유전적 알고리듬을 이용한 최적 구조 설계

김 기 화 〈서울대학교 대학원 조선해양공학과〉

1. 서 론

최근까지 최적설계는 공학의 다양한 분야에 적용되어 그 정도가 점차 좋아지고 있다. 하지만 아직 공학설계에 직접 사용하기 위해서는 해결해야 할 문제가 많이 남아있는 상태이다. 그 대표적인 문제들로서 설계변수가 실수 뿐만 아니라 정수 및 이산적 수치를 가지는 혼합형 최적화 문제, 여러개의 극소최적점(local optimum)이 존재하는 경우 전체최적점(global optimum)의 구현 그리고 다목적함수 최적설계시 Pareto 최적해 집합의 효율적인 구현 등을 들 수 있다. 기존의 최적화 방법으로 이러한 문제의 해결을 위해 branch & bound방법, 다수의 초기점에 대한 반복 계산 그리고 다목적함수 문제를 단일목적함수 문제화하여 반복 계산 등의 방법을 사용하였으나, 비효율적이며 그 결과에 대한 신뢰도가 매우 떨어지는 상태이다.

따라서 본 연구에서는 Genetic Algorithm을 사용하여 상기의 문제를 해결하고자 한다. 특히 다목적함수 최적화에는 한번의 최적화 계산으로 Pareto 최적해 집합이 동시에 구해지는 새로운 방법인 MOGA(Multicriteria Optimization by Genetic Algorithm)을 개발하였다. 먼저 Genetic Algorithm의 기본 특성에 대해 살펴보고, 다양한 종류의 문제를 통해 Genetic Algorithm의 유용성을 검토하였다.

2. Genetic Algorithm(GA)의 기본 특성 및 최적화 과정

2.1 Genetic Algorithm의 기본특성

GA는 기존의 최적화방법과는 다른 다음의 특성을 가진다 [1]

(1) 설계변수로 (2진수)코드를 사용한다.
(2) 다수의 설계점들이 집단(population)의 형태로 탐색한다.
(3) 목적함수와 제한조건의 자체값만을 사용하고, 미분값이나 그외의 다른 정보를 필요치 않은 직접탐색방법을 사용한다.
(4) 확률론적인 탐색과정(crossover, mutation)을 사용한다.

2.2 Genetic Algorithm의 최적화과정

GA의 특성을 적절히 활용하기 위해 도태(reproduction),교배(crossover) 그리고 변종(mutation)의 과정을 가진다.

- 도태: 다수의 설계점 각각에 목적함수와 제한조건의 위반 정도에 따라 적합성(fitness)을 부여하고, 각 설계점은 그 적합성의 크기에 따라 다음 과정인 교배와 변종에 선택될 확률을 부여한다.
- 교배: 그 확률에 따라 임의로 2개씩 설계점을 선택하여 2진수로 표현된 설계변수 코드의 일부분을 교환한다. 따라서 보다 좋은 설계점 방향으로 전체적으로 이동하게 된다.
- 변종: 아주 작은 확률로 2진수 코드의 인자를 0은 1로, 1은 0으로 교체한다. 이는 교배의 과정에 의해 너무 한 쪽으로 설계점들이 집중하는 것을 방지하고, 보다 설계공간을 넓게 탐색할 가능성을 높여준다.

3. Genetic Algorithm에 의한 단일 목적함수 최적 설계

3.1 다수의 국소최소점이 존재하는 문제의 최적설계

국소최소점이 여러개 존재하는 함수에 대해 GA에 의한 최적화 결과와 기존의 최적화 방법중 gradient projection method(GPM)[2]와 Nelder and Mead Simplex method(SUMTNM)[3]에 의한 결과와 비교하여 보았다. 사용한 함수[4]는 grillage 구조물의 최적설계시 형성되는 설계공간과 유사한 형태의 TEST 함수, Goldstein-Price 함수, Hartmann함수 그리고 Shekel 함수이며, 비교결과는 Table 1에 수록하였다. 결과에서 알 수 있듯이 GA는 전체최소점에 도달할 신뢰도가 타 방법에 비해 매우 우수하다고 할 수 있다.

