

〈論 文〉

## 2관절 로봇팔의 공차로 인한 신뢰도 해석

이 세 정\*

(1993년 11월 23일 접수)

### Reliability Analysis of a Two-Link Robot Manipulator Due to Tolerances

S. J. Lee

**Key Words :** Robot Manipulator(로봇팔), Reliability(신뢰도), Tolerance(공차), Clearance(틈새), Uncertainty(불확정성), Nominal Mechanism(공칭기구), Random Variable(확률변수), Monte Carlo Simulation(몬테칼로 시뮬레이션)

#### Abstract

A method to evaluate the position performance for a stochastically defined planar robot manipulator is presented. Performance is defined as the operational reliability based upon the positional errors of the manipulator tip. An analytical method is developed and applied to a two-link robot manipulator through forward kinematics. This study includes uncertainties in the link length, pin center location and radial clearance. By virtue of the effective link length model, only the nominal manipulator model and statistical information on the uncertainties are required. The results from the analytical method is compared to those from the Monte Carlo simulation.

#### 기 호 설 명

$N$ : 표본의 개수	$\phi$ : 유효 링크의 각도
$Pr[ ]$ : 확률	하첨자
$r_c$ : 반경틈새	$R$ : 유효 링크의 길이
$r_i$ : $i$ 번째 링크의 길이	$r$ : 링크의 길이
$R$ : 위치신뢰도 또는 유효 링크의 길이	$r_c$ : 반경틈새
$R_i$ : $i$ 번째 유효 링크의 길이	$x, y$ : 핀중심의 위치좌표
$T_r$ : $r$ 의 공차의 크기	$\phi$ : 유효 링크의 각도
$X, Y$ : 로봇손의 위치좌표	
$x_i, y_i$ : $i$ 번째 핀중심의 위치좌표	
$\delta x, \delta y$ : 허용오차범위의 크기	
$\rho$ : 상관계수	
$\mu$ : 평균값	
$\nu$ : 난수	
$\sigma$ : 표준편차	
$\theta_i$ : $i$ 번째 조인트 각도	

#### 1. 서 론

최근의 생산체제가 다품종 소량생산에 중점을 두면서 기관조립이나 소형 기계부품조립 등에 유연생산시스템(flexible assembly system)이 많이 적용되고 있는데, 부품의 삽입이나 장, 탈착에 로봇을 많이 이용하고 있다. 이러한 로봇은 고속으로 작동하는 경우가 많은데, 로봇팔의 위치는 시스템 성능

\*정회원, 서울시립대학교 정밀기계공학과

의 중요한 인자이다. 특히 로봇제작시 가공에 의한 공차나 조인트에서의 틈새 등의 불확정성으로 인하여 시스템의 성능에 영향을 주게 되는데 이를 체계적으로 고려할 필요가 있다.

본 연구에서는 평면 로봇팔에 대하여 공차의 임의성을 고려하여 시스템의 위치정밀도에 관한 신뢰도를 결정하고자 한다. 신뢰도는 로봇팔의 위치에 대하여 공차의 임의성을 고려하여 시스템의 위치정밀도에 관한 신뢰도를 결정하고자 한다. 신뢰도는 로봇팔의 위치에 대하여 구하며 링크의 길이의 공차, 반경틈새의 공차, 핀중심의 위치 등을 임의변수로 취급하여 통계적으로 시스템의 기구학을 해석한다.

케고리기구에 대한 위치오차나 공차설계문제는 오래전부터 많은 연구결과가 발표되었다. Hartenberg and Denavit<sup>(1)</sup>이 먼저 위치오차를 논의하였는데, 통계적인 방법을 쓰지 않고 최악조건하에서의 오차를 구하였다. 공차의 통계적인 해석도 많은 연구가 이루어졌는데, 주로 케고리기구에 관한 연구가 대부분이며 기구의 신뢰도해석에까지 연구가 연장되지 못하였다.<sup>(2~7)</sup> 케고리기구, 특히 로봇에 대한 연구<sup>(8~14)</sup> 중에서 Azadivar<sup>(8)</sup>과 Bhatti and Rao<sup>(9)</sup>는 로봇에 몬테칼로방법을 적용하였다. 특히 후자의 연구는 시뮬레이션으로 신뢰도의 계산까지 수행하였으나, 핀조인트에서의 불확정성이 고려되지 않았다. 또한 6자유도의 로봇에 몬테칼로방법을 적용하려면 계산시간이 너무 길어 설계수단으로 부적합하다.

