

## 불안정형 공진기를 갖는 Nd:YAG 레이저에서의 beam quality 평가

김광석 · 김정목 · 김철중 · 이종민

한국원자력연구소 레이저 가공 및 광계측팀

### 공 흥 진

한국과학기술원 물리학과

(1994년 2월 22일 받음)

양영역 불안정형(Positive Branch Unstable) Nd:YAG 레이저 공진기를 모델링하여 공진기내의  $TEM_{\infty}$  기본모우드의 waist에 대한 수치해석을 하였으며 이를 토대로 레이저 공진기를 설계 제작하였다. 레이저봉의 열렌즈 초점거리를 측정하였으며 이를 이용하여 빔 waist에서의  $TEM_{\infty}$  모우드의 spot size에 대한 계산치와 실험치를 비교하였다. 그리고 고반복률로 발진하는 다중모우드(multimode)의 spot size를 측정하여 beam quality factor  $M^2$ 을 산출하였다. 한편 불안정 공진기에서 얻어진 출력실험 결과를 Plane-Parallel 공진기의 경우에 비교하여 그 특성을 평가하였다.

### I. 서 론

일반적으로 기공용 고출력 Nd:YAG 레이저는 높은 평균출력, 좋은 beam quality 등이 크게 요구된다.<sup>[1]</sup> 이와같은 두가지 레이저 출력 특성변수는 서로 상충되므로 동시에 만족시키는 일은 어렵지만 이에 관한 연구는 반드시 필요하고 많이 진행되어 왔다.<sup>[2,3]</sup> 더구나 출력빔의 spot size, 발산각, 공간강도분포등 레이저 beam quality와 관계된 출력변수는 광섬유로 레이저광을 전송시키거나 레이저에 의한 재료가공시 가공물에서 레이저 광의 power density 등을 예측하는데 필수적이다.<sup>[4]</sup>

Nd:YAG 레이저의 beam quality 측정은 주로 안정공진기에서 동작하는 CW 및 Q 스위칭된 beam에 대해서만 주로 이루어져 왔다.<sup>[5-6]</sup> 특히 불안정형 공진기에서 고반복률로 동작하는 펄스형 레이저의 beam quality 측정의 예는 많지않고 최근 N. Hodgson 등에 의해 Convex-Convex<sup>[7]</sup> 및, Near-concentric<sup>[8]</sup>형 불안정 공진기에서 실험연구된 보고가 있다.

본 연구에서는 레이저 발진동작시 열효과에 의하여 가변하는 열렌즈 레이저봉을 포함한 공진기에서 기본모우드의 spot size에 대한 수치해석을 하였으며, 이를 토대로 레이저 가공에 알맞는 고효율의 Plano-Convex형 불안정 공진기를 설계 제작하여 출력특성 실험을 수행하였다. 또한 레이저봉의 열렌즈 초점거리를 측정하여

계산된 레이저 변수와 측정치를 비교하였다. 그리고 고반복률로 동작하는 레이저 beam이 전파하는 임의의 두 지점에서 레이저 beam의 공간강도분포를 측정하여 spot size를 측정하였으며 A. E. Siegman 등이 제안한 다중모우드 빔 전파이론<sup>[9]</sup>을 이용하여 다중모우드 레이저빔의 spot size 및 beam quality factor  $M^2$ 를 산출하였다.

### II. Nd:YAG 레이저 공진기 설계

#### 1. 등가 공진기 모델 및 안정조건

본 연구에서는 렌즈효과를 갖는 레이저봉을 포함한 공진광학계를 그림 1과 같이 내부에 두꺼운 렌즈를 포함한 등가 공진기로 취급하였으며 공진기 제원은 표 1과 같다. 그림 1에서  $R_1$ 과  $R_2$  (여기서는  $\infty$ )는 거울의 곡률반경이므로 오목거울인 경우 양의 값이고 볼록거울인 경우 음의 값으로 표시한다.  $L_1$ 과  $L_2$ 는 양쪽거울에서 레이저봉의 주요면(principal plane)까지의 거리를 나타낸다. 공진기의 유효길이는

