

〈論 文〉

진단 전문가시스템의 개발 : 연산적 센서검증

김 영 진*

(1993년 9월 3일 접수)

Development of On-Line Diagnostic Expert System Algorithmic Sensor Validation

Young-jin Kim

Key Words : Diagnosis(진단), Expert System(전문가시스템), Uncertainty(불확실성치), Sensor Validation(센서검증), Statistical Characteristics(통계적 특성)

Abstract

This paper outlines a framework for performing intelligent sensor validation for a diagnostic expert system while reasoning under uncertainty. The emphasis is on the algorithmic preprocess technique. A companion paper focusses on heuristic post-processing. Sensor validation plays a vital role in the ability of the overall system to correctly determine the state of a plant monitored by imperfect sensors. Especially, several theoretical developments were made in understanding uncertain sensory data in statistical aspect. Uncertain information in sensory values is represented through probability assignments on three discrete states, "high," "normal," and "low," and additional sensor confidence measures in Algorithmic SV. Upper and lower warning limits are generated from the historical learning sets, which represents the borderlines for heat rate degradation generated in the Algorithmic SV initiates a historic data base for better reference in future use. All the information generated in the Algorithmic SV initiate a session to differentiate the sensor fault from the process fault and to make an inference on the system performance. This framework for a diagnostic expert system with sensor validation and reasoning under uncertainty applies in HEATXPRT™, a data-driven on-line expert system for diagnosing heat rate degradation problems in fossil power plants.^(1,2)

1. 서 론

진단에는 두 가지 상이(相異)한, 그러나 밀접하게 연관된 두 가지 과정이 포함된다. 그 첫번째 단계는 측정기기, 즉 센서를 통하여 시스템이 반응을 받아들이는 단계이다. 그러나 센서자체가 불완전하고 데이터의 전달과정에서 잡음을 발생하기 때문에, 그 센서값은 필연적으로 불확실성치를 포함하

게 된다. 진단의 두번째 단계는 이러한 센서로부터 측정된 값을 통하여 시스템의 상태에 대한 판단을 내리는 단계이다. 그러나 이러한 판단에는 많은 불확실성이 따르게 되는데, 이것은 우리의 판단이 불확실한 센서값에 의존하며 또한 이 판단이 결정자의 취향 또는 개인적인 경험에 많은 영향을 받기 때문이다. 따라서 진단은 불확실성하에서의 판단 과정이라 정의될 수 있다.

진단을 하는데는 많은 불확실성이 내재된다. 그럼에도 불구하고 진단을 통하여 내리는 시스템 작동자의 판단이나 결정이 경제적인 측면이나 또는

*정희원, 경희대학교 산업공학과

재해를 방지한다는 측면에서 매우 중요하기 때문에, 한 시스템의 비슷한 센서값에 대하여 항상 일정한 작동자의 판단이 내려져야 하는 것이다. 따라서 많은 연구가들이 이러한 것이 가능하도록 컴퓨터를 이용하여 작동자의 추론 혹은 판단의 과정을 모방하는 방법을 모색하기에 이르렀다. 이러한 기술을 전문가시스템이라 하는데, 이는 작동자의 판단 과정을 분석하여 그것을 일종의 법칙 혹은 데이터 베이스 형태로 컴퓨터에 저장하여 운용하는 것을 가리킨다. 따라서, 전문가시스템의 핵심은 전문가의 지식을 어떻게 컴퓨터에 용이하게 저장하며 사용자 실제로 얼마나 전문가의 판단과 가깝게 추론하는가 하는 것이다.

