

〈論 文〉

다구찌방법을 이용한 컴퓨터원용 강건설계기법의 개발

이종원* · 김추호**

(1993년 6월 25일 접수)

Development of Computer-Aided Robust Design (CARD) Technique Using Taguchi Method

Chong-Won Lee and Choo-Ho Kim

Key Words : Optimal Design(최적설계), Robust Design(강건설계), Signal to Noise Ratio(S/N비), Control Factor(제어인자), Noise Factor(잡음인자), Orthogonal Array (직교배열표)

Abstract

A computer-aided robust design(CARD) technique is developed to search for the design variables, optimal as well as robust in the sense of Taguchi method. The CARD technique can effectively handle inequality problems by employing the variable penalty method, and dynamic problems with many design variables and/or with mixed discrete and continuous variables. It is also capable of providing contributions of each design variables to the object function and information for future designs. As the illustrative examples, two dynamic systems, engine mounting system and in-line feeder, are treated.

기 호 설 명

- Ag_0 : 벌칙함수의 형상제어 매개변수
- $f(x)$: 목적함수
- r : 벌칙 매개변수
- z_i : 잡음인자
- σ : 분산
- Δ : 수준간격
- Φ_0 : 벌칙함수
- F_T : 전달력
- $g(x)$: 부등식 제한조건
- x_i : 제어인자
- η : S/N비
- μ : 평균값
- β : 할인계수

1. 서 론

최근 제품 및 공정의 설계 또는 개선 및 제품의 향상을 위한 획기적인 방법으로서 다구찌방법(Taguchi method)이 많은 관심과 논의의 대상이 되고 있다. 기존의 실험계획법은 많은 시간과 경비가 요구될 뿐만 아니라 제품간 또는 시간적, 환경적 요인으로 부터 야기되는 잡음인자(noise factor)를 배제한 채 실험이 이루어져 현장에서의 실현성과 신빙성이 많이 결여되어 있다. 또한 설계변수가 많아질 경우, 많은 변수를 동시에 고려하여 최적화할 수 있는 방법을 찾기란 거의 불가능하다.^(1,2)

이에 비해 직교배열표를 활용한 다구찌방법을 이용하면 기존의 실험계획법의 단점을 보완하고 좀더 강건한(robust) 최적해를 구할 수 있는데, 우선 기

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

**대우중공업(주) 중앙연구소

존의 실험계획법과 비교해 다구찌방법의 특징을 살펴보면 다음과 같다.^(3,4)

(가) 기존의 방법은 인자의 평균 응답에 관한 수학적 모형화가 목적이거나, 다구찌방법은 제품성능의 변동을 최소화하는데 목적이 있다.

(나) 직교배열표(orthogonal array)상에 제어인자(control factor)와 잡음인자를 모두 고려한다.

(다) 여러 잡음하에서의 실험적 결론의 재현성이 우수하다.

(라) 기존의 F분포(F-distribution)를 이용한 유의성 시험과는 달리 총 변동을 각 인자의 기여도로 분해하여 나타낸다.

(마) 향상된 품질을 손실함수(loss function)의 품질손실이 줄어든 것으로써 입증한다.

(바) 다구찌방법에서는 별도의 랜덤화기법이 필요치 않다.

(사) 실험이 훨씬 쉽고 경제적이다.

최근 국내에서도 이러한 다구찌방법의 장점을 살리고 기존의 최적설계 방식의 단점을 보완하려는 시도가 이루어지고 있다. 이론식이 있는 최적화 문제에서 기존의 최적화방법으로 구한 최적해는 변수들이 연속적으로 변한다고 가정하여 얻은 값인데 실제의 설계값들은 이산(discrete) 값을 가지게 되는 경우가 많으므로 실제적인 응용에 많은 어려움이 있고 목적함수에 다양하고 이질적인 고려사항을 동시에 수용하기란 거의 불가능할 뿐만 아니라, 설계자의 경험, 축적된 기술 등의 수치적 처리에 어려움이 있다. 그래서 직교배열표를 활용한 다구찌방법을 최적설계의 후처리 또는 선처리기법에 도입하여 활용하기도 하나 잡음에 둔감한, 강건한 설계를 위한 적극적인 참여보다는 현실성있는 이산 설계값을 찾아내는 등의 소극적인 활용에 그치고 있다.^(5,6)

본 연구의 목적은 다구찌방법을 알고리즘화하여 최적화기법에 적용함으로써 강건한 최적해를 찾아낼 수 있는 설계기법 및 프로그램을 개발하는데 있으며 이러한 기법을 "다구찌방법을 이용한 컴퓨터원용 강건설계(CARD)"라 부르기로 한다. 강건설계를 비선형 최적설계 프로그램에 이용할 때의 이점과 특징을 살펴보면 다음과 같다.⁽³⁾

(가) 미분값의 계산이 필요없다.

(나) 헤시안(Hessian)행렬의 계산이 필요없다.

(다) 프로그램상의 알고리즘이 초기치에 덜 민감하다.

(라) 많은 변수들을 손쉽게 다룰 수 있다.

(마) 연속, 이산변수들의 조합을 쉽게 다룰 수 있다.

(바) 대부분의 비선형 프로그램과는 달리 점접근(point approach)이 아닌 영역접근(region approach)을 한다.

(사) 초기치가 최적해로부터 멀리 떨어져 있을때도 우수하다.

(아) 설계자의 의도반영이 용이하다.

2. 이론해석

2.1 직교배열표를 활용한 강건설계

강건설계란 직교배열표상에 제어인자와 잡음인자를 동시에 고려하여 S/N비를 최대화하는 제어인자의 조건 즉, 잡음하에서도 성능특성치의 분산이 작고 평균이 목표치에 근접하는 제어인자의 조건을 찾아내는 것이다.⁽⁷⁾ 직교배열표를 활용하는 주 목적은 재현성이 높은 요인효과에 중점을 두는데 있다. 직교배열표는 인자 배치에 있어서 직교성(어떤 요인의 어떤 수준에 대해서나, 다른인자의 전체 수준이 같은 회수씩 나타나는 상태)과 데이터 해석에 있어서 매우 중요한 성질로서 분산분석(analysis of variance)을 통해 데이터의 전변동(total sum of squares)을 인자별의 변동함으로 분해하는 것이다.

