기술해설

프랙탈 기법의 영상처리에의 응용

최 윤 식*
(*연세대학교 전기공학과 조교수)

1. 개 요

최근에 들어, 혼돈도(Chaos) 및 프랙탈(Fractal)의 개념을 이용한 많은 응용 연구와 제품들이 소개되었다. 개념적으로 혼돈도란, 말 그대로 복잡한 비규칙적 자연 현상을 수치적으로 표현할 수 있는 혼돈의 정도를 의미하는데, 예를 들어 Chaos 세탁기의 경우, 세탁조 안에서 일어나는 빨래의 엉키는 현상을 혼돈도의 계산으로 수치화 시키고, 그 값에 해당하는 만큼의 역 반응을 인위적으로 발생시켜 엉킴 현상을 상쇄시키도록 설계된 모델이다. 그러므로, 이러한 혼돈의 계산은, 어떠한 수학적 모델에 근거하는 가에 의해 그 정확성과 적용 한계를 가지게 되는데, 프랙탈은, 현상의 복잡도를 Brownian Motion의 통계적 비 정규 움직임의 분수 차수로 정의한 것을 뜻한다. 이와 같이, 혼돈도나 프랙탈은 그것을 이용하여 많은 자연 현상들을 유사하게 표현할 수 있다. 그러나, 최근의 관련 제품의 홍보처럼 모든 현상을 혼돈도나 프랙탈로 표현할 수는 없다는 사실을 주지해야 한다. 본 논문에서는, 여러가지 다른 경우에 혼동되어 사용되어 지는 프랙탈의 정의를 정리해 보고, 이들 개념을 이용한 연구 중, 특히 영상처리 및 이해 부분에 적용되어진 사례를 고찰해 봄으로써, 관련 기술의 이해를 돕고자 한다.

2. 프랙탈의 정의

프랙탈(Fractal)이란 말은, 라틴어 'Frangere'에서 유래한 것으로, '쪼갠다'라는 뜻을 가지고 있다. 즉, 말 그대로 한다면, 프랙탈 계수란 얼마나 잘게 쪼개졌는 가 하는 것의 척도라고 생각할 수 있다. 따라서, 프랙탈 계수를 수식적으로 표현한다면, 함수 $y \propto x^d$의 d값, 즉 비정수 차수로 정의될 수 있고, 이는 함수 y의 복잡도의 척도를 뜻하게 된다. 이러한 프랙탈 계수의 정의는, 여러 적용 분야에서 실제적으로 서로 다른 이름으로 사용되어 지고 있는데, '자기유사(Self-Similarity) 계수', 'Compass 계수', 'Box-Counting 계수', 'Hausdorff 계수'등이 그것이다. 따라서, 본 장에서는 이들 각 정의들과 그의 적용 분야를 설명함으로써, 서로 간의 관계와 적용 한계를 명확히 하고 자 한다.

2.1 자기유사(Self-Similarity) 계수

자기유사 구조를 갖는 프랙탈 구조란, 어떠한 구조가 그 자체내의 유사 구조의 반복에 의해 만들어 질 수 있을 때를 말하며, 그 때의 구조의 복잡도가 아래 수식의 비정수 계수 D로 표현될 때, 그 값을 자기유사 계수라 한다.

$$\alpha = \frac{1}{s^D} \qquad (2.1.1)$$

즉,

$$D = \frac{\log \alpha}{\log \frac{1}{s}} \qquad (2.1.2)$$

여기에서, a는 유사 조각의 갯수, s는 축소율을 뜻한다.

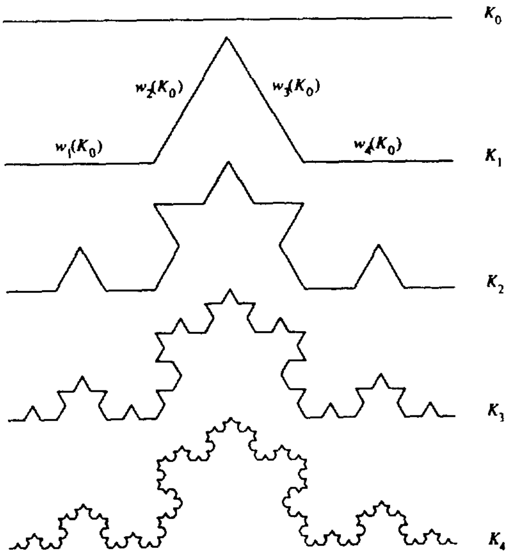


그림 1. Koch Curve [1]

