가 없다.

황승국은 평가기준의 가중치를 최대치가 1이 되도록 하는 가능성측도(possibility measure)를 채용하고, 이를 Dempster의 퍼지측도이론[16]에 의한 상하한 기대치로써 대안을 종합평가하는 방법을 제시하였다[1, 4]. 이는 가능성측도의 기본확률을 구하는 과정에서 중복되는 부분을 제거하는 효과를 가져와 순위의 역전현상이 방지되는 결과를 보이고 있다. 그러나 가능성측도는 전집합의 부분집합들이 단조열로(nested)배열되어야 한다는 가정을 필요로 한다([5]의 p121-130).

따라서 본연구에서는 종속성이 강한 평가기준이 추가되었을 경우, 각각의 평가기준의 가중치를 적용함에 있어 의사결정자가 부여한 평가기준의 가중치가 이중 또는 다중으로 반영되는 것를 방지하고 정확한 평가를 실시하기 위하여 평가기준 상호간의 교차종속성의 정도를 퍼지관계(fuzzy relation)로 표현하는 퍼지교차종속관계(fuzzy intersectional dependence relation)를 정의하고, 이를 이용하여 평가기준의 가중치를 계산하고, 평가에 적용하는 방법을 제안한다.

2. 평가기준 상호간의 퍼지교차 종속 관계를 이용한 가중치 책정법

2. 1 문제의 구성

일반적으로 가중치함수를 이용한 다기준평가문제는 다음과 같이 나타내진다.

집합 B={a, b……}를 대안의 집합이라하고, g_1, g_2,…, g_n을 n개의 평가기준에 대응하는 평가함수라 하자. 문제는 집합 B에 있어서 가장좋은 대안을 선택하는 것이다. 즉, n개의 평가기준에 있어서 각각의 대안 a, b…의 평가치가 ($g_1(a)$, $g_1(b)$,…),…($g_i(a)$, $g_i(b)$,…),…, ($g_n(a)$, $g_n(b)$,……)로 주어져 있을때에 집합 B에 있어 가장 좋은 대안을 선택하는 것이다. 각각의 평가기준에는 중요도를 나타내는 가중치가 주어져 있다. 가중치 w_1, w_2,…, w_n은 다음과 같이 정규화 된다.

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \quad \text{------------------------}(1)$$

w_i는 의사결정자가 i번째 평가기준에 부여한 상대적인 중요도이다. 따라서, 가장선호하는 대안의 평가치 y*는 다음과 같이 나타내진다.

$$y^* = \{y_h \mid \max \sum_{i=1}^{n} w_i\ g_i(h)\} \quad \text{------------}(2)$$

평가기준의 가중치는 Saaty의 비율척도(ratio scale)를 채용한 것으로 가정한다.

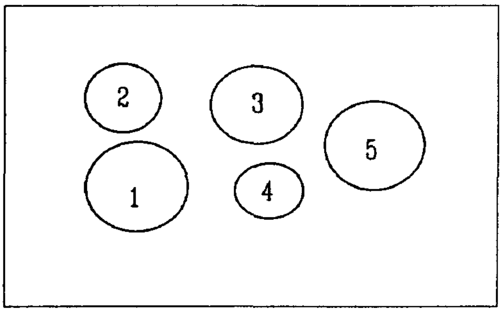
본연구에서는 A′={1, 2,…m}를 기존의 평가기준의 집합, A″={m+1, m+2. n}를 유사성이

강한 추가된 종속기준의 집합, A={1, 2,···, ···n}는 기존의 평가기준과 추가된 평가기준이 합해진 집합이라 하자. 물론 각각의 평가기준에는 중요도를 나타내는 가중치가 주어져 있는데 기존의 평가기준은 각각 $w_1, w_2, \cdots, w_m$의 가중치가 주어져 있고, 추가된 평가기준에는 각각 $w_{m+1}, w_{m+2}, \cdots, w_n$ 의 가중치가 주어져 있다 이때, 기존의 평가기준의 가중치는 합이 1로 정규화 되어 있고, 추가된 평가기준의 가중치는 동일한 척도에 의해 책정된 것이라고 가정하면 식(3)이 성립한다.