로봇팔의 제어의 관점에서 보면 로봇손(end-effector)의 원하는 위치와 자세에 대한 역기구학을 풀어서 조인트변수를 구한 다음 이를 제어기로 보낸다. 제어기는 오차를 받아들여 액추에이터에 신호를 보낸다. 그러나 원하는 위치나 자세와 실제 제어된 값과는 항상 차이가 있는데 그 원인은 다음과 같은 오차때문이다. 첫째, 로봇제작시 가공공차나 조립에 의한 오차에 의한 것이다. 물론 공차는 최소화할 수는 있으나 가공비가 많이 들고 가공기계의 최소단위 이하로 줄일 수는 없다. 또한 조인트에서의 오차는 로봇의 운전중의 형상에 따라 변하며 다른 기구학적 변수들과의 혼합된 형태로 로봇손의 위치정밀도에 영향을 나타낸다. 둘째, 액추에이터 자체의 오차나 제어시스템의 과도상태나 정상상태에서의 트래킹오차 및 제어프로그램의 반올림오차(round-off error)는 조인트변수의 오차를

야기시킨다. 셋째, 고속로봇의 경우 관절의 탄성적 변위가 정밀도에 영향을 준다. 상술한 오차원인들 중에서 두번째 오차는 센서나 제어기의 고유한 오차이며 세번째 오차는 역학적 해석에 의해 추정될 수 있으므로 본 연구에서는 공차와 틈새에 의한 영향만을 고려한다.

본 연구는 로봇의 기구학적 변수의 불확정성을 고려하여 시스템의 성능을 평가할 수 있는 지표로써 위치신뢰도의 계산방법을 제안하고자 한다. 확률변수로 고려되는 것은 링크의 길이, 핀조인트에서의 핀의 위치 및 반경틈새이다. 이들로 인한 오차를 유효 링크모형을 제안하여 길이 및 각도에 대한 유효 변환으로 바꾸어 로봇 기구학을 모형화하고 로봇손의 위치에 신뢰도를 구하여 성능을 평가하는 방법을 제안한다.

2. 로봇팔의 오차해석

본 장에서는 로봇팔의 신뢰도를 계산하기에 앞서 기구학해석에 의한 로봇손의 위치좌표를 계산하는 방법을 소개한다. 공차나 틈새를 고려하여 로봇을 모형화하기 위하여 유효 링크모형을 제안하고 이를 이용하여 로봇손의 위치에 대한 평균값과 분산을 구하겠다.

본 연구에서 다루고자 하는 2관절 로봇팔을 Fig. 1에 도시하였다.

로봇손의 위치, 즉 P점의 위치는 조인트각에 따라 변하게 되는데 그 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X &= r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2 \\ Y &= r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, 링크의 길이나 조인트에서의 틈새에는 공차가 있으므로 길이와 조인트각을 확률변수로 취급하고 로봇손의 위치도 확률변수가 된다.

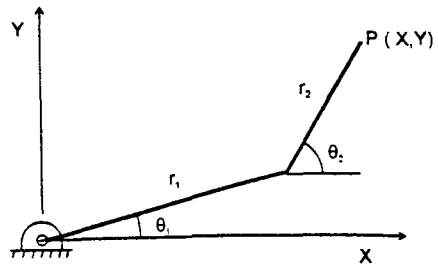


Fig. 1 A 2 link planar robot manipulator

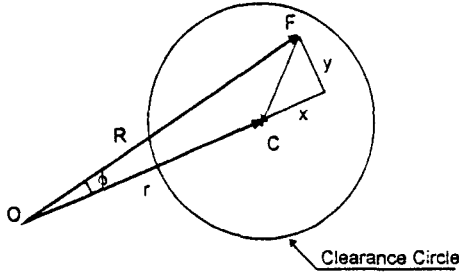


Fig. 2 Effective link length model

핀조인트가 있는 링크를 모형화하기 위하여 Lee<sup>(15)</sup>가 제안한 유효 링크모형에 각도에 대한 변환을 추가하여 사용한다. Fig. 2에 유효 링크모형을 도시하였다.