예를 들어 그림 1의 Koch Curve는 각 조각의 구조가 전체 구조와 유사성을 가지고 있고, 각 조각 역시 같은 형태의 유사성에 의해 만들어 진것을 볼 수 있다. 따라서 이 경우, $\alpha=4$, $s=1/3$ 이됨으로, 식(2.1.2)에 의해 자기유사 계수 D=1.2619이 된다.

2.2 콤파스 계수(Compass Dimension)

콤파스 계수는, 정확한 자기 유사성을 가지지 않은 어떠한 프랙탈 곡선의 복잡도를 나타낼 수 있는 프랙탈 계수로서, 예를 들어 그림 2의 지도에 나타난 해안선의 총 길이를 산출하려 할 때, 일정한 길이로 세트된 콤파스로 해안선을 끊어, 그 영역안의 복잡도를 산출함으로써 그 총길이를 추정할 수 있게 된다. 이와 같이, 콤파스 계수는 자기 유사성을 가지지 않는 곡선에 적용된 자기 유사계수라고 말할 수 있고, 따라서 s를 콤파스의 셋팅 값으로 정의하면, 식(2.1.2)에 의해 자기유사 계수와 같은 값의 계수값을 가지게 된다.

그림 2. 해안선 길이의 측정을 위한 콤파스계수의 적용 예[1]

2.3 Box−Counting 계수

Box−Counting 계수는, 앞서 서술한 콤파스 계수의 계념을 선이 아닌 면의 개념으로 확장한 것이다. 즉, 어떠한 구조의 복잡도를 구할 때, 일정 간격으로 그려진 Grid에 의해 형성된 전체 Box들 중 복잡한 구조를 포함하는 Box의 갯수를 Count 함으로써 얻어질 수 있음을 의미한다. 일 예로 앞서 기술한 해안선의 복잡도를 측정할 때, Compass 대신 그림 3과 같이 일정크기의 Box를 Count 함으로써 얻어질 수 있다. 이때, Box−Counting 계수의 값은, 아래 식에 의해 자기유사계수, 콤파스 계수의 값과 같은 값이 된다.

$$D_b = \frac{\log(N(s))}{\log(\frac{1}{s})} \qquad (2.3.1)$$

이때, s는 Grid Mesh 크기, N(s)는 복잡구조를 포함한 Box의 갯수를 의미한다.

2.4 Hausdorff 계수

Hausdorff 계수는, IBM의 Mandelbrot이 프랙탈 개념을 콤퓨터 그래픽에 최초로 적용할 때[2], 복잡도의 척도로 사용했던 프랙탈 계수이다. 이것은, 형태를 가지고 있는 구조의 수학적 모델을, 확률적 분포를 가진 Brownian Motion 으로 가정하고, 그의 복잡도를, Brownian Motion 비정수차수 함수(Fractional Brownian Model)의 차수 값의 확률적 추정에 의해 측정하고자 하는 것이다. 즉, 일반적으로 Gaussian 확률 분포를 가진, Brownian Motion은 random process X(t)에 의해 아래와 같이 표현되고,

$$\mathrm{var}(X(t_2) - X(t_1)) \propto |t_2 - t_1|^{2H}, \; H = \frac{1}{2} \qquad (2.4.1)$$

