

〈論 文〉

고온 고속유동으로 인한 실제 기체효과의 수치해석적 연구

송 동 주

(1994년 1월 21일 접수)

A Numerical Study on Real Gas Effect due to High Temperature and Speed Flow

Dong Joo Song

Key Words : PNS, Hypersonic(극초음속), VSL(점성충격파층), Efficient(효율적), Iterative(반복적)

Abstract

In this paper the efficient space marching Viscous Shock Layer and Parabolized Navier-Stokes method have been applied to study the complex 3-D hypersonic equilibrium chemically reacting flowfields over sphere-cone(10°) vehicle at low angles of attack(0°~5°), Mach 20, and an altitude of 35 km. The current bluntbody/afterbody space marching numerical method predicts the complex flowfields accurately and efficiently even on a small computer. The shock thickness from equilibrium air model is thinner than that from the perfect gas model. The windside wall heat-transfer rate, pressure and skin friction force were increased significantly when compared with those of leeside. The CA, CN, CM were increased almost linearly with the angle of attack in this region. The wall pressure, heat transfer, skin friction and axial force coefficient from equilibrium model were much higher than those from perfect gas model. The center of pressure moved forward with the increase of angle of attack.

기 호 설 명

a : speed of sound	Pr : Prandtl 수
CA : axial force coefficient	q : 보존변수
CM : 피칭 모멘트 계수 coefficient	Re : Reynolds 수
CN : normal force coefficient	S_i : 점성항 벡터
Cp : 정압비열	U_i : i 방향 반변속도 성분
h : source term	U_∞ : 자유유동속도, ft/sec
h_o : total specific enthalpy 전 엔탈피	α : 반응각, deg
J : Jacobian 행렬식	γ : 비열비
k : 열전도율	ϵ : Reynolds수 파라메터 $\left(\frac{\rho_{ref} a_\infty R n}{\mu}\right)^{1/2}$
k_c : 평형반응함수	ϕ : angle measured from the windside toward the leeside
M : 정성 Jacobian 행렬	μ : 점도
ns : Cs/Ms , mole-mass ratio	ξ_1, ξ_2, ξ_3 : computational coordinates in PNS
	ρ : 밀도

r : 표면 마찰력

x_i : 중간해

상첨자

() : 벡터

하첨자

eq : 평형조건

w : 벽면조건

∞ : 차원자유유동 조건

\approx : \approx 에 대한 미분

1. 서 론

극초음속 혹은 초음속 상태하의 비행체들의 주위에 일어나는 공기가열현상 및 공기역학적 힘과 모멘트의 정확한 예측은 비행체의 초기설계 및 제작시 매우 중요한 역할을 하고 있다. 지난 십여년간 전산유체역학 및 항공열역학 분야는 그 중요성이 점점 더 높아져 왔다. 전산시설 및 응용 소프트웨어들이 점점 강력해지고 정교해짐에 따라 보다 실질적인 비행체 주위의 유동을 해석할 수 있게 되었다. 특히 고속에 의한 고온 유동장은 그 높은 유동장내 온도에 의하여 공기분자가 해리하게 되고 이온화가 진행되므로써 공기가 갖게 되는 물성치가 완전기체의 값과는 현저히 다르게 되고 이로 인하여 비행체에 작용하는 벽면압력, 점성저항과 열전달률에 많은 차이를 보여주게 된다. 이로 인한 영향으로 비행체의 공력계수, 공기열역학적 가열현상등의 정확한 예측이 비행체의 설계시 매우 필요하게 된다. 이런 현상은 실험 및 비행실험으로 해석하기 어려우므로 전산유체 역학적방법으로 접근하는것이 매우 필요하며 실제 극초음속 비행체 설계시에는 가장 효과적으로 쓰여지고 있는 실정이다. 더욱이 고온 유동장의 화학적 모델링은 적절한 공력계수와 열전달률 계산을 위해서는 반드시 고려해야만 하는 중요한 인자가 된다.

현재 초음속/극초음속 점성 외부유동을 해석할 수 있는 방법은 압축성 Navier-Stokes(NS), Parabolized Navier-Stokes(PNS), Viscous Shock-Layer(VSL)와 경계층이론 boundary layer theory) 등이 있다. 그중 Navier-Stokes방법은 (Sahu⁽¹⁾ 및 Helliwell과 Lubard⁽²⁾) 전형적으로 계산 및

노력이 많이 들어서 설계 및 해석목적의 다양한 비행조건하에서의 계산에는 현재와 같이 발달된 계산 환경하에서도 어려움이 많다. 더구나 재래식 sphere-multiconic 비행체 형태에 대한 수치해석적 접근은 압축성 full Navier-Stokes방법을 사용하지 않고 여러가지 가정을 도입하여 Navier-Stokes식을 단순화시킨 능률적인 다른 방법들도 많이 사용된다.

Navier-Stokes방정식에 경계층 근사를 하여 유도된 경계층이론^(3,4)은 초음속 및 극초음속 유동하에서도 공간진행(space marching)을 하므로써 빠른 계산속도를 보여주고 있다. 극초음속 유동의 특징은 높은 고도의 저밀도층내에서의 유동으로 빠른 속도임에도 전형적으로 낮은 Reynolds수 유동의 형태를 띄게 된다. (예, $Re_m < 1000$) 그러한 낮은 Reynolds수 유동에서는 경계층이론의 적용이 배제 두께(displacement thickness) 상호작용, 유선추적, entropy layer와 경계층의 상호작용, 3-D edge 경계조건 결정 등의 심각한 어려움이 있다. Blottner 등⁽³⁾과 Finson과 Ameer⁽⁴⁾의 화학적 비평형 경계층 이론방법은 위와 같은 경계층이론의 전형적인 예이다.

점성충격과층(viscous shock layer) 방법은 Davis,⁽⁵⁾ Murray와 Lewis,⁽⁶⁾ Swaminathan 등,⁽⁷⁾ Song과 Lewis 등⁽⁸⁾에 의하여 연구되어 왔으며 하나의 방정식으로 아음속과 초음속 영역을 공히 공간진행하여 해를 구하므로 외부 충격과의 위치가 주어질시 매우 빠르고 정확한 해를 구할 수 있다. 그러나 점성충격과층 방법은 큰 반음각이나 혹은 복잡한 비행체 형상때문에 발생하는 유선방향 유동의 박리 및 crossflow 박리현상을 동반하는 유동장에 대하여 parabolic 미분방정식이 갖는 제한때문에 해석을 할 수 없다는 단점이 있다. 그러나 구형 무딘 물체의 앞부분(nose)에서는 대부분의 유동이 박리되지 않으므로 점성충격과층(VSL)이 갖는 장점인 효율적이며 빠르고 정확한 해로 인하여 초음속 afterbody 해석을 위한 PNS 방법 등에 초기해를 제공해 줄 수 있다. (Butta와 Lewis⁽⁹⁾) 완전기체 VSL 방정식은 Davis⁽⁵⁾에 의해 완전 Navier-Stokes방정식으로부터 원래 유도되었으며, Moss⁽¹⁰⁾는 VSL방법으로 화학적 비평형유동을 연구하는데 다섯가지 species(O, O₂, N, N₂, NO) 기체 모델을 이용하였다. Miner와 Lewis는⁽¹¹⁾이 VSL방법을 이용 축대칭 sphere-cone 비행체에 대하여 Blottner