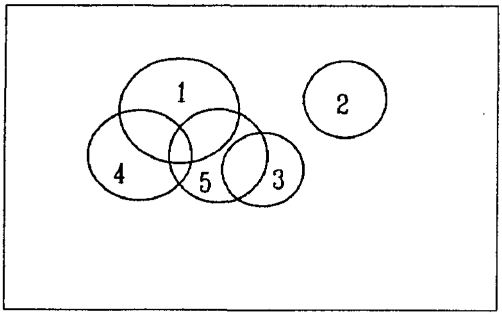
$$\sum_{i=1}^{m} w_i = 1 \quad \text{--(3)}$$

따라서 n개 평가기준의 가중치집합(W)의 합은 1보다 큰 것이 된다.

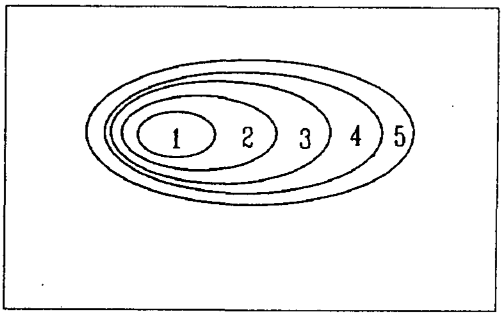
일반적으로 기존의 평가기준에 새로운 평가기준이 추가되면 [그림 1]과 같이 평가기준 상호간에는 각각 독립인 경우[그림1-1]와 부분적으로 독립 또는 종속되는경우([그림 1-2], 1회 이상 n-1회의 중복) 및 완전히 종속되어 있는 경우([그림1-3], 단조열로 n회 중복)등의 다양한 종속 관계가 발생할 수 있을 것이다.



[그림1-1] 완전독립



[그림1-2] 부분종속



[그림1-3] 완전종속

[그림1] 기준상호간의 종속성유무

이때 평가기준들이 상호간에 각각 독립인 경우는 통상 가정되는 상황이고, 單調列(nested)로 n회 중복된 특수한 경우가 가능성 측도를 이용한 방법에 해당이 된다.

문제는 평가기준 상호간의 종속의 정도를 파악하여 즉, 각각의 평가기준이 여타 평가기준과 몇회나 교차되어 있으며 어느정도 공통된 부분이 있는지를 계산하고 이들 평가기준에 적절한 가중치를 책정하여 이를 통해 평가를 실시하는 것이다. 그러나 평가기준 상호간의 종속성의 정도를 한꺼번에 정하기에는 매우 어렵고 애매하나 Saaty의 AHP방법으로 각각의 평가기준의 가중치를 책정한 의사결정자는 이를

어느정도 답변할 수 있는 것으로 가정한다.

2.2 평가기준의 가중치 책정

(1) 퍼지교차종속관계

直積(Cartesian product) $A \times A$ 에서 2변수(멤버쉽)함수 d를 1회퍼지교차종속관계(1 fuzzy intersectional dependence relation)라고 부르고 다음과 같이 나타낸다.

$d : A \times A \dashrightarrow [0, 1]$

여기에서 d(i, j)의 값은 집합 A내의 모든 평가기준 i, j에 대해서 2개의 평가기준 사이의 교차종속성(공통성)의 정도를 나타내는 것으로 한다.

퍼지교차종속관계는 반사적이며 $[d(i, i)=1, \forall i \in A]$, 다음과 같이 정의한다.

평가기준i는 평가기준j에 완전종속이다

$\Longleftrightarrow d(i, j) = 1,\ w_j \geq w_i$ -------------(4)

이때 $d(j, i) = w_i / w_j$, 이다.

평가기준i는 평가기준j에 부분종속이다

$\Longleftrightarrow d(i, j)=$0과1 사이, $w_j \geq w_i$ ----(5)

이때 $d(j, i)=d(i, j)w_i/w_j$, 이다.

평가기준i는 평가기준j와 완전독립이다

$\Longleftrightarrow d(i, j) = 0,\ \forall i, j \in A$ ---------(6)

이때 $d(j, i) = 0$ 이다.