$$L' = L_1 + L_2 - (L_1 \cdot L_2)/f \quad (1)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서  $f$ 는 열렌즈의 초점거리이다. 이때  $g$ 변수는

$$g_1 = 1 - L_2/f - L'/R_1 \quad (2a)$$

$$g_2 = 1 - L_1/f - L'/R_2 \quad (2b)$$

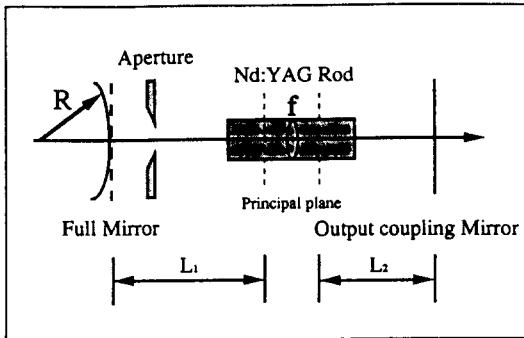


그림 1. PBUR including the thermal lensing rod

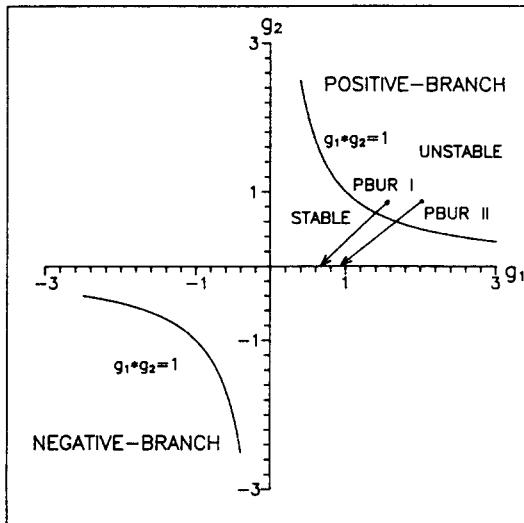
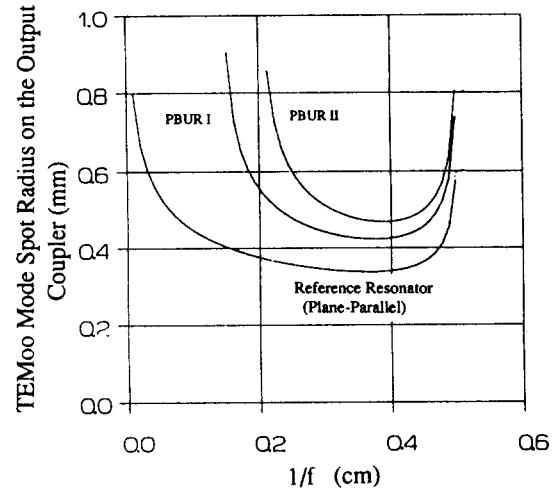


그림 2. g-diagram.

이다.

식 (2)를 그림 2와 같은 g-diagram으로 표시할 수 있다. 초기에 펌핑을 하지 않았을 경우  $f=\infty$ 이므로  $L'=L_1+L_2$ 이며  $g_1=1-(L_1+L_2)/R_1$ ,  $g_2=1-(L_1+L_2)/R_2$ 이다. 본 연구에서 구성한 Plano-Convex 공진기의 경우  $R_1<0$ ,  $R_2=\infty$ 이므로  $g_1, g_2>1$  보다 크게되어 그림 2의 양영역 불안정형 공진기(Positive Branch Unstable Resonator: PBUR) 영역에 위치하게 된다. Flashlamp로 펌핑함에 따라 PBUR 위치는 공진기 거울의 곡률반경, 레이저봉의 열렌즈 초점거리 및 공진기 길이에 의해 결정되는 직선상을 따라서 안정공진기 영역으로 이동하게 된다.

## 2. 공진기에서 $\text{TEM}_{\infty}$ 기본모우드의 spot 크기 전산 수치해석


 그림 3.  $\text{TEM}_{\infty}$  spot radius on the beam waist (output coupler) as a function of input average power.