Table 1 The number(m) of finding global minimum for N different starting points(m/N)

Problem type	GA	GPM	SUMTNM
TEST	2/2	2/5	2/5
G-P	2/2	2/5	3/5
Hartmann	2/2	1/2	1/2
Shekel	2/2	0/3	0/3

3.2 용접보의 최소비용설계

Fig.1(a)의 용접보의 최소비용설계를 하려한다. 목적함수와 제한조건에 대한 자세한 내용은 문헌 [5]를 참고하기 바란다. 본 문제를 설계변수가 실수와 정수 및 이산화 설계변수가 혼합되어 있는 3가지 경우에 대해 GA에 의해 최적설계를 수행하여, branch & bound 방법에 의한 결과와 비교하였다. 결과는 Table 2와 Fig.1(b)에 나타내었다.

Case 1: 모든 설계변수가 실수

Case 2: x_1, x_2는 실수, x_3, x_4는 정수

Case 3: x_1, x_2는 실수, x_3, x_4는 0.5 간격으로 이산화 실수값을 가짐

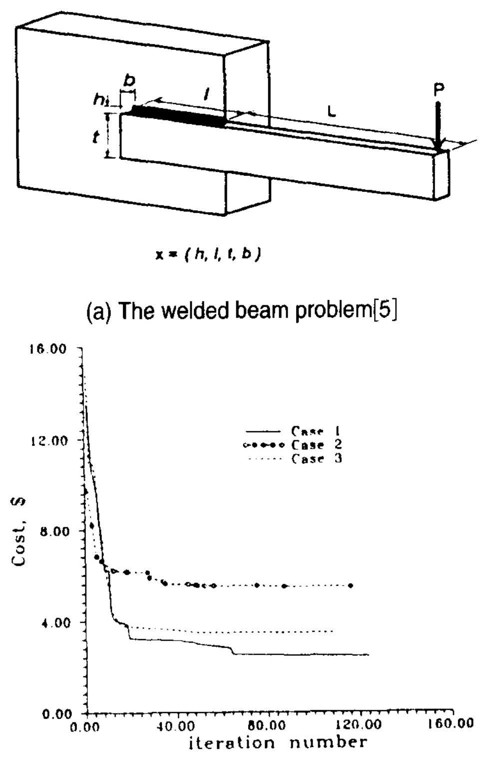
문헌 [6]의 Branch & bound 방법은 설계변수에 대한 최적설계를 먼저 행한후 최적점을 기준으로 나뭇가지 형태의 탐색을 행하므로 국부 탐색이 이루어지며, 그 과정이 매우 비효율적이라 할 수 있다. 이에 반해 GA는 실수와 정수 또는 이산화 설계변수가 혼합되어 있는 경우, 각 설계변수에 적절한 문자열의 길이를 사용함으로 해서, 즉 단순히 각 변수가 취할 수 있는 경우의 수를 달리함으로 해서 매우 효율적으로 처리할 수 있으며, Table 2에서 보듯이 Case 3의 설계변수의 경우 그 결과도 매우 양호함을 알 수 있다.

Table 2 Comparison of optimum design results for the welded beam problem

Case No.	Method	X^*	F^*
Case 1	GA	(0.24, 5.93, 8.77, 0.25)	2.44
	Exact[1)]	(0.24, 6.22, 8.29, 0.24)	2.38
Case 2	GA	(0.68, 2.83, 5.1)	5.47
	BB[2)]	(0.67, 2.84, 5.1)	5.47
Case 3	GA	(0.46, 3.86, 6.0, 0.5)	3.49
	BB	(0.18, 10.0, 8.0, 0.5)	4.98

(1) reference [5]

(2) Branch & Bound method, reference [6]



(a) The welded beam problem[5]

(b) Cost versus iteration number

Fig.1 Optimization of the welded beam problem

4. Genetic Algorithm에 의한 다목적함수 최적설계

4.1 GA에 의한 다목적함수 최적화 과정

다목적함수의 최적화문제의 해는 하나의 해가 아닌 다수의 최적해 집합인 Pareto optimal set으로 나타난다. GA는 기존의 최적화 방법이 한 점만을 사용하여 국부탐색을 통해 최적화 시키는 것과는 달리 다수의 설계점들이 집단(population)을 이루어 동시에 설계영역 전체를 탐색하는 특성이 있어 Pareto 최적해 집합을 구현하기에 매우 적합하다. 즉 설계영역 전체에 골고루 분포하는 다수의 설계점들의 비교를 통해 Pareto 최적해 정의를 직접 적용함으로 해서 한번의 최적화 계산으로 최적해 집합 전체에 대한 정보를 가지게 되므로 매우 효율적이라 할 수 있다. 이러한 특징을 활용하여 MOGA(Muticriteria Optimization by Genetic Algorithm)를 새로 개발하였다. MOGA에서 사용한 Pareto 최적해 조건은 다음과 같다.

