

**누수를 포함하는 지하수 유동의 프랙탈 모델 적용에 의한
균열 암반 대수층의 수리상수 산출**
**Computing Hydraulic Parameters of Fractured Aquifers
Using Fractal Model of Groundwater Flow with Leakage**

함 세 영 (Hamm, Se-Yeong)
임 정 웅 (Lim, Jeong-Ung)

한국자원연구소
한국자원연구소

요약 / Abstract

균열 암반내 지하수 흐름은 공간적으로 불규칙하게 분포하는 균열 발달 상태에 영향을 받으므로 균질의 등방성 피압 대수층에 적용이 가능한 Theis식으로는 균열 암반 대수층의 수리지질학적 특성을 똑바로 이해할 수 없다.

본 연구에서는 지하수 흐름의 프랙탈(fractal) 모델을 발전시킨 누수를 포함하는 프랙탈 모델의 이론적인 배경 및 수리상수 산출 방법을 제시하고, 개발된 모델을 야외자료에 적용시켰다.

상기 모델을 홍천과 유성지역에서 수행된 양수시험 자료에 적용시킨 결과, 동일한 수리상수 값으로 양수정과 관측정에서의 관측된 수위하강 곡선과 이론적인 수위하강 곡선이 잘 일치하는 결과를 얻었다. 홍천 지역과 유성 지역의 시험공 주위의 프랙탈 차원은 1.9로 구해졌으며, 이것은 이들 지역의 지하수 흐름이 2차원보다 약간 작은 프랙탈 차원을 보인다는 것을 지시한다.

Since groundwater flow in fractured rocks is controlled by the distribution of fractures irregularly developed in space, it is not possible to understand the hydraulic characteristics of fractured aquifers using Theis equation which is applicable only to homogeneous isotropic confined aquifer.

This study deals with the theoretical background of the fractal groundwater flow

model with leakage, the methodology of calculation of the hydraulic parameters, and the application of the developed model to field data.

From the result of the application of the fractal model to two field data in Hongcheon and Yusung areas, we obtained a good match between theoretical curves and observed curves, with the same hydraulic parameters at the pumping well and the observation well. In the two pumping test analyses, we have determined 1.9 of the fractal dimension. This means that the dimension of groundwater flow at these two sites is slightly smaller than radial flow.

서 언

현재까지도 많은 사람들이 균열암반내 양수시험분석에 근본적으로 균질의 공극성피압 대수층에만 적용이 가능한 “Theis” 식이나 “Jacob”식을 이용하고 있다.

그러나, 실제로 균열암반내 지하수 흐름은 균열을 따라서 흐르며, 따라서 균열의 분포 상태에 많은 영향을 받는다. 암반내 균열의 분포는 공간적으로 불규칙하기 때문에 균열암반내 양수시험 분석을 위해서는 균열암반내 지하수 흐름의 특성을 보다 합리적으로 설명할 수 있는 새로운 모델을 필요로 한다.

지난 30-40년간, 여러 학자들은 정상류 또는 비정상류의 이중공극모델(Barenblatt et al, 1960; Warren and Root, 1963; Kazemi et al., 1969; Boulton and Streltsova, 1977 등)에 의해서 균열암반내 지하수 흐름을 모식화하였으나, 이들 모델들도 역시 자연상태의 균열암반을 대표하기에는 너무 단순하였다. 1980년대에, 몇몇 학자들이 물리학, 수학 등에 적용되어 왔던 프랙탈 이론(예를들면, Mandelbot,

1975)을 균열의 분포연구에 적용시켰다 (Allègre 외, 1982; Thomas, 1987; Velde 외, 1991). 몇몇 학자들(Barker, 1988; Chang과 Yortsos, 1988)이 이런 프랙탈 이론을 최초로 지하수 흐름에 적용시켰다. 프랙탈 이론의 하나의 장점은 지하수 흐름의 차원을 실수의 프랙탈 차원으로 확장시킴으로서 균열암반내 지하수 흐름을 보다 합리적으로 설명할 수 있다는 것이다. Bangoy 외(1992)는 Barker의 프랙탈 모델을 화강암과 석회암지역의 야외시험 자료에 적용시켜 균열암반지역에 대한 이 모델의 적용의 우수성을 입증하였다. 그러나 Barker의 모델은 균열암반내 양수시험 분석을 위한 기존 모델들 보다 더 진보되고 합리적인 모델이기는 하지만, 자연 상태의 균열암반대수층에 적용시키기에는 다소 불충분한 점이 있다. 따라서, Hamm과 Bidaux(1994)는 누수를 포함하는 비정상류의 프랙탈 모델을 제안하였다.

