

〈論 文〉

최소 실험계획법을 이용한 기구의 최적설계

김충웅* · 박태원**

(1994년 3월 25일 접수)

Optimal Design of Mechanisms Using a Least Experimental Plan Method

C. W. Kim and T. W. Park

Key Words : Sensitivity Analysis(민감도해석), Least Experimental Plan(최소 실험계획)
Optimal Design(최적설계)

Abstract

Use of computers in design is a trend in recent years. Mechanism design also uses computers extensively and the concept of optimal mechanism design is developed in many ways. Various authors presented methods based on sensitivity analysis but in these cases, the governing equation of the mechanism has to be derived and calculations become very complicated. In this paper, a method based on the least experimental plan is presented. To make a model of a mechanism, a general purpose mechanism analysis program is used. To obtain an optimal design of a mechanism, the relationship between design variables and the objective function is represented as the nonlinear equation. Optimal design variables are found by solving this derived equation and its result is verified. An example is presented to show the effectiveness of this method.

1. 서 론

일반기계나 기구의 설계는 역사적으로 그래픽이나 해석적인 방법으로 설계가 되어왔고 산업의 발전에 따른 기계의 설계가 다양화되면서 최근에는 기구의 설계를 컴퓨터를 이용하여 얻는 방법이 많이 사용되고 있다. 그러나 이런 방법은 기계의 해석이나 특수한 기구학적 특성을 고려한 설계에 응용되고 있지만,^(1,2) 일반기계나 기구의 최적설계에는 적합하지 않다. 최적설계는 구조물이나 제어기 설계등에는 많은 방법들이 개발되고 실제 설계에 응용되고 있으나 일반기계나 기구에서는 아직 최적설계가 일반화 되지 못하고 있다. 기구의 최적설계에 대한 연구는 주로 해석적인 방법⁽³⁻⁶⁾이 많이 이

주용되었다. 참고문헌⁽³⁾은 VHS방식 VTR주행계의 오차 민감도해석을 하여 공차설계시 민감한 설계변수를 제시하여 설계하였고, 참고문헌⁽⁴⁻⁶⁾은 최적설계를 해석적으로 하기 위하여 민감도해석을 하였는데, 이때 시스템을 정의하는 운동방정식, 시스템의 구속방정식 등을 수식으로 유도하고, 목적함수를 정의하여 민감도해석을 하였다. 참고문헌⁽⁶⁾에서는, 해석적 방법을 이용하여 구조물에 대한 최적설계와 간단한 동력학 시스템에 관한 최적설계 및 민감도해석을 하였는데, 기구를 최적화하기 위한 이러한 해석적인 방법은 계산량이 방대하고, 프로그램이 복잡하므로 그 응용을 일반화하기가 힘들기 때문에⁽⁷⁻⁹⁾ 실무에서 설계자가 직접 응용하는데 있어서 간단한 시스템을 제외하고는 사용하기가 어렵다는 단점을 가지고 있다.

그러므로, 실무에 응용하기 쉽고, 설계과정에서 실용적이고, 빠르게 최적설계를 하기 위하여 범용

*정회원, 아주대학교 대학원 기계공학과

**정회원, 아주대학교 생산자동화공학과

기구동력학 프로그램을 이용하여 최적설계를 하는 방법을 이 논문에서 제시한다. 범용 프로그램은 사용자가 각 요소 등을 정의하는 데이터(data)를 입력하여 모델하면 시스템 해석을 용이하게 할 수 있지만, 범용 기구동력학 해석만으로 최적설계를 하기 위하여는 각 설계변수들을 설계 범위안에서 변화시켜가며 아주 많은 해석을 통하여 얻고자 하는 최적설계를 얻는 방법을 쓰게 되는데, 이때는 해석 횟수가 너무 방대하므로 이를 보완하기 위하여 통계적 방법을^(10,11) 사용한다. 이 분야의 연구는 자동차의 공회전시 진동을 줄이기 위한 수치적 최적설계와 실험계획법을 이용하는 연구 등이 진행되고 있으나^(12~16) 일반기계에 적용하는 방법은 아직 미진한 분야이다. 이 연구를 통하여 제한적으로 응용되어온 기구동력학 시스템의 최적설계분야를 일반적인 기계의 최적설계에 응용할 수 있는 실용적인 방법을 제시하고자 하였다.

2. 통계적 실험계획법

설계변수들은 목적함수에 매우 민감한 변수들이므로 이 변수들이 설계상 제한된 범위내에서 변동 가능한 위치에서 움직일 때 어떤 값에서 최적의 설계조건을 만드는지를 알고자 한다. 본 논문에서는 최적설계를 하기 위하여 범용 기구동력학해석 프로그램인 DADS⁽¹⁷⁾를 이용하여 대상기구의 모델을 만들고 최소의 실험을 한 후 통계적 처리를 하여 모형함수를 만들고, 이의 정확성 및 정당성을 확인하고, 이 모형함수의 최소값과 그때의 설계변수의 값을 구하고자 한다.