공진기 내부 기본모우드의 spot 크기(반경)는 beam quality를 예측하는데 필수적인 변수이다. 공진기에서  $\text{TEM}_{\infty}$  기본모우드(이하 기본모우드라고 함)의 spot 크기의 제곱은

$$W_{0i}^2 = \frac{\lambda}{\pi} \frac{B_i}{[1 - (A_i + D_i)^2/4]^{1/2}} \quad (3)$$

로 나타낼 수 있다. 여기에서  $\lambda$ 는  $1.06 \mu\text{m}$ 이며  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ 는 공진기내부의 왕복 행렬요소이다. Kortz<sup>[10]</sup> 의하면 열렌즈를 포함하는 공진기에서 왕복행렬요소는

$$A_i = 2g_1g_2 - 1 + 2L'g_i/R_i \quad (4a)$$

$$B_i = 2g_iL' \quad (4b)$$

$$C_i = A_iB_i/D_i \quad (4c)$$

$$D_i = 2g_1g_2 - 1 - 2L'g_i/R_i \quad (4d)$$

$i=1, 2$ (full and output coupling mirror).

로 표현된다. 여기서 beam waist에서의 spot 크기를 아는 것이 중요하므로  $R_i=\infty$ 일 때의 spot 크기를 (3)와 (4)식을 이용하여 정리하면

$$W_{0i}^2 = \frac{\lambda L'}{\pi} \frac{[g_1g_2(1-g_1g_2)]^{1/2}}{g_i(L'/R_i)^2 + g_i(1-g_1g_2)} \quad (5)$$

로 표현됨을 알 수 있다. 그림 3은 각각 다른 공진기 구조에서 flashlamp의 전기 입력변화에 따른 열렌즈 효과에서 기인한 기본모우드의 spot radius를 전산 수치 해석한 결과이다.

### III. 다중모우드의 beam quality

#### 1. 레이저 beam quality

공진기내의 ABCD matrix에 의한 mode 형성시 필수 조건인 “self-consistency” 조건을 만족하는 기본모우드는 공간적으로 가우시안 강도분포를 이루고 있다. 이의 푸우리에 변환인 공간주파수( $s = \theta/\lambda$ )도 가우시안 분포를 띠고 있으며 두 분포의  $1/e^2$  peak 치의 곱은 식(6)과 같이 최소치를 가지며 이는 레이저 beam 전파시 불변량이다.

$$2w_0 \cdot \theta = 4\lambda/\pi \quad (6)$$

이때  $w_0$ 는 출력측 beam waist에서의 기본모우드의 spot radius이며,  $\theta$ 는 빔발산각이다. 식(6)으로 표현된 양이 기본모우드의 beam quality factor이며 최소값을 가진다.

#### 2. 다중모우드의 beam quality

다중모우드는 그림 4에서 볼 수 있듯이 내부에 가상적인 기본모우드(“embedded Gaussian beam”이라고도 함)를 설정하여 이 기본모우드를 기준으로 하여 아래와 같이 beam quality factor  $M^2$ 를 정의한다.<sup>[11]</sup>

$$M^2 \equiv \frac{W_0 \Theta}{w_0 \theta} \quad (7)$$

(단,  $W_0 = Mw_0$ ,  $\Theta = M\theta$ )

따라서  $M^2$ 가 작으면 작을수록 기본모우드에 가까운 좋은 beam quality를 가졌다고 할 수 있으며 기본모우드인 경우  $M^2$  값은 1이다. 한편 이 다중모우드의 전파는 다음과 같이 표현된다.

$$W(z) = W_0 \left\{ 1 + \left[ \frac{M^2 \lambda (z - z_0)}{\pi W_0^2} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (8)$$

(8)식을 살펴보면 임의의 두 지점  $z_1$ ,  $z_2$ 에서 다중모우드의 beam spot radius  $W(z_1)$ ,  $W(z_2)$ 를 측정하면 다중모우드 beam waist ( $z_0$ )에서의 spot radius  $W_0$ 와  $M^2$ 를 산출해 낼 수 있음을 알 수 있다.

