

인공 신경망을 이용한 구조 최적화 기법

양영순 <서울대학교 조선해양공학과>

문상훈 <서울대학교 대학원 조선해양공학과>

1. 서 론

인공 신경망은 빠른 속도와 안정성등의 많은 장점을 갖고 있기 때문에 최근 들어서 여러 분야에서 그 응용이 활발히 연구되고 있다. 인공 신경망의 한 모델인 홉필드 네트워크는 네트워크의 에너지를 최소화시키는 방향으로 네트워크의 상태를 바꾸며, 최소 에너지 상태에서 안정 상태를 유지하는 특징을 갖고 있다. 이러한 홉필드 네트워크의 특징은 홉필드 네트워크를 최적화 문제에 적용시킬 수 있는 가능성을 제시하고 있다. 기존의 최적화 기법은 기본적으로 국부적인 탐색 기법을 사용하기 때문에, 전역적 최적해를 구하기 위해 초기점을 달리하여 여러번 계산을 수행하여 그 중 가장 좋은 결과를 취하는 방법을 사용하여야 한다. 따라서 이러한 방법은 초기점의 선택이 결과에 큰 영향을 미치게 되는데, 설계 변수가 많고 제한 조건이 복잡할 경우 초기점 선택에 어려움이 따른다. 본 연구에서는 홉필드 네트워크와 시뮬레이티드 어닐링을 결합하여 전역적 최적해를 찾는 기법으로서 뉴로-옵티마이저 모델 제시하고 있다.

2. 홉필드 네트워크

1982년 John Hopfield는 연상 기억 특성을 갖는 새로운 개념의 인공 신경망 모델을 제안하였다[1]. Hopfield는 네트워크의 상태를 에너지로 나타냈는데, 홉필드 네트워크는 에너지가 항상 감소하여 최소 에너지 상태로 수렴하는 성질을 갖고 있다. 이러한 성질은 최적화 기법과 상당히 유사하기 때문에, 홉필드 네트워크를 이용하여 최적화 문제를 풀려는 시도가 일찍부터 이루어졌다.

2.1 홉필드 네트워크의 구조

다른 모든 인공 신경망과 마찬가지로 홉필드 네트워크는 여러개의 뉴론으로 이루어져 있다. 그러나, 홉필드 네트워크에는 인공 신경망의 대표적 모델인 백-프로퍼게이션 모델에서 보이는 다층 구조가 존재하지 않는다. 홉필드 네트워크의 구조적 특징은 Fig.1에 보이는 바와 같이 피드백 구조를 나타내는 출력으로부터 입력으로의 연결선이 있다는 것이다.

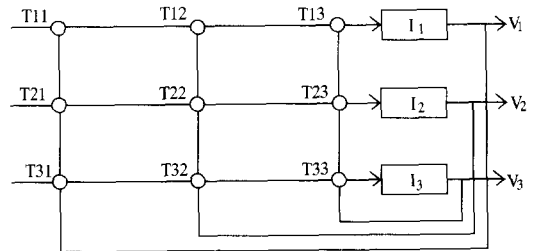


Fig.1 Structure of hopfield network

2.2 네트워크의 상태 변화

홉필드 네트워크의 각 뉴론은 상태 V_i 와 바이어스 I_i 를 갖고, 각 뉴론들은 연결 강도 T_{ij} 에 의해 연결되어 있다. 각 뉴론의 입력값 U_i 는 (1)식에 의해 계산되며 이에 따른 뉴론의 상태 변화는 (2)식에 따른다.

$$U_i = \sum T_{ij} V_j + I_i \quad (1)$$

$$V_i = 1, \text{ if } U_i \geq 0$$

$$V_i = 0, \text{ if } U_i < 0 \quad (2)$$

2.3 에너지 함수와 안정성

Hopfield는 홉필드 네트워크의 상태를 에너지라는 개념으로 표현하였고 (3)식과 같이 에너지 함수를 정의하였다.

$$E = -\frac{1}{2} \sum \sum T_{ij} V_i V_j - \sum V_i I_i \quad (3)$$

(1), (2), (3)식을 이용하여, 하나의 뉴런이 상태를 바꿀 때 발생하는 에너지의 변화를 계산해 보면 (4)식과 같다.

$$\Delta E = -\Delta V_i (\sum T_{ij} V_j + I_i) \quad (4)$$

어느 한 뉴런의 상태 V_i 가 입력값 U_i 에 따라 상태를 바꿀 때 나타나는 경우는 Table 1과 같은 네가지이다.

