

〈論 文〉

2차원 8절점 등매개요소를 사용한 피로크랙개구거동의 유한요소해석

송삼홍* · 김 현**

(1993년 1월 27일 접수)

The Finite Element Analysis of Fatigue Crack Opening Behavior Using Two Dimensional Eight Node Isoparametric Element

Sam Hong Song* and Hyun Kim**

Key Words : Finite Element Analysis(유한요소해석), Fatigue Crack Opening Behavior(피로크랙개구거동), Opening Ratio(개구비), Isoparametric Element(등매개요소), Analysis Model(해석모델)

Abstract

The fatigue crack opening behavior is analyzed using finite element method. Because extremely fine mesh subdivision is required when using constant stress constant strain triangular element, this study uses conventional two dimensional eight node isoparametric elements. Since plastic zone size is similar to crack propagating length per each load cycle because of relatively large element size, a new analysis model that a crack propagates every two load cycle is suggested. the opening load and crack opening displacement can be obtained accurately by this method.

기 호 설 명

a : 크랙길이 (mm)

ΔK : 응력 확대계수범위 ($MPa\sqrt{m}$)

ΔP : 하중범위 (kN)

P : 하중 (kN)

R : 응력비 (P_{min} / P_{max})

U : 개구비 ($\Delta K_{eff} / \Delta K$)

하첨자

eff : 유효

max : 최대

min : 최소

op : 개구

exp : 실험치

F.E.M. : 유한요소 해석치

1. 서 론

피로크랙의 선단은 최소하중에서부터 열리기 시작하는 것이 아니고, 최소하중보다 큰 하중, 즉 개구하중에 달해야 열리기 시작하는데,⁽¹⁾ 이러한 크랙개구의 원인으로서의 크랙면 주위의 잔류소성변위, 크랙면내의 산화물, 크랙면 거칠기 등⁽²⁾이 있다. 크랙개구를 고려하여 피로수명을 계산할 경우에 보다 정확히 피로수명을 예측할 수 있다는 것이 많은 연구자들에 의해 보고되고 있으며, 이러한 방식의 피로수명 산정법은 응력비가 다른 경우의 피로크랙전파 수명예측, 잔류응력장내의 피로크랙전

*정회원, 고려대학교 기계공학과

**정회원, 삼성중공업 창원2연구소 CAE팀

파 수명예측, 변동하중을 받는 경우의 전파 수명예측 등에 사용될 수 있다.

현재 실험을 통해 개구하중을 측정하는 방법으로는 탄성컴플라이언스법,⁽³⁾ 레이저간섭법,⁽⁴⁾ 직접측정법⁽⁵⁾ 등이 있으나, 이러한 측정법들은 실험실내에서만 사용이 가능하며 실구조물에 대해서는 사용이 불가능하다.

즉 실구조물에서 발생한 피로크랙을 대상으로 개구하중을 측정하는 것은 거의 불가능하므로, 이에 대한 개선책으로 유한요소해석을 통한 개구하중의 예측이 이루어져야 될 것으로 생각된다.

전산기의 고속화와 대형화가 이루어진 오늘날에는 실구조물의 피로수명예측을 위해 유한요소법을 사용하는 것이 시간적 경제적인 이익을 얻을 수 있다고 생각된다.

유한요소법을 사용하여 파괴역학적 해석을 하기 위하여는 크랙선단의 특이응력장을 구할 수 있는 요소모형을 사용해야 되는데, 이때 사용되는 요소로는 크랙선단 특이요소와 삼각요소 등이 있다. 현재까지 발표된 많은 연구들에서는 요소분할시 기하학적 유연성이 큰 삼각요소를 주로 사용하고 있음을 볼 수 있다.

그러나 삼각요소는 요소내의 응력 및 변형률이 일정하므로, 삼각요소를 사용하여 크랙선단 특이응력장을 얻기 위하여는 미세한 요소분할이 필요하여 시간적 경제적 낭비가 심해진다. 그 일례로, Newman⁽⁶⁾에 의하면 예리한 피로크랙의 특이응력장을 정확히 재현하기 위하여는 요소 한 변의 길이가 $0.0013 * W$ (여기서 W 는 시험편의 폭) 정도인 미세한 요소가 사용되어야 한다고 한다.