본 연구에서는 누수를 포함하는 프랙탈 모델을 이론적으로 설명하고 우리나라의 몇 군데 균열 암반내 양수시험에 적용시킨 결과를 제시하고자 한다.

누수를 포함하는 프랙탈 모델의 이론적인 배경

누수를 포함하는 프랙탈 모델은 균열 대수층위에 반투수층이 존재하며, 다시 이 반투수층위에 자유면 대수층이 존재하는 지하수계를 모식화하는 것이다(Fig.1). 이 때 지하수흐름은 프랙탈 분포의 균열을 따라서 흐르며, 따라서 지하수 흐름 또한 프랙탈 성질을 띄게 된다.

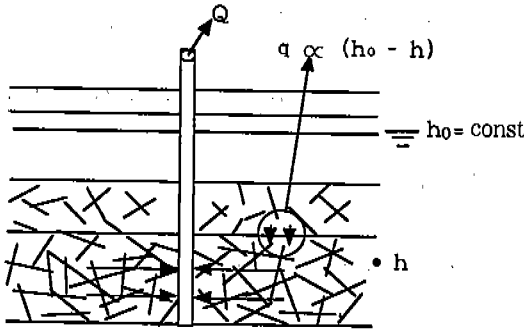


Fig.1 Fractal model of groundwater flow with leakage

반투수층으로부터의 누수(Leakage)를 포함한 n차원의 지하수흐름의 미분방정식은,

$$\frac{K_f}{r^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r} (r^{n-1} \frac{\partial s}{\partial r}) = S_{if} \frac{\partial s}{\partial t} - K_f \frac{s}{B^2} \quad (1)$$

로 표현된다. 여기서,

n : 지하수흐름의 프랙탈차원

K_f : 대수층의 투수율 [LT^{-1}]

S_{if} : 대수층의 저유율 [L^{-1}]

B : 누수계수 [L]

r : 유선상을 따라서 양수정으로부터

관측정까지의 거리 [L]

s : 수위강하 [L]

t : 양수시간 [T]

양수정으로부터의 양수에 따른 유량보존의 법칙 및 Darcy의 법칙에 의하여 다음과 같은 식들이 성립된다.

$$W_s \frac{\partial s_w}{\partial t} = Q + K_f b^{3-n} \alpha_n r_w^{n-1} \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (2)$$

$$s_w(t) = s(r_w, t) - S_{if} r_w \left(\frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (3)$$

여기서,

W_s : 저장계수 [L^2]

S_{if} : 우물손실계수 (비차원)

s_w : 양수정내 수위강하 [L]

Q : 양수량 [L^3T^{-1}]

b : 흐름면에 수직방향의 대수층의 범위 [L]

r_w : 양수정의 반경 [L]

$\alpha_n : 2\pi^{n/2} / \Gamma(n/2)$

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

양수전에 지하수위는 안정되어 있었으며, 대수층의 횡적인 범위가 무한하다고 가정하면,

모든 거리에 대하여

$$s_w(r, 0) = s(r, 0) = 0 \quad (4)$$

모든 시간에 대하여 $s(\infty, t) = 0$ (5)

가 성립한다. 모든 식들을 비차원의 식들로 변환시키기 위하여 다음과 같은 비차원의 변수들을 도입한다.

$$t_D = \frac{4K_f t}{S_{sf} r_w^2}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

$$B_D = \frac{B}{r_w}$$

$$s_D = \frac{4\pi^{n/2} K_f b^{3-n}}{Q r_w^{2-n}} S$$

$$W_{sD} = \frac{W_s}{\pi^{n/2} b^{3-n} r_w^n S_{sf}}$$

(1)에서 (3)식은 다음과 같은 비차원의 식들로 표현된다:

$$\frac{1}{r_D^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r_D} (r_D^{n-1} \frac{\partial s_D}{\partial r_D}) = 4 \frac{\partial s_D}{\partial t_D} + \frac{\partial s_D}{\partial B_D^2} \quad (6)$$

$$W_{sD} \frac{\partial s_{wD}}{\partial t_D} = 1 + \frac{1}{2\Gamma(n/2)} \left(\frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (7)$$

$$s_{wD}(t_D) = s_D(1, t_D) - s_f \left(\frac{\partial s_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (8)$$