### IV. 실험결과 및 토의

#### 1. 레이저봉의 열렌즈 효과측정

그림 5와 같은 장치를 이용하여 Nd:YAG 레이저봉의 열렌즈 초점거리를 측정하였다. 탐사광은 1mW He-Ne 레이저로써 spatial filter에 의해 filtering한 후 레이저

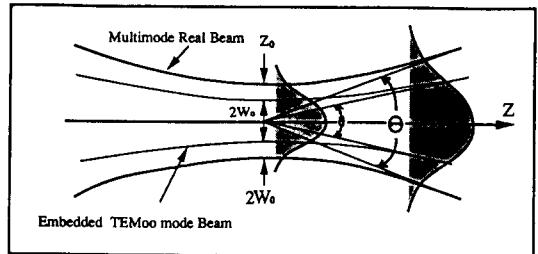


그림 4. Beam propagation of  $\text{TEM}_{\infty}$  and multimode.

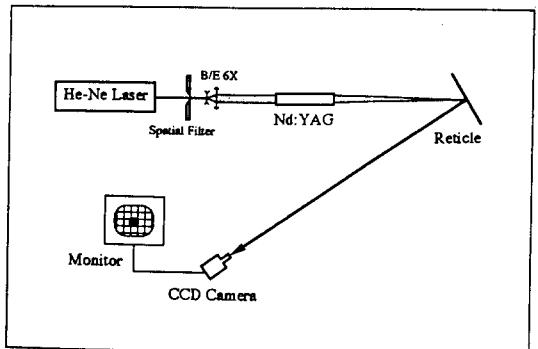


그림 5. Experimental setup for the measurement of thermal focal length.

봉의 구경크기로 확대시켰다. 본 실험에서 사용된 레이저봉은  $6.3 \times 152$  mm Nd:YAG이며, 펌핑광원은 내경 7 mm, 방전길이 145 mm인 Krypton flashlamp이다. Pumping reflector는 장축길이 38 mm, 단축길이 33 mm인 타원단면을 갖고 있는 금도금 반사체이다. 탐사광의 초점면에 위치한 목표물은 reticle을 사용하였으며 CCD 카메라와 동시에 움직여 탐사광의 최적 초점위치를 파악할 수 있도록 하였다. 실험결과 레이저봉의 열렌즈 초점거리는 lamp와 rod를 연결하는 축과 수직인 축에서 미세하게 달리 나타남을 측정할 수 있었으나 여기에서는 탐사광의 spot이 원형으로 가까워지는 지점을 평균 열렌즈 초점거리로 정하였다. 그림 6은 이와같은 방법으로 측정한 레이저봉의 열렌즈 초점거리를 보여준다. 여기에서 입력에 대한 열초점거리의 관계를 최소자승법을 이용하여 얻은 결과는

$$f_b(\text{cm}) = 150.3 P_m^{-1.14} \quad (9)$$

여기서  $P_m$ 는 flashlamp 평균입력(kW)이다.

이다. 측정한 열렌즈 초점거리는 He-Ne 레이저 파장에서의 후초점거리(back focal length)이며 최대 6.7 kW로

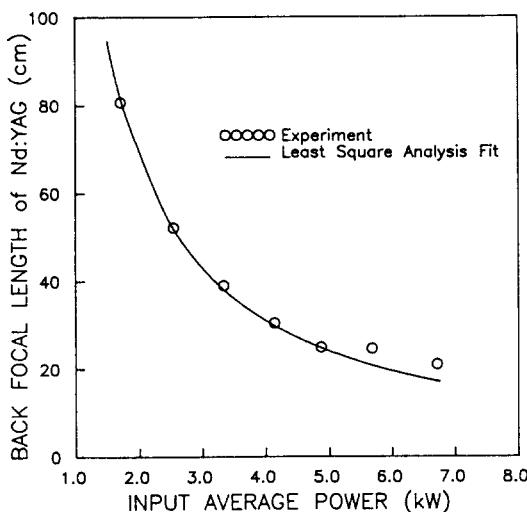


그림 6. Thermal focal length of Nd:YAG rod as a function of average input power.