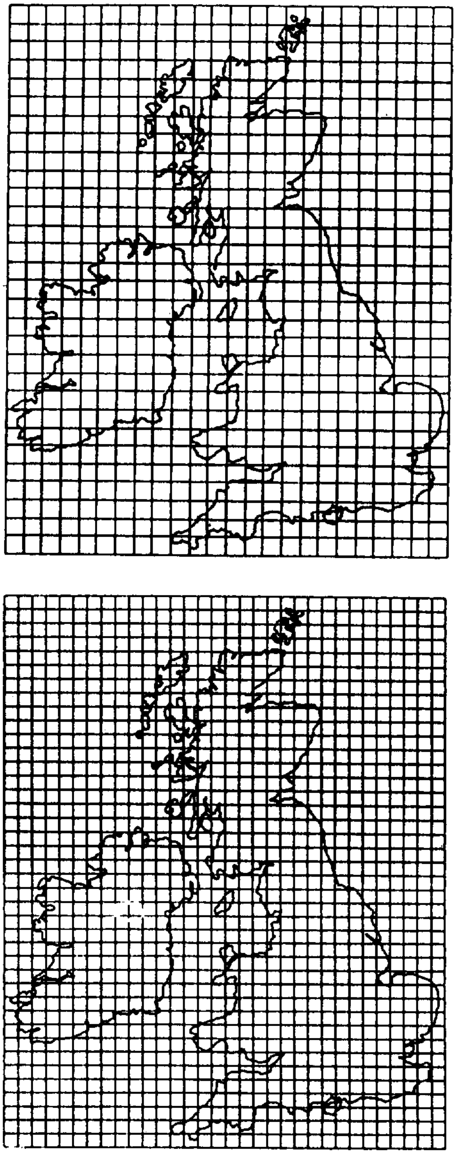


그림 3. 해안선 복잡도 측정을 위한 Box-Counting 계수적용 예[1]

$0 < H < 1$의 경우, Fractional Brownian Motion 이라고 한다.

이때, $X(t)$ 함수는 계수 H값 만큼의 확률적 자기 유사성을 가지게 된다. 다시 말해서, $t_1=0$ 일때, $X(t)$와 $\frac{X(rt)}{r^H}$ 은 확률적으로 구별할 수 없는 상호 유사성을 가지게 되는 것이다. 따라서, 이 계수는 가장 일반적인 정의의 프랙탈 계수가 되고, 앞서 기술한 자기유사 계수, 콤파스 계수, Box-Counting 계수 등은 모두 Hausdorff 계수의 특별한 경우로 볼 수 있다.

3. 프랙탈 함수 모델

프랙탈 계수를 포함하는 함수의 수학적 모델은, 프랙탈 계수의 추정이나, 그 계수 값을 이용한 영상 합성등을 가능하게 해 주기 때문에, 매우 중요하다. 즉, 실제적 상황을 가장 잘 표현해 주는 수학적 모델을 정의하고, 그로 부터 정확한 계수의 추정이 가능하다면, 추정된 프랙탈 계수 값은 원래의 상황을 재현할 수 있는 중요하고도 유일한 정보가 된다.

영상정보의 경우, 실제적으로 접하는 많은 자연 영상을 표현하는 방법으로, Markov Random Field Model의 확률적 모델이 사용되고 있고, 상기 기술한 Fractional Brownian Motion 함수 역시, 다음과 같이 그러한 확률적 모델의 하나로 사용되어 질 수 있다.

3.1 연속함수 모델 (Continuous Function Model)

연속함수인 Brownian Motion 함수에 기간을 둔 Fractional Brownian Motion 함수 역시, 연속 함수이다. 이러한 연속 함수는 영상처리를 위해서는 적합하지 않은 모델인데, 그 이유는, 첫째, 영상처리의 모든 과정이 화소단위의 디지탈 정보이기 때문에, 화소단위의 영상 정보를 연속 함수로 표현할 시, 보간 에러가 생길 수 있고, 둘째, 결정적으로, 프랙탈 계수의 추정이 매우 어렵다는 것이다. 따라서, 다음과 같은 이산형(Discrete version)의 Fractional Brownina Motion 함수의 사용이 이상적이다.

3.2 이산함수 모델 (Discrete Function Model)

이상적인 영상처리를 위하여 이산형의 프랙탈 함수는, Fractional Differencing Model 이란 이름으로, Choe와 Kashyap [11]에 의해 소개 되었는데, 이 모델은 첫째, 이산 시간 함수(Discrete Time-Series Model)이므로, 화소 단위의 영상처리 기법에 적합하고, 둘째, 그의 프랙탈 계수의

확률적 추정 방법이 간단한 Least-Square추정 방법에 의해 가능하고, 덧붙여서, 셋째로, x, y방향의 다른 프랙탈 계수를 사용하기 때문에, 방향성을 가진 영상의 표현이 용이하다는, Fractional Brownian Motion 함수에 대한 상대적 강점을 가진다.