(6)에서 (8)식을 Laplace변환시키고 난 후, \bar{s}_{wD} 해를 구하면,

$$\bar{s}_{wD} = \frac{1}{p [pW_{sD} + \frac{1}{2\Gamma(n/2)} \frac{1}{K_{\nu-1}(\sigma) + s_f}]} \quad (9)$$

여기서,

$$K_{\nu-1}(z) = \frac{K_{\nu}(z)}{zK_{\nu-1}(z)}$$

$$\nu = 1 - n/2$$

$$\sigma = \sqrt{4p + 1/B_D^2}$$

p : Laplace 변수(비차원)

$K_{\nu}(z)$: second kind의 ν order의 modified Bessel function.

$K_{\nu}(z)$ 는 Amos의 프로그램(1986)에 의하여 계산될 수 있다. 또한

$$\bar{s}_D = \frac{1}{p} \frac{1}{[pW_{sD} + \frac{1}{2\Gamma(n/2)} \frac{1}{K_{\nu-1}(\sigma) + s_f}]} \frac{r_D^{\nu} K_{\nu}(\sigma r_D)}{K_{\nu}(\sigma) + s_f \sigma K_{\nu-1}(\sigma)} \quad (10)$$

같이 구해진다. W_{sD} 와 s_f 를 0으로 두었을 때,

$$\bar{s}_D = \frac{2\Gamma(n/2)}{p} \frac{r_D^{\nu} K_{\nu}(\sigma r_D)}{\sigma K_{\nu-1}(\sigma)} \quad (11)$$

(11)식을 실수 영역으로 변환하면,

$$s_D(r_D, t_D) = r_D^{2\nu} G(-\nu, r_D^2/t_D, r_D/B_D) \quad (12)$$

여기서,

$$G(-\nu, u, \beta) = \int_0^{\infty} y^{-\nu-1} e^{-y-\beta^2/4y} dy \quad (13)$$

$n=2$ 일 경우 (12)식은 Hantush(1956)의 식과 동일한 식이 되고, $n=1$ 일 경우에는 Vandenberg(1977)의 식과 같아진다.

Stehfest 알고리즘(1970)을 이용하여 (9)식을 실수 영역으로 변환하면, 우리는 양수정에서의 수위하강을 구할 수 있다. 관측정에서의 수위하강은 (12)식에 의하여 실수 영역에서 구해질 수 있다. (9)식과 (12)식을 이용한 비차원의 시간에 대한 비차원의 이론적인 수위하강 곡선은 Fig.2a와 Fig.2b에 도시되어 있다. Fig.2a는 $n=1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ 에서의 양수정의 이론적인 수위하강 곡선들이다. 이때 편위상 우물손실 계수는 0 그리고 우물저장 계수는 $0.03m^2$ 으로 고정하였다. 곡선의 앞