등매개 요소와 같은 高次요소 (higher order element)가 개발 사용되고 있는 오늘날에는, 삼각요소 사용시와 같이 극히 미세한 요소분할을 하지 않더라도, 등매개요소를 약간 변형시킨 크랙선단 특이요소를 사용하여 파괴역학적 해석이 가능하다. 또한 많은 상용 FEM 패키지들은 등매개요소를 주로 사용하고 있으며, 이러한 상용 FEM 패키지들의 파괴역학 해석모듈에서는 크랙선단 특이요소가 많이 사용되고 있다. 일례로, ANSYS⁽⁷⁾를 사용하여 파괴역학적 해석을 하기 위해서는 크랙길이의 1/8보다 작은 요소를 사용하거나 크랙선단 특이모형을 사용하라는 등의 규정이 있으며, ABAQUS⁽⁸⁾에서는 크랙선단 특이모형을 사용하고 있다.

그러나 조사한 바에 의하면 상용 FEM 패키지

중 크랙개구에 대한 해를 제공하는 제품은 찾아보기 힘들며, 또한 등매개요소를 사용하여 피로크랙의 개구를 연구한 예는 찾아보기 힘들므로 이에 대한 연구가 필요하다고 생각된다.

본 연구에서는 삼각요소를 사용시보다 상대적으로 큰 크기의 요소를 사용할 수 있어 시간적 경제적 이익을 얻을 수 있는 2차원 8절점 등매개요소를 사용하여 피로크랙개구거동을 시뮬레이션하였다. 해를 얻기 위해 필요한 경계조건 등을 기존의 연구를 통해 조사하였으며 기존의 연구에서 사용한 방법이 만족할 만한 해를 제공하지 못하기 때문에 새로운 방법을 제시하였다. 그리고 이러한 방법의 유한요소해석으로 구한 피로크랙개구거동을 송삼홍 등⁽¹⁰⁾이 실험관찰한 실제 재료에서의 피로크랙개구거동과 비교검토했다.

2. 해석방법

해석에는 Fig. 1과 같이, 두께 4mm, 폭 50mm, 노치길이 14mm의 SEN 시편 (single edge notched specimen)의 半모델 (half model)을 사용하였으며, 사용한 요소의 수는 141개, 절점의 수는 475개이다.

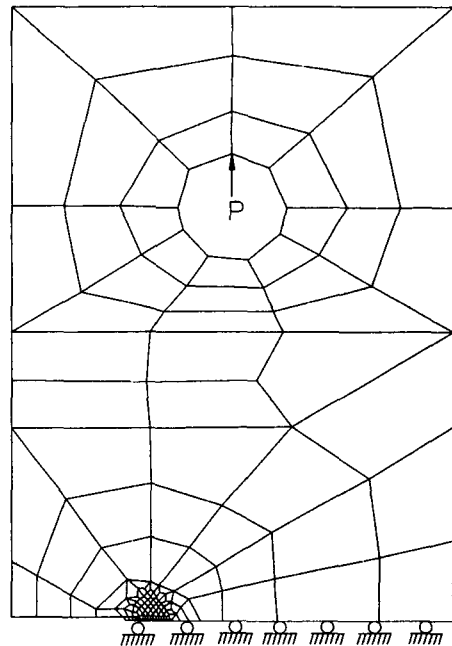


Fig. 1 Finite element modelling of SEN specimen

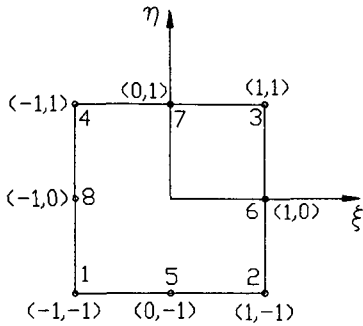


Fig. 2 Two-dimensional isoparametric element

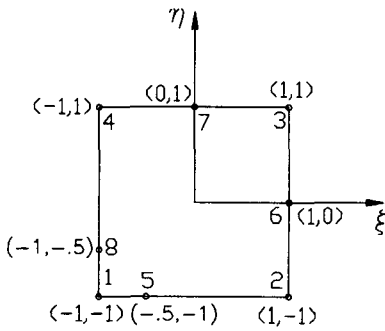


Fig. 3 Crack tip singularity element

해석에 사용된 요소는 Fig. 2와 같은 2차원 8절점 등매개요소이다. 크랙선단 부근에 사용한 크랙선단 특이요소(Fig. 3)는 한 변의 길이가 0.3 mm이며, Newman에 의해 제시된 삼각요소에서 요구되는 크기와 비교해서 면적이 약 21배 이상 큰 요소이다.