2.1 실험계획법 및 통계적 처리

DADS를 이용하면 시스템에 대한 방정식이 이미 변수 방정식으로 정의되어 있으므로, 각 물체의 질량중심, 질량, 관성모멘트, 조인트 위치 및 방향, 스프링상수 등을 사용자가 입력하면 하나의 기구동력학 시스템을 구성한다. 또 이 시스템에 대한 목적함수는 후처리 기능(post processor)을 이용하여 원하는 함수에 대한 값을 알 수 있으므로 목적함수 역시 쉽게 원하는 것을 선택할 수 있다. 실험의 통계적 처리를 위하여 Fig. 1과 같은 슬라이더 크랭크 기구를 예로 들어서 설명한다. 슬라이더 크랭크 기구를 DADS를 이용하여 모델하면 4개의 강체, 3개의 회전조인트, 1개의 병진조인트, 1개의 동력조

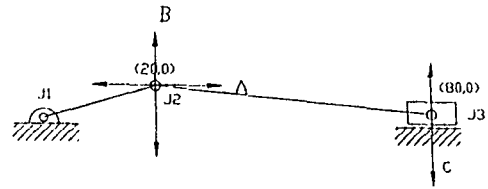
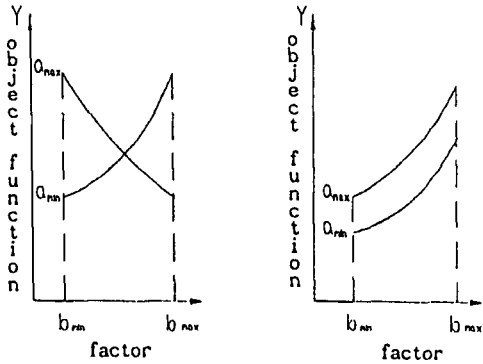


Fig. 1 Slider crank link mechanism

건식으로 구성이 된다. 여기서 목적함수는 J1에 연결된 링크를 회전시키는 구동 토크 값으로 한다.

실험에 있어서 목적함수값에 영향을 준다고 생각되는 무수히 많이 존재하는 원인들중 실험에 직접 취급되는 원인을 인자(factor)라 한다. 그리고 실험을 하기위한 인자의 조건을 인자의 수준(level)이라 한다. 이 인자의 수준으로 취한 값의 수를 수준수라 한다. 실험의 목적을 달성하기 위해서는 실험을 실시하기 이전에 실험에 대한 충분한 계획이 없이는 소기의 목적을 달성하기 어렵다. 이런 의미에서 실험계획법이란 실험에 대한 계획을 의미하는 것으로 해결하고자 하는 문제에 대하여 실험을 어떻게 행하고, 데이터를 어떻게 취하며 어떠한 통계적 방법으로 데이터를 분석하면 최소의 실험회수로 최대의 정보를 얻을 수 있는가를 계획하는 것이라 정의 할 수 있다. 인자수 및 수준수, 교호작용의 유무는 실험회수를 정하는 중요한 요인이 된다. 최소의 실험을 하기 위하여 직교배열표를 이용한 실험표는 L4OA, L8OA, L16OA 및 L9OA, L27OA, L81OA 등이 사용되는데,⁽¹¹⁾ L4OA, L8OA, L16OA 등은 2수준인 경우 사용되는 실험표이고, L9OA, L27OA, L81OA 등은 3수준인 경우 사용되는 실험표인데, 4, 8, 16, 9, 27, 81 등은 실험회수를 나타낸다. 실험표의 선택은 다음과 같다. 목적함수에 민감하게 영향을 미치는 설계변수가 선정이 되면, 이 설계변수의 수와 교호작용이 있는 교호의 수, 그리고, 수준수로 실험표를 선택하는데, 교호작용은 인자 A의 효과가 인자 B의 수준의 변화에 따라 변화하는 경우에 교호작용이 있다고 하고, Fig. 2에서와 같이 (a)는 교호작용이 있는 경우이고 그림 (b)는 교호작용이 없음을 그래프로 판별한다.

이 설계변수의 수와 교호의 수가 실험표의 인자의 수이다. 수준수는 설계변수의 범위가 최소값 < 중간값 < 최대값 과 같이 정해지면 3수준이고, 최소값 < 최대값과 같이 주어지면 2수준이다. 2수준을 사용하면 실험회수는 3수준보다 줄어든다고 볼 수



(a) With interaction (b) Without interaction

Fig. 2 Interaction figure

Table 1 Table L 9 orthogonal array

Number of experiment	Variable A	Variable B	Variable C	Error E	Objective function
1	0	0	0	0	
2	0	1	1	1	
3	0	2	2	2	
4	1	0	2	1	
5	1	1	0	2	
6	1	2	1	0	
7	2	0	1	2	
8	2	1	2	0	
9	2	2	0	1	

있으나 데이터 분석시 1차 직선의 꼴을 나타내고, 3수준 실험을 하면 2차식의 꼴로 나타난다. 만약 3수준이면서 설계변수가 3개이고, 교호작용이 없다면 실험표 L9OA를 사용하고, 2수준이면서 설계변수가 3개이면 실험표 L8OA표를 이용하여 실험을 하게 된다.

Tables 1, 2에서 0은 각 인자의 최소값을, 1은 중간값을, 2는 최대값을 나타낸다. 여기서 에러항은 분산분석시 고려하는 항이므로 고려하지 않기로 한다. 그러나 다음에 설명하게 될 2차 회귀모형함수를 어떤 식으로 정하는가에 따라 위의 실험표를 그대로 사용할 수도 있지만 그대로 사용하면, 나중에 행렬계산시 역행렬을 구할 수 없으므로 중심합성계획법을 이용하기로 한다.