2.2 손실함수와 S/N비

어떤 제품, 부품이나 재료이든 목적특성에는 목표치가 있으며 목표치에서 멀어질수록 손실의 비중을 더 주자는 의미에서 관측치의 목적특성에 따라 다음과 같이 손실함수가 정의되며 그에 따른 S/N비(signal to noise ratios) η 는 다음과 같다.^(3,7)

2.2.1 망소특성

관측치 y 가 음의 값을 취하지 않고 작을수록 좋은 특성을 말한다.

$$\eta_s = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right] \quad (1)$$

2.2.2 망대특성

관측치가 음의 값을 갖지 않고 클수록 좋은 특성을 말한다.

$$\eta_1 = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right] \quad (2)$$

2.2.3 망목특성

관측치가 유한한 목표치(m)가 최적이며 어느 쪽으로 산포되어도 바람직하지 않은 특성을 말한다.

$$\eta_n = 10 \log \left[\frac{\mu^2}{\sigma^2} \right] \quad (3)$$

여기서, $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, $\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - m)^2$

2.2.4 표목특성

표목특성은 음의 값을 가질 수 있다는 점에서 망소특성과 구별되고, 평균이 0일 때 표준편차가 0이 아니라는 점에서 망목특성과 구별되며⁽⁹⁾ S/N비는 다음과 같다.

$$\eta_1 = -10 \log \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2 \right] \quad (4)$$

2.3 문제의 수식화

2.3.1 S/N비 최대화문제로의 전환

보통 최적화문제는 다음과 같이 기술될 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & \text{Subject to } h_i(x) = 0; i=1 \text{ to } p \\ & \quad g_i(x) \leq 0; i=1 \text{ to } m \\ & \quad x_l \leq x \leq x_u, x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 x 는 설계변수, x_1, x_u 는 설계변수의 하한치와 상한치, $f(x)$ 는 목적함수, $g(x)$ 는 부등식 제한조건이고 $h(x)$ 는 등식 제한조건이다.

그런데, 강건설계에서는 목적함수 $f(x)$ 의 특성에 따라 특성치에 알맞는 S/N비를 구하고 그것을 최대화하는 문제로 변환하여 기술된다. 즉,

망소 및 망대특성에 대해서는,

$$\text{Maximize } \eta \quad (6)$$

망목 및 표목특성에 대해서는,

$$\text{Maximize } \eta, \text{ Subject to } \mu(z) = m \quad (7)$$

과 같이 기술될 수 있다.

2.3.2 부등식 제한조건의 해결

이산 최적화(discrete optimization)문제에서는

제한조건이 있는 최적화문제를 해결하는데 있어 해가 가용(feasible)영역을 벗어났을 때 가용영역안으로 끌어들이 수 있는 뚜렷한 이론적 근거가 제시되어 있지 않다. 따라서 S/N비로 변환한 값도 항상 가용영역안에 존재한다는 보장은 못한다. 본 논문에서는 부등식 제한조건을 해결하기 위한 방법으로 가변벌칙법(variable penalty methods; VPM)⁽¹⁸⁾을 적용하고자 한다.

일반적으로 부등식 제한조건을 가진 최적화문제는

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ & \text{Subject to } g_k(x) \leq 0, k=1, \dots, m \\ & \quad \{x \in R^n; x_l \leq x \leq x_u\} \end{aligned} \quad (8)$$

로 표기될 수 있는데, 확장된 벌칙법(extended penalty method)의 하나인 VPM은 일반적인 벌칙법과 비슷하나 Fig. 1에서 보듯이 천이점(transition point), g_0 를 기준으로 벌칙함수가 가용 영역에서 비가용(Infeasible) 영역으로 확장된다. 또 두개의 파라미터(g_0, A)를 통해 연속적인 최적화 문제의 경우 벌칙을 충족시키고, 헤시안행렬의 오차를 줄이는 역할을 한다. 아울러 선형 확장벌칙법(linear extended penalty method)이나 이차 확장벌칙법(quadratic extended penalty method)에 비해 수렴성도 우수하다. 본 논문에서는 이러한 장점을 최대한 살려 이산 최적화문제에 적용해 보고자 한다. 이때 SUMT(sequence of unconstrained minimization technique)는 다음과 같은 형식을 취한다. 즉,

$$F_v(x, r) = f(x) + r \sum_{k=1}^m \Phi_v[g_k(x)] \quad (9)$$

여기서, r 는 벌칙 매개변수, Φ_v 는 벌칙함수이고

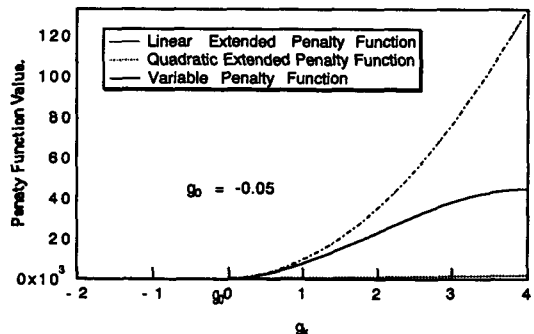


Fig. 1 Penalty functions

$$\Phi_v[g_k(x)] = \begin{cases} \Phi(g_k), & \text{if } g_k \leq g_0 < 0 \\ \Psi(g_k), & \text{if } g_k \geq g_0 \end{cases}$$

$$\Phi(g_k) = \frac{-1}{g_k}$$

$$\Psi(g_k) = [A(1 - g_k/g_0)^3 - (1 - g_k/g_0)^2 + g_k/g_0 - 2] \times g_0^{-1} \quad (10)$$

이때 상수 A는 다음과 같이 결정한다. 즉, 반복실험시, 첫번째 실험의 경우

$$A = \begin{cases} 1 : \text{모든 제한조건을 만족하거나 위배할 경우} \\ A - (3 - 2g^*/g_0) / 3(1 - g^*/g_0)^2 \\ \quad : \text{제한 조건 중 몇개만 만족할 경우} \end{cases} \quad (11)$$

로 정하고 두번째 이상이 실험의 경우

$$A = \begin{cases} 1 : \text{모든 제한조건을 만족하는 경우} \\ 1/3(1 - g^*/g_0) : \text{모든 제한조건을 위배할 경우} \\ A = \text{Min}[3 - 2g^*/g_0] / 3(1 - g^*/g_0)^2, 1/3(1 - g^*/g_0) : \text{제한조건 중 몇개만 만족할 경우} \end{cases} \quad (12)$$

여기서 g^* 는 제한조건중 위배량이 제일 큰값을 나타내며, 벌칙 매개변수(r)는 반복수행이 됨에 따라 영으로 수렴하고 천이점(g_0)은 r 의 값에 따라서 다음과 같이 달라진다.

$$g_0 = g_0^0 (1/\Delta r)^{q(t-1)}, \quad q > 0 \quad (13)$$

여기서 $1/\Delta r$ 는 벌칙 매개변수의 감소비, t 는 어느 시점까지 진행된 반복회수이다.