영상처리를 위한 2차원 Fractional Differencing 함수는 다음과 같은 구조를 갖는다.

$$X(K_1, K_2) = (1-z_1^1)^{-\frac{c}{2}}(1-z_2^1)^{-\frac{d}{2}}\zeta(K_1, K_2) \quad (3.2.1)$$

단, z_i는 i 방향의 지연 연산자이고, $\zeta(k_1, k_2)$는 독립 Gaussian sequence이다.

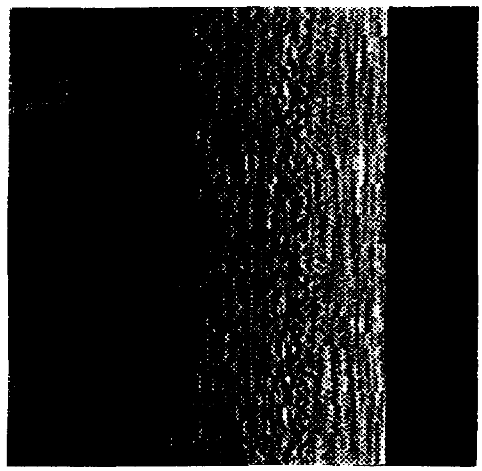
4. 영상처리 기법에의 프랙탈 계수의 적용

위에서 정의된, 프랙탈 계수는 영상처리를 위한 여러가지 중요한 성질들을 포함하고 있다. 이 중, 앞서 설명된 구조의 복잡도의 척도로서의 프랙탈 계수는, 복잡한 자연 영상의 합성 기법에 직접적으로 응용되어질 수 있고, 3차원 표면의 거칠기 척도로 사용될 경우, 표면의 거칠기 정도에 상관없이, 물체의 2차원 영상으로 부터 3차원 구조정보를 얻을 수 있으며, 윤곽선 추출이나, 무늬 영상의 패턴인식등이 가능하고, 영상의 복잡한 구조의 표현을 프랙탈 구조의 자기유사성을 이용하여 간단한 정보로 바꿔, 영상 정보 압축 기법에 응용하기도 한다. 다음은 이러한 관련 영상처리 기법의 개괄적 설명이다.

4.1 영상 합성(Image Synthesis)

앞서 기술한 바와 같이, 프랙탈 계수를 포함하는, 연속함수 Fractional Brownian Motion 함수나, 이산함수 Fractional Differencing Model 함수는 , 프랙탈 계수의 값의 변화에 따라 다양한 형태의 자연 영상의 표현이 가능하다. 이러한 프랙탈 계수를 이용한 영상 합성 기법은, Mandelbrot[2]에 의해 1980년에 처음 소개되었으며, 다음의 그림 4(a)는 연속 Fractional Brownian Motion 함수를 이용하여 합성된 바위산과 구름을 가진 하늘의 합성 영상을 보여 주고, 그림 4(b)는, 이산 Fractional Differencing Model에 의하여, 무늬의 방향성을 가진 나무 영상을 합성한 것이다.[10, 11]

(a)

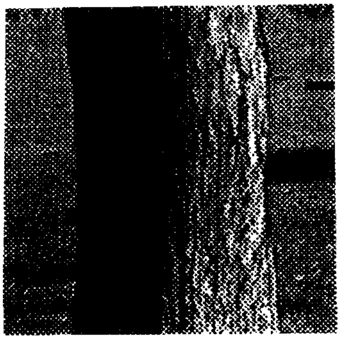


(b)

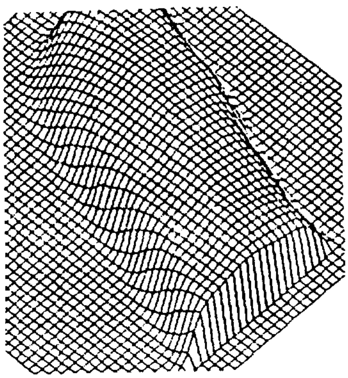
그림 4. (a) 연속 프랙탈함수에 의한 영상 합성 예
(b) 이산 프랙탈함수에 의한 영상 합성 예.