그림에서 링크의 길이, OC는 공차를 포함하며, 핀조인트에서 반경틈새의 공차로 인하여 틈새원의 반경이 확률변수가 되고 핀중심의 좌표도 틈새원내에 확률적으로 분포하게 된다. 이들을 하나의 링크로 모형화하여 유효 링크, OF가 된다. 그러므로 이들 사이의 관계식은

$$R = \sqrt{(r+x)^2 + y^2} \quad (2)$$

이고, 이 식을 각 변수의 평균값을 대하여 테일러 급수로 전개하여 공차가 길이에 비하여 작다는 가정하에 이차 이상의 고차항을 무시하면, 유효 링크, R의 길이 및 각도의 평균과 분산을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu_R &= \sqrt{(\mu_r + \mu_x)^2 + \mu_y^2} \\ \sigma_R^2 &= \left(\frac{\partial R}{\partial r}\right)_m^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)_m^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)_m^2 \sigma_y^2 \\ \sigma_\theta^2 &= \left(\frac{\partial \theta}{\partial r}\right)_m^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_m^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_m^2 \sigma_y^2 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, 하첨자  $m$ 은 괄호 안의 식을 각 확률변수의 평균에서 계산함을 의미한다. 한편 실제 가공공정에서 생기는 확률변수는 대부분 정규분포를 따르며<sup>(16,17)</sup> 최악의 경우 등분포로 가정할 수 있다. 그러면 분포가 평균에 대하여 대칭이 되므로 식(3)은 다시 다음과 같이 간략하게 바꿀 수 있다. 유도과정은 부록에 수록하였다.

$$\begin{aligned} \mu_R &= \mu_r \\ \sigma_R^2 &= \sigma_r^2 + \sigma_x^2 \\ \sigma_\theta^2 &= \sigma_y^2 \mu_r^2 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $r$ 의 평균과 분산은 공차로 주어지고, 링

크의 길이의 평균은 공칭길이이고 분산은 공차의 분포에 따라 다음 식으로 주어진다.<sup>(18)</sup>

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{36} T_r^2 \text{ 정규분포}$$

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{12} T_r^2 \text{ 등분포} \quad (5)$$

또한 핀의 위치좌표  $x$ 와  $y$ 의 평균과 분산은 핀의 위치분포에 따라 다음 식으로 주어진다.<sup>(18)</sup>

$$\mu_x = \mu_y = 0$$

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \frac{1}{9} (\sigma_{rc}^2 + \mu_{rc}^2) \text{ 이변량 정규분포}$$

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \frac{1}{4} (\sigma_{rc}^2 + \mu_{rc}^2) \text{ 이변량 등분포} \quad (6)$$

여기서,  $r_c$ 는 반경틈새이며 결국 식(2)~(6)으로써 링크길이에 대한 공차, 반경틈새에 대한 공차, 핀조인트에서 핀의 중심의 위치를 유효 링크의 길이 및 각도의 확률변수로 변환시켰다. 즉, 공차 및 틈새에 의한 영향이 링크의 길이 및 조인트각의 변환으로 표현된 것이다.

이제 유효 링크모형을 이용하여 Fig. 1의 로봇팔을 모형화하면 식(1)이

$$\begin{aligned} X &= R_1 \cos \theta_1 + R_2 \cos \theta_2 \\ Y &= R_1 \sin \theta_1 + R_2 \sin \theta_2 \end{aligned} \quad (7)$$

으로 되는데,  $R_1, R_2$ 는 유효 링크의 길이,  $\theta_1, \theta_2$ 는 유효 링크의 조인트각이며,  $X, Y$ 는 로봇손의 위치좌표에 대한 확률변수이다.

식(7)로부터 로봇손의 위치좌표  $X$ 와  $Y$ 의 평균과 분산 및 공분산을 테일러급수전개를 통하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu_x &= \mu_{R_1} \cos \mu_{\theta_1} + \mu_{R_2} \cos \mu_{\theta_2} \\ \mu_y &= \mu_{R_1} \sin \mu_{\theta_1} + \mu_{R_2} \sin \mu_{\theta_2} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial X}{\partial Z_i}\right)_m^2 \sigma_{Z_i}^2$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial Y}{\partial Z_i}\right)_m^2 \sigma_{Z_i}^2$$

$$\sigma_{xy} = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial X}{\partial Z_i}\right)_m \left(\frac{\partial Y}{\partial Z_i}\right)_m \sigma_{Z_i}^2 \quad (9)$$

여기서,  $Z_1 = R_1, Z_2 = R_2, Z_3 = \theta_1, Z_4 = \theta_2$ 이다.