등⁽³⁾의 7-species 모델을 사용하여 해석하였다. Swaminathan등⁽¹²⁾은 축대칭 VSL방정식을 발전시켜 3-D 화학적 비평형 점성유동을 집중적으로 연구하였다. 김무도 등⁽¹³⁾은 이러한 VSL방식을 비직교좌표계로 변형하여 space shuttle 주위의 유동장을 해석하였다. Song과 Lewis⁽⁸⁾은 VSL방식을 이용하여 극초음속하에서 구형 무딘물체의 carbon ablation 및 화학반응에 의하여 일어나는 물질 및 열전달현상을 해석하였다. Thareja 등⁽¹⁴⁾은 화학적 평형모델을 사용하여 재래식 우주비행체와 space shuttle같은 비행체 주위의 유동을 해석하였다.

Parabolized Navier-Stokes방법에는 Weinacht 등,⁽¹⁵⁾ Kaul과 Chaussee등⁽¹⁶⁾의 비반복적 방법과 반복적인 방법 등⁽⁹⁾이 있다. 비반복 PNS방법들은 알고리즘의 비보존적 특성에 의하여 해의 불안정성 및 부정확성이 있으며 진행방향의 도함수 차분시 3점 후방차분법 등을 사용하여 2차 정확도를 유지시켜 주어야하며 작은 stepsize를 사용해야만 하는 제한이 있다. 또한 아음속 sublayer region에서 marching성을 갖기 위해 유선방향의 압력구배($\partial p/\partial x$)의 일부만을 고려해주는 가정을 하여야만 한다. (Anderson 등⁽¹⁷⁾) Deese 등⁽¹⁸⁾은 PNS와 Reynolds averaged Navier-Stokes방법을 사용하여 미사일 및 로켓주위의 초음속 점성유동에 대하여 해석하였다. Hudson 등⁽¹⁹⁾은 Shiff-Steger의 sublayer근사를 사용한 PNS방법을 사용하여 sharp cone과 inclined blunt cone주위의 극초음속 충격과 유동을 해석하여 벽면의 열전달률을 그들의 극초음속 shock tunnel에서의 실험데이터와 비교한바 있다. 이들이 사용한 초기해는 full Navier-Stokes 코드로부터 sphere-cone 접점에 주어졌다. Dash 등⁽²⁰⁾은 Vigneron의 pressure-split 형태의 shock capturing PNS scheme을 초음속 및 아음속 jet mixing 문제에 적용한 바 있다. Korte와 McRae⁽²¹⁾는 Roe의 upwind algorithm을 사용한 외재적인 PNS를 사용하여 sphere-cone주위의 유동을 해석하였다. 한편 Gerbsch와 Agarwal⁽²²⁾은 Osher의 upwind scheme을 외재적으로 구성한 PNS를 사용하여 hypersonic ramp주위의 유동을 해석한바 있다. 또한 sphere-cone 비행체 주위의 극초음속 축대칭 유동에 대하여 여러가지 근사와 가정을 사용한 PNS code들간의 비교결과를 Neumann과 Patterson⁽²³⁾으로부터 볼 수 있다. 이러한 공간진행방법들은 재래식 sphere-cone 형태 비행체 주위

의 유동을 해석하는데 있어서 공간진행을 하므로 매우 빠르고 격자가 내부적으로 자체생성되므로 사용자들의 최소의 노력으로 정밀한 해를 구할 수 있다.

반복적인 PNS방법은 flux 항을 전 반복단계에 있어서 선형화 하므로써 마치 time marching unsteady Navier-Stokes방식과 같은 형태로 유도된다. 이와 같은 방식은 매 진행단계(marching step)에서 질량, 운동량 및 에너지 보존에러가 거의 없으므로 전체적으로 이산화 가정에 의한 에러가 비반복 PNS방식에 비해 최소화된다. 또한 보존적인 반복적 구성방식에 의해 진행방향 도함수의 차분시 2점 후방차분법을 사용하여 컴퓨터 storage를 절약할 수 있고 공학적으로 필요한 정밀도를 얻을 수 있다. 이와 같은 반복 방식의 PNS는 편미분방정식과 대수방정식의 혼합된 방정식 형태로 유도되고 그 구성방식에 있어 전체 방정식계의 성질이 아음속과 초음속이 혼재되어 있는 벽면근처에서도 hyperbolic-parabolic 편미분방정식의 성질을 나타내게 되어 subsonic sublayer근사를 사용하지 않아도 된다.⁽⁹⁾ 따라서 기존 비반복 PNS가 갖는 벽면근처의 아음속 sublayer근사를 사용하지 않아도 되며 해가 안정되고 계산속도가 빠르면서도 해의 정밀도가 높아 이를 재래식 sphere-cone 비행체에 적용하여 좋은 결과를 얻은바 있다.

본 연구에서는 이와 같은 공간진행 점성충격과충과 반복적인 PNS방법을 사용하여 낮은 받음각에 있는 재래식 sphere-cone비행체(10°)에 대하여 화학적 평형모델과 받음각이 유동장에 미치는 각종 영향, 즉 벽면압력, 열전달, 표면마찰력(skin-friction), CA, CN, CM 등에 대하여 해석하고자 한다.

2. 수치해석방법

무딘물체 주위의 유동해석을 위한 공간진행 점성충격과충 방법에 대한 지배방정식은 Swaminathan 등,⁽¹²⁾ Thareja 등⁽¹⁴⁾으로부터 구할 수 있다. 여기서는 PNS방식에 대하여 그 지배방정식을 유도하고 경계조건을 알아보려고 한다.

2.1 Thin-Layer PNS 방정식

현재 3-D PNS방법에서 사용하고 있는 좌표계는 Fig. 1에 있는 바와 같이 일반 곡면좌표계(ξ, η, ζ),

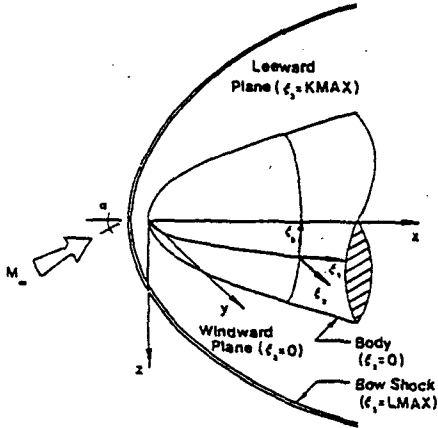


Fig. 1 PNS coordinate system

ξ_3 로서 물체의 최선단 부분으로부터 축대칭축에 고정되어 있는 직교좌표계로 이루어져 있다. ξ_1 -좌표는 물체의 대칭축을 따라 진행방향으로 나아가고, ξ_2 -좌표는 ξ_1 -축에 수직이며 물체의 표면으로부터 외부의 충격파까지 이르며, ξ_3 -좌표는 원주방향으로 windward면으로부터 leeside면까지의 각을 나타낸다.