측정이나 진단의 분야는 전문가시스템의 적용분야 중 가장 성공적인 분야라고 평가된다.⁽³⁾ Berkeley Expert Systems Technology Laboratory (BEST Lab.)에서는 생산이나 프로세스의 운용에 이용되는 센서에 기초를 둔 진단 전문가시스템을 만들었는데, 이를 통해 센서값의 신뢰도가 진단의 정확성이나 결정되는 보정작용의 유용성에 가장 중요한 요소임을 알게 되었다.^(4~6) 따라서 본 논문에서는 센서검증을 하는데 있어 필요한 틀과 도구를 요약해 설명하고, 그 틀이 어떻게 화력발전소내의 열효율 감소를 측정, 진단하는 전문가시스템인 HEATXPRT™에 적용되었는가를 설명하고자 한다.

기계시스템과 같은 동적인 시스템에 대한 진단을 하는데 있어 법칙이나 데이터 베이스 뿐만 아니라, 그 시스템으로부터 구해지는 연속적이고 동적인 정보를 중요시하게 된다. 바꿔 말하면 작동자가 진단을 하고 필요한 보정작용을 하는데 있어 센서로부터 구해진 정보의 동적인 특성 및 그 센서의 신뢰도가 큰 비중을 차지하는 것이다. 따라서 이러한 동적인 특성을 감안한 다른 형태의 추론법칙도 고안될 필요성이 대두되었다.

현장진단 전문가시스템을 개발하는데 다음과 같은 세 가지의 단계적 기술을 세워 보고자 한다.

(1) 동적인 센서의 값은 짧은 시간에도 일정한 상수값을 갖지 않고 일종의 통계적인 분포를 보여준다. 이러한 통계적 분포는 센서값에 고유한 불확실성치를 표현하는데 가장 좋은 방법이 된다. 따라서, 센서값을 통계적으로 처리하는 일종의 전처리 프로세서가 개발되어야 한다.

(2) 통계적으로 표현되는 수치적인 값은 추론의 과정에 들어가기 전에 기호적인 값으로 바뀌어지

다. 즉, 정량적인 값으로부터 정성적인 값으로의 사상(mapping)이 있게 된다. 그러나 이러한 사상은 일대일(一對一)의 관계로 되지 않고 일대다(一對多) 혹은 다대일(多對一)의 관계가 된다. 이것은 특히 센서값에 고유한 불확실성치에 기인하는데, 이러한 불확실성치를 기호로 표현하는 방법이 개발되어야 한다.

(3) 불확실성이 내재된 정보에 기초하여 시스템에 대한 판단을 하는데는 기존의 이진법적인 추론 방법은 잘 적용되지 않지 않는다. 따라서, 통계적인 센서값에 대해 적용될 수 있는 확률적인 추론방법이 개발되어야 한다.

센서검증은 현장진단 전문가시스템내에서 그 중요성이 강조되었는데, 그것은 많은 수의 입력이 현장진단 전문가시스템의 성능을 향상시키는데 필요하기 때문이다. 따라서 센서로부터의 입력을 분석하고 교정을 전담하는 전처리프로세서의 개발이 요구된다. 플랜트에서 센서값의 신뢰도를 측정하는데 이용되는 이론은 지금까지 많이 개발되었다.^(7~9) 이러한 이론은 대부분 정상적이거나 또는 이전에 발견된 이상상태와 비교하는데 필요한 센서값의 통계적 특성을 계산하는 것이다. 그러나 이방법에는 보통 입력값에 대한 불확실성치의 계산과 그 입력값에 신뢰도를 부여하는 과정이 결여되어 있다. Fig. 1은 이러한 과정을 가능하게 하는 센서검증 전문가시스템의 간략도이다.