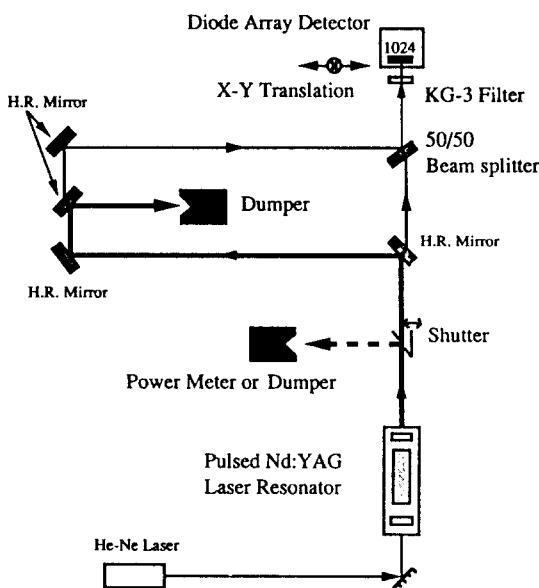


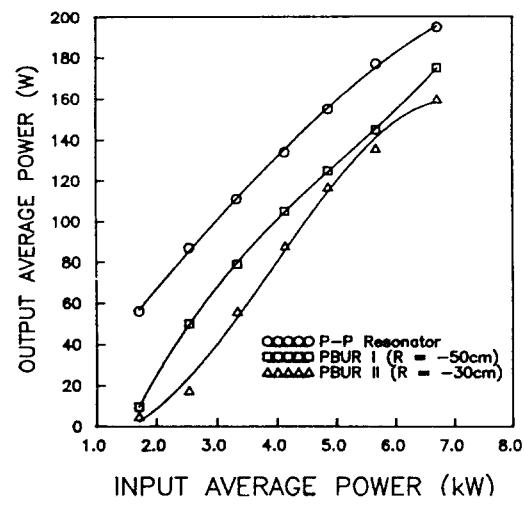
그림 7. Experimental setup for the measurement of the output power and the beam quality.

입력하였을 때 17.2 cm의 후초점거리를 얻었다.

## 2. 불안정형 공진기를 이용한 레이저 출력 및 beam quality 측정

### 2.1 레이저 출력 및 beam quality 측정 실험장치

그림 7은 PBUR 공진기의 레이저 출력 및 beam qua-



(a)

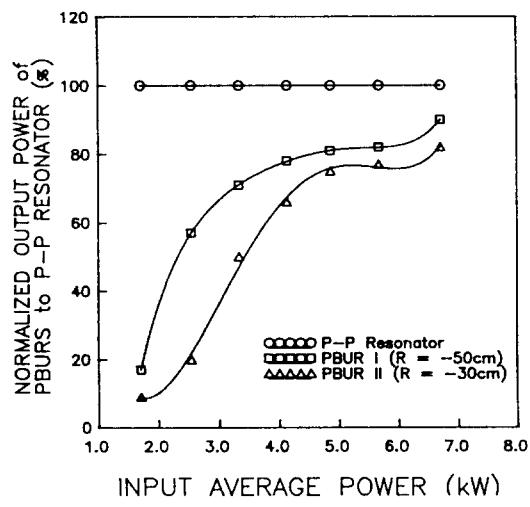


그림 8. (a) Output power of 3 types of resonator. (b) Normalized output power of PBURs to Plane-Parallel resonator.

lity 측정을 위한 실험장치이다. 레이저 출력은 그림에서 볼 수 있듯이 electronic shutter를 닫은 다음 power meter(OPHIR RT1000)로 측정하였다. 그림 8은 flashlamp의 평균입력을 증가 시키면서 레이저 평균출력을 측정한 결과이다.

그림 8(a)는 표 1에서 언급한 불안정 공진기와 비교를 위해 구성한 plane-parallel 기준공진기의 평균출력을 나타낸 것이며, 그림 8(b)는 plane-parallel 기준공진기의 출력을 100으로 규격화 했을 때 불안정 공진기의 출력을

표 1. Positive branch unstable resonators.