설계집단을 이루는 ipopsize개의 설계점중 제한조건을 만족하는 설계점의 갯수를 npa라 하면 설계가능영역 안에는 다음과 같은 npa개의 설계점이 목적함수 설계공간에 존재한다.

$$\{\boldsymbol{F}_1(X_i), \boldsymbol{F}_2(X_i), \ldots \boldsymbol{F}_m(X_i)\}, i=1,2,\ldots,\mathrm{npa} \quad (1)$$

여기서 $\boldsymbol{F}$는 목적함수는 뜻하며, X는 설계변수 벡터를 나타낸다. 이 설계점들중 어떠한 설계점 X_i가 Pareto optimum이기 위해서는 X_i를 제외한 모든 설계변수 X_j에 대해

$$\triangle \boldsymbol{F}_\mathbf{k} = \boldsymbol{F}_\mathbf{k}(X_i) - \boldsymbol{F}_\mathbf{k}(X_j), \ \mathbf{k}=1,2,\ldots,\mathrm{m} \quad (2)$$

의 값이 적어도 하나는 음수이어야 한다.

그리고 각 설계점의 적합성을 인위적으로 부여하여, 설계점 전체가 해의 집합에 분포하도록 하였다. 즉 Pareto 최적해 조건을 만족하는 설계점들은 적합성을 크게하고, 그 외의 설계점들은 적합성을 작게 부여하였다.

또한 현 계산에서의 최적해 집합은 다음 계산에 그대로 재생시켜 주고, 나머지 갯수의 설계점만을 교배와 변종에 의해 변경시켜 주어, 참 최적해 집합에 수렴해 가는 효율과 속도를 증가시켰다.

4.2 5-bar truss의 다목적 함수 최적설계

Fig.2와 같은 평면 트러스 구조물[7]에 대해 weighting method와 ε- constraint method에 의해 다목적 함수 최적설계가 행해진 바 있어 그 결과을 MOGA에 의한 결과와 비교하여 보았다.

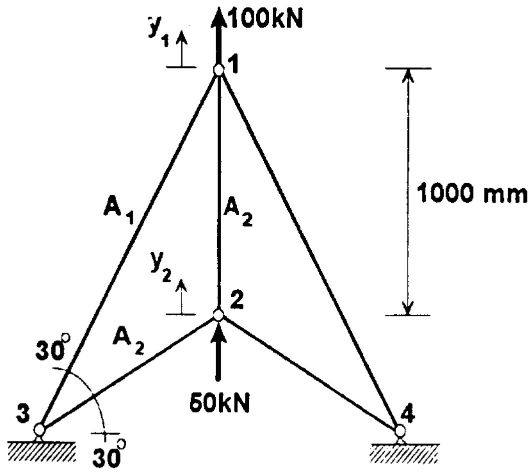


Fig.2 The 5-bar truss problem

각 방법에 의한 결과는 Fig. 3(a)(b)에서 보듯이 weighting method는 Pareto 최적해 집합의 전구간을 제대로 구현하지 못하였고, ε- constraint method는 대체로 양호한 결과를 주었음을 알 수 있다. 하지만 두 방법은 모두 설계상수의 변경에 의한 반복 계산의 번거로운 과정을 겪어야 한다. 이에 반해 Fig. 3(c)에 나타나 있듯이 MOGA에 의해서는 300개의 Pareto 최적해 집합을 한번의 계산에 의해 구했으며, 거의 전 구간을 잘 구현했음을 알 수 있다.

4.3 파형격벽의 다목적함수 최적설계

선체구조의 최적설계의 일환으로 살물선의 파형횡격벽을 대상으로 중량과 건조비를 고려한 다목적함수 최적설계를 행하였다.