Fig. 1에 보이는 센서검증 전문가시스템의 첫번

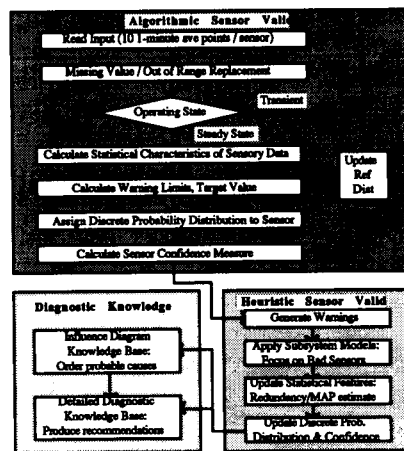


Fig. 1 Schematic diagram of main functional blocks of HEATXPRT™

째 단계는 연산적 센서검증이라 불린다. 추출된 데이터의 불확실성치는 '높은', '정상', '낮음'의 세 상태에 대하여 이산적 확률값을 부여하여 나타낸다. 경계 상한값과 경계 하한값은 시스템의 성능이 저하됐음을 나타내는 경계선인데, 이것은 과거에 추출된 데이터베이스를 통하여 구해진다. 어떤 센서의 신뢰도는 시스템에서 센서가 갖는 정보가 어느 정도 완전한가를 평가한 것이다. 앞에서 소개된 다양한 확률적 값을 현장 데이터나 특정 플랜트의 데이터에 대해 구하는 다양한 연산적 방법이 다음 절에 설명된다.

이 시스템의 두번째 단계는 경험적 센서검증이라 하는데 이 단계에서는 프로세스의 이상과 센서의 이상을 구별하여, 그에 적절한 물리적 조치를 시스템 변수의 통계적 특성값에 반영하게 된다. 전문가의 경험적 지식과 시스템내의 물리적 관계에 대한 이해—즉, 선행변수와 후행변수간의 비교—등이 경험적 센서검증을 통하여 확률분포나 센서 신뢰도 계수를 개선하는데 이용된다. Fig. 1의 틀은 검증된 데이터와 개선된 확률분포가 인플루언스 다이어그램에 입력되는 것으로 마쳐진다. 이산적 측정 확률분포(sampled distribution)와 조건확률분포의 집합은 인플루언스 다이어그램의 변수적 형태를 결정하는데, 이것은 대상으로 하는 플랜트의 운영방식에 맞춰질 수 있다. 가능한 경우에 확률적 관계의 정량화는 정비데이터(maintenance data)나 전문가의 경험적 지식과 같은 통계적 데이터에 바탕을 둔다. 또한, 이 경험적 지식은 이상원인의 조건확률이나 측정된 센서값의 영역에서 성능변수의 조건확률을 통하여 얻어진다.⁽¹²⁾ 경험적 센서검증과 인플루언스 다이어그램에 기초한 추론에 대한 자세한 설명은 다른 논문에서 자세히 다루어질 것이다.^(14,11)

센서로 측정된 데이터의 불확실성치를 나타내는 데는 여러가지 방법이 이용되었다. 이제까지는 불확실성치를 오차로 표시하였는데, 이것은 우리가 측정변수의 참값을 알고 있다는 가정하에 편의오차(bias error)와 정도오차(precision error)로 나누어진다.⁽¹²⁾ 이외에 제 I 종 오류(Type I error), 제 II 종 오류(Type II error), 그리고 유의시험(significance test) 등은 통계적 분포를 통한 불확실성치 표현의 대표적인 예이다.⁽¹³⁾ 공분산행렬(covariance matrix), χ^2 적합도검정(χ^2 Goodness-of-fit test), 최대 엔트로피법(maximum entropy method, MEM), 그리고 최대 가능성방법(maximum likelihood

method) 등은 신호처리 분야에서 불확실성치를 나타내는데 쓰인다.^(14,15) 그러나 본 연구에서는 아래의 사항을 고려하여 통계치인 이산적 확률값을 통하여 불확실성치를 나타내는 방법을 취하였다.

- (1) 계산시간이 빠르다.
- (2) 플랜트에서 운영자가 사용하는 방법과 일치한다.
- (3) 추론과정에 적용된 베이지안 추론의 입력으로 적합하다.^(16~18)
- (4) 보정작용의 의사결정에 최적화(optimization) 기능을 추가한다.