3. 프로그램

3.1 흐름도

CARD 프로그램의 전체적인 흐름은 Fig. 2에 보인바와 같이 사용자로부터 설계에 필요한 데이터를 받아들여 비구속 최적화 및 강건설계 과정을 반복 수행한다. 즉 목적함수와 제한조건에 대한 실행파일과 출력화일을 입력하면 비구속 최적화문제로 전환하여 시뮬레이션을 수행한 후 최적수준을 결정한다. 만약 각 변수에 대한 F 값이 1보다 크고 최적수준이 하한치와 상한치를 위배하지 않았다면, S/N 비를 증가시키는 방향으로 수준값을 변경하여

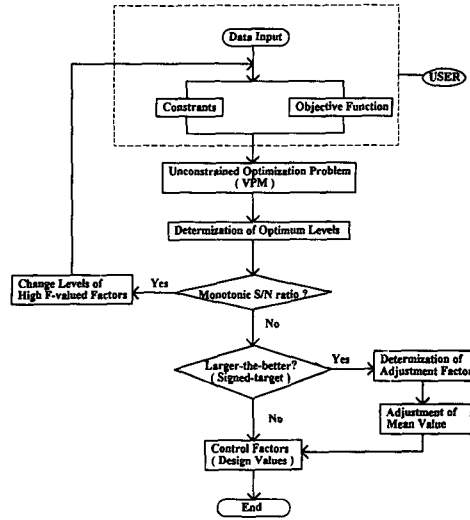


Fig. 2 Flow chart of CARD program

최적화 과정을 계속하고 그렇지 않은 경우 설계값을 그대로 출력(망소나 망대특성의 경우)하거나 조정인자를 통해 평균치 조절을 한 후 출력(망목 또는 표목특성의 경우)한다.

3.2 시뮬레이션 알고리즘⁽⁷⁻¹⁷⁾

3.2.1 내·외측 직교배열표를 이용한 실험

Table 1과 같이 직교배열표의 내측에 설계인자를, 외측에 잡음인자를 배치하고 총 $m \times n$ 번의 실험을 실시한다. 이때 이산변수는 수준값을 고정시키고 연속변수들을 S/N비가 최대가 될 때까지 수준값을 변화시켜가며 시뮬레이션을 실시한다. Table 1의 감도는 망목특성과 표목특성의 경우에 조정인자를 결정하기 위해 계산하며 그 식은 다음과 같다.

$$S_i = 10 \log S_{m,i} \quad (14)$$

$$\text{단, } S_{m,i} = \frac{1}{n} (y_i + y_i^2 + \dots + y_i^m)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

그리고 직적실험에서 $m \times n$ 번의 실험이 끝날때마다 각 인자에 대한 수준별 기여도를 계산하여 제한조건을 위배하지 않는 범위내에서 S/N비를 증가시키는 방향으로 수준을 다시 정한다. 마지막으로 모든인자에 대한 최적의 수준이 결정되었을때 분산분석표(ANOVA Table) 및 평균분석표(ANOM Table)를 계산하고 망목특성의 경우 조정인자

Table 1 Matrix experiment with inner and outer array

				NO						
				1	2	3	...	m		
오차 인자		열								
z ₁		1		1	1	1			2	
z ₂		2		1	1	1			3	
z ₃		3		1	2	3			3	
⋮		⋮		⋮	⋮	⋮			⋮	
NO	인자	x ₁	x ₂						S/N 비	감도 S
		1	2							
1		1	1	y ₁ ¹ y ₁ ² y ₁ ³ ... y ₁ ^m					η ₁	S ₁
2		1	1	y ₂ ¹ y ₂ ² y ₂ ³ ... y ₂ ^m					η ₂	S ₂
3		1	1	y ₃ ¹ y ₃ ² y ₃ ³ ... y ₃ ^m					η ₃	S ₃
⋮		⋮	⋮	⋮ ⋮ ⋮ ... ⋮					⋮	⋮
n		3	3	y _n ¹ y _n ² y _n ³ ... y _n ^m					η _n	S _n

(calibration factor)를 결정하게 하고 그 조정인자를 조절하여 평균치를 목표치에 접근시킬 후 최적해를 출력한다.

3.2.2 반복실험시 현수준에 대한 다음수준의 결정 반복실험시 수준값 변경은 S/N비의 증·감추세에 따라 다음과 같이 세가지 경우로 나눌 수 있다.

(1) 수준조건이 단조증가(+) 또는 감소형(-)

$$\begin{aligned}
 x_{i2}^{k+1} &= x_{i2}^k \pm \Delta \\
 x_{i1}^{k+1} &= x_{i2}^{k+1} - \Delta \\
 x_{i3}^{k+1} &= x_{i2}^{k+1} + \Delta
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

여기서, x_{ij}^k 는 k번째 실험에 대한 i변수의 j수준, Δ는 수준간격이다.

(2) 수준조건이 산형

$$\begin{aligned}
 x_{i2}^{k+1} &= x_{i2}^k \\
 x_{i1}^{k+1} &= x_{i2}^{k+1} + \Delta/2 \\
 x_{i3}^{k+1} &= x_{i2}^{k+1} - \Delta/2
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

단, $\Delta \leq \Delta_{mi}/4$ 이고 Δ_{mi} 는 초기의 수준간격이다.

(3) 수준조건이 골짜기형

$$x_{i2}^{k+1} = \begin{cases} x_{i3}^k, & \text{if } |\eta_3 - \eta_2| > |\eta_2 - \eta_1| \\ x_{i1}^k, & \text{if } |\eta_3 - \eta_2| < |\eta_2 - \eta_1| \end{cases}
 \tag{17}$$

여기서 η_i 는 i번째 수준에 대한 S/N비 값이고,

$x_{i1}^{k+1}, x_{i3}^{k+1}$ 는 (1)과 동일하게 구한다.

3.2.3 최적수준하에서의 S/N비 및 평균 추정시 과대 추정방지를 위한 방법

최적수준하에서 추정값이 실제보다 더 좋게 평가되는 것을 방지하기 위해 F값(오차변동에 대한 설계인자의 변동비)의 상대적인 크기에 따라 작은값을 오차항에 포함시키는 풀링(pooling)과 F값의 역수를 취해 1과의 차를 구해 인자마다 가중치를 달리하는 할인계수(shrinkage coefficient)법을 이용했다.^(3,7) 할인계수(β)법은 각 인자에 대한 할인계수를 다음과 같이 정의한다.

$$\beta_{x_j} = \begin{cases} 0, & \text{if } F_{x_j} \leq 1 \\ 1 - \frac{1}{F_{x_j}}, & \text{if } F_{x_j} > 1 \end{cases}
 \tag{18}$$

여기서, $F_{x_j} = \frac{V_{x_j}}{V_e}$, V_{x_j} 는 설계인자에 대한 변동값, V_e 는 오차 변동값이다.