3-D 압축성 Navier-Stokes 방정식은 무차원화하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$(\overline{f}_j - \epsilon \overline{S}_j)_{,e_2} = \overline{h} \quad (1)$$

PNS 방정식은 식(1)에서 ξ_1 방향의 diffusion과 dissipation 항을 무시함으로써 얻을 수 있다.

$$\overline{f}_{j,e_2} - \epsilon \overline{S}_{2,e_2} - \epsilon \overline{S}_{3,e_3} = \overline{h} \quad (2)$$

여기서, 보존변수 벡터는

$$\overline{q} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho T, p]^T \quad (3)$$

위의 식(2)는 5개의 질량, 운동량 및 에너지 보존 미분방정식이고 추가적인 방정식은 다음과 같은 상태방정식으로부터 얻을 수 있다.

$$\gamma P - Z^* \rho T = 0 \quad (4)$$

여기서, 완전기체에 대하여 $Z^* = 1$, 화학적 평형상태 하에서는 $Z^* = Z^*(p, T)$, 화학적 불평형상태 하에서는 $Z^* = \overline{m_\infty} / \overline{m}$ 로 쓸 수 있다. 식(2)는 thin layer 근사를 하므로써 유선방향과 crossflow 방향의 소산 및 확산항을 무시하면 ξ_1 방향으로 marching 할 수 있는 PNS 방정식이 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \xi_2} \begin{bmatrix} \rho U_i / J \\ (\rho u U_i + \xi_{1,x} p) / J \\ (\rho v U_i + \xi_{1,y} p) / J \\ (\rho w U_i + \xi_{1,z} p) / J \\ \rho h_0 U_i / J \\ 0 \end{bmatrix} = \epsilon \left(\frac{\partial}{\partial \xi_2} \begin{bmatrix} 0 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (\gamma p - \rho T) / J \end{bmatrix} \right) \quad (5)$$

여기서, $U_i = \xi_{i,x} u_j$ 는 반변 속도성분이며, J 는 Jacobian 행렬식이고, metric $m_{i,j} = \xi_{2,x} \xi_{2,x}$ 를 이용하여 점성벡터 S 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} S_2 &= (\mu/J) (m_{kk} u_{,e_2} + m_{1j} u_{j,e_2} / 3) \\ S_3 &= (\mu/J) (m_{kk} v_{,e_2} + m_{2j} u_{j,e_2} / 3) \\ S_4 &= (\mu/J) (m_{kk} w_{,e_2} + m_{3j} u_{j,e_2} / 3) \\ S_5 &= (\mu/J) [m_{kk} (kT_{,e_2} / \mu + u_j u_{j,e_2}) + m_{jn} u_j u_{n,e_2} / 3] \end{aligned} \quad (6)$$

이러한 형태의 구성방법은 벽면근처의 subsonic sublayer 영역에서 진행성을 갖기 위해서 진행방향 압력구배의 일부분만을 고려해 주어야 하는 sub-layer 근사를 하여야 하는 일반 PNS 구성형태와는 다르게 hyperbolic, parabolic 편미분방정식계의 성질을 갖도록 하는 혼합형태의 구성방법으로 PNS의 주 가정인 유동이 초음속이어야 하고 진행방향의 유동이 박리되지 않아야 한다는 조건을 만족시킬 때 벽면근처의 아음속영역(subsonic sublayer)에서도 공간진행을 하여 해를 구할 수 있다.

2.2 수치적 이산화

위와 같은 Parabolized Navier-Stokes 방법은 longitudinal 축방향의 매 진행단계에서 식(5)에 대한 해를 반복적으로 구한다. 반복 level index $n+1$ 단계의 해를 Taylor series를 이용하여 전반부단계 n 에 대하여 전개하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} f_i^{j-1,n+1} &= f_i^{j+1,n} + A_i^n \cdot \Delta \overline{q}^{n-1} \\ S^{j-1,n+1} &= S^{j+1,n} + M_2^n \cdot \Delta \overline{q}^{n+1} \\ h_i^{j-1,n+1} &= h_i^{j+1,n} + A_0^n \cdot \Delta \overline{q}^{n+1} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, $j-1$ 은 새로운 space marching step의 index이며 그리고

$$\Delta \bar{q}^{n+1} = \bar{q}^{j+1, n+1} - \bar{q}^{j-1, n}$$

본 PNS방법은 유동의 진행방향(ξ_1 방향)에 대하여 2점 후방차분법, normal과 crossflow derivatives는 중앙차분법을 사용하며 매 marching step에서 시간에 의한 비정상항을 무시하였기 때문에 가상적 시간방향으로(fictitious time) 반복하여 해를 구하는 형태로 구성되어 있는데 이와 같은 형태로 푸는 구성방법이 마치 가상적 비정상(fictitious unsteady) 문제를 푸는 것과 같다하여 pseudo unsteady formulation이라 한다. 진행방향의 유동장의 변화율이 비교적 완만하고 초기해의 정확성이 높으므로 최초 반복단계에서만 행렬을 계산하고 그 값을 등결시키면 식(2)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & (A_1/\Delta \xi_1 - A_0)^{n+1} \Delta \bar{q}^{n+1} + (A_2^{n+1} \cdot \Delta \bar{q}^{n+1})_{, \xi_2} \\ & + (A_3^{n+1} \cdot \Delta \bar{q}^{n+1})_{, \xi_3} - \varepsilon (M_2^{n+1} \cdot \Delta \bar{q}^{n+1})_{, \xi_2} \\ & = -[\bar{f}_{j, \xi_1} - \varepsilon \bar{S}_{, \xi_2} - \bar{h}]^{j-1, n} = \bar{g}^{j-1, n} \quad (8) \end{aligned}$$

이러한 2점 후방차분법은 현 PNS구성이 비정상항(unsteady)을 무시했으나 가상의 시간방향으로 Δ -형태의 pseudo unsteady formulation이므로 반복에 의해 매 진행단계에서 residual이 적어질때까지 해를 구하므로 해가 수렴시 보존법칙을 만족시켜 해의 정확도를 유지시킬 수 있고, 컴퓨터 storage도 절약할수 있으며, marching stepsize에 대한 제한도 비교적 적다. 여기에, 중앙차분법에 의한 해의 진동을 막기 위해 2nd order implicit smoothing항을 더해주면 우리가 원하는 최종 방정식을 구할 수 있다. 수치해법은 penta-diagonal 식에서 cross flow derivative항을 전 반복단계 n 에 대해 선형화시킨 block tri-diagonal system을 푼다. 중간해를 \bar{x}^{j-1} 이라 할때 식(2)는 아래와 같이 쓰일 수 있으며,

$$[f_j(\bar{x}^{j-1})]_{, \xi_1} = \varepsilon [\bar{S}(\bar{x}^{j-1})]_{, \xi_2} + O(\Delta \xi_2)^2 + O(\Delta \xi_3)^2 \quad (9)$$