2. 연산적 센서검증

센서 및 그로부터 구해지는 데이터의 통계적 특성을 구할 때, 그 센서가 측정하는 변수에 대해 그 변수를 함수의 형태로 나타낼 수 있는 어떤 중요한 변수를 가정해 보자. 이 중요한 변수의 조건은, (1) 이 변수는 플랜트의 다른 변수와의 관계에서 높은 상관계수를 가져야 한다. (2) 이 변수의 값을 측정하는 센서의 정도오차는 매우 작아야 한다. 플랜트 데이터에 대한 통계적 특성을 오랜 시간에 걸쳐 구한 후, 이 중요한 변수는 플랜트의 출력임이 밝혀졌다. Fig. 2는 플랜트의 출력변수와 그 플랜트 내의 한 변수 간의 높은 상관계수를 보여준다. 이 높은 상관계수를 바탕으로 한 회귀분석을 이용하여 어떤 특정한 변수값을 플랜트 출력의 함수로써 나타내게 된다. 또한, 이러한 방식은 단위 모듈의 계산 시간과 데이터의 저장을 줄여주는 가장 효과적이며 플랜트의 동적인 운행 특성에 가장 잘 대응하는 방법이 된다. 이러한 결론은 센서의 신뢰도계수와 경고 한계값의 설명에 잘 나타나

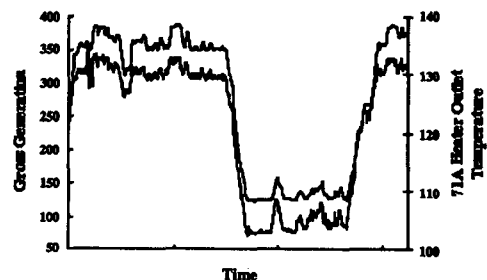


Fig. 2 Strong correlation between a parameter and gross generation

있다.

2.1 변이상태검사

연산적 센서검증은 센서에 의해 추출된 표본에 대한 통계적 특성치를 구하는 몇개의 통계적 방법으로 이루어져 있다. HEATXPRT™의 많은 연산 과정과 경험적 지식이 플랜트의 급격한 출력변화에 의해 발생하는 변이상태에서는 적용되지 않기 때문에 변이상태에 대한 검사는 앞으로 할 진단이 시스템의 정상상태하에서 측정된 변수값을 대상으로 하게 하는데 필요한 것이다. 변이상태란 시스템의 상태에 대한 정확한 추론작용을 불가능하게 할 정도의 시스템의 불안정에 의해 센서값에 교란이 생기는 것으로 정의되어 왔다. 변이상태를 일으키는 원인에는 여러가지가 있지만, 그중에서 가장 중요한 것은 출력의 급격한 변화이다. 화력발전소는 원자력발전소와 공동으로 전기를 생산할 경우에 출력의 다양한 변화를 겪게된다. 그 이유는 원자력 발전소가 그 운용에 안정성을 위하여 항상 일정한 출력값을 유지하기 때문이다. 결과적으로 화력발전소가 다양한 수준의 전기 수요에 대응하여 변화하게 된다.⁽¹¹⁾ 이 연산적 센서검증에서는 변이상태를 결정할 때, 10개의 데이터를 추출하여 그것의 누적된 평균값이 정해진 한계값을 벗어나는 경우로 정의하였다. Fig. 3(a)에는 급격한 출력의 변화가 도시되어 있다. Fig. 3(b)는 변이상태검사 필터를 통과한 후의 정상상태 값이 도시되어 있다.⁽¹⁹⁾ 이 분석에 이용된 수치는 약 3일 반 동안의 운행 데이터이며, 각각의 점은 5분간의 평균을 나타낸다. 이 과정에 대한 자세한 설명은 3절에 기록되어 있다.