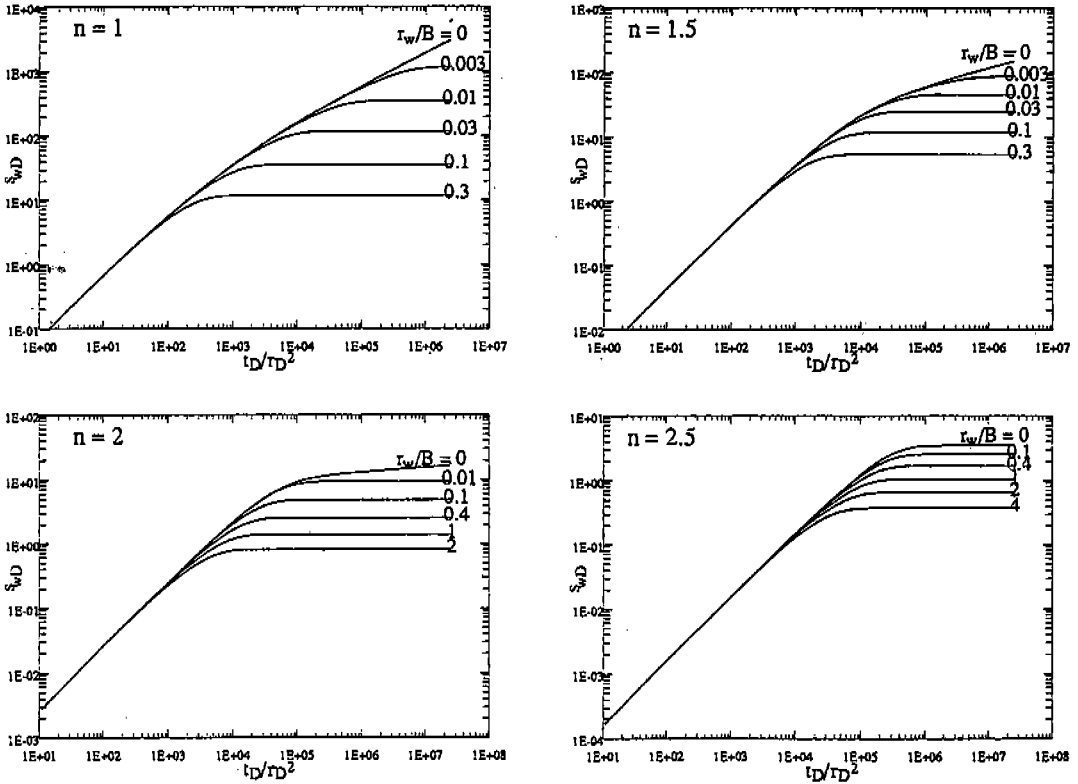


Fig. 2a Theoretical drawdown curves of fractal groundwater flow model with leakage for pumping well, and for $n = 1, 1.5, 2$ and 2.5 . $W_s = 0.03m^2$ is used.

부분에서는 우물저장 효과에 의하여 기울기가 1이다. 그 이후에는 누수 효과가 나타나기 전까지는 Barker의 곡선과 일치하나, 누수 효과가 나타나기 시작하면 Barker의 곡선으로부터 벗어나 곡선의 기울기가 0이 된다.

Fig. 2b는 $n = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ 에서의 관측점의 이론적인 수위하강 곡선들이다. 곡선의 앞 부분에서 누수 효과가 나타나기 전까지는 Barker의 곡선과 일치하나, 누수 효과가 나타나기 시작하면 Barker의 곡선으로부터 벗어나 곡선의 기울기가 0이 된다.

관측점이 양수정으로부터 가까이 위치할 때는 양수정에서의 우물저장 효과와 우물손실 효과를 관측점에서 고려하여야 한다. 이때는 (10)식을 이용하여 관측점의 수위하강을 산출하여야 한다.

장기간후 지하수위가 안정되면,

$$s_{wD}(\infty) = 2\Gamma(n/2)(K_V^{-1}(1/B_D) + s_f) \quad (14)$$

$$s_D(r_D, \infty) = r_D^{2\nu} 2^{1+\nu} (r_D/B_D)^{-\nu} K_V(r_D/B_D) \quad (15)$$