Table 1 Energy change by a neuron in hopfield network

$V_i(t)$	$U_i = \sum T_{ij} V_j + I_i$	$V_i(t+1)$	ΔV_i	ΔE
0	+	1	1	-
0	-	0	0	0
1	+	1	0	0
1	-	0	-1	-

Table 1에서 보듯이 네가지 경우 모두 에너지는 감소하거나 변하지 않는다. 따라서, 에너지는 항상 감소한다고 생각할 수 있다. 각 뉴런에 의한 에너지 감소가 네트워크의 모든 뉴런에 걸쳐 일어나고 이 과정이 전체적으로 계속 반복되면, 결국에는 안정 상태로 수렴하게 될 것이다. 이때의 안정상태는 시스템의 에너지가 최소값을 갖게 되는 상태이다. 이러한 에너지 감소와 안정상태로 수렴하는 성질때문에 홉필드 네트워크를 최적화문제에 이용할 수 있게 된다.

3. 뉴로-옵티마이저

뉴로-옵티마이저는 Fig. 2에 나타난 바와 같이 홉필드 네트워크와 라그랑지 멀티플라이어 방법, 시물레이티드 어닐링의 세가지 요소로 구성된 하이브리드 모델이다. 이 세가지 구성 요소는 서로 분리되어 있고 홉필드 네트워크와 라그랑지 멀티플라이어 방법은 Number Representation에 의해서 연결되어 있다.

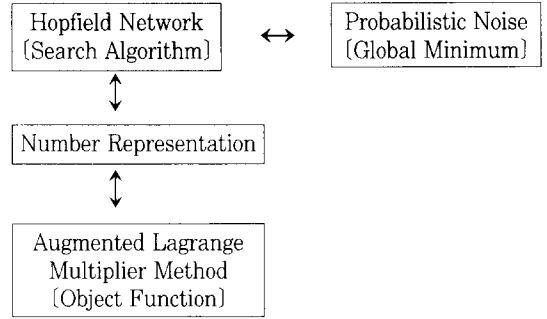


Fig.2 Structure of neuro-optimizer

3.1 홉필드 네트워크의 개선

일반적인 홉필드 네트워크는 그대로 최적화 문제에 적용하기 어려운 몇가지 단점을 갖고 있기 때문에, 홉필드 모델을 다음과 같이 개선하였다[2].

3.1.1 동기적인 상태 변화 모델

홉필드 네트워크의 비동기적인 상태변화가 항상 에너지가 감소하는 것을 보장하지만, 수렴 속도가 느리다. 동기적인 상태 변화 모델은 동시에 전체 뉴런의 상태를 변화시키기 때문에 속도의 증가를 가져온다.

3.1.2 연속 시간 모델과 연속적 설계 변수

일반적인 최적화 문제에 이산 시간 모델을 사용할 경우 연속적 설계 변수를 사용하기 어려울 뿐만 아니라 네트워크 상태가 급변하기 때문에 진동 문제가 발생한다. 이를 개선하기 위해서 연속 시간 모델을 사용해서 최적해에 점진적으로 수렴하도록 한다. 즉, 뉴런 입력 U_i 를 (5)식과 같이 계산한다.

$$U_i(t+1) = U_i(t) + \frac{dU_i}{dt} \quad (5)$$

$$V_i(t+1) = f(U_i(t+1))$$

3.1.3 일반적인 비선형 최적화 문제

홉필드 네트워크는 에너지 함수가 뉴런 상태들의 2차식으로 표현되기 때문에, 2차 최적화 문제까지만 풀 수 있다. 2차식만으로도 순회 외판원 문제 (Traveling Salesman Problem)와 같은 NP-Complete 문제를 해결할 수 있지만, 일반적인 비선형 최적화 문제에 적용하기에는 적합하지 않다. 따라서, 홉필드 네트워크의 에너지 함수를 변형시켜서 일반적인 비선형 문제(3차 이상의 비선형 문제)에 적용할 수 있도록 하였다. (6)식에 나타난 바와 같이