2.2 확률밀도함수의 형성과 이산적 확률의 지정

연산적 센서검증의 기본개념은 주어진 시간 안에 플랜트의 상태를 파악하는 것이다. 이것을 가능케 하기 위하여, 프랜트 운행에서의 변화와 측정에서의 불확실성치를 고려하는 어떤 평가기준이 필요하다. 10개의 데이터가 추출되는 시간 동안의 동적인 플랜트의 상태를 하나의 일정한 상수값으로 나타낼 수 없으므로 통계적 분포를 데이터의 흐름에 포함된 불확실성치를 나타내는데 이용된다. 이 분포는 이후의 과정에서는 이산적 확률값으로 나뉘어져서 HEATXPRT™의 입력으로 사용된다. 이러한 과정은 플랜트의 내부를 통한 불확실성치의 전파를 알기 쉽게 하며, 또한 이 불확실성치의 전파가 추

론과정과 열효율 향상을 위한 보정작용에 미치는 영향을 파악하게 한다.

어떤 측정치가 포함한 불확실성치를 나타내는 방법 중의 하나로서 측정된 센서의 값을 통계적 분포로 나타내는 것을 들 수 있다. 그 측정치의 불확실성을 이해하는 다른 방법은 그 분포가 고려하고자 하는 영역 안에서 어떻게 존재하는가를 보는 것이다. 이 과정은 측정된 분포를 주어진 범위 안에서 적분함으로써 확률값을 구하는 것이다.

이산적 확률값의 계산은 특정변수의 분포를 한정된 경계값에 대해 구함으로써 시작된다. 만약에 $f(x)$ 를 임의의 변수 x 의 확률분포라 정의하면 $[-\infty, x]$ 에 걸쳐 표시되는 누적분포함수(cumulative distribution function) $F(x)$ 를 다음과 같이 구한다.⁽¹³⁾

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (1)$$

그러므로 다음의 식을 이용하여 $[a, b]$ 로 표시되는 범위에 대한 이산적 확률값을 구하게 된다.

$$P[a \leq x \leq b] = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx \quad (2)$$

P = 특정범위에 대한 이산적 확률
 $f(x)$ = 확률분포함수

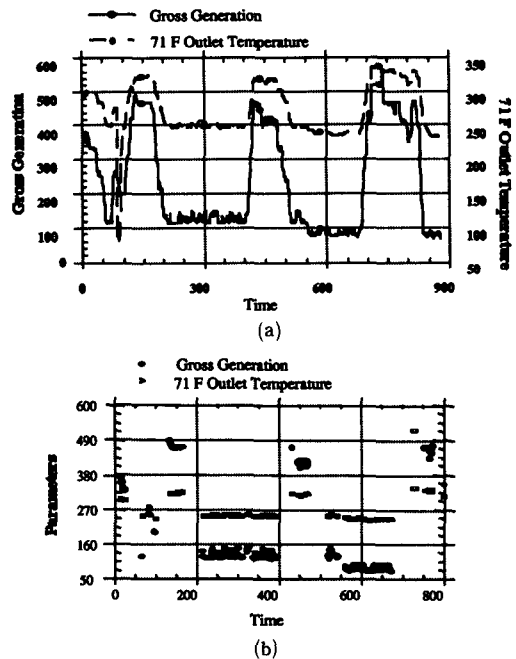


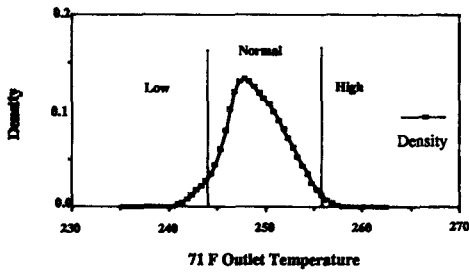
Fig. 3 (a) Before the application of transiency check (b) After the application of transiency check