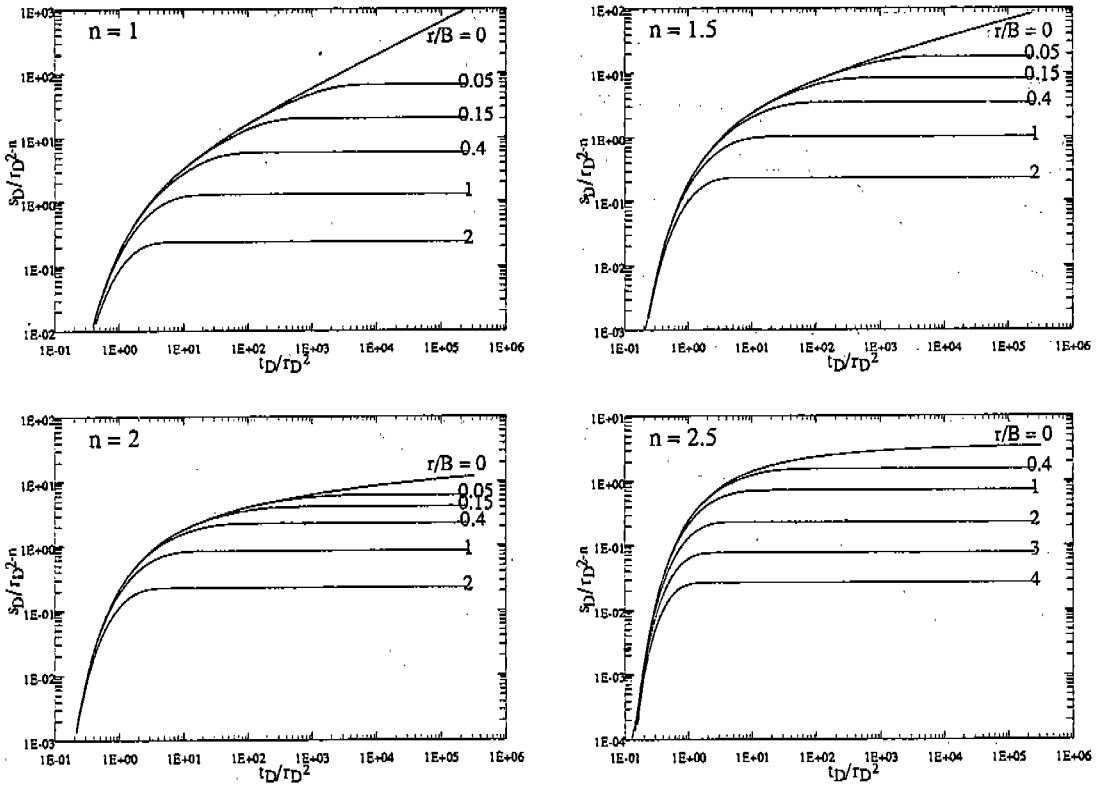


Fig. 2b Theoretical drawdown curves of fractal groundwater flow model with leakage observation well, and for $n=1, 1.5, 2$ and 2.5 .

수리상수 산출방법

양수시험분석으로부터 우리가 구할 수 있는 수리상수들은 $K_b b^{3-n}$ (균열의 일반화 투수량계수, $L^{4-n}T^{-1}$), K_f/S_{if} (균열의 수리 분산계수, L^2T^{-1}), B , s_f (양수정의 우물손실계수), W_s (양수정의 저장계수) 그리고 n 이다. 일반적으로 W_s 는 양수정의 단면적과 일치한다. 계산을 보다 간편하게 하기 위하여 우리는 S_{if} 를 $5 \times 10^{-6} m^{-1}$ 으로 고정하였다(Walton, 1970). 이들 수리상수로

부터 우리는 양수정의 비산출량을 계산하고 장기적인 수위강하를 정확히 예측할 수 있다. 비산출량은

$$PI = Q/s_w \quad (16)$$

표현된다.

또한, 양수시험분석에서 우리는 시간에 따른 수위하강을 양대수방안지에 도시하여 시간에 따른 이론적인 수위하강을 비교하였다. 이것은 수위하강이 수위하강 관측값 자체보다 양대수방안지 상에서

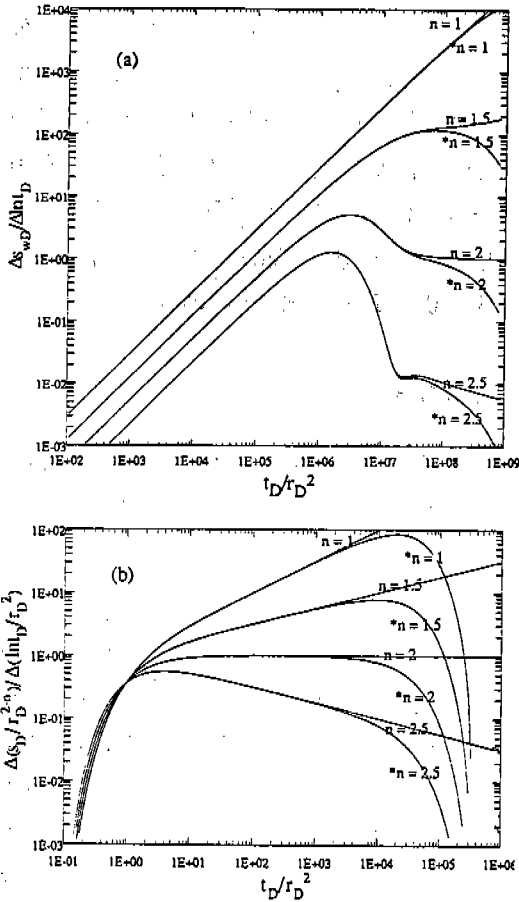


Fig.3 Derivative curves of theoretical drawdown of fractal groundwater flow model with leakage for (a) pumping well and (b) observation well, and for $n=1, 1.5, 2$ and 2.5 . *n signifies fractal groundwater flow model with leakage, and n signifies Barker's model.