4.3.1 최적화 모델링

(1) 설계변수

파형판의 형상을 나타내는 치수 t, b, a와 d의 4개를 택하였다(Fig. 4(a) 참조). 그리고 각 설계변수가 취할 수 있는 경우의 수는 t가 2^5으로, 나머지는 2^7으로, 총 $2^{26}(=6.7\times10^7)$으로 하였다.

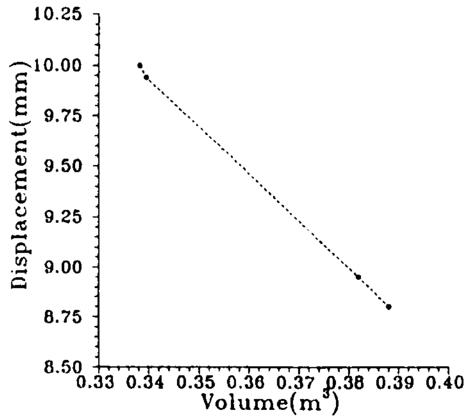
(2) 목적함수

Weight = 파형판 전체의 중량

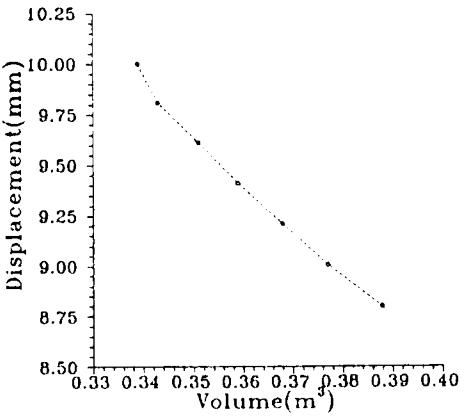
Cost = 재료비 + 절단비 + 운반비 + 굽힘가공비 + 취부비 + 용접비

(3) 제한조건

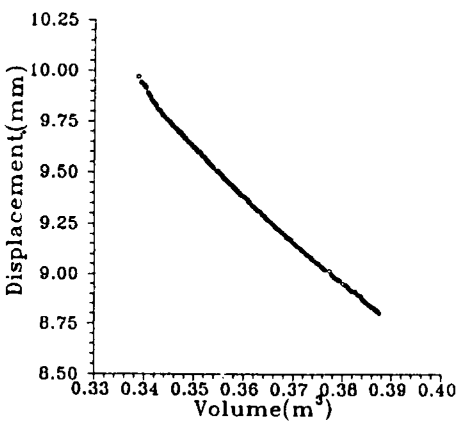
Lloyd 선급규칙을 따라, 평판의 좌굴, 횡하중에 대한 평판의 최소두께, 횡하중에 대한 격벽의 최소단면계수 들을 고려하였다.



(a) Pareto optimal set by the weighting method[7]



(b)Pareto optimal set by the ε-constraint method[7]



(c)Pareto optimal set by MOGA

Fig. 3 Pareto optimal set of the 5-bar truss problem

4.3.2 최적화 결과 및 검토

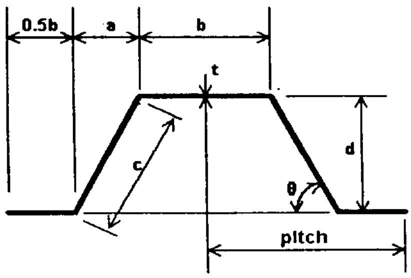
MOGA에 의해 파형격벽의 다목적함수 최적설계를 행한 결과는 Fig. 4(b)와 같으며 그 수치는 Table 3에 수록하였다. $t_{eqivalent}$는 파형판을 같은 중량을 가지는 평판으로 만들었을 때 평판의 두께를 뜻하며, 전체 중량과 같은 의미를 가진다. 해석 결과를 살펴보면 최적점은 파형의 갯수와 파형판의 두께에 지배적인 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. 즉 파형 갯수가 늘어나면 용접선의 길이가 늘어나므로 건조비는 증가하고 중량은 반대의 현상이 나타난다. 본 해석에 의한 결과를 검증하기 위해 일정한 파형 갯수하에서 설계변수가 취할 수 있는 모든 경우의 수에 대해 계산한 결과는 Fig. 4(b)의 * 와 같이 구해졌으며, 본 해석 결과가 매우 정확함을 알 수 있다. 그리고 특이한 사실은 파형의 갯수가 Pareto 최적해의 최대, 최소값 사이의 모든 경우에 대해 최적해가 존재하지 않는다는 것이다. Fig. 4(b)에서도 나타나 있듯이 파형 갯수의 최대치는 15개이고 최소치는 10개인데 그 사이의 값인 12개의 파형 갯수는 Pareto 최적점이 아님을 알 수 있다. 따라서 이러한 다목적 함수의 최적설계를 통해 설계자는 설계시 효율적으로 사용할 수 있는 설계변수들의 크기를 추정할 수 있으며 또한 설계시 고려되어야 할 가장 중요한 인자들의 인식과 더불어 그 인자들의 변화에 따른 구조물의 중량과 건조비의 변화를 정량적으로 알 수 있으므로, 설계자는 다양한 환경하에서 탄력적으로 대응할 수 있는 설계지침을 가지게 된다.