### 3. 위치신뢰도 해석

로봇팔의 성능을 평가하기 위한 지표로서 위치정

밀도를 다음과 같이 정의한다. 로봇손의 위치가 주어진 환경에서 원하는 위치에서 규정된 범위안에 들어갈 확률을 위치신뢰도라고 정의한다. 여기서 규정된 범위는 허용오차범위라고 하고 원하는 위치는 로봇손의 공칭위치이다. 허용오차범위의 크기는 위치좌표의 최소, 최대 한계값이다. 그러므로 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$R = Pr[-\delta_x \leq X - \mu_x \leq \delta_x, -\delta_y \leq Y - \mu_y \leq \delta_y] \quad (10)$$

여기서,  $\mu_x$ 와  $\mu_y$ 는 각각 위치좌표  $X$ ,  $Y$ 의 평균값, 즉 공칭위치를 표시한다.

식(10)을 계산하는 방법은 두 가지가 있다. 첫째는 해석적인 방법인데, 확률변수  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률밀도함수를 구하여 이를 허용오차범위의 영역에 대하여 적분하는 것이다. 그러나 일반적으로 해석적인 방법에 의해 엄밀한 밀도함수를 구하기는 불가능하며 실험적으로 전체표본을 측정하여 분포를 구하여야 하는데 이도 역시 근사해이다. 그러므로 앞장의 식(8)과 식(9)에 의해 구한 평균과 분산 및 공분산만으로 결정할 수 있는 확률밀도함수로 근사화하는 방법을 쓸 수가 있는데, 위치좌표가 결합정규확률분포를 따른다고 가정하는 것이다. 정규확률분포에 대하여는 확률을 계산하기가 용이할 뿐만 아니라 이러한 가정은 확률론의 중심극한정리로서 정당화될 수 있다. 두번째 방법은 몬테칼로 시뮬레이션으로 신뢰도를 계산하는 것이다. 이 방법은 간단하지만 의미있는 결과를 구하기 위해서는 표본수를 많이 고려해야 하므로 계산시간이 오래 걸리는 단점이 있다. 이 방법은 다음장에서 설명한다.

결합정규분포에 의한 신뢰도의 근사값을 계산하려면 일반적으로 위치좌표  $X$ ,  $Y$ 를 표준 정규확률변수로 변환시켜 표준 결합확률밀도함수를 적분하는데, 이 함수의 적분은 IMSL이나 SAS와 같은 프로그램을 이용하면 편리하다. 본 연구에서는 IMSL을 이용하였다. 식(10)의 계산은 다음식으로 구해진다.

$$R = \int_{-\delta_x}^{\delta_x} \int_{-\delta_y}^{\delta_y} f(\zeta, \eta) d\zeta d\eta$$

where

$$f(\zeta, \eta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \text{Exp}\left(-\frac{\zeta^2 - 2\rho\zeta\eta + \eta^2}{2(1-\rho^2)}\right)$$

$$\zeta = (X - \mu_x) / \sigma_x, \eta = (Y - \mu_y) / \sigma_y$$

$$\delta_x = \delta_x / \sigma_x, \delta_y = \delta_y / \sigma_y, \rho = \sigma_x \sigma_y / \sigma_{xy} \quad (11)$$

#### 4. 몬테칼로 시뮬레이션

몬테칼로방법은 시스템이 복잡하여 해석적인 방법으로 해를 구하기가 어려울 때 일반적으로 적용될 수 있는 방법이다. 특히 로봇손의 위치정밀도를 평가하기 위한 분산 및 공분산의 계산, 신뢰도의 계산 등에 적절하게 이용될 수 있다. 이 방법의 핵심은 확률변수를 모형화하기 위하여 전산기에서 확률분포에 맞는 난수를 발생시켜 표본을 만들어 시스템의 지배방정식을 풀어 해를 구하는데 이 과정을 매우 많은 표본에 대하여 수행하면 그 결과들로부터 통계적인 양을 추정해낼 수 있다. 본 연구에서는 이 방법을 이용하여 로봇손의 위치에 대한 평균, 분산, 공분산, 신뢰도를 계산하여 2, 3장에서 소개한 해석적인 결과와 비교하고자 한다.