4.2 3차원 영상 표면 분석 (Shape From Shading and Texture)

Shape From Shading 기법이란, 표면이 매끄러운 물체의 2차원 영상에 나타나는, 그림자 음영정보로 부터, 물체의 3차원 구조를 찾아내는 기법이고, 반대로, Shape From Texture 기법이란, 표면이 매우 거칠은 표면을 가진 물체의 2차원 영상에 나타나는, 이지러진 무늬 정보로 부터, 3차원 구조를 찾아내는 기법이다. 하지만, 실제로 접하는 자연영상에 나타난 표면의 3차원 정보는, 표면의 거칠기에 따라, 경우에 따라서는 음영정보로, 또는 무늬정보로 혼합되어 나타난다. 따라서, 위의 어느것 한 방법만에 의해서는 자연영상으로 부터 3차원 정보를 찾아낼 수 없고, 이는 두 가지 방법을 혼합한



(a)



(b)

그림 5. (a) 무늬정보와 음영정보를 동시에 가지고 있는 자연 영상
(b) 프랙탈 계수 추정에 의하여 얻어진 3차원 구조

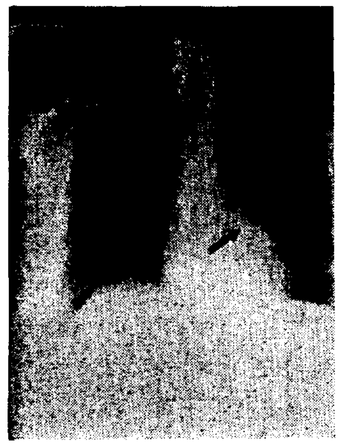
Robust 한 모델 기법을 필요로 한다. 프랙탈 계수의 값이 작은 표면은 거칠기가 적은 매끈한 표면이라는 말이 되고, 프랙탈 계수의 값이 커질 수록, 이는, 거칠은 표면을 가졌다는 말이 되므로, 프랙탈 계수를 가진 모델의 의해, 통합적 모델의 설계가 가능하다[4]. 그림 5는, 이러한 기법을 이용하여, 자연영상으로 부터 얻은 3차원 구조영상의 예를 보여주고 있다.

4.3 윤곽선 추출(Boundary Detection)

프랙탈 계수에 의한 윤곽선 추출은, 프랙탈 계수가 영상의 복잡도를 나타낸다는 원리를 이용한 것으로, 영상내의 평탄 부분이나, 같은 확률 분포의 무늬를 가지고 있는 부분들에서는, 프랙탈 계수의 변화가 미약하나, 경계부분에서의 프랙탈 계수는 급격한 값의 변화가 일어나게 된다는 것을 이용한 기법이다[7, 8]. 따라서, 적절한 프랙탈 계수 값의 문턱치를 설정하여 윤곽선을 나타내는 Binary 영상의 추출이 가능하다. 그림 6은, 이러한 기법을 의료 영상에 적용하여 얻은 윤곽선 추출 예이다.

4.4 무늬 영상 분류 (Texture Image Classification)

프랙탈 계수에 의한 무늬영상 분류법은, 기본적으로, 다른 무늬의 무늬영상들은, 각기 다른 프랙탈 계수 값을 가진다는 원리를 이용한 것이다. 즉, 통계적으로 추정된 각 무늬화상을 대표하는 프랙탈의



(a)

(b)

그림 6. (a) 원래 영상
(b) 프랙탈 계수에 의한 추출된 윤곽선 영상[8]