현재 ξ_2 , ξ_3 방향의 도함수는 중앙차분법을 사용하여 차분하므로 해의 진동현상이 발생하게 되며 이를 줄이기 위해 Beam-Warming의 중앙차분법을 이용한 근사 인수분해해법에서는 왼쪽항에는 2차의 implicit smoothing항을 오른쪽항에는 4차 explicit smoothing항을 더해 주었다. 본 연구에서는 해 그 자체에 2차 smoothing항을 더해주므로써 진동을 억제하며 이러한 접근법은 해의 정확도를 2차로 유지시키는 것으로 알려졌다. 따라서 실제 해는 다

음과 같이 중간 해에 smoothing항을 더해주므로써 구할 수 있다.

$$\bar{x}^{j-1} = \bar{x}^{j-1} + \bar{x}_{, \xi_3 \xi_3} \frac{\Delta \xi_3^2}{4}$$

$$\bar{q}^{j-1} = (\bar{x}^*)^{j-1} + \bar{x}_{, \xi_2 \xi_2}^* \frac{\Delta \xi_2^2}{4}$$

2.3 초기조건 및 경계조건

2.3.1 초기조건

현 PNS방법에 초기조건들은 body-normal 좌표계를 사용하는 점성충격파층(VSL) 해로부터 얻고 있으며, 이러한 VSL 해의 정확도는 Thareja 등⁽¹⁴⁾에 상세히 기술되어 있다. 점성충격파층의 body-normal 구형 blunt-body 해를, 보완하여 비행체의 longitudinal axis에 수직인 PNS의 초기해를 구한다.

2.3.2 경계조건

벽면에서의 경계조건은 다음과 같은 6개의 조건으로 주어진다.

- (1) 평형기체의 상태방정식 $f(\rho, p, T) = 0$
- (2~4) no-slip 조건 ($\rho u_i = 0$)
- (5) 벽면온도 ($\rho T = (\rho T)_w$)
- (6) ξ_2 -방향의 영압력구배 ($p_{, \xi_2} = 0$)

외부 충격파(bow shock)에서의 경계조건은 Chaussee 등⁽¹⁸⁾이 사용한 것과 유사한 방법으로 shock fitting방법이 사용되었다. 높은 고도로부터 30 km 고도이하로 내려갈때, 충격파를 지난 유동은 순간적으로 화학적 평형조건에 적응하게 된다. 본 연구에서는 Thareja 등⁽¹⁴⁾의 평형기체 shock crossing 방법을 채택하여 사용하였다.

2.4 열역학적 성질, 점도 및 열전달계수

완전기체 모델에서 공기의 점도(viscosity)는 Sutherland으로부터 얻었으며 비열비(specific heat ratio)는 1.4로 가정하였다. 공기의 열전달계수는 다음과 같은 Prandtl number의 정의로부터 얻었다.

$$k = \frac{\mu C_p}{Pr}$$

여기서, C_p 는 정압비열이며 일정하다고 가정하였다. 화학적 평형모델시 공기계의 열역학적 성질 및

점도와 열전도계수는 다음과 같이 서로 다른 두 상 태변수의 함수형태로 쓰일 수 있다.

$$h=h(p, T), \mu=\mu(p, T), k=k(p, T)$$

현재 많이 쓰이고 있는 방식은 Srinivasan 등,⁽²⁶⁾ Thareja 등⁽¹⁴⁾의 curvfit방식과 table로부터 보간 하여 사용하는 방식 등이 있으며, 본 연구에서는 Thareja 등의 평형기체 table에 기초한 보다 정확한 새로운 평형기체 table이 사용되었다.

2.5 평형상수법

혼합기체의 species분포는 화학의 equilibrium law of mass action 방정식을 이용하여 구하였다. (Vincenti와 Kruger⁽²⁷⁾) 7×7 비선형방정식을 Newton Raphson방법을 이용하여 주어진 온도, 밀도 및 element분포 ($C_0=0.23456$, $C_N=0.76544$)에 따라 species해를 구하였다.

$$\begin{aligned} n_O/n_{O_2} &= K_{c,1}(T)/\rho \\ (n_N)^2/n_{N_2} &= K_{c,2}(T)/\rho \\ (n_N)(n_O)/n_{NO} &= K_{c,3}(T)/\rho \\ (n_e)(n_{NO})/n_{NO^+} &= K_{c,4}(T)/\rho \\ 2n_{O_2} + n_O + n_{NO} + n_{NO^+} &= 2(n_O)_o \\ 2n_{N_2} + n_N + n_{NO} + n_{NO^+} &= 2(n_N)_o \\ n_{NO^+} - n_e &= 0 \end{aligned}$$

여기서, n_s =mole-mass ratio이며 C_s/M_s 로 정의 된다.

3. 결과 및 토의

이와 같은 공간진행 VSL/PNS방법을 사용하여 반경 1 inch의 sphere-cone(10°) 비행체에 미치는 극초음속 평형유동과 낮은 반응각의 영향을 연구하기 위하여 자유유동 Mach 20, 35 km 고도조건 (Table 1 참조)에서 반응각 $\alpha=0^\circ, 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ$ 일 때 동체 벽면의 압력분포, 열전달분포, 표면마찰력, CA, CN, CM 및 Xcp/L 등을 비교 하였다. 또한, $\alpha=5^\circ$ 인 경우에는 완전기체(perfect gas) 모델을 쓴 결과와 평형기체(equilibrium air)의 영향을 비교하였다.

Fig. 2(a), (b)는 $\alpha=0^\circ$ 시 구형 무딘물체 주위에서의 벽면압력과 열전달률을 각각 보여주고 있다. 무딘물체 정체점에서의 완전기체의 층류 열전달률을 Fay와 Ridell의 해와⁽²⁸⁾ 비교한 결과 잘 맞아들어

Table 1 Test case freestream condition

Velocity	20289	ft/s
P_∞	0.119892×10^5	1bf/ft ²
T_∞	428.4	°R
T_w	2000	°R
M_∞	20	
$Re_{R,N}$	85898.18	
R_N	1"	

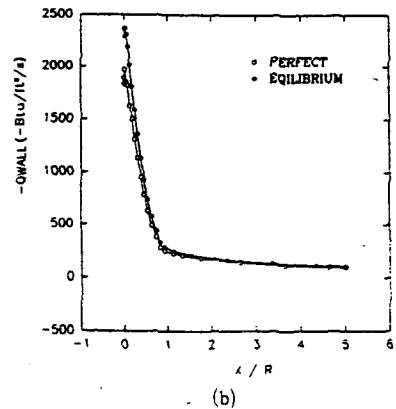
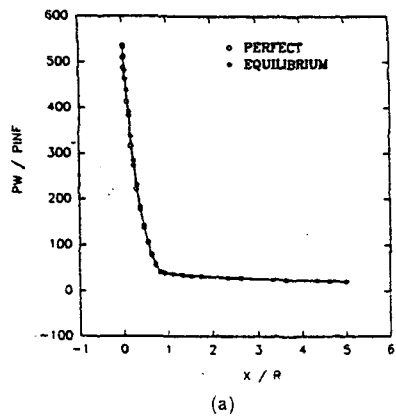