표본을 만들기 위해서는 핀조인트와 링크의 구조를 이해하여야 한다. 핀중심의 위치는 틸트원의 내부에 확률적으로 분포한다. 틸트원의 크기가 공차로 인하여 확률변수가 되는데 이 크기가 핀중심의 위치에 영향을 준다. 여기서 틸트원의 크기, 즉 반경과 길이에 의한 공차는 그 발생원이 다르므로 서로 독립적이라고 가정할 수 있다. 그러므로 반경 틸트원의 확률분포에 따르는 난수를 이용하여 반경 틸트원의 표본을 만들어 그 틸트원 내부에 핀중심의 좌표가 주어진 결합확률분포에 따르는 것으로 모형화할 수 있다. 우선 한 표본에 대한 반경 틸트원을 구하기 위하여 -1에서 1 사이에 주어진 분포를 따르는 난수를 만들어 반경 틸트원의 공차에 곱하여 평균 반경 틸트원을 더하면 다음식과 같이 반경 틸트원의 확률변수를 만들 수 있다.

$$r_c = \mu_{rc} + \nu T_{rc} \quad (12)$$

여기서,  $\nu$ 는 난수이며  $T_{rc}$ 는 반경 틸트원의 한방향 공차이다. 각각의 링크의 길이도 같은 방법으로 표본을 만들 수 있다. 확률적인 핀중심의 위치를 구하려면 반경 1인 원내에 주어진 확률분포를 따르는 난수를 삭제법(rejection technique)으로 만들어 식(12)의 반경으로 크기를 조절한다. 즉 다음식으로 표현할 수 있다.

$$x = \nu_x r_c \text{ and } y = \nu_y r_c \quad (13)$$

여기서,  $\nu_x$ 와  $\nu_y$ 는 난수이다. 이러한 방법을 링크, 핀조인트의 개수만큼 반복하여 한 표본을 만들고

이 표본에 대하여 로봇손의 위치를 구한다. 이러한 과정을 표본개수만큼 반복하여 구한 위치의 평균과 분산을 통계적으로 계산할 수 있으며 또한 신뢰도도 계산할 수 있다.

몬테칼로방법에 의한 신뢰도의 계산은 전체 표본수에 대한 허용오차를 만족하는 표본수의 비율로서 구할 수 있다. 즉 다음식으로 표현할 수 있다.

$$R = \frac{\text{Number of Successes}}{\text{Total number of samples}} \quad (14)$$

해석적인 방법에 의해 구한 신뢰도와 시뮬레이션에 의한 신뢰도를 비교하기 위하여 몬테칼로 시뮬레이션에 의한 신뢰도의 오차를 알 필요가 있다. 발생된 난수가 완전하다고 가정하면 다음과 같이 오차를 추정할 수 있다.<sup>(19)</sup> 개개의 표본에 대하여 위치가 허용오차 한계내에 들어갈 확률, 즉 구하고자 하는 신뢰도를  $p$ 라고 하고, 각각의 시행이 서로 독립이며 이항분포를 따른다고 가정할 수 있다. 이 이항분포의 평균과 표준편차는  $\mu = Np$ ,  $\sigma = \sqrt{Np(1-p)}$ 인데, DeMoivre-Laplace정리<sup>(20)</sup>에 의하여 다음 식을 유도할 수 있다.

$$Pr[-3\sigma \leq N_s - \mu \leq 3\sigma] = 0.997 \quad (15)$$

위식에서  $N_s$ 는 허용오차내에 드는 표본의 개수인데, 식(15)의 괄호안의 식을  $N$ 으로 나누면 몬테칼로 시뮬레이션에 의한 신뢰도의 오차한계를 99.7%의 신뢰기준으로 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\epsilon = 3\sqrt{p(1-p)/N} \quad (16)$$

식(16)에 의해 시뮬레이션에 의한 신뢰도의 오차를 계산할 수 있고, 다른 한편 시뮬레이션에서의 표본의 개수를 정하는데도 이용될 수 있다. 실제 시뮬레이션을 할 때는 발생시킨 난수도의 의사난수이고 위식의 우변에 확률  $p$ 도 미리 알 수가 없으므로 시행착오법으로 표본수를 정한다.