평가기준 i와 평가기준 j간의 공통부분의 크기는 교차평가기준의 가중치의 크기인 $w_{ij}(=w_{ji})$로 가정한다. 앞에서의 가정과 정의에 따라 식(7)이 성립한다.

$w_{ij}=w_i\ d(i, j)=w_j\ d(j, i)=w_{ji}$ -------------(7)

이러한 퍼지교차종속관계는 n차원공간(A^n)까지 정의 가능하고 이를 이용한 교차종속기준의 가중치 계산 및 평가절차는 다음과 같다.

(2) 1회 교차 평가기준

준비단계로서 각각의 평가기준을 가중치 크기의 순서대로 나열한다. 즉, $w_1 \geq w_2 \geq, \cdots, \geq w_n$이 되도록 평가기준을 재배열한다.

의사결정자에게 "평가기준 i는 평가기준 j에 어느정도 종속되어 있는가"를 질문하고 그답에 따라 평가기준 상호간의 종속의 정도인 퍼지교차종속관계d(i, j)를 얻는다. $d(i, i)=1$, $d(j, i) =d(i, j)\ w_i/w_j$, 단, $w_j \geq w_i$가 정의되어 있으므로 [그림2]의 우상삼각행렬의 d(i, j)만 구하고 나머지는 역산한다. 이는 AHP의 일대비교방법과 유사하다.

다만 본연구에서는 우상삼각행렬의 d(i, j)만 구하는 것으로 하였으나, 현실적으로 측정을 함에 있어서 w_i와 w_j의 크기에 따라(보는 각도에 따라) d(j, i)와 d(i, j)의 측정값이 (7)식의 $w_{ij}=w_{ji}$의 가정을 현저하게 훼손할 수도 있을 것이다. 이경우는 정의에 의한 제약의 범위내($d \in [0,\ 1]$)에서 평균치를 구하는($(w_{ij}+w_{ji})/2$)방법을 사용한다. $d>1$의 측정값이 나타날 경우에는 $d=1$일때의 가중치로써 평균치를 구한다. 측정값이 서로 다를 경우에 구간에 의한 방법[10, 12]은 다회교차기준이 발생할 경우에 계산이 매우 복잡하여질 것이므로 본연구에서는 고려하지 않았다. [그림 2]는 얻어진 $n \times n$ d(i, j)의 행렬이다.

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 2 & 3 & n \\
\hline
1 & d(1,1) & d(1,2) & d(1,3)\cdots & d(1,n) \\
2 & d(2,1) & d(2,2) & d(2,3)\cdots & d(2,n) \\
3 & \cdot & \cdot & & \cdot \\
 & \cdot & \cdot & & \cdot \\
 & \cdot & \cdot & & \cdot \\
n & d(n,1) & d(n,2) & d(n,3)\cdots & d(n,n)
\end{array}
$$

[그림2] 일대비교(pairwise comparison)에 의한 퍼지종속관계의 행렬

다음 단계에서는 얻어진 각각의 d(i, j)의 값에 (7)식을 적용하여 1회교차된 평가기준의 가중치 행렬 $[w_{ij}]_{n\times n}$을 구한다. 1회교차 평가기준(1 intersectional criteria)의 가중치행렬는 앞의 퍼지교차종속관계의 정의에 따라 $w_{ii}=w_i$이고 $w_{ij}= w_{ji}$이므로 대칭이다. w_{ij}의 값은 1회교차 평가기준(i∩j)의 가중치를 의미한다.

앞에서 얻어진 1회 교차평가기준의 가중치행렬을 검토하여, 대각선 원소를 제외한 나머지 행 또는 열의 원소가 모두 0($w_{ij}=0$, $\forall$ j≠i∈A)으로 나타나는 평가기준(i)의 새로운 가중치(w')는 여타 평가기준과 완전 독립이므로 선별해내고, 이미 책정된 가중치를 그대로 부여한다.

$$w'=w_{ii}=w_i\ ,\ w_{ij}=0,\ \forall j\neq i\in A \quad \text{------------(8)}$$

만약에 모든 평가기준이 상호간에 완전독립이면 모든 평가기준의 가중치의 합을 1로 정규화하고 중단한다.