Fig. 2 Vehicle geometry

감을 알 수 있었으며, 송동주⁽²⁹⁾의 엔탈피와 내부 에너지 비를 이용한 화학적 평형치가 서로 잘 일치함을 알 수 있었다. Fig. 2(a)에 있는 바와 같이 정체점에서 화학적 평형유동의 벽면압력이 완전기체 모델보다 5%이상 높았으며, 벽면 열전달률은 정체점부근의 높은 온도와 압력으로 인하여 산소 및 질소분자들이 분자해리 및 이온화를 일으켜

shocklayer 내의 에너지를 소모하여 혼합공기의 점도 및 열전달계수를 매우 증가시킴으로서 매우 높아짐을(약 25%) 알 수 있다. (Fig. 2(b))

Fig. 3에서는 평형기체와 완전기체 model간에 벽면 압력분포를 windside, side, leeside면($\phi=0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$)에서 $\alpha=5^\circ$ 일 때 서로 비교하였다. 평형기체의 경우 windside($\phi=0^\circ$)에서는 벽면 압력이 동체 중간부근에서 10~20%가량 높았으나 후미에서는 서로 유사하였다. Windside에서는 과팽창(over-expansion)에 의한 압력의 감소와 재압축(recompression)에 의한 압력 증가현상을 볼 수 있다. Side면($\phi=90^\circ$)에서는 평형기체 경우가 항상 더 높았으며 leeside($\phi=180^\circ$)에서는 전방부분이외는 서로 거의 같았다. 벽면 열전달률을 비교하였을 때 평형기체가 완전기체보다 현 시험 조건하에서 Windside 및 side면에서 10~20% 가량 증가함을 알 수 있다. (Fig. 4) 이는 평형기체의 경우 점도와 열전도계수가 증가하고 또한 온도구배도 증가하기 때문이다. Skin friction force비교에서도 유사한 결과를 알 수 있었다.

Fig. 5(a)와 5(b)는 $\alpha=5^\circ$ 시 유선방향(streamwise) 속도벡터를 pitch plane of symmetry상에서($\phi=0^\circ, 180^\circ$) 완전기체 평형기체 모델에 대하여 각각 보여주고 있다. shock layer 두께는 완전기체 경우가 평형기체 경우보다 windside면에서는 10%, leeside면에서는 20%가량 더 두꺼웠다. 또한 shock layer는 받음각의 영향으로 $d=5^\circ$ 때에 windside면에서는 얇고 leeside면에서는 windside면보다 더 두꺼운 것을(30~40%) 알 수 있다.

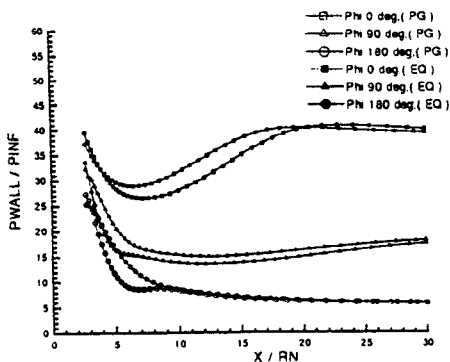


Fig. 3 The wall pressure comparison along the pitch plane of symmetry between equilibrium air and perfect gas model at $\alpha=5^\circ$

온도분포 등고선도를 보면(Fig. 6(a)와 6(b)) 완전기체 경우가 평형기체 경우보다 shock layer내의 온도가 월등히 높음을 알 수 있으며 이는 실제기체의 경우에는 O_2 와 N_2 등의 분자해리(dissociation)

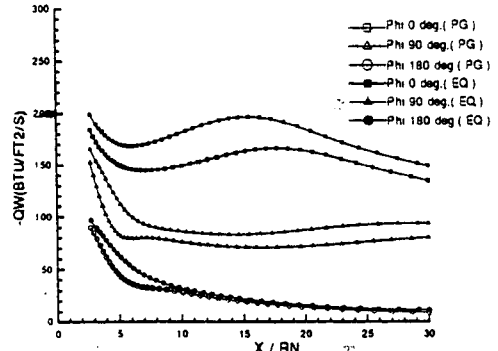
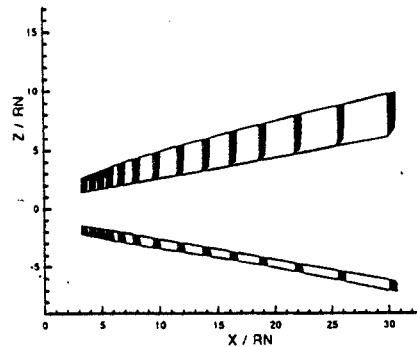
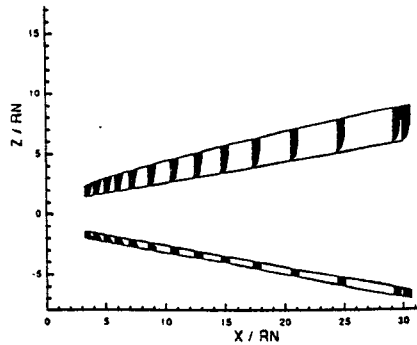


Fig. 4 The wall heat transfer rate comparison between equilibrium air and perfect gas model at $\alpha=5^\circ$



(a)



(b)

Fig. 5 (a) The streamwise velocity vector along the body for perfect gas model at $\alpha=5^\circ$
(b) The streamwise velocity vector along the body for equilibrium air at $\alpha=5^\circ$

와 이온화(ionization)로 인하여 많은 에너지가 소모되어 온도가 낮아지기 때문이다. 한편 Peak 온도는 모두 벽면 근처에서 발생됨을 볼 수 있다. Fig. 7은 비행체 후미($X/Rn=30$)에서의 압력 등

고선이며 평형기체 경우가 완전기체 경우보다 압력이 약간 더 높은 것을 알 수 있으며 windside면에서 leeside면으로 갈수록 압력이 crossflow에 의한 확산, 팽창으로(3-D effect) 인하여 급격히 감소함을 알 수 있었다. Shock layer 두께는 그림에서 보는 바와 같이 완전기체 경우가 20%가량 더 두꺼웠다. 그러나 온도 contour plot을 보면(Fig. 8) 평형기체 경우의 온도가 완전기체 경우보다 월등히 낮음을 알 수 있다. 이는 앞에서 설명한 바와 같이 분자해리와 이온화현상에 의한 shock layer내의 에너지 소모에 의해 발생함을 알 수 있다. 참고로, 본 연구에서는 shock fitting 방법을 이용하며 shock에서는 평형기체 shock crossing을 하였다. 온도역시 leeside로 갈수록 crossflow에 의한 유동의 확산, 팽창으로 인하여 현격히 낮아짐을 그림으로부터 알 수 있다.