### 5. 수치예제 및 토의

Fig. 3에 2관절 로봇팔의 개형을 표시하였는데, 핀조인트를 과장하여 나타내었다. 이 로봇의 링크 길이와 반경름새의 수치는  $r_1 = 10 \pm 0.03$  cm,  $r_2 = 8 \pm 0.03$  cm,  $r_{c1} = 0.03 \pm 0.01$  cm,  $r_{c2} = 0.03 \pm 0.01$  cm이고 링크의 길이와 반경름새의 확률분포는 정규분포일 때, 등분포일 때 두가지 경우를 고려하였으며 핀중심의 위치는 항상 결합정규분포를 따르는

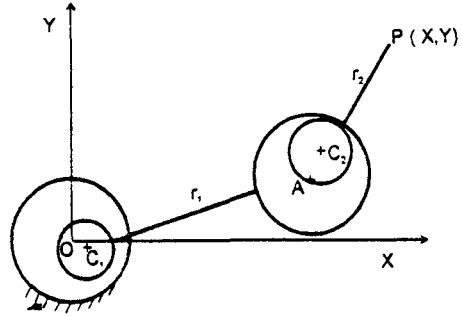
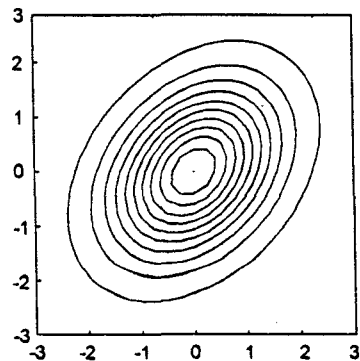
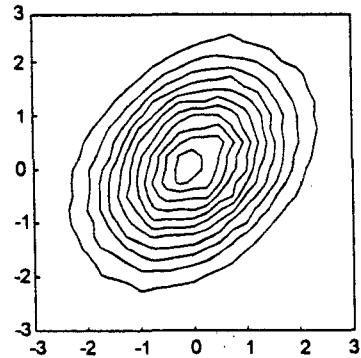


Fig. 3 Exploded view of two link planar robot manipulator



(a) Bivariate normal density function



(b) Monte Carlo simulation

Fig. 4 Equi-density contours for tip position distribution

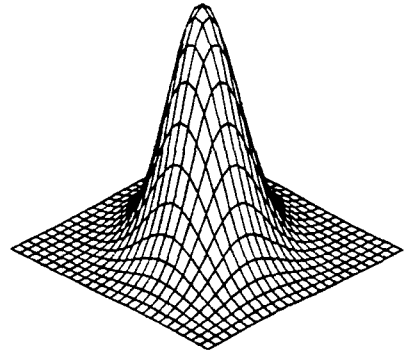
경우에 대하여 해석적인 방법과 시뮬레이션방법으로 평균, 분산, 공분산 또는 상관계수, 위치신뢰도를 구하여 비교한다.

몬테칼로 시뮬레이션의 표본의 개수는 40,000개로 정하였으며 로봇팔의 위치신뢰도는 링크의 배열 (Configuration)에 따라 다른데, 본 연구에서는 다

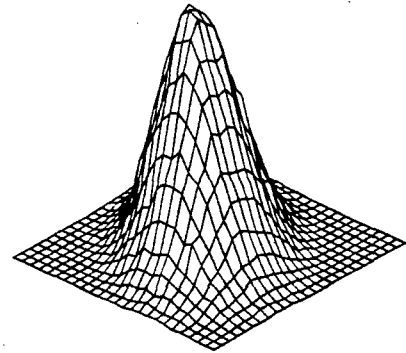
음 세 가지 경우, case 1:  $\theta_1=30^\circ, \theta_2=60^\circ$ , case 2:  $\theta_1=45^\circ, \theta_2=45^\circ$ , case 3:  $\theta_1=60^\circ, \theta_2=80^\circ$ 에 대하여 풀었다.

해석적인 방법에서 위치신뢰도를 구하기 위하여 로봇손의 위치가 결합정규분포를 따른다고 가정하였는데 이를 검증하기 위하여 시뮬레이션에서 구한 위치좌표들의 표본수로 등밀도선을 그려 이론상의 결합정규분포의 확률밀도함수와 비교하고자 한다. 시뮬레이션은 case 1에 대하여 하되 최악조건으로서 공차는 등분포를 따르는 경우를 수행하였다. Fig. 4에는 등밀도선을, Fig. 5에는 3차원으로 밀도를 표시하였는데, 시뮬레이션과 결합정규분포의 그림이 잘 일치됨을 볼 수 있다. 여기서, 시뮬레이션의 결과는 표준화하였으며 위치좌표의 영역은  $\pm 3\sigma$  범위이고 격자수는  $25 \times 25$ 로 하여 밀도를 구하였다. 결국 길이나 반경름새가 등분포를 따르더라도 로봇손의 위치좌표는 결합정규분포를 따른다고 하는 가정이 합리적임을 알 수 있으며 이로서 해석적인 방법에서의 신뢰도계산이 용이하게 처리될 수 있다.