뉴론의 입력 U_i 를 (1)식으로부터 구하지 않고 최적화 문제의 목적 함수로부터 직접 구하도록 하였다.

$$\begin{aligned} \frac{dU_i}{dt} &= -\frac{\partial L}{\partial V_i} \\ U_i(t+1) &= U_i(t) + \frac{dU_i}{dt} \\ &= U_i(t) - \frac{\partial L}{\partial V_i} \end{aligned}$$

3.2 확률적 노이즈

홉필드 네트워크는 기본적으로 국부적 탐색 기법이기 때문에 전역적 최적해를 찾기 위해서는 시물레이션 어닐링과 같은 방법을 함께 사용하여야 한다. 그러나, 홉필드 네트워크는 시물레이션 어닐링을 직접 이용하기가 힘들기 때문에, 뉴로-옵티마이저는 확률적 노이즈를 이용하여 시물레이션 어닐링을 구현하고 있다[2]. 홉필드 네트워크의 뉴론에 들어오는 입력값 U_i 에 온도에 비례하는 노이즈 u_i 를 더해 주어, 결과적으로 출력값이 어느 정도 랜덤한 성질을 갖도록 만들어서, 목적 함수값이 증가하는 것을 허용하도록 하였다.

$$U_i' = U_i + u_i \quad (7)$$

이때 노이즈는 Zero-Mean 정규 분포하여 랜덤하게 발생시켰고, 표준 편차는 시간에 비례하도록 만들었다. 또한, 온도의 감소는 일반적인 시물레이션 어닐링의 쿨링 스케줄을 따랐다.

$$\sigma_w^2 = \alpha T^2 \quad (8)$$

$$T(t+1) = T_{min} / \log(10+t)$$

3.3 Number Representation

Number Representation은 라그랑지 멀티플라이어 방법과 홉필드 네트워크를 서로 연결시켜 주는 역할을 맡고 있다. 홉필드 네트워크의 뉴론 상태는 0과 1 사이의 값을 갖기 때문에 설계 변수를 분산 표현법을 사용하여 뉴론 상태로 표현할 수 있다. (9)식은 설계변수 x_j 를 N_j 개의 뉴론을 사용하여 표현한 것이다[2].

$$x_j = c + d \sum_{i=1}^{N_j} V_i \quad (9)$$

3.4 수렴 여부의 판단 기준

홉필드 네트워크는 에너지가 최소값을 갖게 되면 더이상 뉴론의 상태 변화가 없다. 따라서 뉴로-옵티마이저는 뉴론의 평균적인 상태 변화가 미소 범위를 넘지 않을 때 최적해에 수렴한 것으로 간주한다.

4. 최적화 문제への 적용 결과

뉴로-옵티마이저를 사용하여 다음과 같은 세 가지 최적화 문제를 풀어 보았다.

- A. Goldstein-Price Function
- B. 화물 수송 운임 최적화
- C. 4-Bar Truss의 구조 최적화[4]

A는 뉴로-옵티마이저가 전역적 최적해를 제대로 찾을 수 있는지 알아 보는 수학함수들이다. D는 뉴로-옵티마이저가 Linear Programming 문제를 풀 수 있다는 것을 보여준다. C는 구조 최적화 문제의 예로써, 정정 Truss의 최적화 문제를 풀어 보았다.

세가지 경우 모두 평균적인 뉴론 상태 변화가 0.001이하로 10회 동안 유지될 때까지 탐색을 계속하도록 했다. 최적해로써 구한 값들은 탐색 동안 제약 조건을 만족하는 해 중에서 최적값들이다.

4.1 Goldstein-Price Function

$$\begin{aligned} &\text{minimize } f(x_1, x_2) \\ &= [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \\ &\quad \times [30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)] \end{aligned}$$

where $-2 \leq x_i \leq 2$

전역적 최적해는 $F=3$, $X=(0, -1)$ 이다.