Table 2 Table L 8 orthogonal array

Number of experiment	Variable A	Variable B	Variable C	Error E	Objective function
1	0	0	0	0	
2	0	0	1	1	
3	0	1	0	1	
4	0	1	1	0	
5	1	0	0	0	
6	1	0	1	1	
7	1	1	0	1	
8	1	1	1	0	

Table 3 Experiment table of BIBD for 3 variables and 2 levels

Number of experiment	Variable A	Variable B	Variable C
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	1
3	-1	1	-1
4	-1	1	1
5	1	-1	-1
6	1	-1	1
7	1	1	-1
8	1	1	1
9	0	0	0
10	$-\alpha$	0	0
11	α	0	0
12	0	$-\alpha$	0
13	0	α	0
14	0	0	$-\alpha$
15	0	0	α

중심합성계획은 2수준 실험인 경우 회귀모형함수가 1차식이므로, 2차 회귀모형의 곡면적인 반응을 감지할 수가 없으므로 이를 추정하고 적은 실험회수로 곡면을 추정하기 위한 방법으로, 2수준 실험

에 추가시킨 실험계획을 말한다.

Table 3의 행렬에서 처음 8줄은 2수준 실험표(L8OA)를 그대로 사용하였고, Table 3에서의 인자의 수준(-1,1)는 Table 2에서의 인자의 수준(0,1)에 각각 해당된다. 그리고, 가운데 0,0,0행은 중심점의 수를 말하며, 1개 이상이면 이면 되고⁽¹¹⁾ 나머지가 들어간 행은 축점을 뜻하여 Table 4에서 결정한다.

위의 표에서 k는 요인수(설계변수)를 뜻하고, n은 중심점의 수를 뜻한다. 이제 예제를 사용하여 실험계획표를 다루기로 한다. L8OA표와 중심합성계획을 이용한 실험을 하기위해 슬라이더 크랭크 기

구에서 회전조인트(J2)를 x, y방향으로 각각 +2, -2변하고 회전조인트(J3)는 y방향으로 +2, -2변할 수 있다고 하자. 그러면 설계변수는 3개이고 2수준(즉 최소값, 최대값만을 고려하여 각각 -2, +2로 표현 : $a=(A-20)/2$, $b=B/2$, $c=C/2$)으로 하고 L8OA를 이용하여 다음의 표를 만든다. 여기서 각 구간은 $18 \leq A \leq 22$, $-2 \leq B \leq 2$, $-2 \leq C \leq 2$ 인데, 순수 L8OA를 이용하고 중심합성계획을 하면, 실험표는 Table 5와 같다.

실험계획을 통한 실험회수는 15회이다. 만약, 실험계획을 하지 않았다면, 변수가 3개이므로 L27OA표를 이용하여야 하는데, 이 표를 이용하면 총 27회의 실험을 하여야 했을 것이다.

Table 4 Balanced incomplete block design(BIBD)

k	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5
2	1.000	1.078	1.147	1.21	1.267
3	1.216	1.287	1.353	1.414	1.471
4	1.414	1.482	1.547	1.607	1.664
5	1.596	1.662	1.724	1.784	1.841
6	1.761	1.824	1.885	1.943	2.000

Table 5 Design of experiment using BIBD

No. of exp	a	b	c
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	1
3	-1	1	-1
4	-1	1	1
5	1	-1	-1
6	1	-1	1
7	1	1	-1
8	1	1	1
9	0	0	0
10	-1.216	0	0
11	1.216	0	0
12	0	-1.216	0
13	0	1.216	0
14	0	0	-1.216
15	0	0	1.216

2.2 설계변수로 구성되는 모형함수 구성

목적함수값과 설계변수간의 관련성을 함수의 형태로 표현하기 위한 모형을 만드는데, 이를 회귀모형함수(regression model function)라고 한다. 이처럼 설계 변수에 종속인 목적함수값의 변화를 설명하기 위하여 k개의 설계변수가 사용되어 각 설계변수의 주어진 범위내에서 목적함수와의 관계를 표현하는 것을 중회귀모형이라고 한다. 이 모형은 n개의 데이터에 대하여 아래와 같이 표현된다.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

$$i=1, 2, \dots, n \tag{1}$$

식(1)에서 항은 미지수이고 이는 다음과 같이 구해진다.

$$Y_i = (1, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}) \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \epsilon_i \tag{2}$$

식(2)를 행렬식으로 표현하면

$$Y = X\beta + \epsilon \tag{3}$$

식(3)에서

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_k \end{bmatrix} \quad (4)$$

이다. 최소 제곱법에 의하여 최소화시키려는 오차 제곱의 합을 행렬을 사용하여 표현하면

$$\begin{aligned} \epsilon^T \epsilon &= (Y - X\beta)^T (Y - X\beta) \\ &= Y^T Y - 2\beta^T X^T Y + \beta^T X^T X \beta \end{aligned} \quad (5)$$

되며 이를 β 로 미분하여 영으로 놓으면 아래의 값을 얻을 수 있다.

$$X^T X \beta = X^T Y \quad (6)$$

식(6)의 양변에 $(X^T X)^{-1}$ 을 곱하면

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (7)$$

위의 식(7)을 계산하면 식(1)에서 중회귀 모형함수를 구할 수 있다. 위의 과정을 이용하여 슬라이더 크랭크 기구의 2차모형함수를 구하도록 한다.