Resonator Type	$R_1$	$L_1$	$L_2$
PBUR I	-50 cm		
PBUR II	-30 cm	20.2 cm	15.2 cm
Plane-Parallel	Reference Resonator		

나타낸 것이다. 그림 2에서 보아 알 수 있듯이 낮은 입력에서는 불록형 전반사 거울로 인해 공진기가 불안정 영역에 있기 때문에 cavity 내의 광자가 발산하여 mode volume을 형성하지 못하여 출력이 낮으나, 입력을 증가시키면 레이저봉이 열렌즈 현상을 일으키므로 안정공진 조건이 형성되어 6.7 kW 입력에서는 기준 공진기에 각각 82%(PBUR II), 90%(PBUR I)로 접근하고 있는 것을 알 수 있다. 최대 출력효율은 기준공진기, PBUR I, PBUR II 각각 3.4%, 2.6%, 2.4%를 보여주고 있다.

레이저 beam quality 측정은 그림 7에서 볼 수 있듯이 10 pps 이상의 고반복률로 레이저를 동작시키면서 electronic shutter를 닫고 레이저 빔을 dumper로 보내다가 레이저봉의 열렌즈 효과가 포화되었을 때(동작 후 3~4초 후 도달) 단일 펄스를 선택하여 linear array detector(1024)로 레이저 빔의 공간강도분포를 측정하는 방법을택하였다. 레이저빔은 45° Hot mirror에서 투과와 반사를 함으로서 두가지 경로로 linear array detector에 도달하게 되는데 한쪽 팔의 길이(레이저 출력경과 detector 사이의 길이)는 88 cm이고 다른쪽 팔의 길이는 228 cm이다. 그림 9는 두가지 경로를 지난 레이저빔의 공간강도분포를 측정한 대표적인 결과인데 beam spot radius  $W(z_1=88 \text{ cm})$ ,  $W(z_2=228 \text{ cm})$ 는 광축에서 중앙 peak치의  $1/e^2$ 에 해당하는 강도를 갖는 지점까지의 거리로 정하였다. 이러한 방법으로 다중모우드의 spot radius를 측정한 다음 (7)과 (8)식을 이용하여 rod와 lamp를 연결하는 수직축과 이것과 직각인 수평축에서의  $w_0$ ,  $W_0$ ,  $\Theta_0$ ,  $M^2$  등을 산출하였다.

그림 10은 기본모우드의 spot radius에 대해 전산수치해석을 통한 계산치와 측정치를 비교한 것이다. 이론적인 계산은 레이저봉에 대한 펌핑이 균일하다고 가정한 것이나 실세 실험에서는 펌핑이 불균일하므로 약간의 차이가 있을 것으로 판단되며, 펌핑중 flashlamp 펌핑 펄스 모양이 정확한 square pulse가 아니므로 입력에너지 계산에서 오차가 있을 것으로 여겨진다.

그림 11은 각각의 공진기에서 측정된 레이저 빔 발산각을 보여주고 있다. 기준공진기(plane-parallel resonator)에 비해 불안정형 공진기에서의 빔발산각이 현저히

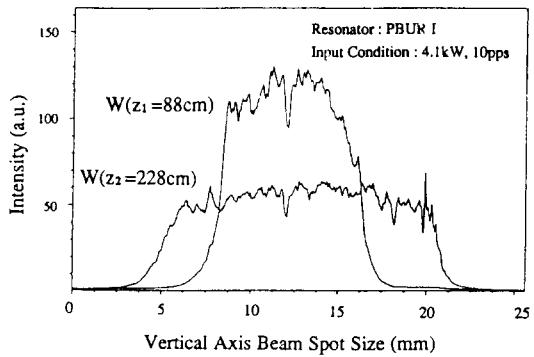
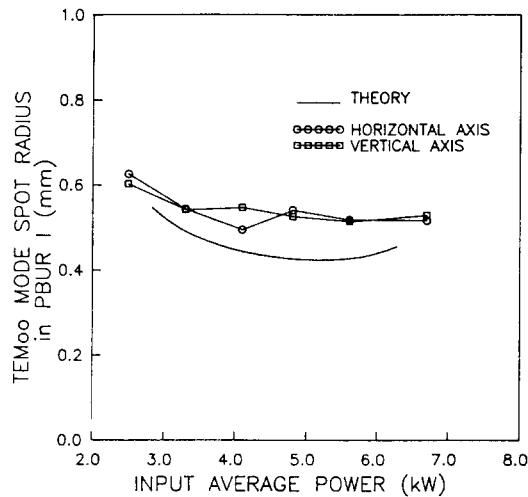