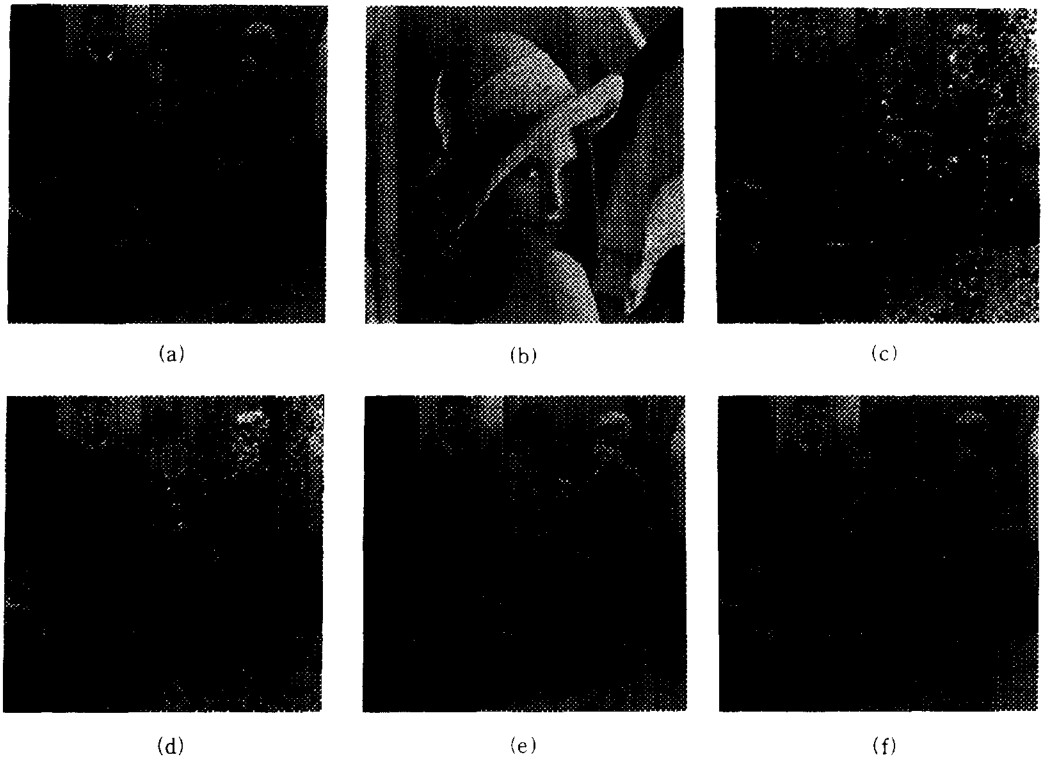


그림 7. IFS Coding을 이용한 영상 복원 (a) 원래 영상 (256 × 256) (b) 초기영상 (c,d,e,f) 각각 1번, 2번, 8번, 10번 반복후에 얻은 복원 영상

계수가 다른 것을 이용하는 것인데, 이러한 프랙탈 모델에 의한 분류법은, 기존의 Markov Random 함수에 의한 분류에 비해, 상대적으로 몇가지 중요한 강점을 가진다.

첫째, 프랙탈 계수는, 회전에 대해 불변 계수이므로, 임의의 각도로 회전된 무늬화상도 같은 프랙탈 계수값에 의해 같은 무늬로 분류가 가능하다. 둘째로, 프랙탈 계수는 또한 Scale에 대해 불변 계수이므로, 임의의 배율로 확대 또는 축소된 무늬도 동일 무늬로의 분류가 가능하다. 결과적으로, 이 두가지 성질을 종합하면, 프랙탈을 이용한 분류는, 영상 표면의 3차원적 회전에 의해 나타난, 무늬의 회전 또는 이지러짐에 영향을 받지 않는 무늬영상 분류법이 된다[9].

4.5 영상 데이타 압출 (Image Data Compression)

프랙탈을 이용한 영상 데이타 압축은, 복잡하고 엄청난 양의 영상 데이타를, 상대적으로 간단한 수학적 Model과 그의 비정수 차수(프랙탈 계수)에 의해 근사적으로 표현함으로써, 큰 영상 데이타 압축 효과를 얻는 방법이다. 즉, 전송되어지는 Data는, 이론적으로 몇개의 프랙탈 관련 계수에 국한되어 지며, 이는 결과적으로 Data의 고 압축율을 제공하게 된다. 이렇게 직접적인 프랙탈 계수의 적용에 의한 데이타 압축은 이론적으로 10,000 : 1 이상의 압축률을 제공할 수 있지만, 현재 발표되어져 실용화 되어 있는 프랙탈 영상 압축 기법은, Barnsley의 IFS(Iterated Function System)이 있고 [2,3], 이는 영상 안의 단위 블럭 화상간의 자기유사성(Self Similarity)을 Affine 변환의 계수들로 표현하여, 임의의 초기 영상으로 부터 이들을 반복 사용함으로써 궁극적인 원래 영상을 복원하는 기법인데, 현재의 부호화 방법으로는 20－60 : 1 정도의 압출률만을 제공하고 있고, 처리과정의 반복적 요소 때문에 생기는, 많은 양의 데이타 처리로 인한

컴퓨터 처리속도 증대라는 실용적 약점을 가지고 있다. 향후, 최적화를 통해서 수백 : 1이상의 압축률이 구현된다면, 차세대 통신을 위한 (Multi-media, Video Phone 등) 각광받는 압축 기법이 되어질 것이다. 그림 7은 IFS Coding 방법을 이용하여, 임의의 영상으로 시작하여, 계수들을 반복적으로 적용하여, 점차적으로 원래의 영상이 복원되는 과정을 보여주고 있다.