Crossflow 속도벡터의 비교결과는 Fig. 9에 있으며 완전기체 경우에 crossflow velocity가 더 커지

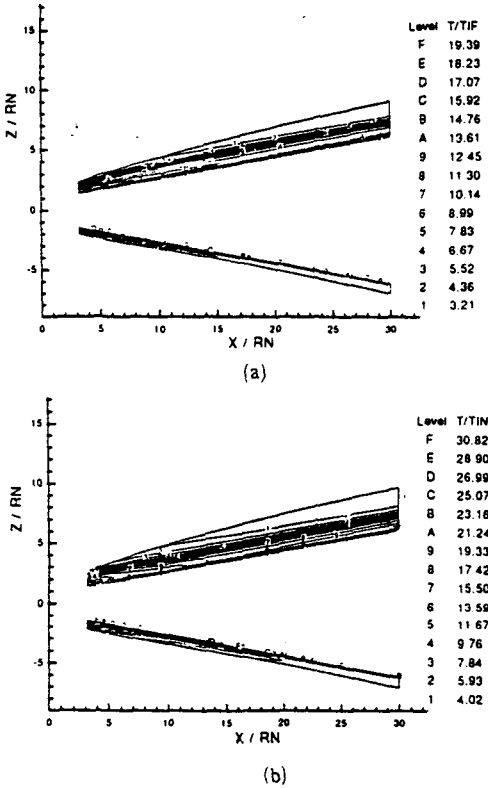


Fig. 6 (a) The streamwise temperature contour plot along the pitch plane of symmetry for perfect gas model at $\alpha=5^\circ$
 (b) The streamwise temperature contour plot for equilibrium air model $\alpha=5^\circ$

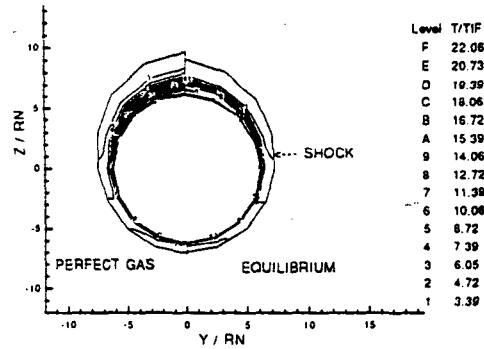


Fig. 8 The temperature contour comparison between two models at $X/Rn=30$ and $\alpha=5^\circ$

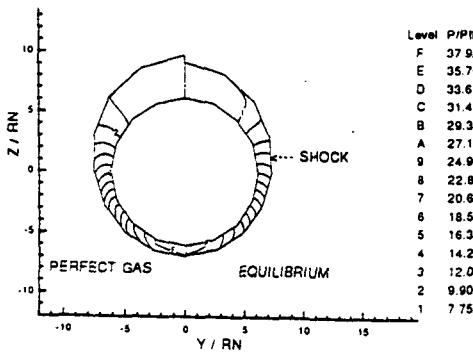


Fig. 7 The pressure contour comparison between two models at $X/Rn=30$ and $\alpha=5^\circ$

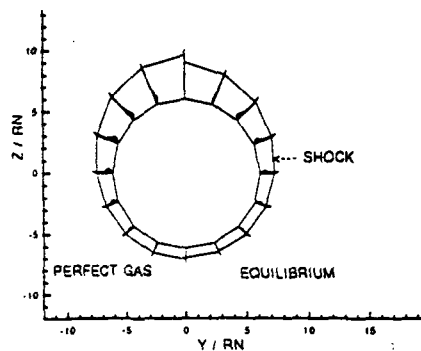
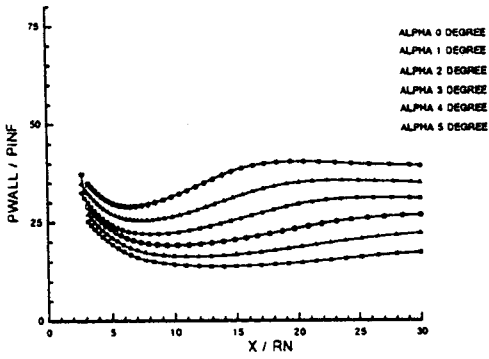


Fig. 9 The crossflow velocity vector comparison between two models at $X/Rn=30$ and $\alpha=5^\circ$

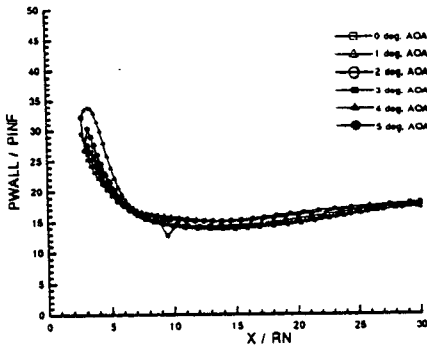
며, 받음각의 영향으로 leeside로 갈수록 높은 crossflow 속도 vector가 존재함을 보여준다. 낮은 받음각에서도(5°이하) crossflow 속도성분이 wind-side면에서는 streamwise 속도성분의 15% 정도였

으며 leeside면에서는 18%까지 되어 매우 높았다. Crossflow 속도벡터는 평형기체 경우가 완전기체 경우보다 더 작았다.

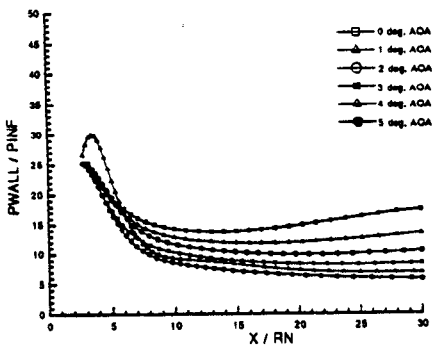
Fig. 10(a), 10(b)와 10(c)는 받음각의 영향이



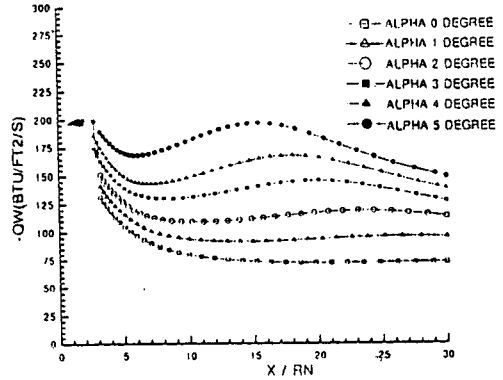
(a)