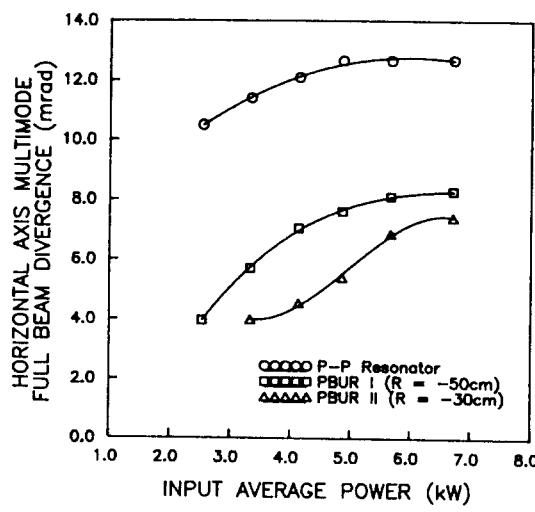
그림 9. Measured spatial profiles of Nd:YAG laser beam traveling different path.

그림 10.  $\text{TEM}_{mn}$  mode spot radius.

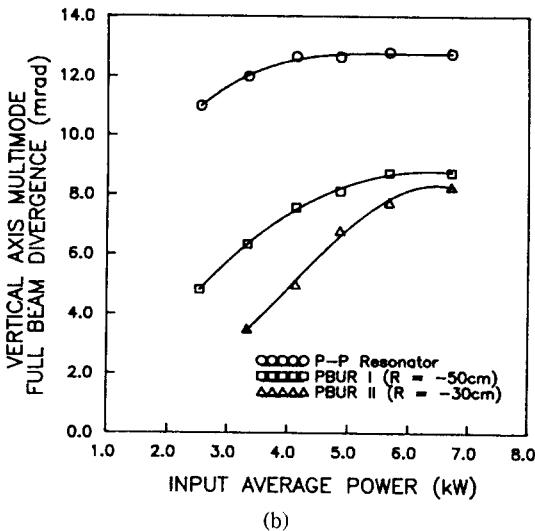
줄어드는 것을 볼 수 있다. 이는 불안정형 공진기에서는 레이저봉내에서 기본모우드를 중심으로하는 저차횡모우드(lower-order transverse mode)의 mode volume이 커지고 상대적으로 레이저봉의 구경크기에 의해 발산각이 큰 고차횡모우드(higher-order transverse mode)의 발진이 재한되기 때문이다.

그림 10과 11을 이용하여 산출한 레이저 빔의  $M^2$  결과를 나타낸 것이 그림 12이다. 따라서 각각의 공진기에서 발진하는 레이저 출력 beam quality는 기본모우드의 beam quality에 비해 최고 108(P-P), 46(PBUR I), 37(PBUR II)배 정도까지 나빠진 결과임을 알 수 있다.

이러한 beam quality factor  $M^2$ 는 레이저빔이 집광렌즈에 의해 집광될 때 초점면에서의 beam spot 크기를 결정한다.  $M^2$ 의 값이 작으면 작을수록 레이저빔의 초점



(a)



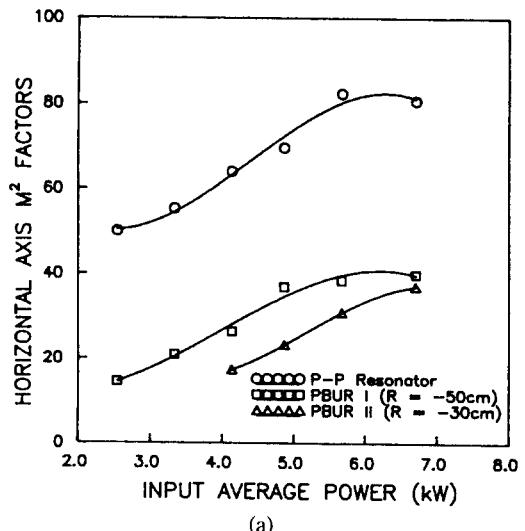
(b)

그림 11. Multimode laser beam divergence of resonators: (a) Horizontal axis, (b) Vertical axis.