보다 민감한 변화를 보이며 모델에 따라 특징적인 곡선의 형태를 보여주므로, 어떤 모델을 선정하는데 유용하기 때문이다 (Bourdet et al., 1983, 1984). Fig.3은 누수를 포함하는 프락탈 모델과 Barker의 모델의 수위하강을 곡선의 예이다. 그림에서

알수 있는 바와 같이 양수 경과 초기에는 Barker의 모델과 누수를 포함하는 프락탈 모델의 곡선이 서로 일치하지만 일정한 시간이 경과한 후에는 누수를 포함하는 프락탈 모델의 곡선의 기울기는 음(negative)의 방향으로 급격히 반전한다.

누수를 포함하는 프락탈 모델의 야외자료에 대한 적용

홍천지역

위의 프락탈 모델을 이용하여, 강원도 홍천군 북방면 소매곡리 지역에서 실시된 양수시험자료(임정웅외, 1990b)를 분석하였다. 본 역의 지질은 선 캄브리아기의 흑운모 편마암, 석류석 편마암, 석영-장석 편마암, 그리고 총적층으로 구성되어 있다. 양수시험은 680m 심도의 양수정(No. 4)에 대하여 170m³/일의 양수량으로 실시되었다. 관측정(No.3)은 양수정으로부터 75m 거리에 위치하며, 그 심도는425m이다. 양수시 수위 관측은 양수정과 관측정에서 동시에 이루어졌다.

양수정과 관측정의 수위하강을 곡선(Fig.4)이 누수를 포함하는 프락탈 모델의 특징을 보이므로 (Fig.3 참조), 본 양수시험 분석에서 누수를 포함하는 프락탈 모델을 적용시켰다. 양수시험 분석 결과 프락탈차원은 $n=1.9$ 로서 2차원의 방사상 흐름에 매우 가까운 것으로 나타났으나, 2차원의 방사상 흐름과는 다른 양상을 보이는 것으로 나타났다. 특히, 2차원을 적

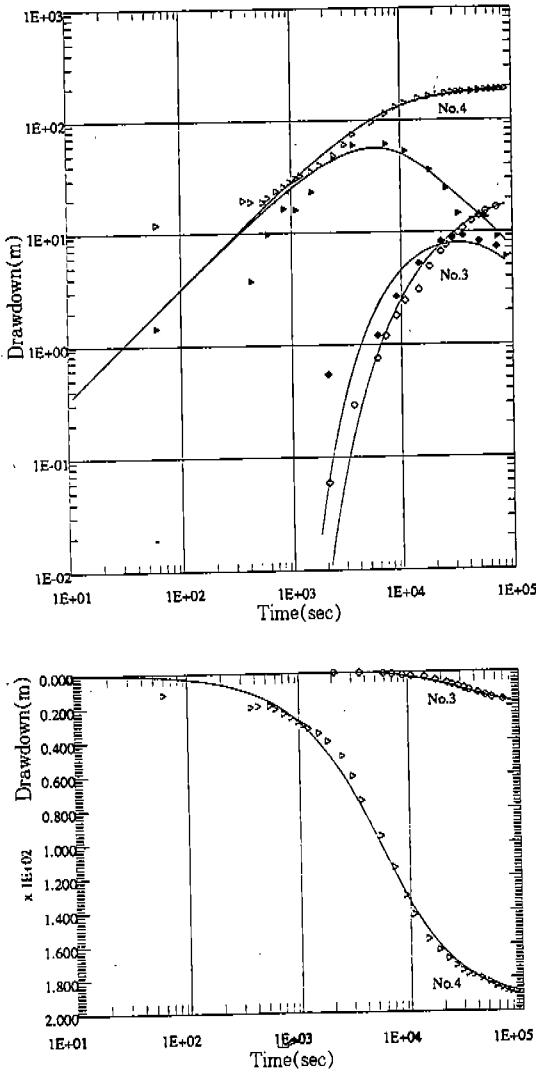


Fig.4 Theoretical curves and observed curves at the pumping well(No.4) and the observation well(No.3) at Hongcheon site. Void triangle and black triangle represent observed drawdowns and derivatives of the observed drawdowns, respectively. Corresponding curves represent theoretical drawdowns and derivatives of the theoretical drawdowns.

용시킬 경우에는 양수정과 관측정에 대하여 동일한 수리상수 값을 적용시킬 수 없는 반면에, $n=1.9$ 차원에서는 동일한 수리상수 값으로 동시에 양수정과 관측정의 수위하강 곡선과 일치하는 이론 곡선을 얻을 수 있었다(Fig.4). 이때 누수계수는 $B=100m$ 로 구해졌다(Table 1).