해석에 사용한 재료의 물성치로는 Table 1과 같은 일반구조용 압연강재 SS41의 실험 데이터를 사용하였다.

또한 재료의 탄소성거동과 피로크랙개구거동을 해석하기 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

- (1) 재료는 등방성이고 균질하다.
- (2) Bauschinger 효과는 무시할 수 있다.
- (3) 시간과 온도의 영향은 없다.
- (4) 소성변형상태에서의 전체 변형률 증분은 탄성변형률 증분과 소성변형률 증분의 합과 같다.
- (5) 제하시 크랙면으로 가정된 경계선상에 있는 절점의 y방향 변위가 음(-)이 되면, 그 절점의 변위를 0으로 가정하며 절점을 구속시킨다.
- (6) 부하시 크랙면으로 가정된 경계선상에 있는

Table 1 Mechanical properties of SS41

Yield stress	293.2 MPa
Tensile stress	393.0 MPa
Young's modulus (E)	198.3 GPa
Poisson's ratio (ν)	0.3
Hardening parameter (H')	85.4

절점의 반력이 양(+)이 되면, 그 절점의 구속을 해방시킨다.

프로그램은 IBM PC 486 DX2 호환기종(CPU speed: 66MHz)에서 수행되었으며, 계산에 소요되는 시간은 약 3시간 정도이다.

3. 결과 및 고찰

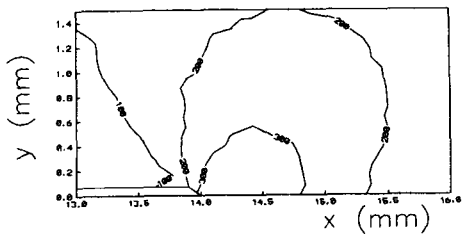
3.1 피로크랙 전파시점에 따른 차이

유한요소해석에 사용되는 피로크랙 전파기법으로는 한 하중사이클마다 한 요소씩 절점의 구속을 해방시키는 것이 일반적이지만 등매개요소를 사용하는 경우에는 이러한 전파기법을 사용할 수 없다고 생각된다.

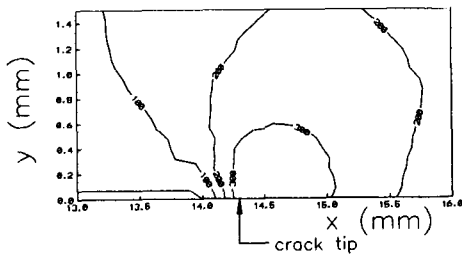
왜냐하면 본 연구에서 사용한 등매개요소는 파괴역학적 해석에 많이 사용된 기존의 삼각요소보다 그 크기가 커서 한 번의 하중사이클마다 한 요소씩 피로크랙을 전파시킬 경우, 한 하중사이클당 전파하는 크랙길이가 요소의 한 변 길이와 같아서 실제 피로크랙의 경우와 많은 차이가 날 것으로 생각되기 때문이다. 즉 유한요소해석에서 한 사이클의 피로하중을 받는 동안 피로크랙선단에서 발생하는 응력 및 변형률의 거동이 실제 피로크랙선단의 응력장의 그것과는 다르다고 예상된다.

이는 최대하중에서의 소성역 크기를 나타낸 Fig. 4에 의해서 설명될 수 있다. Fig. 4(a)는 노치선단의 소성역을, Fig. 4(b)는 크랙이 노치선단에서부터 한 요소만큼 전파한 경우의 소성역을, 그리고 Fig. 4(c)는 Fig. 4(a)와 (b)에서의 소성역 크기를 나타낸 것이다. Fig. 4(c)에서 빗금 친 부분은 크랙이 전파한 뒤 하중이 증가함에 따라 생긴 새로운 소성역을 나타낸다.