만약 최적조건이 $x_{12}x_{21}x_{33}x_{41} \dots$ 로 결정되었다면 추정치는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 \hat{\mu} &= \bar{T} + \beta_{x_1}[x_{12} - \bar{T}] + \beta_{x_2}[x_{21} - \bar{T}] \\
 &\quad + \beta_{x_3}[x_{33} - \bar{T}] + \beta_{x_4}[x_{41} - \bar{T}] \dots
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

여기서, \bar{T} 는 S/N비의 평균치, x_{ij} 는 i변수의 j수

준이다.

3.3.4 체비셰프의 직교다항식을 이용한 평균값 조정

일반적으로 데이터를 산포시키는 인자가 연속적인 경우 데이터의 변화를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = m + a_1(z - \bar{z}) + a_2 \left[(z - \bar{z})^2 - \frac{k^2 - 1}{12} \Delta_n^2 \right] + \dots \quad (20)$$

여기서 y 는 관측치(raw data), m 은 목적치(target value), Δ_n 는 잡음인자의 수준간격, k 는 수준수, z 는 잡음인자의 수준값, \bar{z} 는 잡음수준값의 평균치, 그리고 a_j 는 최소자승법에 의해 결정되는 계수이다.

식(20)의 직교다항식중 1차항만을 고려하여 k 수준의 관측 데이터에 대해 전개하면 다음과 같다.

$$S_e = \sum_{i=1}^k [y_i - a(z_{1i} - \bar{z}_1) - b(z_{2i} - \bar{z}_2) - c(z_{3i} - \bar{z}_3) \dots]^2 \quad (21)$$

식(21)이 최소가 되도록 a, b, c, \dots 를 정하면 최소자승해가 된다. 이제 S_e 를 $a, b, c \dots$ 에 대해 편미분하여 각각을 0으로 놓으면

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_e}{\partial a} &= 2 \sum_{i=1}^k \{ [y_i - a(z_{1i} - \bar{z}_1) - b(z_{2i} - \bar{z}_2) - c(z_{3i} - \bar{z}_3) \dots] \times [-(z_{1i} - \bar{z}_1)] \} = 0 \\ \frac{\partial S_e}{\partial b} &= 2 \sum_{i=1}^k \{ [y_i - a(z_{1i} - \bar{z}_1) - b(z_{2i} - \bar{z}_2) - c(z_{3i} - \bar{z}_3) \dots] \times [-(z_{2i} - \bar{z}_2)] \} = 0 \\ \frac{\partial S_e}{\partial c} &= 2 \sum_{i=1}^k \{ [y_i - a(z_{1i} - \bar{z}_1) - b(z_{2i} - \bar{z}_2) - c(z_{3i} - \bar{z}_3) \dots] \times [-(z_{3i} - \bar{z}_3)] \} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

이 되고, 식(22)에 대해 직교성을 이용하여 a, b, c 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sum_{i=1}^k [(z_{1i} - \bar{z}_1) \times y_i]}{\sum_{i=1}^k [(z_{1i} - \bar{z}_1)^2]} \\ b &= \frac{\sum_{i=1}^k [(z_{2i} - \bar{z}_2) \times y_i]}{\sum_{i=1}^k [(z_{2i} - \bar{z}_2)^2]} \\ c &= \frac{\sum_{i=1}^k [(z_{3i} - \bar{z}_3) \times y_i]}{\sum_{i=1}^k [(z_{3i} - \bar{z}_3)^2]} \end{aligned} \quad (23)$$

식(23)에서 구한 a, b, c, \dots 를 근거로 하여 특성치를 각 인자의 직교다항식으로 표시하면 다음과 같다.

$$y = (m + \bar{y}') + a \cdot \Delta z_1 + b \Delta z_2 + c \cdot \Delta z_3 + \dots \quad (24)$$

여기서 $\bar{y}' = (y \text{의 편차의 평균값}) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - m)}{n}$

식(24)에서 만약 조정인자가 z_2 라면 목적치 m 에 접근하기 위해서는 오른쪽 두번째 항이 $-\bar{y}'$ 만큼을 때 말아야 한다. 즉,

$$b \cdot \Delta z_2 = -\bar{y}', \quad \Delta z_2 = -\frac{\bar{y}'}{b} \quad (25)$$

이 된다. 따라서 조정된 설계값, $z'_2 = z_2(1 - \Delta z_2)$ 가 된다.

4. 설계예제 및 고찰

본 예제에서는 CARD 프로그램을 이용하여 부등식 제한조건이 없는 경우인 엔진마운트와 피더(feeder)에 대해 강건설계를 하고 현재의 설계치와 비교 평가하였다. 부등식 제한조건이 있는 경우로는 간단한 2차원 문제와 스프링설계 문제를 참고문헌⁽²²⁾에서 다루었으나 학구적인 예제라 판단되어 본 논문에서는 생략했다.

4.2 승용차의 엔진마운트 설계

4.1.1 CARD 프로그램을 이용한 강건설계

엔진마운트계에 대한 연구는 주로 엔진진동을 최소화하거나 그 전달력을 최소화하는 노력으로 기울어져 왔으며, 효율성과 간편함때문에 기존의 마운트를 적절히 설계변경하여 진동을 절연하는 방법이 연구되어 왔다.⁽¹⁹⁻²⁰⁾ 설계변수(제어인자)로는 Fig. 3,4에 보인 마운트 고무의 강성계수, 설치위치, 설치각도를 잡았는데, 여기서는 설계의 실현 측면에서 전문 구동차의 공간제한성 등을 고려하여 변경 가능한 위치와 각도만을 설계변수로 택하였다. 또 감쇠계수는 엔진진동 효과에 크게 영향을 주지 못하고 설계의 실현이 어려우므로 설계변수에서 제외시켰다. 고려된 설계변수는 다음과 같다.

- (1) 10개 강성계수
 $(K_{1x}, K_{1y}, K_{1z}), (K_{2x}, K_{2y}, K_{2z}),$
 (K_{3x}, K_{3y}, K_{3z})