$$F(x) = \text{누적분포함수}$$

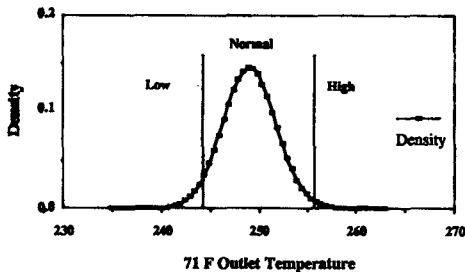
이를 통하여 현장 데이터로부터 구해진 확률밀도함수 $f(x)$ 의 완전한 함수꼴이 필요함을 알 수 있다. 그러나 일반적으로, 확률변수의 선형적 형태는 밝혀져 있지 않다. 비록 현장 데이터로부터 정확한 함수의 형태를 결정하는 것이 불가능하다 하더라도 적당한 표준분포함수에 의해 그 전체적인 분포에 근사하게 접근할 수 있다. 이러한 표준분포에 대한 누적분포함수의 완전한 해를 존재하며 이를 통하여 그 목적이 되는 확률값을 구할 수 있다. 그러나 표준분포함수로 인한 이점을 이용하기 위해서는 그 표준분포함수와 현장 데이터로부터 수치적으로 계산된 분포가 우리의 활용 목적상 거의 일치한다는 것을 증명하여야 한다.

그것의 주된 방법은 밀도함수를 변수로 표현하고 그 특성을 수치적으로 구한 분포와 비교하는 것이다. Specht는 확률분포함수 평가식을 다음과 같이 제안하였다.⁽²⁰⁾

$$f(X) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} \sigma^p} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \text{Exp}\left(-\frac{(X-X_i)^T(X-X_i)}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$



(a)



(b)

Fig. 4 (a) Generation of probability density curve by Specht's estimator
(b) Generation of probability density curve by statistical characteristics

Parzen은 확률분포함수 평가식의 집합이 연속적이고 미분가능할 때, 그 집합에 내재된 근본적인 확률밀도 함수로 접근함을 보였다.⁽²¹⁾ 현장 데이터로부터, 식(3)을 이용하여 주어진 데이터의 '정규분포성(normality)'를 시험하였다. '정규분포성'이란 계산된 분포함수와 단일 모드를 갖는 정규분포함수와의 유사 정도 측정을 말한다. 이를 위한 현장데이터는 현장의 출력이 135 MW인 때의 71°F 고온 급수가열기의 출구온도로부터 측정했다. 그 평균은 249.04이고, 표준편차는 2.74이다. Fig. 4(a)는 식(3)에 의한 확률분포를 나타낸다. Fig. 4(b)는 정규분포를 가정했을 때의 현장 데이터의 평균과 표준편차를 통계적 특성값으로 이용하여 나타낸 확률밀도함수이다. 여기에 보이는 경고 상한계값은 256°F, 그리고 경고하 한계값은 244°F로 Fig. 5에서 구해졌다. 밀도함수를 주어진 구간에 대해 적분하여 다음과 같은 확률값을 구하였다.

확률값	높음	정상	낮음
통계특성치에 의한 확률분포	0.05	0.79	0.16
Specht의 평가식에 의한 확률분포	0.03	0.82	0.15

비록 확률값이 정확히 일치하지는 않지만 '정상'상태에 대한 확률값은 두가지 경우에 대하여 약 3%의 절대차이가 있을 뿐이다. 민감도해석(敏感度解析, sensitivity analysis)에서 보여지듯이 이러한 차이는 나중에 진단해석과 보정작용의 결정에 미미한 영향을 미치게 된다.⁽²²⁾ 따라서 플랜트에서 구해지는 현장 데이터로부터 얻어지는 확률분포는 정규분포에 매우 근사한 결과를 보여준다. 확률분포

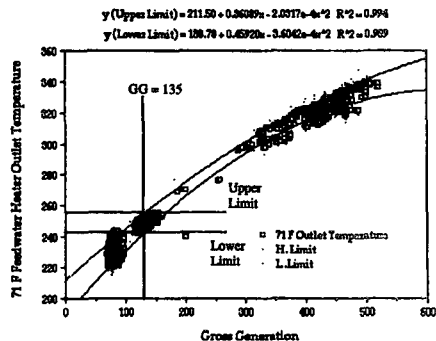


Fig. 5 Upper and lower limits for 71 F outlet temperature

함수에 대한 이 일반적인 가정으로부터 Fig. 6에서와 같이 일정한 범위에 관한 ‘높음,’ ‘정상,’ ‘낮음’의 이산적 확률값을 구하려 한다. 이러한 확률값은 인플루언스 다이어그램 지식베이스에서 가능한 이상원인(異常原因)을 구별할 때 이용된다. 그런데 변수의 분포에 대한 범위가 경고 한계값 b 와 c 로 제한되어 있으므로 다음과 같이 경고한계값에 대한 정적분을 수행하게 된다.