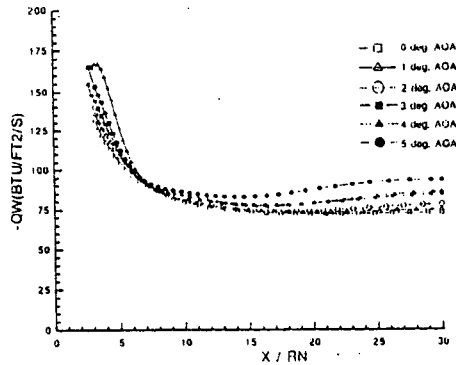
(b)



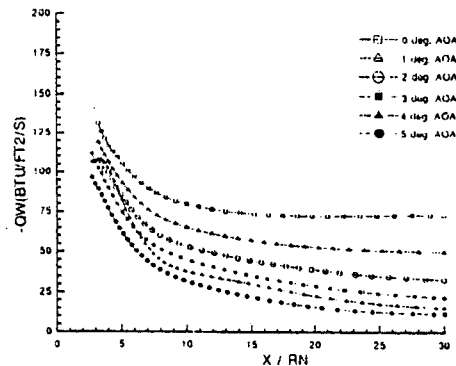
(c)



(a)



(b)



(c)

Fig. 10 (a) The wall pressure comparison at windward plane($\phi=0^\circ$) among different angle of attack cases
 (b) The wall pressure comparison at side plane ($\phi=90^\circ$)
 (c) The wall pressure comparison at leeside plane($\phi=180^\circ$)

Fig. 11 (a) The wall heat transfer rate comparison at windward plane($\phi=0^\circ$) among different angle of attack cases
 (b) The wall heat transfer rate comparison at side plane ($\phi=90^\circ$)
 (c) The wall heat transfer rate comparison at leeside plane($\phi=180^\circ$)

Table 2 Force and moment coefficients

α	CA	CN	CM	XCP/L
EQ : 0	0.08304			
1	0.08500	0.03504	-0.02259	0.7397
2	0.08766	0.06047	-0.04445	0.7351
3	0.09118	0.09166	-0.06638	0.7242
4	0.09654	0.11790	-0.08522	0.7230
5	0.1006	0.14940	-0.10540	0.7051
PG : 5	0.09611	0.14720	-0.10470	0.7114

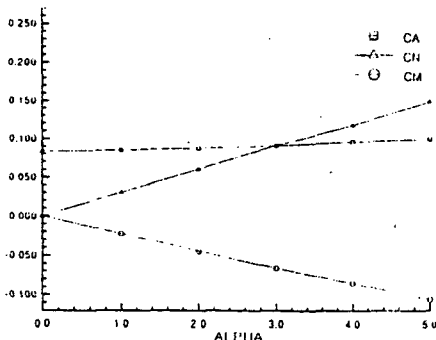


Fig. 12 The lift (CL), drag (CD) and pitching moment coefficient (CM) vs angle of attack plot at the end of the body (X/Rn=30)

벽면 압력분포에 미치는 영향을 보여주고 있다. 완전기체의 경우와 같이⁽²⁹⁾ windside 면에서는 받음각이 증가함에 따라 압력도 증가하였으며 받음각이 커질수록 동체 중앙부위에 전방 동체에서의 과팽창에 따른 재압축 현상으로 인하여 압력이 증대함을 알 수 있었다. (Fig. 10 a) Side면에서는 (Fig. 10 (b), $\phi=90^\circ$) 압력분포가 받음각에 상관없이 유사하며 크기는 $\alpha=0^\circ$ 의 값과 거의 같았다. 한편 leeside (Fig. 10 (c), $\phi=180^\circ$)에서는 받음각이 커질수록 압력이 떨어짐을 알 수 있었다. 유사한 현상을 벽면전달률 그림에서도 볼 수 있는데 (Fig. 11 (a), 11 (b), 11 (c)) windside에서는 받음각이 높을수록 열전달률이 높았으나 leeside에서는 반대로 열전달률이 낮아졌다.

Table 2에서 보면 받음각이 증가하면 축방향 힘 계수(CA)와 수직방향 힘 계수(CN)가 선형으로 증가하였으며 pitching moment coefficient(CM)는

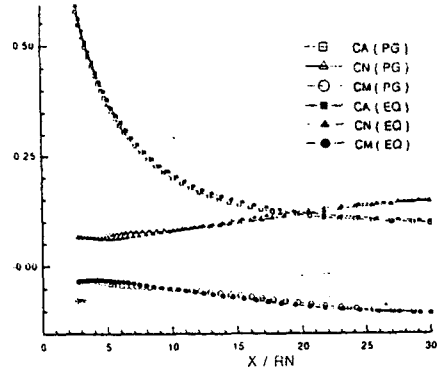


Fig. 13 The comparison of the life (CL), drag (CD) and pitching moment coefficient (CM) distribution along the body between equilibrium air and perfect gas model

선형으로 감소하였다. 즉, drag와 lift는 받음각과 함께 증가하였으며 받음각이 증가할 때 고개를 숙이고저하는 pitching moment는 증가함을 알 수 있었다. (Fig. 12) 압력중심 (center of pressure)은 평형기체체 경우가 완전기체 경우보다는 약 1% 앞부분에 위치하며 받음각이 증가할수록 압력중심의 위치는 앞부분으로 약간 이동하였다. CA, CN, CM의 분포를 축방향으로 두 기체모델간에 비교해 볼 때 (Fig. 13) CA는 평형기체 경우가 약간 더 높았으며 CN, CM은 거의 비슷하였다.

4. 결 론

위와 같이 낮은 받음각하에서 효율적인 VSL/PSN를 사용하여 전형적인 극초음속 화학적 평형 상태인 비행조건하에 (Mach수 20, 고도 35 km) 비행체 주위의 유동을 검토한 결과 다음과 같은 것을 알 수 있었다.

평형기체의 경우 받음각이 없을때 구형 무딘물체의 정체점에서 벽면 압력은 5%, 벽면 열전달률은 약 25%등 완전기체를 사용한 경우보다 높게 나타났으며 $\alpha=5^\circ$ 시 windside면에서 벽면 압력분포는 완전기체 경우보다 10~20% 가량 동체 중간부근에서 높았으며 후미에서는 서로 유사하고 side면에서는 항상 더 높았으나 leeside에서는 전방부분을 제외하고는 거의 유사하였다. $\alpha=5^\circ$ 인 경우 shock layer두께는 완전기체가 평형기체보다 windside면에서는 10%, leeside면에서는 약 20% 가량 더 두꺼웠다. 분자해리 및 이온화현상으로 shock layer

내의 에너지를 소모하므로 평형기체가 완전기체보다 유동장내 온도가 현격하게 낮은것을 알 수 있다.

받음각이 증가함에 따라 windside면에서의 온도, 압력, 열전달률, 점성저항력이 더 높아졌으며 leeside면에서의 값보다 훨씬 높았다. CA, CN은 받음각이 증가함에 따라 선형으로 증가하였으며 받음각이 커질 때 고개를 숙이고자 하는 moment도 커짐을 알 수 있다. 받음각이 증가할수록 압력 중심위치는 앞부분으로 약간 이동하였다.