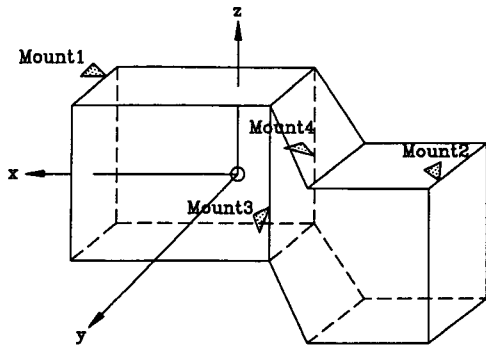


Fig. 3 Dynamic model of engine mount system

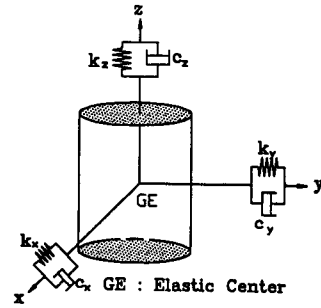


Fig. 4 Rubber mount modeling

Table 2 Level value of engine mount design variables

제어인자	강성계수 (N/m)		
	하한치	상한치	수준간격
K_{1x}	600000	760000	2000
K_{1y}	130000	160000	2000
K_{1z}	170000	190000	2000
K_{2x}	570000	720000	2000
K_{2y}	120000	160000	2000
K_{2z}	170000	210000	2000
K_{3x}	230000	290000	2000
K_{3y}	880000	1120000	2000
K_{3z}	230000	290000	2000
K_{4z}	210000	270000	2000
제어인자	설치위치 (m)		
L_{3y}	0.270	0.330	0.01
L_{3z}	-0.150	0.150	0.01
L_{3y}	-0.234	-0.194	0.01
L_{4z}	-0.150	0.150	0.01
제어인자	설치각도 (°)		
θ_{1y}	-20	20	2
θ_{2y}	-20	20	2
θ_{3x}	-20	20	2
θ_{3y}	-20	20	2
θ_{4x}	-20	20	2
θ_{4y}	-40	0	2

여기서, K_{ij} 는 i 마운트에서의 j 방향 강성계수.

(2) 4개의 설치위치

$(L_{3y}, L_{3z}), (L_{4y}, L_{4z})$

여기서, L_{ij} 는 i 마운트의 j 방향 위치.

(3) 6개의 설치각도

$(\theta_{1y}, \theta_{2y}), (\theta_{3x}, \theta_{3y}), (\theta_{4x}, \theta_{4y})$

여기서, θ_{ij} 는 i 마운트의 j 축에 대한 회전각.

그밖의 설치각도 및 설치위치는 기존값으로 한정

했다.

여기에서 고려된 20개의 설계변수는 모두 3수준을 택하였으며 직교배열표는 $[L_{54}(2^1 \times 3^{25})]$ 를 사용하였다. 그리고 수준간격은 설계변수의 특성에 따라 설계의 실현측면에서 고려하였다. 그 구체적인 값은 Table 2에 표기되어 있다. 매 실험때 마다의 수준값은 CARD프로그램에서 자동적으로 할당한다. 잡음인자 또한 위의 모든 설계인자에 대해 3

Table 3 Level value of engine mount noise factors

잡음인자	강성계수(N/m)		
	수준 1(%)	수준 2(%)	수준 3(%)
K_{1x}	-10	0	10
K_{1y}	-10	0	10
K_{1z}	-10	0	10
K_{2x}	-10	0	10
K_{2y}	-10	0	10
K_{2z}	-10	0	10
K_{3x}	-10	0	10
K_{3y}	-10	0	10
K_{3z}	-10	0	10
K_{4z}	-10	0	10
잡음인자	설치위치(m)		
	수준 1(m)	수준 2(m)	수준 3(m)
L_{3y}	-0.005	0	0.005
L_{3z}	-0.005	0	0.005
L_{4y}	-0.005	0	0.005
L_{4z}	-0.005	0	0.005
잡음인자	설치각도(°)		
	수준 1(°)	수준 2(°)	수준 3(°)
θ_{1y}	-1	0	1
θ_{2y}	-1	0	1
θ_{3x}	-1	0	1
θ_{3y}	-1	0	1
θ_{4x}	-1	0	1
θ_{4y}	-1	0	1

수준을 고려해 제어인자와 동일한 직교배열표 [L_{54} ($2^1 \times 3^{25}$)]에 할당하였다. 그런데 시뮬레이션시 제어인자에 대해 잡음을 가할 때, 강성계수는 변동으로 설치위치와 설치각도는 변동량으로 고려되었다. 자세한 잡음인자의 수준값은 Table 3에 나타나 있다.

목적함수는 공회전시(760 rpm) 엔진마운트를 통해 차체로 전달되는 힘으로 택했으며 이는 망소특성에 해당된다.

$$F = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^{20} (\bar{f}_{ji} \cdot f_{ji})^{\frac{1}{2}} \text{ (단위 ; N)} \quad (26)$$

여기서, f_{ji} 는 j 주파수에서 i 번째 마운트에 전달되

는 힘이다.

4.1.2 결과고찰

먼저 위에서 정의한 설계변수들을 가지고 CARD 프로그램을 이용하여 강진설계를 하고 일반적 최적화기법중 하나인 POCN (powell's direct search-conjugate directions method & sequentially unconstrained minimization technique) 방법을 이용하여 구한 설계치들과 비교 평가해 보았다. 단 PCON기법은 설치위치, 각도, 강성계수를 동시에 설계변수로 고려할 경우 설계변수가 많아져 곤란하므로 세개의 상태량으로 분리하여 순차적으로 최적

Table 4 Initial and optimal value of engine mount

설계(제어)인자	초 기 치	최 적 치		
		PCON	강진 설계	
설치위치 (m)	L_{3y}	0.300	0.270	0.260
	L_{3z}	-0.004	0.038	0.030
	L_{4y}	-0.214	-0.194	-0.194
	L_{4z}	-0.024	0.150	-0.010
설치각도 (°)	θ_{1y}	0	20	20
	θ_{2y}	0	-20	-20
	θ_{3x}	0	12.7	-1
	θ_{3y}	0	20	0
	θ_{4x}	0	20	-20
	θ_{4y}	-20	-40	-40
강성계수 (N/m)	K_{1x}	764126	680000	599000
	K_{1y}	151876	130013	129000
	K_{1z}	189845	170043	186000
	K_{2x}	639475	570002	641000
	K_{2y}	135418	120056	120000
	K_{2z}	188081	170047	188000
	K_{3x}	268892	230041	230000
	K_{3y}	998003	880006	1000000
	K_{3z}	258550	230034	230000
	K_{4z}	240223	210052	210000
목적함수값 (N)		606	176	131

화하였다. 즉, 강성계수를 최적화할 때는 위치와 각도를 고정시키고 최적화한 다음 그 결과치를 위치, 각도를 최적화할 때 대입, 고정시키는 방식을 택하였다. 반면에 강건설계기법에서는 세개의 상태량을 동시에 고려하여 최적화하였다. Table 4의 결과를 살펴보면 PCON으로 구한 값과 강건설계기법으로 구한값들이 유사한 것도 많으나 다른 추세를 보여주는 것도 있다. 즉, 위치나 각도에서 반대 부호가 나온다는지 PCON에서는 초기치에 대하여 강성계수를 모두 감소시키는 것으로 나타난 반면 강건설계에서 증가추세를 보여주는 것도 있다. 그리고 마지막 목적함수값은 강건설계기법을 썼을 때가 45(N) 정도 작게 나타났다. 뿐만 아니라 설계자의 입장에서 볼때, PCON 기법은 마지막 결과치만을 알려주는 반면 강건설계기법에서는 분산분석표를 통해 변수에 대한 정보, 즉 민감도(sensitivity), 목적함수에 대한 기여도를 알려주므로 실제 장착시 또는 다음 실험계획에 많은 도움을 준다.