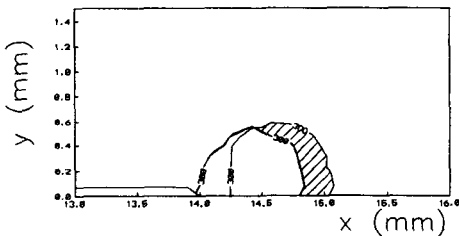
실제 피로크랙의 경우 피로크랙 전파속도가 매우 느려서, 한 하중사이클동안 크랙이 전파하는 거리



(a) Crack length=0.0 mm



(b) Crack length=0.3 mm

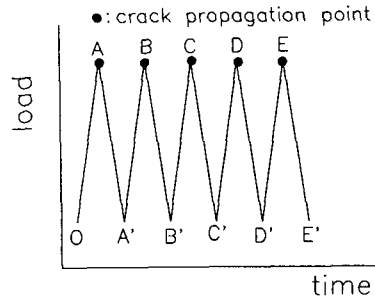


(c) Superposition of plastic zone in (a) and (b)

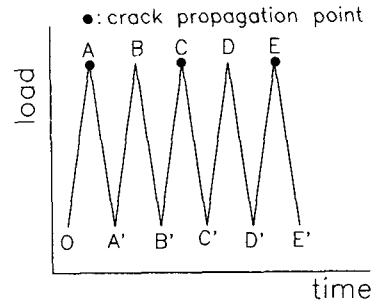
Fig. 4 Stress distribution near notch tip at maximum load

는 소성역 크기에 비해 매우 작고, 한 하중사이클 동안 소성역의 크기 및 형태는 그다지 변하지 않는다. 그러나 유한요소해석시 매 하중사이클마다 피로크랙을 전파시킬 경우에는 Fig. 4(c)의 빗금 친 부분만큼 새로운 소성역이 생기게 되므로 유한요소 해석에 의한 경계조건은 실제 피로크랙이 받는 경계조건과 다르게 된다. 본 해석과 같이 크랙선단 요소의 크기가 소성역 크기의 1/3정도이고, 크랙이 한 하중사이클동안 한 요소씩 전파하면, 실제 피로크랙이 받는 하중사이클동안의 거동과 차이가 발생한다.

기존의 삼각요소를 사용한 연구에서 사용한 방식, 즉 한 하중사이클 동안 한 요소씩 크랙을 전파시키는 방식은 요소의 크기가 작기 때문에 크랙이



(a) Analysis model 1



(b) Analysis model 2

Fig. 5 Analysis models and crack propagation points

전파하더라도 소성역 크기가 큰 차이를 보이지 않는다고 생각된다. 그러나 본 연구에서와 같이 요소의 크기가 삼각요소보다 상대적으로 큰 등매개요소를 사용하는 경우에는 기존의 방식을 사용할 수 없다.

따라서 등매개요소를 사용한 유한요소해석에서 크랙주변의 경계조건을 실제 피로크랙의 그것과 유사하게 만들기 위해, 본 연구에서는 새로운 해석모델을 제안하였다. 기존의 모델과 새로 제안된 모델을 Fig. 5에 제시하였다.

Fig. 5(a)는 매 하중사이클중 최대하중에서 크랙면으로 간주되는 요소의 절점의 구속을 해방시켜 크랙전파를 모델화 한 것으로서, 최대하중인 A, B, C점에서 크랙면상에 있는 절점의 구속을 해방시켰다. 이 모델은 기존의 삼각요소를 사용한 해석에서 사용된 것이다. 본 해석에서는 이러한 형태의 모델을 해석모델 1이라 부르기로 한다. Fig. 5(a)에 의해 해석모델 1을 상세히 설명하면 다음과 같다. 해석모델 1에서는 O-A를 따라 하중이 증가하고 최대하중 A에서 절점의 구속을 해방시켰으며, A-A'를 따라 하중이 제거된다. 최대하중 A에서 크랙면상