각 요인(A, B, C)을 독립변수 a, b, c(각각은 가급적 -1, 0, 1)로 표현하면, $a = (A - 20)/2$, $b = B/2$, $c = C/2$ 인데, 이는 행렬계산시 계산을 간단화 하기 위함이다.

선형변환된 독립변수 a, b, c에 의한 데이터를 2차식으로 표현하면

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_1^2 + \beta_5 x_2^2 + \beta_6 x_3^2 \\ &\quad + \beta_7 x_1 x_2 + \beta_8 x_1 x_3 + \beta_9 x_2 x_3 \end{aligned} \quad (8)$$

이고, 각 변수를 계산하기위한 행렬 X는 아래와 같이 정의된다.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{31} & x_{11}^2 & x_{21}^2 & x_{31}^2 & x_{11}x_{21} & x_{11}x_{31} & x_{21}x_{31} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{32} & x_{12}^2 & x_{22}^2 & x_{32}^2 & x_{12}x_{22} & x_{12}x_{32} & x_{22}x_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & x_{3n} & x_{1n}^2 & x_{2n}^2 & x_{3n}^2 & x_{1n}x_{2n} & x_{1n}x_{3n} & x_{2n}x_{3n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

실험에서 X, y(실험한 목적함수값)는

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 23.02433 \\ 24.27924 \\ 23.67443 \\ 32.47104 \\ 31.37280 \\ 33.71448 \\ 32.54346 \\ 27.67673 \\ 22.55642 \\ 33.34042 \\ 27.45071 \\ 28.51535 \\ 28.17481 \\ 27.20260 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서, y는 실험한 목적함수의 측정치이다.

각 미지의 계수인 β 의 값은 정의 $(X^T X)^{-1} X^T Y$

Table 6 Analysis of variation(ANOVA) table

Factor	S	Φ	V	F ₀	F(α)
Regression variation	$SSR = \beta^T X^T Y - n(Y)^2$	k	MSR	MSR/MSE	F-distribution
Residual variation	$SSE = SST - SSR$	n - k - 1	MSE		
Sum	$SST = Y^T Y - n(Y)^2$	n - 1			

=β에 의해 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \\ \beta_7 \\ \beta_8 \\ \beta_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27.6720 \\ 4.4393 \\ 0.4603 \\ -0.4222 \\ 0.1879 \\ 0.2114 \\ 0.0123 \\ 0.1348 \\ -0.1369 \\ -0.0135 \end{bmatrix} \quad (11)$$

위의 계수를 식(8)에 대입하면 2차 모형은 다음식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \hat{y} = & 27.6720 + 4.4393x_1 + 0.4603x_2 - 0.4222x_3 \\ & + 0.1879x_1^2 + 0.2114x_2^2 + 0.0123x_3^2 \\ & + 0.1348x_1x_2 - 0.1369x_1x_3 - 0.0135x_2x_3 \end{aligned} \quad (12)$$

2.3 모형함수의 정밀도 측정

2.2절에서 구한 모형함수가 설계변수와 목적함수와의 관계를 어느 정도 잘 표현하였는가를 확인하는 과정이 필요한데, 그 이유는 식(1)의 모형함수가 의미가 있는 경우에 한하여 올바른 최적설계를 할 수 있는 것이므로 모형함수의 올바른 판단을 위하여 분산분석표를 이용하여 F-검정, 또는 결정계수법을 사용한다.⁽¹¹⁾ 분산분석표를 작성하기 위하여 아래의 사항을 고려한다.

하나의 측정값 y_i 와 y_i 들의 평균 \bar{y} 와의 차이를 총 편차라고 하고 다음의 두 편차의 합으로 나타낼 수 있는데, 여기서, \hat{y}_i 는 추정 함수값이다.

$$(y_i - \bar{y}) = (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y}) \quad (13)$$

식(13)의 양변을 제곱하고 모든 i 에 대하여 합하면

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (14)$$

식(14)의 좌변항을 총 변동이라 하고 SST 라고 표기하며,

$$SST = SSE + SSR \quad (15)$$

여기에서 SSE은 편차제곱합이라 하고, 주어진 설계변수값에서 목적함수값의 변동을 나타내는 것으로 모형함수에 의하여 설명 안되는 변동을 뜻하고, SSR은 모형함수에 의해 설명되는 변동을 나타낸다. 위에서 논의된 세가지 변동의 간단한 계산방법

은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} SST &= Y^T Y - n(Y)^2 \\ SSR &= \beta^T X^T Y - n(Y)^2 \\ SSE &= SST - SSR \end{aligned} \quad (16)$$

이제 분산분석표를 작성하면,⁽¹¹⁾ Table 6와 같다. Table 6에서

$$MSR = \frac{SSR}{K} \text{이고, } MSE = \frac{SSE}{n-k-1} \text{이다.}$$

F-검정을 하기 위하여는 두가지 가설을 세우는데,⁽¹¹⁾ 아래와 같이 세운다.

$$\text{귀무가설: } \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0$$

$$\text{대립가설: } \beta_1 \neq \beta_2 \neq \beta_3 \neq \dots \neq \beta_k \neq 0$$