계산된 위치신뢰도 결과를 Table 1, Table 2에 요약하였다. 위치의 허용오차범위의 크기는  $\delta_x = \delta_y = 0.05 \text{ cm}$ 이고 몬테칼로 시뮬레이션에서 구한 신뢰도의 추정오차는 식 (13)에 의하여  $R=0.5$ 에서 최대 0.0075이며  $R=0.9$ 에서 0.0045이다. 해석적인 방법으로 계산된 신뢰도의 값을 시뮬레이션 결



(a) Bivariate normal density function



(b) Monte Carlo simulation

Fig. 5 3D mesh plots for tip position distribution

과와 비교해 보면 최대 상대오차가 0.5% 미만임을 알 수 있다.

Table 1 Comparison of analytical method and simulation for normally distributed tolerances

	Analytical method				Monte Carlo simulation			
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\rho$	R	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\rho$	R
Case 1	0.0174	0.0174	0.286	0.992	0.0172	0.0171	0.294	0.993
Case 2	0.0174	0.0174	0.331	0.992	0.0171	0.0171	0.347	0.993
Case 3	0.0152	0.0194	0.206	0.989	0.0148	0.0191	0.211	0.991

Table 2 Comparison of analytical method and simulation for uniformly distributed tolerances

	Analytical method				Monte Carlo simulation			
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\rho$	R	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\rho$	R
Case 1	0.0275	0.0275	0.344	0.871	0.0275	0.0275	0.347	0.874
Case 2	0.0275	0.0275	0.397	0.873	0.0276	0.0275	0.405	0.871
Case 3	0.0232	0.0312	0.250	0.865	0.0233	0.0314	0.264	0.866

## 6. 결론 및 토의

로봇팔의 위치정밀도를 평가하기 위하여는 변수들의 확률적인 속성을 고려하여야 하는데 본 연구에서는 핀조인트로 연결된 평면 로봇에 대하여 로봇손의 위치신뢰도를 구하는 방법을 제안하였다. 각 링크에서 길이의 공차나 핀조인트에서의 불확정성을 고려하는 유효 링크모형을 제안하여 로봇팔의 모형화를 용이하게 할 수 있었으며, 이를 이용하여 로봇손의 위치좌표에 대한 평균, 분산 및 공분산을 해석적으로 계산하였으며 로봇손의 위치가 결합정규분포를 따른다는 가정하에 위치신뢰도를 구하였다.

시물레이션방법으로 해석적인 방법의 신뢰성을 검증하였다. 해석적으로 구한 신뢰도를 몬테칼로 시물레이션결과와 비교하였으며, 두 결과의 차이는 1% 미만이었다. 시물레이션방법은 전산화하기가 용이한 반면 계산시간이 표본수에 비례하여 상대적으로 길므로 설계수단으로는 해석적인 방법이 적합하다. 또한 개발된 방법은 속도 및 가속도에 대한 신뢰도계산에도 바로 응용될 수 있다.

로봇의 위치신뢰도는 반복도와 정밀도의 효과가 복합적으로 표현되므로 로봇보정을 쉽게 할 수 있으며 분산이나 공분산의 계산에서 구하는 위치좌표의 확률변수에 대한 미분값은 각 링크의 상대적인 중요도를 나타내므로 링크의 설계에 직접 이용할 수 있다.

본 논문에서는 간단한 2관절 평면 로봇에 대하여 신뢰도해석 방법을 제안하였으며, 향후, 위치오차 발생의 또 다른 요인 중의 하나인 탄성효과의 고려 문제, 제안된 방법의 일반적인 3차원 로봇으로의 확장 등의 문제가 검토되어야 할 것이다.