Table 3 Pareto optimal solutions of the corrugated bulkhead problem

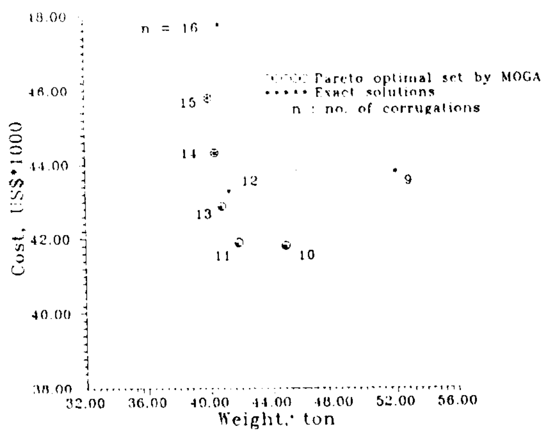
no. of corrugations	weight (ton)	cost (1000$)	t (mm)	b (mm)	a (mm)	d (mm)	$t_{eqivalent}$ (mm)
10	44.889	41.807	13.0	650	880	740	15.178
11	41.866	41.903	12.0	620	800	700	14.156
13	40.808	42.884	11.0	570	620	700	13.799
14	40.357	44.325	10.0	530	580	720	13.646
15	39.950	45.802	10.0	510	500	720	13.509

5. 결 론

Genetic Algorithm에 의해 단일 및 다목적함수 최적화를 행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.



(a) Space of a typical corrugation



(b) Pareto optimal set

Fig. 4 The corrugated bulkhead problem

(1) Pareto 최적해의 정의를 직접 사용하는 다목적 함수 최적화 방법인 MOGA를 새로이 정식화하였다.

(2) MOGA는 집단의 형태로 탐색을 행하는 다수의 설계점들이 모두 Pareto 최적해가 되므로 한번의 최적화 계산으로 최적해 집합을 구할 수 있으며, 또한 이들은 최적해 집합 전체에 균일하게 분포하는 특성을 가진다.

(3) GA는 설계변수로 2진수 코드를 사용하여 이산화 설계변수의 처리가 매우 효과적이다.

(4) GA는 문제의 종류에 특별히 관계없이 적응이 유용하며, 해의 정도도 양호하여 범용성이 매우 높다.

참 고 문 헌

[1] Goldberg, D.E., Genetic algorithms in search, optimization & machine learning, Addison-Wesley, 1989.

[2] Haug, E.J. and Arora, J.S., Applied optimal design, John Wiley & Sons, 1979

[3] Nelder, J.A. and Mead, R., "A simplex method for function minimization," Computer Journal, Vol. 7, 1965

[4] 양영순, 김기화, "전체최적화를 위한 확률론적 탐색기법," 전산구조공학, 제 5권, 제 2호, 1992.

[5] Reklaitis, G.V., Ravindran, A. and Ragsdell, K.M., Engineering optimization, John Wiley & Sons, 1983.

[6] Gupta, O.K. and Ravindran, A., "Nonlinear integer programming and discrete optimization," Transactions of ASME, Vol. 105, June, 1983.

[7] 김기성, 엄항섭, "다목적함수의 최적설계기법," 대한조선학회지, 제 30권, 제 2호, 1993.