이 경우 엔진마운트의 전달력에 중요한 인자(significant factor)로, 설치위치에서는 마운트 3의 y 방향의 설치위치(L_{3y})로 나타났으며, 강성계수에서는 K_{1y} , K_{3z} , 설치각도에서는 θ_{4y} 가 중요하게 나타났으며, 강성계수 K_{1z} , K_{2z} , K_{3y} 와 설치각도 θ_{3y} 는 별로 중요치 않은 것으로 나타났다.

또 강건성을 조사하기 위해 시뮬레이션시 사용했던 동일한 잡음 수준에 대해 초기치와 최적치(PCON, 강건설계)에 대해 S/N비를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta_{ini} &= -57.59 \text{ (dB)} \\ \eta_{pcn} &= -45.20 \text{ (dB)} \\ \eta_{rbi} &= -42.56 \text{ (dB)} \end{aligned} \quad (27)$$

위 결과를 살펴보면 강건설계가 PCON 기법보다는 약 3(dB) 정도 높게 나타나 강건설계는 목적함수를 더 많이 감소시켰을 뿐만 아니라 좀더 강건한 설계치를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 초기설계와 비교해서는 전달력을 78% 감소(S/N 비로는 15dB 향상)시켰다.

Fig. 5는 매 반복실험때마다 최적수준에 대한 목적함수값의 감소 추세를 보여주고 있다.

4.2 직렬이송기의 설계

Fig. 6 직렬이송기(in-line feeder)의 단순화된 모형을 Fig. 7에 보였다. 모형에서 요구되는 질량은

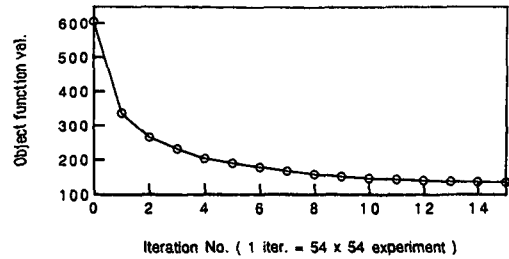


Fig. 5 Object function values during optimization process for engine mount

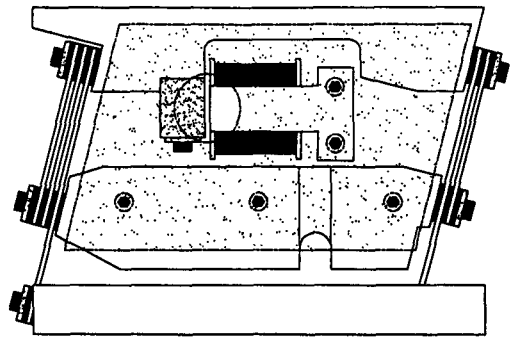


Fig. 6 In-line feeder

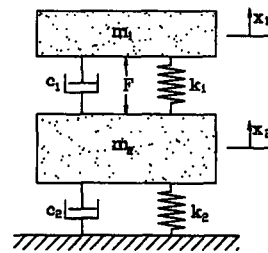


Fig. 7 Modeling of In-line feeder

직접 측정값을 이용했고 감쇠와 강성계수는 주파수 특성실험을 통해 추출하였다. Fig. 7에서 두 질량 m_1 , m_2 사이에서 작용하는 가진력 F 는 비선형인 자기력(magnetic force)으로 다음과 같이 기술된다.

$$\begin{aligned} F &= \frac{\mu A_m N_m^2 I^2}{4g^2} \{1 - \cos(2\omega t)\} \times \sin(14\pi/180) \\ &= F_c - F_c \cos(2\omega t) \end{aligned} \quad (28)$$

$$F_c = \frac{\mu A N^2 I^2}{4g^2} \times \sin(14\pi/180)$$

여기서 g 는 공극(air gap), μ 는 자유공간에서의 투자율(permeability= $4\pi \times 10^{-7} \text{N/m}$), N_m 은 코일

의 감은 회수, A_m 는 자극의 한쪽 단면적, I 는 코어에 흐르는 전류이고 $2\omega_n$ 는 가진주파수(120 Hz)이다.

이때 2자유도계인 이송기의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1+c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1+k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F \\ F \end{Bmatrix} \quad (29)$$

식(28)에서 고려된 힘, F 중 상수항과 조화항에 의한 x_1 변위의 크기를 각각 x_{c1} , x_{h1} 라 하면

$$\begin{aligned} x_{h1} &= \frac{\sqrt{(k_1+k_2-4\omega^2 m_2^2)^2 + 4\omega^2 (c_1+c_2)^2}}{(16\alpha_1\omega^4 - \alpha_2\omega^2 + \alpha_3)^2 + (8\alpha_4\omega^3 + \alpha_5\omega)^2} \cdot (Fc) \\ x_{c1} &= \frac{-Fc}{k_1} \end{aligned} \quad (30)$$

여기서, $\alpha_1 = m_1 m_2$

$$\alpha_2 = k_1 m_2 + k_1 m_1 + k_2 m_1 - 2c_1^2 - c_1 c_2$$

$$\alpha_3 = k_1 k_2$$

$$\alpha_4 = c_1 m_1 + c_2 m_1 - c_1 m_2$$

$$\alpha_5 = c_1 k_2 + c_2 k_1$$

과 같이 기술된다. 그러므로 x_1 의 총 변위의 크기는

$$x_1 = x_{c1} + x_{h1} \quad (31)$$

이고, 감쇠를 무시하고 해석적으로 고유진동수를 구하면 다음과 같다.