이와 같이 낮은 받음각아래서 공간진행 VSL/PNS를 사용한 방법은 위와 같이 계산을 효율적으로 빠른시간 내에 수행할 수 있기 때문에 유선방향의 박리를 수반하지 않는한 재래식 유도비행체의 초기설계 등에 매우 유용할 수 있다.

후 기

이 논문은 1993년도 영남대학교 학술연구조성비에 의하여 이루어진 연구이며 이에 감사드린다.

참고문헌

- (1) Sahu, J., 1986, "Drag Predictions for Projectiles at Transonic and Supersonic Speeds," *BRL-MR-3523*.
- (2) Helliwell, W. S. and Lubard, S. C., 1975, "An Implicit Method for Three Dimensional Viscous Flow with Application to Cones at Angle of Attack," *Computers and Fluids*, Vol. 3, pp. 83~101.
- (3) Blottner, F. G., Johnson, M. and Ellis, M. 1971, "Chemically Reacting Viscous Flow Program for Multi-Component Gas Mixtures," Sandia Lab., *SC-RR-70-751*.
- (4) Finson, M. L. and Ameer, P. G., 1985, "Nonequilibrium Boundary-Layer Code," Physical Sciences Inc. *PSI-069/TR-512*.
- (5) Davis, R. T., 1970, "Numerical Solution of Hypersonic Viscous Shock-Layer Equations," *AIAA Journal*, Vol. 8, pp. 843~851.
- (6) Murray, A. L. and Lewis, C. H., 1978, "Hypersonic Three-Demensional Hypersonic Reentry Flows over Blunt Bodies," *AIAA Journal*, Vol. 16, pp. 1279~1286.
- (7) Swaminathan, S., Kim, M. D. and Lewis, C. H., 1983, "Nonequilibrium Viscous Shock-Layer Flows over Blunt Sphere Cones at Angle of Attack," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 20, pp. 331~338.
- (8) song, D. J. and Lewis, C. H., 1986, "Hypersonic Finite-Rate Chemically Reacting Viscous Flow Over an Ablating Carbon Surface," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 23, pp. 47~54.
- (9) Bhutta, B. A. and Lewis, C. H., 1985, "An Implicit Parabolized Navier-Stokes Scheme for High-Altitude Reentry Flows," *AIAA Paper 85-0362*.
- (10) Moss, J. N., 1971, "Solutions for Reacting and Nonreacting Viscous Shock Layers with Multicomponent Diffusion and Mass Injection," PhD Dissertation, VPI & SU, Blacksburg, Va.
- (11) Miner, E. W., and Lewis, C. H. 1975, "Hypersonic Ionizing Air Viscous Shock-Layer Flows Over Nonanalytic Blunt Bodies," *NASA CR-2550*.
- (12) Swaminathan, S., Kim, M. D. and Lewis, C. H., 1984, "Three-Dimensional Viscous Shock-Layer Flows Over Complex Geometries," *AIAA Journal*, Vol. 22, pp. 754~755.
- (13) Kim, M. D., and Lewis, C. H., 1983, "Three-Dimensional Nonequilibrium Viscous Flow over the Shuttle with Surface Catalytic Effects," *AIAA Paper No. 83-1426*.
- (14) Thareja, R. R., Szema, K. Y. and Lewis, C. H., 1982, "Viscous Shock-Layer Predictions for Hypersonic Laminar or Turbulent Flows in Chemical Equilibrium over the Windward Surface of a Shuttle-Like Vehicle," *AIAA Paper No. 82-0201*.
- (15) Weinacht, P., Guidos, B. J., Sturek, W. B. and Hodes, B. A., 1986, "PNS Computations of Spinning Shell at Moderate Angle of Attack and for Long L/D Finned Projectiles," *BRL-MR-3522*.
- (16) Kaul, U. K. and Chaussee, D. S., 1983, "AFWAL Parabolized Navier-Stokes Code: 1983 AFWAL NASA Merged Baseline version." *AFWAL-TK-83-3118*.

- (17) Tannehill, J. C., Venkatapathy, E. and Ratchik, J. V., 1982, "Numerical Solution of Supersonic Viscous Flow over Blunt Delta Wings," *AIAA J.*, Vol.20, pp. 203~210.
- (18) Deese, J., Agarwal, R. and Giolda, T., 1989, "Computation of Supersonic Viscous Flow about Missiles and Bodies at High Angles of Attack Using PNS and Navier-Stokes Solvers," *AIAA Paper* No. 89~0527.
- (19) Hudson, M., 1989, "Evaluation of PNS Computed Heating and Hypersonic Shock Tunnel Data on Sharp Cone and Inclined Blunt Cones," *AIAA Paper* No. 89-0310.
- (20) Dash, S. M., Wolf, D. E. and Sinha, N., 1984, "Parabolized Navier-Stokes Analysis of Three-Dimensional Supersonic and Subsonic Jet Mixing Problems," *AIAA Paper* No. 84-1525.
- (21) Korte, J. J. and McRae, D. S., 1988, "Explicit Upwind Algorithm for the Parabolized Navier-Stokes Equations," *AIAA Paper* No. 88~0716.
- (22) Gerbsch, R. and Agarwal, R., 1990, "Solution of the Parabolized Navier-Stokes Equations Using Osher's Upwind Scheme," *AIAA Paper* No. 90-0392.
- (23) Neumann, R. D. and Patterson, J. L., "Results of an Industry Representative Study of Code to Code Validation of Axisymmetric Configurations at Hypervelocity Flight Conditions," *AIAA Paper* No. 88-2691.
- (24) Anderson, D. A., Tannehill, J. C. and Pletcher, R. H., 1984, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, McGraw-Hill Book Company, New York.
- (25) Chaussee, D. S., Patterson, J. L., Kulter, P., Pulliam, T. H. and Steger, J. L., 1981, "A Numerical Simulation for Hypersonic Viscous Flow Over Arbitrary Geometries at High Angle of Attack," *AIAA Paper* 81-0050.
- (26) Srinivasan, S., Tannehill, J. C. and Weilmuenster, K. J., 1987, "Simplified Curve Fits for the Thermodynamic Properties of Equilibrium Air," *NASA Reference Publication* 1181.
- (27) Vincenti, W. G. and Kruger, C. H. Jr., 1967, *Introduction to Physical Gas Dynamics* Wiley, New York.
- (28) White, F. M., 1974, *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York.
- (29) 송동주, 1993, "PNS를 이용한 극초음속 낮은 받음각 3-D 유동 연구," 영남대 공업기술연구소 논문집, 제21권, 제1호, pp. 37~43.
- (30) 송동주, 1992, "엔탈피-내부에너지 비를 사용하여 구형 무딘물체 주위의 화학적반응을 수반하는 극초음속 점성유동에서 실제기체효과의 예측에 관한 연구," 한국항공우주학회지, 제20권, 제1호, pp. 39~53.