여기서, 귀무가설(null hypothesis)은 검정의 대상으로 삼는 가설이고, 대립가설(alternative Hypothesis)은 이를 부정하는 가설이다. 귀무가설이 세워지면 표본을 관찰하여, 가설을 채택할 것인가, 부정할 것인가를 결정하기 위한 통계량을 채택하여야 한다. 이러한 통계량을 검정통계량(test statistic)이라한다. 이 검정통계량도 통계량이므로 확률변수이며 확률분포를 갖는다. 검정통계량의 분포를 알면 그 영역을 기각역(rejection region)과 채택역(acceptance region)으로 나누어 검정통계량의 값이 기각역에 속하면 귀무가설을 기각하고, 아니면 채택한다. 귀무가설이 맞을 때에도 검정통계량의 값이 기각역에 속할 때가 있는데, 이러한 확률을 검정의 유의수준이라 한다. 이제, 검정통계량 $F_0 > F(\alpha)$ 면 귀무가설을 기각하고 대립가설을 채택하게 된다. 만약 귀무가설이 기각되면 $\beta_1 \neq \beta_2 \neq \beta_3 \neq \dots \neq \beta_k \neq 0$ 이므로 모형함수가 유의하다고 본다.⁽¹¹⁾

이 때에는 MSR이 MSE보다 상대적으로 큰 값이므로 SSR이 SSE보다 상당히 크다는 결론을 내릴 수 있고, 이는 총 변동 SST 중에서 회귀변동 SSR이 차지하는 비율이 매우 크다고 결론을 지을 수 있다. 또 결정계수에 의해 판단하는 방법으로는 다음식을 사용할 수 있다.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (17)$$

이는 총 변동 중에서 모형함수에 의해 설명되는 변동이 차지하는 비율이다. 식(17)의 값은 0과 1 사이의 값으로 상관관계가 클수록 식(17) 값은 1에 가까워지며, 이 값이 클수록 정확한 모형함수라는

Table 7 Analysis of variation(ANOVA) table

Factor	S	ϕ	V	F_0	$F(\alpha)$
Regression variation	220.8645	3	73.6215	183170.00	7.59
Residual variation	0.0044	11	0.00040193		
Sum	220.8689	15			

판단을 할 수 있다. 진행된 예제에서 추정된 모형 함수의 정당성을 판단하기 위하여 분산분석표를 이용한 F -검정법을 이용하면, Table 7과 같다.

Table 7에서 Table 6의 α 를 이용하는데, 여기서는 99%의 검정역에서 살펴보는 것이므로, 0.01을 이용하여, $F_0 \gg F(0.01)$ 이므로 위의 2차 모형함수는 시스템을 매우 잘 표현한 것이라고 할 수 있다.

2.4 최적설계변수 선정

2.3절까지 모형함수가 정하여졌고, 그의 실제 시스템과의 관계도 확인이 되었으므로 식(12)의 최소

값을 나타내는 함수값과 그때의 각 독립변수를 선정하여야 한다. 이 최적 변수값을 구하기 위하여 최적설계 프로그램인 ADS Ver.1.1⁽¹²⁾을 사용하였는데, 이 프로그램중 추정된 모형함수를 직접 목적함수로 이용하고 구속조건이 없고, 상, 하한 경계치를 입력하여 최소값을 구하는 부분만을 이용하였다. 위에서 설명한 통계적 처리를 이용한 기구의 최적설계의 흐름도가 Fig. 3와 같다.

3. 예 제

앞에서 설명한 방법을 이용하여 기구의 최적설계를 하기 위하여 캠코더(cam corder)에 있는 하우징(housing)부분을 예제로 선택하였다. 이 모델은 캠코더 부분의 하우징으로서 사람이 카세트홀더를 누르면 홀더가 닫히는 부분이다. 최소의 힘으로 홀더를 안착하게 하기위한 최적설계를 예제로 하였다. 이때 설계변수의 선정은 하우징의 구속 경로를 바꾸지 않는 범위내에서 민감도해석을 하여 선정하였고 기존의 모델보다 누르는 힘을 작게하도록 최적설계의 목적함수를 잡았다.

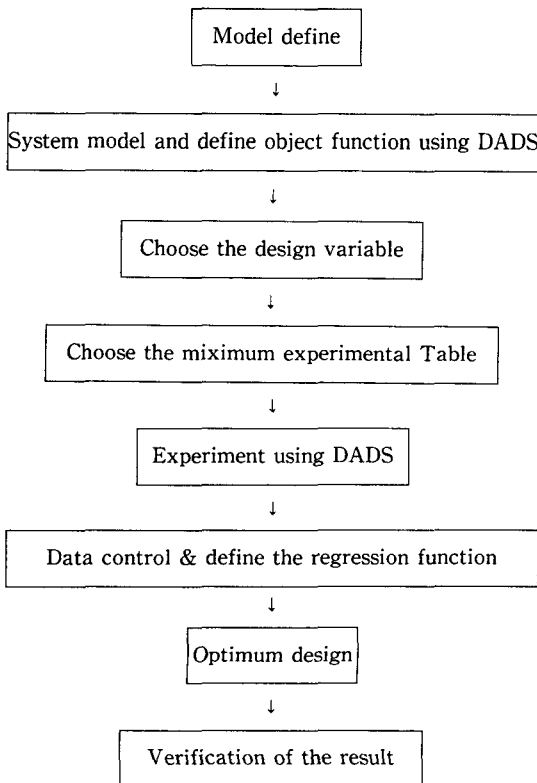


Fig. 3 Flow chart of optimum design

3.1 기구구성 및 범용 기구동력학 해석 프로그램을 이용한 모델링

이 부분은 5개의 강체, 4개의 회전조인트, 2개의 캠 조인트, 1개의 스프링, 1개의 동력조건식으로 구성되어 있고, 목적함수는 구동토크 값이다.