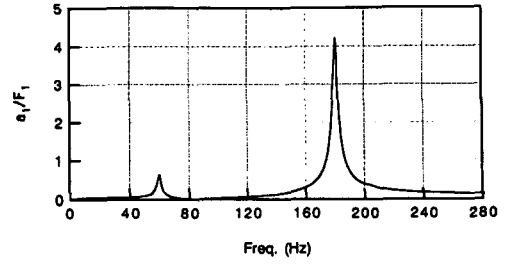
$$\begin{aligned} \omega_{n1} &= \frac{\sqrt{\beta_1 - \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_2}}}{\sqrt{2}} \\ \omega_{n2} &= \frac{\sqrt{\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_2}}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\text{여기서, } \beta_1 = \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1}{m_2} + \frac{k_2}{m_2}, \quad \beta_2 = \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}$$

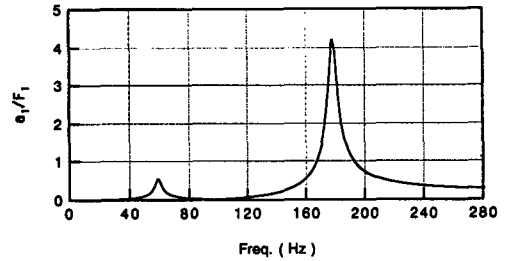
4.2.1 실험을 통한 물리적 상태량 추출

실험을 통한 전달함수를 검정하기 위해 실험에서 구한 주파수 응답함수의 커브피팅을 통해 얻은 모우드 파라미터들을 이론적으로 구한 식에 대입하여 변위에 대한 전달함수 x_1/F_1 와 가속도에 대한 전달함수 a_1/F_1 을 구해보면 식(32)와 같고 Fig.8에서와 같이 잘 일치함을 알 수 있다.

$$\frac{x_1}{F_1} = \left[\frac{\sqrt{(k_1+k_2-4\omega^2 m_2^2)^2 + 4\omega^2 (c_1+c_2)^2}}{\sqrt{(16\alpha_1\omega^4 - \alpha_2\omega^2 + \alpha_3)^2 + (8\alpha_4\omega^3 + \alpha_5\omega)^2}} \cdot -\frac{1}{k_1} \right]$$



(a) Experiment



(b) Theory

Fig. 8 Frequency response function of in-line feeder without guide mass

$$\frac{\ddot{x}_1}{F_1} = \frac{a_1}{F_1} = 4\omega^2 \times \frac{x_1}{F_1} \quad (32)$$

Fig. 8의 실험을 통해 구한 고유진동수 $\omega_{n1}=59.37 \times 2\pi$ (rad/s), $\omega_{n2}=180.47 \times 2\pi$ (rad/s)와 감쇠계수 $c_1=2.0$ (N · s/m; $\zeta=0.031$), $c_2=17.0$ (N · s/m; $\zeta=0.0015$) 그리고 천칭저울로 잰 질량 $m_1=0.1353$ (kg), $m_2=0.7097$ (kg)를 해석적으로 구한 식에 대입하면 강성계수 $k_1=142700$ (N/m, $k_2=120400$ (N/m)를 계산해 낼 수 있다.

4.2.2 CARD 프로그램을 이용한 강건설계

Fig. 7의 이송기 모형에서 m_1 위에 알약 등을 이송하기 위한 안내판이 올려지는데 올려지는 안내판의 질량에 따라 또는 이송속도에 따라 알약이 튀는 현상이 나타난다. 따라서 알약이 튀지않고 잘 이송될 수 있는 이송기 모형에서의 질량, 감쇠계수, 강성계수의 최적조합을 찾아내고자 목적함수는 식(32)에서 구한 초기치의 조화변위 크기의 동일한 x 방향의 변위가 $6.52 \mu\text{m}$ 가 되도록 하는 망목특성으로 잡았으며 설계변수는 각각의 질량, 감쇠계수, 강성계수, 유효공극(effective air gap)으로 잡았다. 여기서 조화 변위만을 고려한 것은 상수항은 이송

Table 5 Level value of in-line feeder design variables

설계인자	하 한 치	상 한 치	수준가격
m_1 (kg)	0.1	0.5	0.01
m_2 (kg)	0.5	2.0	0.01
c_1 (N.s/m)	1	10	1
c_2 (N.s/m)	10	40	1
k_1 (N/m)	100000	200000	2000
k_2 (N/m)	100000	200000	2000
g_{eff} (mm)	0.5	1.5	0.0001

Table 6 Level value of in-line feeder noise factors

잡음인자	수준 1(%)	수준 2(%)	수준 3(%)
m_1	0	5	10
c_1	-5	0	5
c_2	-5	0	5
k_1	-10	0	10
k_2	-10	0	10
I	-5	0	5
g_{eff}	-5	0	5

기의 성능에 영향이 없기 때문이다. 상수항은 자기력의 직류항(DC term)에 의해 발생하며 전원 공급시 초기변위만을 결정한다. 이 초기변위가 식(31)의 x_{c1} 이 되며 그때 유효공극은 다음과 같다.

$$g_{eff} = g + x_{c1} \quad (33)$$

이 경우 설계변수로 고려된 총 7개의 변수에 대해 3수준을 고려하여 직교배열표 [$L_{27}(3^{13})$]에 배치하였으며 각 변수의 특성에 따라 하·상한치와 수준간격을 달리잡았다. 설계변수 중 감쇠계수는 설계의 실현측면에서 어려움이 있으나 재료를 달리하는 측면에서 고려하였다. 각 변수에 대한 자세한 수준값은 Table 5에 나타나 있다. 잡음인자 또한 m_2 를 제외한 모든 설계변수에 대해 3수준의 잡음을 고려하였으며 m_1 의 경우는 안내판이 울러지면 질량이 증가만 하므로 양의 잡음만 고려하였다. 각 인자에 대한 자세한 수준값은 Table 6에 표기되어 있다.

4.2.3 결과고찰

이 경우는 망목특성으로 평균치 조절을 해야하므로 조정인자는 수준별 그래프에서 S/N비에 영향이 적고 평균에 영향이 큰, 공극 g 로 정했다. Table 7에서 최적치를 살펴보면 현 설계치에 대해 질량 m_1 은 감소하고 m_2 는 증가하고 감쇠는 현 상태로 유지하고 강성계수 k_1 은 증가, k_2 는 감소하는 것으로 나타났다. 실제로 이송기를 작동시킬때는 안내판이 있어야하므로 안내판의 무게를 60(g)으로 가정하고 초기치와 최적치에 대해 비교 평가하였다. 또 초기치와 최적치에 대해 강건성을 조사하기 위해 각각 S/N비를 구해보면 다음과 같다.

$$\eta_{ini} = 9.84 \text{ (dB)} \quad (34)$$

$$\eta_{opt} = 13.32 \text{ (dB)}$$

이들 S/N비 값들을 이용해 목적치에 대한 표준편차를 구해보면 초기치에 대해서는 $0.29(\mu\text{m})$, 최적치에 대해서는 $0.19(\mu\text{m})$ 로 목적치에 대한 변

Table 7 Initial and optimal value of in-line feeder

설계인자	초기치	최적치
m_1 (kg)	0.14	0.10
m_2 (kg)	0.71	1.45
c_1 (N · s/m)	2.0	1.0
c_2 (N · s/m)	17.0	17.0
k_1 (N/m)	142700	200700
k_2 (N/m)	120400	100000
g_{eff} (mm)	0.9	0.9