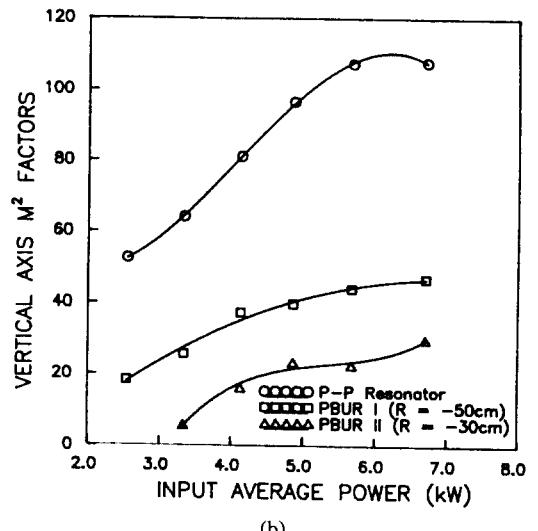
면에서의 spot 크기( $\approx$  렌즈의  $F^2 \times M^2$ )가 작아지므로 광섬유를 통한 레이저 빔의 전송이나 레이저 가공시 power density를 계산하는데 있어 유용하게 이용할 수 있다.

## V. 결 론

고출력 Nd:YAG 레이저를 제작하기 위해 레이저 봉의 열렌즈 효과에 따라 달라지는 공진기내의  $TEM_{\infty}$  모드



(a)



(b)

그림 12. Beam quality factor  $M^2$ : (a) Horizontal axis, (b) Vertical axis.

드의 beam waist를 수치해석하였다. 그리고 이를 바탕으로 열렌즈 효과를 보정할 수 있는 초기 불안정형 레이저 공진기(PBUR)를 구성하여 출력 및 레이저 beam quality factor  $M^2$ 를 측정하였다. 불안정형 공진기가 평면공진기에 비해 평균출력 면에서는 떨어지나 초점면에서의 집광도와 관계 있는 beam quality는 훨씬 양호하였다. 이와 같은 실험 결과는 레이저 광을 다중모우드 광섬유에 입사시키거나, 레이저 가공을 할 때 유용하게 이용될 수 있을 것이다.

### 참 고 문 헌

- [1] K. P. Driedger, R. M. Ifflander and H. Weber, IEEE J. Quantum Electron. **24**, 665(1988).
- [2] P. H. Sarkies, Opt. Commun. **31**, 189(1979).
- [3] V. Magni, Appl. Opt. **25**, 107(1986).
- [4] R. Gase, J. Modern Optics **38**, 1107(1991).
- [5] J. Jabczynski and M. Mindak, Opt. Engineer. **31**, 447(1992).
- [6] A. Caprara and G. C. Reali, Opt. Lett. **17**, 414 (1992).
- [7] N. Hodgson and H. Weber, Optical and Quantum Electron. **22**, S39(1990).
- [8] N. Hodgson and G. Bostanoglo, Opt. Commun. **99**, 75(1993).
- [9] A. E. Siegman, SPIE **1224**, 2(1990).
- [10] H. P. Kortz, R. Ifflander and H. Weber, Appl. Opt. **20**, 4124(1981).
- [11] T. F. Johnston, Jr., Laser Focus World **26**, 173 (1990).

### Evaluation of Nd:YAG Laser Beam Quality in Unstable Resonators

Kwang-Suk Kim, Jeong-Moog Kim, Cheol-Jung Kim and Jong-Min Lee  
Laser Materials Processing/Metrology Group, Korea Atomic Energy Research Institute  
Taejon 305-600, Korea

Hong-Jin Kong

Department of Physics, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Taejon 305-701, Korea

(Received: February 22, 1993)

First, the beam waist size of TEM<sub>00</sub> Nd:YAG laser mode with Positive Branch Unstable Resonator was calculated. and then, the output power, fundamental mode and multimode beam quality factor of PBUR were measured and compared with those of reference resonator with plane parallel mirrors. In characterizing the beam quality, the  $M^2$  concept was used. The focusability of laser beam in unstable resonators was discussed with this  $M^2$ .