3.2 범용 기구동력학 해석 프로그램을 이용한 설계변수 선정

이 모델에서 목적함수는 구동 토크로 정의한다. 이는 사람이 누르는 힘과 구동 토크와는 비례적인 관계를 가지고 있으므로 모델구성상 편리를 위해서이다.

이 모델은 카세트홀더가 Fig. 5와 같이 주어진 구속경로를 따라 움직여야 한다는 특수성을 가지고

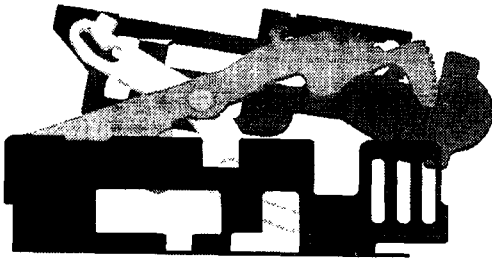


Fig. 4 Housing model of a cam corder

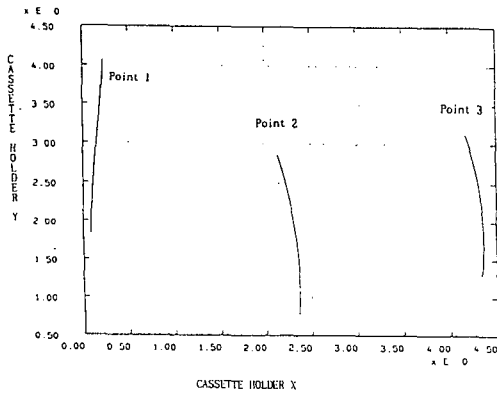


Fig. 5 Housing down path

있으므로 이를 고려하면 여러가지 많은 독립변수들 중 다음의 3가지를 선택할 수 있는데, 이 독립변수들을 선택한 이유는 다른 독립변수를 변화시키면 기구학적으로 원래 모델과는 다른 모델이 되므로 설계 구조를 고려한 것이다.

이 3개의 독립변수들은 댐퍼의 X, Y 위치 및 기어조인트로 연결되어 있는 기어의 반경을 선택하여 민감도해석을 한다. 물론 스프링계수나 댐핑을 나타내는 댐퍼의 토크 그리고, 스프링위치 역시 선택할 수 있지만, 이 변수들은 스프링의 계수가 작을수록 또, 스프링의 늘어난 길이가 작을수록 구동 토크의 값이 줄어든다는 것이 물리적으로 확실하므로 제외시켰다. 참고문헌⁽¹⁸⁾과 같은 민감도 해석방법을 이용하기 위해 먼저 댐퍼의 X위치를 1cm 변환시켰을 때의 구동 토크는 0.17601 N·m이고, 댐퍼의 Y위치를 1cm 변화시켰을 때의 구동 토크는 0.15897 N·m이고, 반경을 0.1cm 변환시켰을 때의 구동 토크는 0.14364 N·m 이며, 왼쪽링크의 X위치로 0.1cm 변환시켰을 때의 구동 토크는 0.15583 N·m이다. 원래 모델에서의 구동 토크는 0.15596 N·m이므로 민감도계수를 계산하면 댐퍼를

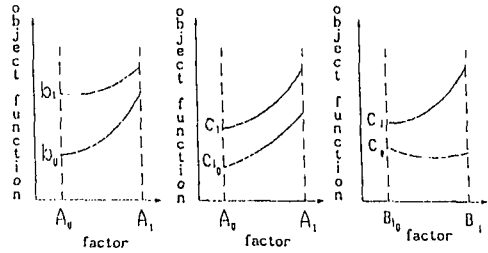


Fig. 6 Interaction between variables

X방향으로 1cm 이동시의 민감도계수는 2.004, 댐퍼의 Y방향으로 1cm 이동시는 0.30149, 반경을 0.1cm 변화시의 민감도계수는 12.3187, 왼쪽링크를 X방향으로 0.1cm 이동시의 민감도계수는 0.1299이다. 민감도계수들을 비교하면 반경 변화시 구동 토크(목적함수)에 많은 영향을 준다는 것을 알 수 있고, 댐퍼의 Y방향 이동시와 왼쪽링크의 X방향 이동시는 많은 변화를 주지 않는다는 것을 알 수 있다. 민감도계수를 보고 설계변수를 지정하므로, 여기서는 민감도계수인 왼쪽링크의 X방향 변수를 설계변수에서 제외하고, 세개의 독립변수(댐퍼의 X, Y방향 및 기어 반경)를 설계변수로 지정하여 실험한다. 그리고 실험에 의해 다음의 그림과 같이 각 설계변수들의 교호작용은 없다고 본다.