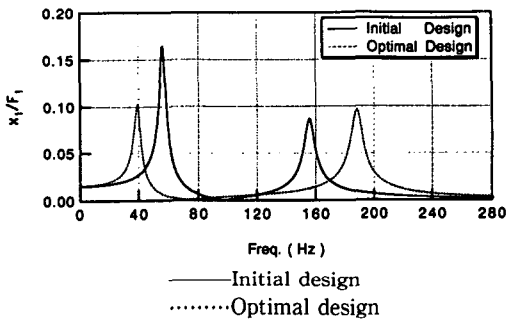


Fig. 9 Transfer function of in-line feeder with guide mass

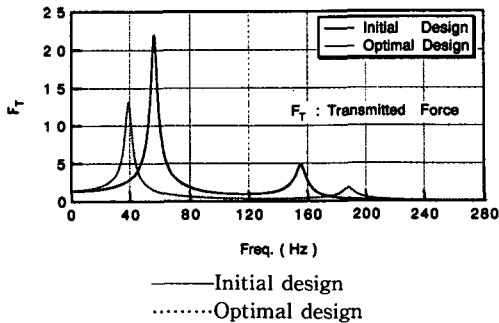


Fig. 10 Transmitted force for in-line feeder

동이 상당히 줄어든 강진성을 입증해주고 있다. 또
나사로 체결되는 부분의 전달력 식은

$$\begin{aligned}
 F_T &= |k_2 x_2 + j\omega c_2| \\
 &= \frac{\sqrt{k_1^2 + 4\omega^2 c_1^2} \times \sqrt{(k_2^2 + 4\omega^2 c_2^2)}}{\sqrt{(16\alpha_1 \omega^4 - \alpha_2 \omega^2 + \alpha_3)^2 + (8\alpha_4 \omega^3 + \alpha_5 \omega)^2}} \cdot (F_c)
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

으로 표현되는데 초기치와 최적치에 대해서 구해보면 다음과 같다.

$$(F_T)_{ini} = 0.095(N) \tag{36}$$

$$(F_T)_{opt} = 0.029(N)$$

즉, 최적치가 초기치에 비해 전달력이 70% 정도 감소했음을 알 수 있다. 초기치와 최적치에 대해 주파수 응답함수와 전달력을 그려보면 Fig. 9, Fig. 10과 같다.

4.3 부등식 제한조건이 있는 문제⁽²²⁾

제한조건이 있는 경우의 수렴성을 알아보기 위해 기지의 2차원 문제(quadratic problem)에 대한 수학적 모델을 가지고 조사해 보고 그 정보를 이용해 스프링 설계문제에 적용해 보았다.⁽²²⁾ 이 경우 목적함수가 항상 0보다 크거나 같고 최소화문제이므로 망소특성을 취해 실험을 하였으며 그 결과 강진 설계 기법에서 사용한 VPM은 제한조건 위배시 S/N을 나쁘게 하는 역할을 해, 수준간격을 조정함으로써 해를 가용 영역안의 최적해와 근접한 해로 끌어들이 수 있었다.⁽²²⁾

5. 결 론

본 연구에서는 다구찌방법을 활용하여 이론식이 있는 경우에, 쉽게 사용하여 강진한 설계치를 얻을 수 있는 “CARD(computer aided robust design)” 기법 및 운용 프로그램을 개발하였으며 실제 예를 통해 그 우수성과 효용성을 보였다.

참고문헌

- (1) 이종원, 1989, "Taguchi방법의 의한 실험계획," 자동차공학회지, Vol. 11, No. 6.
- (2) 염봉진, 서순근, 1991, "실험계획 및 분석: 다구찌방법과 직교배열의 활용," 한국과학기술원.
- (3) Phadke, M. S., 1989, *Quality Engineering Using Robust Design*, Prentice Hall.
- (4) Jiang, B. C., et al., June 1991, "Taguchi-Based Methodology for Determining/Optimizing Robust Process Capability," *IIE Transactions*, Vol. 23, No. 2, pp. 169~184.
- (5) 황우정, 박경진, 이원익, 1992, "구조 최적설계 후처리시 다구찌법의 직교배열표 이용방법," 대한기계학회 '92 추계학술대회초록집(1), pp. 229~233.
- (6) 구정서, 권오건, 최진민, 권영두, 1992, "보강된 복합재 셀구조의 좌굴강도 개선을 위한 직교배열 이용방법," 대한기계학회.
- (7) 田口玄一, 1991, "품질설계를 위한 실험계획법," 한국공업표준협회.
- (8) 田口玄一, 1991, "개발·설계 단위의 품질공약", 한국 공업 표준협회.
- (9) 田口玄一, 1991, "품질평가를 위한 SN비," 한국공업표준협회, pp. 97~140.
- (10) 田口玄一, 1991, "품질공학 사례집 일본편·일반," 한국공업표준협회, pp. 77~96.
- (11) Pkadke, M. S., 1986, "Design Optimization Case Studies," *AT&T Technical Journal*, Vol. 65, No. 2, pp. 51~68.
- (12) Kackar, R. N., 1985, "Off-Line Control, Parameter Design and the Taguchi Method," *Journal of Technology*, Vol, 17, No. 4, pp. 176~209.
- (13) Byrne, D. M. and Taguchi, S., 1986, "The Taguchi Approach to Parameter Design," *ASQC Transactions of Annual Quality Congress*, Anaheim, CA.
- (14) Box, G.E.P., 1988, "Signal to Noise Ratios, Performance Criteria and Transformations," *Technometrics*, Vol. 30, No. 1, pp. 1~31.
- (15) Nair, V. N. and Prodigon, D., 1986, "A Data Analysis Strategy for Quality Engineering Experiments," *AT&T Technical Journal*, Vol. 65, No. 3, pp. 73~84.
- (16) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design* Mcgraw-Hill.
- (17) Luenberger, D. G., 1984, "Linear and Non-linear Programing," 2nd ed., pp. 365~392.
- (18) Prasad, B., 1981, "A Class of Generalized Variable penalty Method for Nonlinear Programming," *JOTA*, Vol. 35, No. 2, pp. 159~181.
- (19) 이유진, 1987, "전륜구동 승용차의 엔진 마운트 최적화에 관한 연구," 한국과학기술원 석사학위 논문.
- (20) 한국과학기술원, 1987, "전륜구동 승용차의 엔진마운트 최적설계에 관한 연구," 현대자동차 프로젝트.
- (21) 김기갑, 1992, "평균 3관절 여유 자유도 로봇의 역기구학 해석 및 최적설계," 한국과학기술원 박사학위 논문, pp. 35-48.
- (22) 김추호, 19993, "다구찌방법을 이용한 컴퓨터 원용 강건설계기법의 개발," 한국과학기술원 석사학위 논문.
- (23) 소음 및 진동제어 연구센터(NOVIC), 1993, "CARD 프로그램 사용 설명서," 한국과학기술원.