남아있는 평가기준 상호간의 1회교차 평가기준의 가중치 중에서 $w_{ij}\neq 0$인 경우는 평가기준i와 평가기준j가 상호교차종속관계에 있음을 나타내주고, $w_{ij}=0$인 경우는 평가기준i와 평가기준 j가 상호독립관계에 있음을 나타내준다.

(3) 2회교차 평가기준

다음 단계에서는 $w_{ij}\neq 0$인 1회교차 평가기준(i∩j)을 선별하여 이들 각각과, 완전독립인 평가기준 (p개)및 1회교차기준에 해당되는 평가기준을 제외한 나머지 평가기준k(k≠i,j, 단, i, j, k∈A', A'= {1, 2,…, n−p}, k의 갯수 =n−p−2개)와의 관계를 앞에서 실시한 퍼지종속관계조사와 같은 방법으로 반복실시한다.

즉 1회교차 평가기준(i∩j)이 여타 평가기준 k와 얼마나 종속되어 있나를 묻고, 그답을 받아서 3변수함수인 2회 퍼지교차종속관계 d(i, j, k)를 구하고, 이를 통해 2회교차 평가기준(i∩j∩k)의 가중치(w_{ijk})를 구한다.

$$w_{ijk} = d(i,\ j,\ k)\times w_{ij}, \quad \text{------------------------(9)}$$

여기에서 d(i, j, k)의 표현은 엄밀한 의미에서 d((i, j), k)이다 그러나 정의에서 $w_{ij}=w_{ji}$이기 때문에 교차평가기준(i∩j)과 여타 기준(k)과의 퍼지교차종속관계는 d((i, j), k)나 d((j, i), k)가 그 의미가 같다. 따라서 2회퍼지교차종속관계는 d(i, j, k)로 표현한다. 이는 마지막 첨자의 평가기준(k)과 앞의 모든첨자의 교차평가기준(i∩j)과 교차종속관계임을 의미한다 이러한 표시방법은3회이상 다회교차평가기준에서도 같이 적용된다.

퍼지교차종속관계의 측정값에 의한 2회교차 평가기준의 가중치값이 서로 상이할 경우에는 ($w_{ijk}\neq w_{ikj}\neq w_{kji}$) 제약의 범위내(d∈[0, 1])에서 평균치를 구하는 방법 (($w_{ijk}+w_{ikj}+w_{kij}$)/3)을 사용한다. d>1의 측정값이 나타날 경우에는 d=1일때의 가중치로써 평균치를 구한다. 다만 본연구에서는 계산의 편의상 역산하는 방법에 의한다. 이러한 방법은 3회 및 다회교차평가기준에도 같이 적용된다.

역산할 경우에는 가정에 의해 w_{ijk}, w_{ikj} 및 w_{kji}의 값은 같아야 하므로 1회교차평가기준에서와 같이 d(i, k, j), d (k, j, i) 의 값 또한 이미 구해진 w_{jk}, w_{ik} 및 w_{ijk}값과 (9)식에 의해 역산된다. 즉, d(i, k, j)=w_{ijk}/w_{ik}로 계산된다.

2회 퍼지교차종속관계는 直積A×A×A(A^3)에서의 3변수함수인 d(i, j, k)이고 이것이 0이면, $w_{ijk}=0$이 되고 평가기준i와j의 1회교차 평가기준(i∩j)는 특정평가기준k와는 독립이다. 이때 모든 k에 대해서 2회 퍼지교차종속관계 d(i, j, k)가 0이면(d(i, j, k)=0, $\forall$k∈A)평가기준 i와j의 1회교차평가기준(i∩j)은 여타 평가

기준과는 완전 독립이다.

(4) 3회 및 다회 교차기준

같은방법으로 독립성을 검토하여, 3회 및 다회교차평가기준의 가중치를 퍼지교차종속관계가 없을때 까지 계속하여 구한다.

극단적일경우, 直積 A×A×…×A (A^n)에서의 n변수함수인 n−1회교차 종속관계까지 나타날수 있고 이경우는 [그림1-3]에 해당된다.