3.3 실험계획법 및 통계적 처리

위에서 구한 설계변수를 아래의 통계적 실험방법으로 최소의 실험을 수행한다. 설계변수는 3개이므로 3요인, 설계변수의 범위는 최소값, 최대값으로 선정하므로 2수준이다. 각 설계변수의 범위는 상, 하한 극한값으로 이것은 $5.502 < A < 6.502$, $2.418 < B < 3.418$, $0.1 < C < 0.3$ 이다. 이 범위의 선정은 댐퍼가 카세트홀더에 회전조인트로 연결되어 있고 카세트홀더는 서브샤시에 안착시 들어가야 하기 때문에 이 구속 조건내에서 최대의 범위를 설정한 것이다. 이 실험을 하기위해 사용되는 것으로 L8 OA표로 실험계획을 한다. 실험표에서 최소값은 -1, 최대값은 1로 쓴다. 원래의 L8OA를 이용하면 8번의 실험을 하여야 하지만 2.2절에서 언급한 내용을 따르면 8번의 실험으로 식(1)에서의 10개의 미지수를 구할 수가 없기때문에 중심합성계획법을 이용한다. 총 실험회수는 15번 이다.

실험표를 이용하여 각 설계변수와 목적함수(실험

Table 8 Design of experiments using BIBD of L8OA

No. of exp.	A	B	C	Obj. function
1	-1	-1	-1	0.17997
2	-1	-1	1	0.13964
3	-1	1	-1	0.17430
4	-1	1	1	0.13709
5	1	-1	-1	0.21626
6	1	-1	1	0.15146
7	1	1	-1	0.21131
8	1	1	1	0.14992
9	0	0	0	0.15606
10	-1.216	0	0	0.14421
11	1.216	0	0	0.16794
12	0	-1.216	0	0.16022
13	0	1.216	0	0.15672
14	0	0	-1.216	0.21332
15	0	0	1.216	0.14216

값) 간의 관계식(2차 회귀모형함수)을 구하면,

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_1^2 + \beta_5 x_2^2 + \beta_6 x_3^2 + \beta_7 x_1 x_2 + \beta_8 x_1 x_3 + \beta_9 x_2 x_3 \quad (18)$$

에서 위의 식(18)에서의 2차 방정식의 미지수는 아래에서 구할 수 있다. 이때 행렬 X 의 구성요소 X_1, X_2, X_3 는 각각

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{A-6.002}{0.5} \\ X_2 &= \frac{B-2.918}{0.5} \\ X_3 &= \frac{C-0.2}{0.1} \end{aligned} \quad (19)$$

이 되게 치환하는데, 행렬계산의 편의를 위한 것이다. 행렬계산을 하기 위하여 Matrix-x⁽²⁰⁾를 이용하여 다음의 식을 계산하였고, 이때, 위의 식(19)에 의한 행렬 X, Y (실험값)를 다음과 같이 정의한다.

행렬 X 는

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

행렬 Y 는

$$Y = \begin{bmatrix} 0.17997 \\ 0.13964 \\ 0.17430 \\ 0.13709 \\ 0.21626 \\ 0.15146 \\ 0.21131 \\ 0.14992 \\ 0.15606 \\ 0.14421 \\ 0.16794 \\ 0.16022 \\ 0.15672 \\ 0.21332 \\ 0.14216 \end{bmatrix} \quad (20)$$

이때 미지 행렬 β 는

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \\ \beta_7 \\ \beta_8 \\ \beta_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.15736 \\ 0.01574 \\ -0.00173 \\ -0.02649 \\ -0.00116 \\ 0.00046 \\ 0.01349 \\ 0.00022 \\ -0.00608 \\ -0.00082 \end{bmatrix} \quad (21)$$

위의 (21)에서 구한 미지수를 (18)에 대입하면

$$Y = 0.15736 + 0.01157X_1 - 0.00173X_2 - 0.02649X_3 - 0.00116X_1^2 + 0.00046X_2^2 + 0.01349X_3^2 + 0.00022X_1X_2 - 0.00608X_1X_3 + 0.00082X_2X_3 \quad (22)$$

식(22)의 2차 비선형 방정식에서 각 변수 X_1, X_2, X_3 의 범위는 식(19)에 의해 각각 $-1 < X < 1$ 이므로 이의 최소값을 구하면 $X_1 = -1, X_2 = 1, X_3 = 0.72609$ 이다. 위의 값을 식(19)에 대입하면 $A = 5.502, B = 3.148, C = 0.272609$ 이고, 이 때의 최소값은 $0.13603 \text{ N}\cdot\text{m}$ 의 구동 토크를 가진다.

3.4 결과 검증

3.4.1 ANOVA Table에 의한 측정방법

먼저 앞절의 식(23)에서 구한 2차 방정식이 시스템에 어느 정도 가까운가를 확인한다. 통계적 관점으로 보면 위에서 구한 방정식의 정밀도를 측정하는 방법은 여러 가지가 있으나 여기서는 분산분석표를 이용한 방법과, 결정계수방법 두가지로 측정해 보도록 한다. 분산분석표에 의한 F-검정방법을 설명한 Table 6를 이용하여 분산분석표를 만들면 위표에서 F_0 값이 $F(0.01)$ 값보다 매우 크므로 추정된 방정식이 매우 유의하다고 본다.