유성지역

위의 프락탈 모델을 이용하여, 1989년 대전시 유성운천 지역에서 행해진 양수시험 자료를 분석하였다. 본 역의 지질은 흑운모 화강암과 석영 반암으로 구성되어 있다. 양수정(No.1)의 심도는 464m 이고, 그라우팅은 180m심도에서 실시되었다. 관측정(No.2)은 양수정의 1m옆에 위치하며 그 심도는 520m 이다(임정웅외, 1990a). 양수시험은 580m³/일의 양수량으로 실시되었으며 양수시 수위 관측은 양수정과 관측정에서 동시에 이루어졌다.

양수정과 관측정의 수위하강을 곡선은 누수를 포함하는 프락탈 모델의 특징을 매우 약하게 보이므로 (Fig.5), 첫 단계에서는 Barker의 모델을 적용시켜 보았으나 같은 수리상수 값으로 양수정과 관측정의 수위하강 곡선에 동시에 일치하는 이론적인 수위하강 곡선을 구할 수 없었으므로, 누수를 포함하는 프락탈 모델을 적용시켰다. 양수 말기에서 양수정과 관측정의 수위하강을 곡선이 누수를 포함하는 프락탈 모델의 특징을 매우 약하게 보이는 이유는 그때까지 아직 완전한 누수효과가 나

Table 1. Calculated hydraulic parameters

지역	$K_b b^{3-n}$ [$L^4 T^{-1}$]	K_f / Ss_f [$L^2 T^{-1}$]	n	B [L]	s_f	W_s [L^2]	PI [$L^2 T^{-1}$]
홍천	1.6×10^{-5}	0.124	1.9	100	1.1	0.06	1.2×10^{-5}
유성	9.3×10^{-5}	0.236	1.9	667	1.85	0.07	4.7×10^{-5}

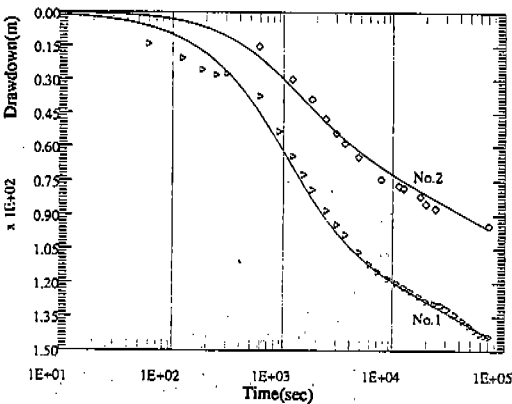
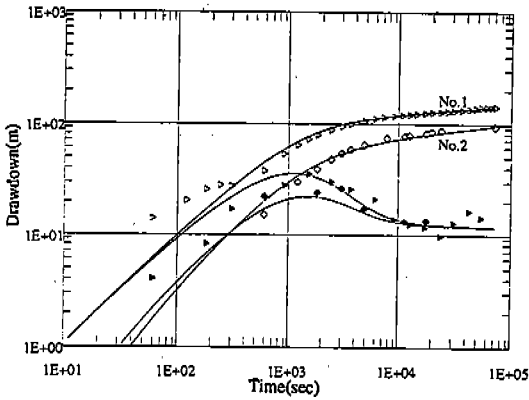


Fig.5 Theoretical curves and observed curves at the pumping well(No.1) and the observation well(No.2) at Yuseong site. Void triangle and black triangle represent observed drawdowns and derivatives of the observed drawdowns, respectively. Corresponding curves represent theoretical drawdowns and derivatives of the theoretical drawdowns.

타나지 않았기 때문인 것으로 판단된다. 양수시험 분석 결과, 홍천의 경우와 같이 프락탈차원은 $n=1.9$ 로서, 2차원의 방사상 흐름에 매우 가까운 것으로 나타났으며, 이때 누수계수는 667m로 구해졌다(Table 1). 본 양수시험분석에서는, 관측정이 양수정에 매우 가까이 위치하므로 양수정의 우물저장 효과와 우물손실 효과를 관측정에 적용시켰다. 그 결과, Fig.5와 같이 동일한 수리상수 값으로 동시에 양수정과 관측정의 수위하강 곡선과 일치하는 이론 곡선을 얻을 수 있었다. 양수 초기에 측정된 수위하강 값이 이론 값보다 더 큰 이유는 초기에 양수량 조절이 어려워 일시적으로 후기의 일정 양수량보다 많은 양이 토출되었기 때문이다.