(5)가중치의 부여

앞에서의 절차를 마치면 독립 또는 교차된 평가기준의 가중치가 모두 나타나게된다 이를 교차회수의 순서대로 각평가기준을 배열한다. 교차된 평가기준의 가중치는 각각의 평가기준에 배분되어야 할 것이나 얼마나 어떻게 배분되어야할 것인가가 문제가 된다. 예컨데 계산되어진 w_{ij}의 값은 평가기준 i와j가 나누어 가져야 할 것이나 어느정도의 비율로 나누어 배분할 것인가 하는 것이다.

교차평가기준의 가중치를 배분하는 방법으로서는 교차된 평가기준이 각각 동일한 값을 배분받는 방식도 있을 수 있고, 최초의 가중치크기에 의한 비율배분방식도 있을 수 있으며, 아예 잘 모르므로 퍼지測度(Fuzzy measure)[2, 16]를 이용한 평가를 할 수도 있을 것이다. 다만 본연구에서는 논의를 단순화 하기 위하여 가장 간단한 방식인 각각의 평가기준에 동일한 값을 배분하는 방식을 채택하기로 한다.

따라서 각각의 평가기준의 가중치는 해당되는 평가기준의 첨자가 들어있는 각각의 교차기준의 가중치를 선별하고 교차회수의 순서대로 교차된 평가기준의 數만큼 나누어 합한다. (예, $w_{ij}/2$ 또는 $w_{ijk}/3$ 등) 다만, 상위교차 평가기준이 중복되어 있을 때에는 상위교차 평가기준의 가중치만큼 차감하고 여기에 교차된 평가기준의 數만큼 나누어 합한다(예, $(w_{ij}-w_{ijk})/2$). 이는 가중치의 합집합 및 교집합의 연산식인 다음의 식에 기초한 것이다.

$$w_1 \cup w_2 \cup \cdots w_n = \sum_i (wi) - \sum_{i<j} (w_i \cap w_j) + \cdots$$
$$\cdots + (-1)^{n+1} (w_1 \cap w_2 \cdots \cap w_n) \quad \text{--------}(10)$$

(6)가중치의 정규화 및 평가

각각의 평가기준의 새로운 가중치가 계산되면 이들을 합이 1이 되도록 정규화한다.

정규화된 각평가기준의 가중치를 이용하여 평가한다

3. 수치 계산예

〈표 1〉와 같이 3개의 상호 독립인 1, 2, 3의 평가기준에 4, 5(1, 3과 부분종속)의 종속성이 강한 기준이 추가된 5개의 평가기준에 있어 3개의 대안의 선택문제를 고려한다([그림 1-2] 참조).

평가는 0 부터 10까지이고(10은 최적의 값으로 구간척도임) 평가기준의 가중치는 의사결정자로부터 각각 $(w_1, w_2, w_3, w_4, w_5)=(0.4, 0.3, 0.3, 0.3, 0.25)$로 부여 받았다고 하자.

〈표 1〉 상호종속인 5개의 평가기준에 의한 3개 대안의 평가치

대 안	평가기준 1	2	3	4	5
a	5.2	5.6	2.6	5.0	2.0
b	7.1	4.5	1.8	7.0	5.0
c	3.8	8.0	6.5	3.0	3.0

계산과정과 결과는 다음과 같다.

1회 퍼지교차종속관계를 조사한 결과는[그림 3]과 같고, 이에 의한 1회교차기준의 가중치는 〈표 2〉와 같다.

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0.3 & 0.25 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.2 \\ 4 & 0.4 & 0 & 0 & 1 & 0.1 \\ 5 & 0.4 & 0 & 0.24 & 0.12 & 1 \end{array}$$

[그림 3] 1차 퍼지종속관계의 행렬

〈표 2〉1회교차 평가기준의 가중치 계산

구분	계 산
1회 교차 평가 기준	$w_{14} = 0.3 * 0.4 = 0.12 = w_{41}$
	$w_{15} = 0.25 * 0.4 = 0.1 = w_{51}$
	$w_{35} = 0.2 * 0.3 = 0.06 = w_{53}$
	$w_{45} = 0.1 * 0.3 = 0.03 = w_{54}$
독립기준	$w_2 = w_{22} = 1 * 0.3 = 0.3$

2회퍼지교차종속관계의 조사결과는 [그림4]와 같다.