에 있는 절점의 구속을 해방시키는 형태로 크랙을 전파시켰기 때문에, A-A'동안 신생 크랙면상의 절점 변위는 0이 되고 크랙면상의 반력은 (-)로 된 상태가 되어 크랙이 전파하지 않은 것과 동일한 형태를 보인다. 다시 A'B'동안 하중이 증가하면 크랙면상의 절점의 y방향 반력이 (+)가 될 때까지는 절점을 구속하고, 반력이 (+)가 되면 구속을 해방시킨다. 절점의 반력이 (+)로 되면 크랙이 개구되며, 하중이 증가함에 따라 아직까지 항복이 일어나지 않은 크랙선단 주위의 요소(Fig. 4(c)에서 빗금 친 영역)에 새로이 항복이 발생하게 된다. Fig. 5(b)는 두 번의 하중사이클마다 최대하중에서 크랙면으로 간주될 요소의 절점의 구속을 해방시킨 모델로서 최대하중 A, B, C, D, E중 A, C, E에서 크랙면상에 있는 절점의 구속을 해방시켰다. Fig. 5(b)와 같은 형태를 해석모델 2라 부르기로 한다. 이 해석모델은 등매개요소를 사용한 피로크랙개구거동의 유한요소해석의 해를 실제와 근사하게 구하기 위해 본 연구를 통해 고안되었다. Fig. 5(b)에 의해 해석모델 2를 상세히 설명하면 다음과 같다. 해석모델 2에서 O-A-A'B'구간은 해석모델 1과 같지만, 최대하중 B에서는 크랙을 전파시키지 않았다. 따라서 최대하중 B에서의 소성역과 최대하중 C에서의 소성역은 거의 유사하게 나타난다. 한 하중사이클동안의 피로크랙 전파에 따라 실제 피로크랙 주위에 나타나는 응력-변형률관계는 바로직전의 하중사이클동안의 응력-변형률관계와 큰 차이가 없다. 해석모델 2로 구한 결과에 의하면 최대하중 B에서의 소성역과 최대하중 C에서의 소성역은 거의

같기 때문에, 실제 재료의 피로크랙 개구거동과 유사한 형태의 거동을 나타낸다. 이 모델을 사용하는 경우에는 B'C-C', D'E-E'에서만 결과를 저장하였다.

위에서 설명한 두개의 해석모델로 구한 해석결과를 Fig. 6에 제시하였다.

Fig. 6(a), (b)는 각 해석모델에서 구한 하중과 일반적인 나이프에지(knife edge) 부착위치에서의 크랙개구변위에 의해, 일반적인 피로크랙 개구시험에서 많이 사용되는 하중-감산변위선도를 구한 것이다. Fig. 6(a)는 해석모델 1을, Fig. 6(b)는 해석모델 2를 사용한 결과이다. Fig. 6(c)는 본 연구의 모델이 된 SS41 시험편을 사용하여 동일한 하중과 크랙길이에서 측정된 하중-감산변위 선도이다. 크랙개구변위를 측정된 위치는 시험편 측면으로 모두 동일하며, 감산변위의 증폭은 모두 25배로 하였다.

Fig. 6(a)에서 해석모델 1을 사용할 경우 개구하중이 4.5 kN으로 실제 실험치 3.31 kN보다 약 40% 높게 나타남을 볼 수 있다. 또 하중 8.33 kN에서부터 감산변위선도가 곡선으로 휘게 되는데, 이는 소성변형을 받지 않았던 크랙선단 주위의 요소들(Fig. 4(c)에서 빗금 친 영역)이 소성을 일으키기 때문이라고 생각된다.

해석모델 2를 사용한 Fig. 6(b)는 개구하중이 2.67 kN으로 실제 실험치보다 약 14%정도 낮은 값을 보인다. 같은 크기의 감산 변위의 증폭에서 해석모델 2는 실험치와 매우 유사한 형태 및 크기를 나타낸다.

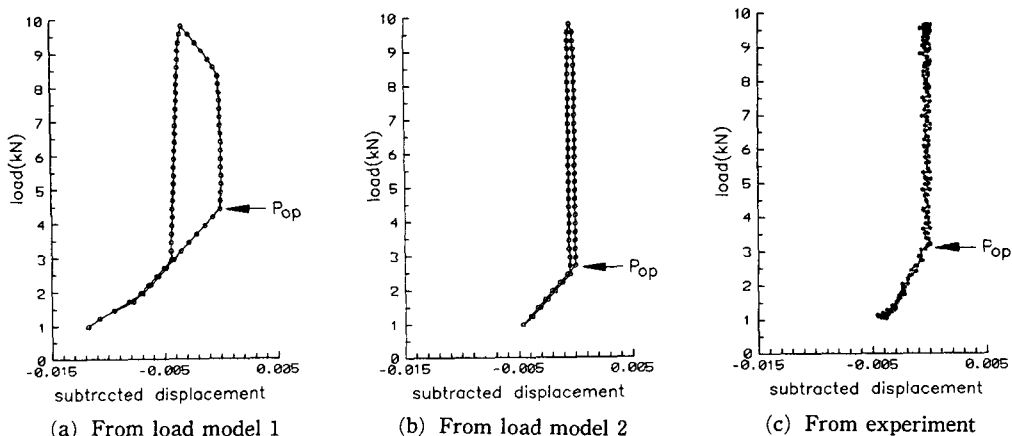


Fig. 6 Load vs. subtracted displacements($P_{max}=9.8\text{kN}$, $R=0.1$)

이상의 결과를 살펴보면, 피로크랙개구거동의 유한요소해석에서 요소의 크기가 클 경우에는 적어도 2회 이상의 하중을 부과하여야 함을 알 수 있다.