결 언

누수를 포함하는 지하수 유동의 프락탈 모델은 균열암반대수층의 수리지질학적 특성을 보다 합리적으로 설명할 수 있으며, 비산출량 및 장기적인 수위강하를 보다 정확히 판단할 수 있다. 아울러, 본 모델은 누수 효과를 0으로 했을 경우에는 Barker의 모델과 일치되므로 보다 융통성

있게 이용할 수 있다.

홍천 지역과 유성 지역의 양수시험 분석 결과 프락탈 차원은 1.9로 구해졌으며, 이것은 본 지역의 지하수 흐름 차원이 2 차원에 가까운 프락탈 차원임을 지시한다.

참고문헌

- 임정웅외, 1990a. 유성지구 온천공조사 보고서, No. 42, 한국동력자원연구소, pp. 1-42.
- 임정웅외, 1990b. 홍천(북방)지구 온천공조사보고서, No.52, 한국동력자원연구소, pp. 1-61.
- Allègre, C. J., le Mouël, J. L. and Provost, A., 1982. Scaling rules in rock fractures and possible implications for earthquake prediction, *Nature*, 297, pp. 47-49.
- Amos, D. E., 1986. Algorithm 664: A portable package for Bessel functions of a complex argument and nonnegative order, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 12 (3), pp. 265-273.
- Bangoy, L. M., Bidaux, P., Drogue, C., Plégat, R. and Pistre, S., 1992. A new method of characterizing fissured media by pumping tests with observation wells. *Jour. Hydr.*, 138, pp. 77-88.
- Barenblatt, G. E., Zheltov, I. P. and Kochina, I. N., 1960. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *Jour. Appl. Math. Mech. Engl. Transl.*, 24 (5), pp. 1286-1303.
- Barker, J. A., 1988. A generalized radial flow model for hydraulic tests in fractured rock. *Water Resour. Res.*, 24(10), pp. 1796-1804.
- Boulton, N. S. and Streltsova, T. D., 1977. Unsteady flow to a pumped well in a fissured water-bearing formation. *Jour. Hydr.* 35, pp. 257-269.
- Bourdet, D., Whittle, T. M., Douglas, A. A. and Pirard, Y. M., 1983. A new set of type-curves simplifies well test analysis, *World Oil*, pp. 95-106
- Bourdet, D., Ayoub, J. A. and Pirard, Y. M., 1984. Use of pressure derivative in well test interpretation, *SPE 12777*, Annual California Regional Meeting, Long Beach, California, April 11-13.
- Chang, J. and Yortsos, Y. C., 1988. Pressure transient analysis of fractal reservoirs. *SPE 18170*, pp. 1-14.
- Hamm, S. Y. and Bidaux, P., 1994. Ecoulements transitoires en géométrie fractale avec drainance: théorie et application, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 318, série II, n. 2, pp. 227-233.
- Hantush, M. S., 1956. Analysis of data from tests in leaky aquifers. *Trans.*

- Am. Geophys. Union, 37(6), pp. 702-714.
- Kazemi, H., Seth, M. S. and Thomas, G. W., 1969. The interpretation of interference tests in naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution. Soc. Pet. Eng. Jour., pp. 463-472.
- Mandelbrot, B. B., 1975. Les objets fractals: forme, hasard et dimension. éd. Flammarion, Paris, p. 109
- Stehfest, H., 1970. Numerical inversion of Laplace transforms, Commun. ACM, 13(1), pp. 47-49.
- Thomas, A., 1987. Structure fractale de l'architecture des champs de fractures en milieu rocheux. C. R. Acad. Sci. Paris, 304, série II, pp. 181-186.
- Vandenberg, A., 1977. Type curves for analysis of pump tests in leaky strip aquifers. Jour. of Hydr., 33, pp. 15-26.
- Velde, B., Dubois J., Moore D. and Touchard J., 1991. Fractal patterns of fractures in granites, Earth and Planetary Science Letters, 104, pp. 25-35.
- Walton, W. C., 1970. Groundwater Resource Evaluation. McGraw-Hill, Tokyo, p. 664
- Warren, J. E. and Root, P. J., 1963. The behavior of naturally fractured reservoirs. SPEJ, 3(2), pp. 245-255.
-
- 함세영, 임정웅:
한국자원연구소
대전시 유성구 가정동 30번지
305-350
TEL: (042)868-3085
FAX: (042)861-9720