	3	5
1∩4 (0.12)	0	0.25

	3	4
1∩5 (0.1)	0	0.3

	1	4
3∩5 (0.06)	0	0

	1	3
4∩5 (0.03)	1	0

[그림 4] 2차퍼지종속관계의 조사결과

주)d(1, 4, 5)의 측정에 의해 $w_{145}=0.03$이 구해지고, 나머지d(1, 5, 4), d(4, 5, 1)의 값은 $w_{145}=w_{154}=w_{451}$ 과 (9)식에 의해 역산된 것이다. ( )안은 가중치이다. d(3, 5, 1)=d(3, 5, 4)=0는 1회교차평가기준(3∩5)이 독립임을 의미한다. d(4, 5, 1)=1은 평가기준(4∩5)가 평가기준1에 완전종속이라는 것을 의미한다.

각각의 평가기준의 새로운 가중치(정규화이전)는 다음과 같이 계산된다.

$$w_2' = w_2 = 0.3$$

$$\begin{aligned} w_1' &= w_{145}/3+(w_{14}-w_{145})/2+(w_{15}-w_{145})/2 \\ &\quad +\{w_1-(w_{14}-w_{145})-(w_{15}-w_{145})-w_{145}\} \\ &= 0.03/3+(0.12-0.03)/2+(0.1-0.03)/2 \\ &\quad +\{0.4-(0.12-0.03)-(0.1-0.03)-0.03\} \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_3' &= w_{35}/2+(w_3-w_{35}) = 0.06/2+(0.3-0.06) \\ &= 0.27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_4' &= w_{145}/3+(w_{45}-w_{145})/2+(w_{14}-w_{145})/2 \\ &\quad +\{w_4-(w_{45}-w_{145})-(w_{14}-w_{145})-w_{145}\} \\ &= 0.235 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_5' &= w_{145}/3+(w_{45}-w_{145})/2+(w_{15}-w_{145})/2+w_{35}/2 \\ &\quad +\{w_5-(w_{45}-w_{145})-(w_{15}-w_{145})-w_{35}-w_{145}\} \\ &= 0.165 \end{aligned}$$

이것을 정규화하면 다음과 같다.

$$w_1' + w_2' + w_3' + w_4' + w_5' = 1.27$$

$$(w_1^*, w_2^*, w_3^*, w_4^*, w_5^*) = (0.236, 0.236, 0.213, 0.185, 0.130)$$

교차종속관계를 도입하여 구한 평가기준의 가중치와 모든 평가기준의 독립성을 가정하여 정규화한 것과의 비교는 〈표 3〉과 같다.

〈표 3〉 퍼지교차종속관계를 도입한 평가기준의 가중치와 독립성을 가정한 가중치의 결과비교

평가기준	1	2	3	4	5	계
최초의가중치	.4	.3	.3	.3	.25	1.55
교차종속관계를 도입한 가중치(w_i^*)	.236	.236	.213	.185	.13	1
독립성을 가정한 가중치	.258	.194	.194	.194	.161	1
차 이	9%	-18%	-9%	5%	24%	.

〈표1〉과 식(2)를 이용하여 종속기준이 추가되기전의 각대안에 대한 평가(1)와 추가된후 모든기준의 독립성을 가정한 각대안의 평가(2) 및 퍼지교차종속관계를 도입하여 계산된 가중치로서 각대안을 평가(3)한 결과는 다음과 같다.

(1) $(y_a, y_b, y_c) = (4.54, 4.73, 5.87)$ ----------c채택
(2) $(y_a, y_b, y_c) = (4.224, 5.217, 4.858)$ -----b채택
(3) $(y_a, y_b, y_c) = (4.288, 5.066, 5.114)$--c채택

평가결과를 보면 종속성이 강한 평가기준이 추가되었을때, 종속성을 무시하고 정규화한 가중치로 평가할 경우에는 가중치의 왜곡으로 인한 순위의 역전현상이 나타나고, 퍼지교차종속관계를 도입하여 가중치를 계산하여 평가한 것은 순위의 역전현상이 나타나지 않음을 보이고 있다.