다음 절부터의 결과는 해석모델 2만을 사용한 것이다.

3.2 실험결과와 유한요소해석 결과의 비교

Fig. 6에서 살펴본 바와 같이 개구하중은 실제 실험치보다 낮게 구해진다. 이에 대한 이유는 유한요소해석에서는 피로크랙을 직선으로 가정하였기 때문이라고 생각된다. 실제 피로크랙은 거시적으로 모드 I에서 하중직각방향으로 전파하나, 미시적으로는 결정립의 슬립방향에 따라 조금씩 다른 방향으로 전파하여 크랙면이 거칠어진다. 이러한 거친 크랙면 때문에 피로크랙개구가 일어나기도 하는데, 이를 거칠기 유기 피로크랙개구라고 한다.⁽⁹⁾ 본 해석에서는 이러한 거칠기 유기 크랙개구를 고려하지 않았기 때문에 실제 실험치보다 낮은 개구하중이

구해진다고 생각된다.

Table 2에는 본 해석에 사용한 피로하중과, 실험을 통해 수식화 한 응력비와 응력확대계수범위와 개구비의 관계식인 식(1)⁽¹⁰⁾로 구한 개구비 U_{exp} 와, 유한요소해석을 통해 구한 개구비 U_{FEM} , 그리고 두 개구비의 차이를 나타내는 오차 등을 제시하였다.

$$U = 0.96 + 0.1R - \frac{4.10}{\Delta K} \quad (0.1 \leq R \leq 0.5) \quad (1)$$

유한요소해석을 통해 구한 개구비 U_{FEM} 는 실험을 통해 구한 개구비 U_{exp} 와 약 1.6%에서 15.5% 정도의 오차를 보여, 대체로 실험결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

한편 유한요소해석시 하중의 증가폭을 크게 하여 개구하중을 결정하면 하중 증가폭의 차이 때문에 오차율이 클 것으로 예상된다. 본 연구에서는 하중 진폭의 약 1/25에서 1/40으로 하중 증가폭을 선택

Table 2 Loading variables and results

NO.	P_{max} (kN)	P_{min} (kN)	R	a(mm)	U_{exp}	U_{FEM}	error (%)	ΔK ($MPa \cdot m^{1/2}$)
1	9.8	0.98	0.1	0.3	0.79	0.81	1.61	21.10
				0.6	0.80	0.83	4.31	21.77
				0.9	0.80	0.86	6.99	22.46
				1.2	0.81	0.86	6.23	23.17
2	9.8	2.94	0.3	0.3	0.82	0.86	8.19	16.41
				0.6	0.83	0.95	13.03	17.47
				0.9	0.83	0.95	13.03	17.47
				1.2	0.84	0.97	15.44	18.02
3	9.8	4.92	0.5	0.3	0.80	0.84	5.11	11.72
				0.6	0.81	0.92	13.56	12.09
				0.9	0.82	0.92	12.08	12.48
				1.2	0.83	0.96	15.50	12.87
4	12.23	3.97	0.3	0.3	0.88	0.91	2.85	22.16
				0.6	0.89	0.92	3.36	22.86
				0.9	0.90	0.93	3.89	23.59
				1.2	0.90	0.94	4.44	24.34

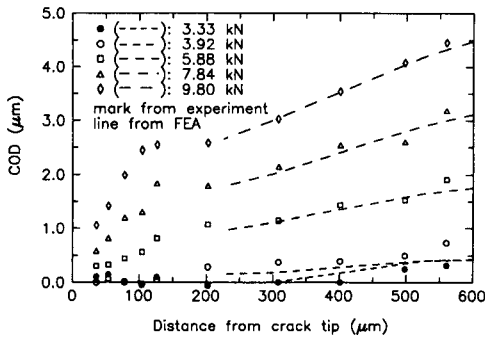


Fig. 7 COD vs. distance from crack tip
(Crack length=14.6 mm, $R=0.3$,
 $\Delta K=12.4MPa\sqrt{m}^{1/2}$)

하였다.