4.2 화물 수송 운임 최적화

어떠한 선박은 40,000ton의 화물을 수송할 수 있다. 이 선박은 항구 A에서 부터 B, C, D로 운항한다. 각 항구에서 Table 2와 같은 화물을 적재할 수 있다. 이때 최대의 운임을 얻기 위해서 화물 group 별로 얼마의 화물량을 수송해야 하는가?

Table 2 Amount of available freight and fare rate

화물 group	출발 항구	목적 항구	적재할 수 있는 화물량 (1000ton)	운임요율 (\$/ton)
1	A	B	20	5
2	A	C	16	10
3	A	D	10	20
4	B	C	20	8
5	B	D	20	12
6	C	D	50	6

최적해는 각 그룹의 화물량이 (20, 10, 10, 20, 0, 30)이고, 최대 운임은 740000\$이다.

4.3 4-Bar Truss의 구조 최적화

Fig.3과 같은 네개의 부재로 구성된 truss가 있다. 이 구조물에 하중이 가해졌을때, 각 부재의 응력이 허용응력보다 작고 구조물의 중량이 최소가 되도록 각 단면의 면적을 결정한다. 하중은 Fig.3에서 각각 60°의 각도로 1000N씩 주어졌다. 허용 응력은 25N/mm²이다. 계산된 단면적의 단위는 mm²이다. 최적해는 각 단면적이 A=(34.6, 20.0, 5.36, 56.5)이다.

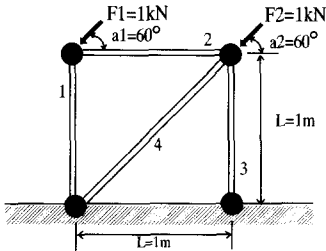


Fig.3 4-Bar truss

4.4 결과 평가

Table 3은 위의 세가지 문제를 뉴로-옵티마이저를 사용하여 20회 실행한 결과이다. 20회 실행 중 전역적 최적해를 찾은 경우와 국부적 최적해를 찾은 경우를 비율로써 나타냈다. 이 결과로부터 뉴로-옵티마이저가 전역적 최적화 기법으로써 상당히 우수하다고 볼 수 있다.

Table 3 Results of neuro-optimizer

문 제	전역적 최적해	국부적 최적해
Goldstein-price	20/20	0/20
화물 수송 운임 최적화	20/20	0/20
4-Bar Truss	20/20	0/20

5. 결 론

이상의 연구과정에서 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- (1) 뉴로-옵티마이저가 전역적 최적화 기법으로써 상당히 좋은 능력을 나타내는 것을 알 수 있었다. 특히, 인공 신경망을 사용했기 때문에 다른 최적화 기법에 비해서 상당히 빠른 속도로 전역적 최적해를 찾았다.
- (2) 뉴로-옵티마이저에는 성능에 영향을 미치는 변수가 대략 10개 정도 존재한다. 이 변수들 중에서 특히 성능에 영향을 미치는 변수는 초기 온도 T_{init} , 뉴론의 입력 포화 제한을 나타내는 U_{limit} [3], 그리고 각 변수를 몇 개의 뉴론으로 구성할 것인가 하는 뉴론 갯수 N 등이다. 따라서, 앞으로 초기 온도와 U_{limit} , 뉴론 갯수가 뉴로-옵티마이저의 성능에 미치는 영향을 연구하여 최적해의 정확도를 증대시켜야 한다.

참고 문헌

- [1] J.J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities", Preceedings of National Academic Society, Vol.79, 1982
- [2] Mitsuo Kishi and Yasukazu Hidaka, "Discrete Optimization Technique with Neural Networks and Its Application to Structural Design", 기계시스템, 1989
- [3] 김계현, "최소-Via결선층 배정을 위한 최적화 신경회로망", 서울대학교 박사과정 졸업논문, 1991
- [4] Juhachi Oda and Takayuki Miz ukami, "Technique for Optimum Design of Truss Structures by Neural Network", 일본기계학회 논문집 59권 557호, 1992