3.4.2 결정계수에 의한 측정방법

식(17)에서 R^2 의 값이 $0 < R^2 < 1$, 에 있고 1에 가까울수록 추정된 2차 방정식은 높은 정밀도를 가진다고 본다. 실험에서 결정계수는 $R^2 = 0.99537373$ 이므로, 총 변동중에서 회귀변동이 차지하는 비율이 99.537373%로서, 추정된 2차 방정식은 매우 좋은 정밀도를 가진다고 본다.

위의 두 가지 측정결과로부터 추정된 2차방정식

이 매우 높은 정밀도로 시스템을 표현하였으므로, 위에서 구한 값이 최적값이라고 말할 수 있다.

이제, 위에서 구한 최적설계변수를 이용하여 DA DS로 다시 모델링하여 구동 토크를 구한 결과 구동 토크는 $0.13946 \text{ N}\cdot\text{m}$ 이고, 각 최적설계변수는 $A = 5.502, B = 3.418, C = 0.272609$ 이다. 통계처리한 최적값과의 오차는 2.457%이므로 무시가능하다고 본다.

4. 결 론

본 논문은 최적화 설계를 하는 방법을 제시하였는데, 장점은 아래와 같다.

(1) 범용 기구동력학 해석 프로그램을 이용하여 쉽게 시스템을 정의할 수 있다.

(2) 범용 기구동력학 해석 프로그램의 후처리기능(post processor)을 이용하여 손쉽게 원하는 목적함수값을 알 수 있다.

(3) 범용 기구동력학 해석 프로그램을 이용하여 설계변수를 설정하기 위하여 민감도해석을 손쉽게 하였다.

(4) 실험계획법을 이용하여 실험회수를 줄이고, 통계처리를 하여 모형함수를 쉽게 얻을 수 있고, 이 모형함수의 정당성을 검증할 수 있다.

(5) 전과정을 통해 기존의 최적화 방법보다 손쉽게 최적설계를 할 수 있다.

설계변수의 수가 상당히 많은 경우에는, 그에 따라 실험의 회수가 기하학적으로 증가하는 단점이 있으나 경험과 범용 기구동력학 해석 프로그램을 이용한 민감도해석을 통해 목적함수에 영향을 주는 설계변수의 수를 최소한으로 줄여서 사용하면 빠른 시간안에 최적설계를 할 수 있다.

참고문헌

- (1) Sohoni, V. and Haug, E. J., 1982, "A State space Technique for kinematic Synthesis and Design of Planer Mechanism and Machine," *Trans. ASME*, Vol. 104, pp. 101~108.
- (2) Haug, E. J., 1986, "Design Sensitivity Analysis of Dynamic Systems," *Proceeding of NATO Advanced Study Institute*, Protugal, July.
- (3) 최진호, 최동훈, 1993, "VHS 방식 VTR주행 계요소의 기하학적 배치변동에 따른 주행경로의

Table 9 Example of ANOVA table⁽¹¹⁾

Factor	S	Φ	V	F_0	$F(0.01)$
Regression variation	1.0294E-02	3	3.4312E-03	788.9085	7.59
Residual variation	4.7842E-05	11	4.3493E-06		
Sum	1.0341E-02	15			

- 오차민감도 해석,” 대한기계학회논문집, 제17권 제11호, pp. 2655~2663.
- (4) Wehage, R. A., Barman, N. C. and Haug, E. J., 1981, “Design Sensitivity Analysis of Planer Mechanism and Machine Dynamic,” *Trans. ASME*, Vol. 103, pp. 560~570.
- (5) Paul, E. Ehle. and Edward, J. Haug, 1982, *Second-Order Design Sensitivity Analysis Of Mechanical System Dynamics*, John Wiley & Sons.
- (6) Edward, J. Haug. and Jasbir, S. Arora, 1979, *Applied Optimal Design*, John Wiley & Sons.
- (7) Haug, E. J., Wehage, R. A. and Mani N. K., 1984, “Design Sensitivity Analysis of Large-Scale Constrained Dynamic Mechanism System,” *Trans. ASME*, Vol. 106, pp. 156~162.
- (8) Mani, N. K. and Haug, E. J., 1985, *Engineering with Computers*, Vol. 1, pp. 103~109.
- (9) Jasbir, S. Arora, 1989, *Optimum Design*, McGraw-Hill.
- (10) Phillip J. Ross, 1988, *Taguchi Techniques for Quality Engineering*, McGraw-Hill.
- (11) 박성현, 1992, 현대 실험계획법, 민영사.
- (12) Ray C, Johnsons, 1980, *Optimum Design of Mechanical Elements.*, John-Wiley & Sons.
- (13) Johnson, S. R. and Subheder, J. W. 1979 *SAE 790974*.
- (14) Geck, P. E. and Patton, R. D., 1984, *SAE 840746*.
- (15) Ford D. M., 1985 *SAE 850976*.
- (16) Flanipan D. L., Wu L. H., and Sabelt F., 1988 *SAE 880884*.
- (17) *DADS User's Manual*, 1993, Computer Aided Design, Coralville, IA, U. S. A.
- (18) 김충웅, 1994, “VTR-Deck 기구의 최적설계,” 아주대학교, 석사학위논문.
- (19) Haug, E. J., 1992, *Intermediate Dynamics*, Prentice-Hall.
- (20) *Matrix-x User's Manual*, 1993, ISI.