Fig. 7에서는 유한요소해석으로 구한 크랙이 열리는 형상과 실제 재료에서 크랙이 열리는 형상을 비교 제시하였다.

Fig. 7에서 ●, ○, □, △, ◇는 동일한 조건의 실험에서 직접측정법으로 구한 크랙개구변위이며, 점선은 유한요소해석을 통해 구한 크랙개구변위이다. 2차원 8절점 등매개요소를 사용한 유한요소해석을 통해서도 실험치와 매우 유사한 크랙개구변위를 구할 수 있다. 그러나 크랙선단에 매우 가까운 크랙면상의 크랙개구를 구하기 위해서는 요소를 다시 매우 미세하게 분할해야 하는데, 본 해석에서는 크기가 상대적으로 큰 등매개요소를 사용하여 개구비를 구하고 이를 실험치와 비교 분석하는 데 중점을 두었으므로 이 점은 논외로 한다.

4. 결 론

기존의 삼각요소보다 큰 크기에도 불구하고 정확한 해를 구할 수 있다고 알려진 등매개요소를 사용하여, 피로크랙개구거동을 연구할 수 있는 해석모델을 제안하고, 이를 실험결과와 비교 검토하였다. 얻어진 결과는 다음과 같다.

(1) 등매개요소를 사용하여 피로크랙개구거동을 연구하는 경우에 사용할 수 있는 해석모델을 제안하였다. 제안된 해석모델은 크랙을 전파시킨 후 2회 이상 하중사이클을 부하하는 것이다. 요소의 크기가 클 경우 한 하중사이클에 한 요소씩 크랙을 전파시키면 크랙선단의 응력 및 변형을 관계가 실

제 재료에서의 그것과 다르기 때문이다.

(2) 본 연구에서 제안한 해석모델을 사용하여 크랙면상의 임의의 위치와 임의 하중에서 크랙개구변위를 정밀하게 예측할 수 있었다.

(3) 본 연구에서 제안한 해석모델을 사용하여 구한 개구비는 실험으로 측정된 개구비에 비하여 1.6%에서 15.5% 정도의 오차 범위 내에서 구해졌다.

참고문헌

- (1) Elber, W., 1971, "The Significance of Fatigue Crack Closure," *Damage Tolerance in Aircraft Structure, ASTM STD 486*, pp. 230~242.
- (2) Schijve, J., 1988, "Fatigue Crack Closure: Observations and Technical Significance," *Mechanics of Fatigue Crack Closure, ASTM STP 982*, pp. 5~34.
- (3) Kurihara, M., Katoh, A., and Kawahara, M., 1985, "Effect of Stress Ratio and Step Loading on Fatigue Crack Propagation Rate," *Current Research on Fatigue Cracks, JSMS*, pp. 217~233.
- (4) Sharpe, W. N. and Su, X., 1988, "COD Measurements at Various Position Along a Crack," *Experimental Mechanics*, Vol. 30, pp. 47~49.
- (5) Macha, D.E., Corbly, D.M. and Jones, J.W., 1979, "On the Variation of Fatigue Crack Opening Load with Measurement Location," *Experimental Mechanics*, Vol. 19, pp. 207~213.
- (6) Newman, J. C., Jr., 1976, "A Finite Element Analysis of Fatigue Crack Closure," *ASTM STP 590*, pp. 281~301.
- (7) ANSYS Revision 4.4 Tutorial, 1989, *Fracture Mechanics*, DN-T019, Swanson Analysis Systems Inc.
- (8) ABAQUS User's Manual Ver. 4.7, 1988, *Hibbitt*, Karlsson & Sorensen Inc.
- (9) 小林英男 外 3人, 1985, "コンパクト試験片の破断粗さ および 酸化物誘起 き裂閉口の 有限要素解析," *日本機械學會論文集(A篇)*, 第51卷, 第461號, pp. 152~155.
- (10) 송삼홍, 김 현, 1992, "직접측정법에 의한 피로크랙개구거동의 해석," *대한기계학회논문집*, 제16권, 제8호, pp. 1493~1502.