5. 결 론

본 고에서는, 최근 활발히 연구되고, 실용화 되고 있는 프랙탈 기법에 대하여 서술하였다. 프랙탈 계수는, 그 적용에 따라 자기유사(Self－Similarity), Compass, Box－Counting, Hausdorff 계수등의 이름으로 불리워져 있고, 이 들은 상호 밀접한 관계를 가지고 있다. 프랙탈 계수가 가지고 있는 많은 성질들을 이용하기 위하여서는, 상황에 적합한 수학적 모델의 확립과, 그로 부터의 정확한 프랙탈 계수의 추정이 가능하여야 한다. 본 고에서는, 이러한 프랙탈 계수들의 정의와 상호 간의 관계, 그리고 수학적 모델 기법들과 계수의 추정방법들에 관하여 논술하였다. 또한 프랙탈 계수의 중요하고 유익한 성질들을 살펴보았고, 이러한 성질들이 실제적으로 어떻게 적용되어 지는 가를 살펴보기 위해, 실제적 영상처리 기법들에의 적용 사례를 통해 고찰해 보았다.

참 고 문 헌

[1] H－O, Peitgen, H. Jurgens, and D. Saupe, 'Chaos and Fractals', Springer－Verlag, 1992

[2] M.F. Barnsley, R.L. Devancy, B.B. Mandelbrot, H－O. Peitgen, D. Saupe, and F. Voss, 'The Science of Fractal Images', Spring－Verlag, 1988

[3] M. Barnsley, 'Fractals Everywhere', Academic Press, 1988

[4] A.P. Pentland, "Fractal－Based Description of Natural Scenes", IEEE Trans. PAMi, Vol. PAMI－6, No.6, pp.661－674, Nov. 1984

[5] J.M.Keller, R.M. Crownover, and R.Y. Chen, "Characteristics of Natural Scenes Related to the Fractal Dimension", IEEE Trans, PAMI, Vol. PAMI-9, No.5, pp. 621－627, 1987

[6] S.S. Chen, J.M. Keller, and R.M. Crownover, "Shape from Fractal Geometry", Artificial Intelligence, Vol.43, pp. 199－218, 1990

[7] R.L. Kashyap and K.B. Eom, "Texture Boundary Detection Based on the Long Correlation Model", IEEE Trans, PAMI, Vol.11, No.1, pp. 58－67, 1989

[8] C.C. Chen, J.S. Daponte, and M.D. Fox, "Fractal Feature Analysis and Classification in Medical Imaging", IEEE Trans, Medical Imaging, Vol. 8, No. 2, pp. 133－142, 1989

[9] R.L. Kashyap and Y. Choe, "Multi－level 3－D Rotational Invariant Classification," Proc. the 11th Int. Conf. on Pattern Recognition, hague, netherlands, Aug. 1992

[10] Y. Choe, and R.L. Kashyap, "3－D Shape From A shaded and Textural Surface Image," IEEE Trans. on PAMI, Vol. 13, 9, pp.907－919, 1991

[11] Y. Choe, 'Modeling, Estimation, and Pattern Analysis of Random Texture on 3－D Surface', Ph.D Thesis, School of Electrical Engineering, Purdue University, W. Lafayette, 1990.

최윤식(崔潤植)

1957년 2월 12일생. 1979년 연세대 공대 전기공학과 졸업. 1984년 Case Western Reserve 대학원 시스템공학과 졸업(석사). 1987년 펜실베니아주립대 전기공학과 졸업(석사). 1990년 퍼듀대 전기공학과 졸업(공박). 1990～93년 (주) 현대전자 산업전자연구소 책임연구원. 현재 연세대 공대 전기공학과 조교수.