4. 결론

지금까지 다기준평가문제에 있어서 종속성이 강한 평가기준이 추가되었을때 평가기준 상호간의 종속성을 파악할수있는 퍼지교차종속관계를 정의하고 이를 활용한 평가기준의 가중치 책정법을 제시하였고 수치계산예를 보였다. 본 연구에서 제시한 방법을 평가에 활용할 경우, 현실적으로 다기준평가문제에 있어서 가장 중요한 요소의 하나인 의사결정자가 고려하는 평가기준간의 중요성의 정도에 대한 왜곡을 방지할 수 있을 것으로 기대된다.

다만 교차평가기준의 가중치의 측정값이 서로 상이하게 나타날 수 있고, 이럴 경우에는 평균치에 의한 방법도 필요하므로 제시하였으나 본연구의 수치계산예에서는 계산의 편의상 하나의 측정값에 의한 역산방법만을 제시하였다.

참고문헌

1. 黃承國, "ファシ～ィ理論の評價問題への應用", Ph. D. Thesis, 大阪府立大學 大學院 工學研究科 經營工學專攻, pp51-73, 1990, 12.
2. 石 塚満, "Dempster & Shafer의 確率理論", 電子通信學會誌, 9/1983
3. 中山弘隆, "多目的意思決定-理論と 應用-1-多目的意思決定と AHP-", システムと制御, Vol. 30, No7, 1986, pp430-438
4. Hwang Seung Gook, Hidetomo Ichihashi and Hideo Tanaka, "A Modification of

Siskos' Multicriteria Decision-Making Methodology using Fuzzy Outranking Relations", Bulletin of the University of Osaka Prefecture , Series A, Vol. 37 , No2, 1988, pp. 141-152.

5. Klir George J. and Tina A. Folger "Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information"Prentice- Hall International, Inc. 1988.
6. Saaty, T. L, "The Analytic Hierarchy Process" McGraw-Hill, New York, 1980
7. Saaty, T. L, "Exploring the Interface between Hierarchies, Multiple Objectives and Fuzzy Sets", Fuzzy Sets and Systems 1, 1978 , pp57 -68.
8. Saaty, T. L. & M. Takizawa, "Dependence and independence:From linear hierarchies to nonlinear networks", European Journal of Operational Research 26, 1986, pp229-237.
9. Saaty, T. L., "Measuring the Fuzziness of Sets", Journal of Cybernetics, 1974, 4, 4, pp53-61
10. Saaty, T. L and L. G, Vargas, "Uncertainty and Rank Order in the Analytic Hierarchy Process" European Journal of Operational Research 32, 1987, pp107-117.
11. Saaty, T. L., "Scaling the Membership Function", European Journal of Operational Research, 25, 1986, pp320-329
12. Laarhoven P. J. M van and W. Pedrycz, "Fuzzy Extention of Saaty's Priority Theory" Fuzzy Sets and Systems, 11, 1979 pp229-241.
13. Harker, P. T, and L. G, Vargas, "The Theory of Ratio Scale Estimation:Saaty's Analytic Hierarchy Process", Management Science Vol. 33, No. 11, November 1987
14. Kamenetzky, R. D., "The Relationship between the AHP and Additive Value Function" Decision Science 13, 1982 pp702-713
15. Belton, V., "A Comparison of the Analytic Hierarchy Process and a Simple Multiattribute Value Function", European Journal of Operational Research 26, 1986 pp7-21.
16. Dempster, A. P., "Upper and Lower Probabilities Induced by Multi-valued Mapping", Ann. Math. Statist. 38, 1967, pp325-339.
17. Belton, V. & T. Gear, "On a Shortcoming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies", Omega 11, 1983, pp228-230
18. Dyer, J. S. & R. E. Wendell , "A Criticque of the Analytic Hierarchy Process, " Working paper 84/85-4-24, Department of Management, The University of Texas at Austin, 1985.