## 참고문헌

- (1) Hartenberg, R. S. and Denavit, J., 1964, *Kinematic Synthesis of Linkages*, McGraw-Hill, New York, pp. 316~319.
- (2) Garrett, R. E. and Hall, A. S. Jr., 1969, "Effect of Tolerance and Clearance in Linkage Design," *ASME Journal of Engineering for Industry*, pp. 198~202.
- (3) Chakraborty, J., 1975, "Synthesis of Mechanical Error in Linkages," *Mechanisms and Machine Theory*, Vol. 10, pp. 155~165.
- (4) Sharfi, O. M. and Smith M. R., 1983, "A Simple Method for the Allocation of Appropriate Tolerances and Clearances in Linkage Mechanisms," *Mechanisms and Machine Theory*, Vol. 18, No. 2, pp. 123~129.
- (5) Balling, R. J., Free, J. C. and Parkinson, A. R., 1986, "Consideration of Worst-Case Manufacturing Tolerances in Design Optimization," *ASME paper* 86-DET-30.
- (6) Rhyu, J. H. and Kwak, B. M., 1988, "Optimal Stochastic Design of Four-Bar Mechanisms for Tolerance and Clearance," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 110, pp. 255~262.
- (7) Baumgarten, J. R. and Van Der Werff, K., 1985, "A Probabilistic Study Relating to Tolerancing and Path Generation Error," *Mechanisms and Machine Theory*, Vol. 20, No. 1, pp. 71~76.
- (8) Azadivar, F., 1987, "The Effect of Joint Position Errors of Industrial Robots on Their Performance in Manufacturing Operations," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No. 2, pp. 109~114.
- (9) Bhatti, P. K. and Rao, S. S., 1988, "Reliability Analysis of Robot Manipulators," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 110, pp. 175~181.
- (10) Chen, J. and Chao, L. M., 1986, "Positioning Error Analysis for Robot Manipulators with All Rotary Joints," *IEEE Int'l Conference on Robotics and Automation*, Vol. 2, pp. 1011~1016.
- (11) Wu, C. H., 1983, "The Kinematic Error Model for the Design of Robot Manipulator," *Proc. 1983 American Control Conference*, San Francisco, CA, Vol. 2, pp. 497~502.
- (12) Mooring, B. W. and Pack, T. J., 1986, "Determination and Specification of Robot Repeatability," *IEEE Int'l Conference on Robotics and Automation*, Vol. 2, pp. 1017~1023.
- (13) Veitsheggar, W. K. and Wu, C. H., 1986, "Robot Accuracy Analysis Based on Kinematics," *IEEE Journal of Robotics and*

- Automation*, Vol. RA-2, No. 3, pp. 171~179.
- (14) Menq, C. H. and Borm, J. H., 1989, "Statistical Characterization of Position Errors of an Ensemble of Robots and Its Applications," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 111, pp. 215~222.
- (15) Lee, S. J., 1989, "Performance Reliability and Tolerance Allocation of Stochastically Defined Mechanical Systems," Ph. D. Dissertation, The Pennsylvania State University.
- (16) Dhande, S. G. and Chakraborty, J., 1978, "Mechanical Error Analysis of Spatial Linkages," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 100, No. 4, pp. 732~738.
- (17) Shade, G. R., 1983, "A Bivariate Normal Model of Mechanism Coupler-Point Position," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 105, pp. 599~605.
- (18) Bjorke, O., 1978, *Computer-Aided Tolerancing*, Tapir Publishers.
- (19) Shooman, M. L., 1968, *Probabilistic Reliability: An Engineering Approach*, McGraw-Hill, pp. 255~264 and 507~508.

- (20) Papoulis, A., 1984, *Probability, Random Variables, and Stochastic Process*, McGraw-Hill, pp. 48~52.

### 부록 : 식(4)의 유도

편중심의 좌표의 확률분포가 대칭이므로  $\mu_x = \mu_y = 0$ 임을 이용한다.

$$\bullet \mu_R = \mu_r$$

이는 분포의 대칭성에 의해 자명하다.

$$\bullet \sigma_R^2 = \sigma_r^2 + \sigma_x^2$$

식(2)를  $r, x, y$ 에 대하여 각각 편미분하면  $\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{r+x}{R}, \frac{\partial R}{\partial y} = \frac{y}{R}$ 이므로 각 변수의 평균에서 편미분값을 구해보면  $\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right)_m = \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)_m = 1, \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)_m = 0$ 이다. 이를 식(3)의 둘째식에 대입하면 위식을 구할 수 있다.

$$\bullet \sigma_\phi^2 = \sigma_y^2 / \mu_r^2$$

유효 링크의 각도는  $\phi = \arctan \frac{y}{r+x}$ 인데, 이를  $r, x, y$ 에 대하여 각각 편미분하여 각변수의 평균에서 구해보면  $\left(\frac{\partial \phi}{\partial r}\right)_m = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_m = 0, \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_m = \frac{1}{\mu_r}$ 이므로 식(3)의 세째식에 대입하면 위식을 구할 수 있다.