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_c^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{c-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) + 1 \right] \quad \text{: 높음} \quad (4)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_b^c \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{c-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{b-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] \quad \text{: 정상} \quad (5)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^b \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{b-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) + 1 \right] \quad \text{: 낮음} \quad (6)$$

- μ = 평균값
- σ = 표준편차
- b = 경고하한계값
- c = 경고상한계값
- $P(x)$ = 변수 x 의 확률값
- $\operatorname{erf}(x)$ = 변수 x 의 오차함수값

여기에서 분명한 것은 매우 작은 표준편차를 갖는 데이터에 대해 정확한 확률값을 구하기 위하여, 경고 한계값은 그 변수의 범위가 매우 정확히 적용되어야 한다는 것이다. 이것이 바로 이 연구의 경우였다. 비록 그 경고한계값의 범위가 얼마나 조밀할지를 보장하지는 못하지만 확률값의 지정이 성공적이라는 것으로부터 그 결과를 받아들일 수 있을 것

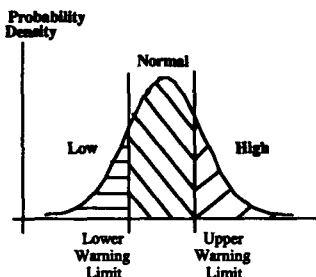


Fig. 6 Probability density function and upper and lower warning limits

이다.

2.3 경고한계값의 생성

10개의 1분간 평균 데이터는 일종의 분포를 형성하고 이것은 각각의 센서나 변수에 지정되어 있는 경고 상한계값(upper warning limit)과 경고 하한계값(lower warning limit)에 의하여 ‘높음,’ ‘정상,’ ‘낮음’의 세 상태로 나뉘어지게 된다. Fig. 6에 이러한 분리가 도시되어 있다. 전형적인 현장 데이터를 분석해 보면 정규분포함수로써 극히 미미한 종합적인 오차를 가지면서(3% 미만으로) 센서의 데이터를 표현할 수 있음을 알 수 있다.^(19,22) 각각의 상태에 대한 확률값의 계산에서 경고 상한계값과 경고 하한계값은 시스템의 열효율에 발생가능한 이상을 나타내는 값으로 결정된다. 플랜트를 운영할 때는 이러한 경고값이 시스템의 운전상태에 따라 변하게 되며 이러한 변화는 출력의 2차 함수로 나타난다. 경고한계값은 프로세스의 상태를 정확히 결정하는데 필수적이며 이를 구할 때는 열효율 전문가의 자세한 경험적 지식이 요구된다.

경고한계값의 2차 함수를 결정하는데는 몇가지 방법이 가능하다. 첫째로 변수의 성능곡선이 이용될 수 있는데 이 성능곡선은 시스템을 설계할 당시에 시스템을 구성하는 변수의 대표적 데이터를 바탕으로 구해진 것이다. 그러나 이러한 곡선은 그것이 나타내는 시스템의 특성이 시간이 지남에 따라 변하기 때문에 센서검증의 목적으로는 실용적이지 못하다. 오히려 이 경우에는 이상상태가 아닌 정상상태의 데이터를 사용하여 경고한계값의 특성을 점진적으로 향상시키는 것이 좋을 것이다. 경고한계값이 경험적인 지식이나 설계성능 데이터를 통하여 적절히 구해지지 않을 경우에는 적당한 데이터의 추출을 통하여 만들어진다. 전문가의 경험적 지식은 한 기기의 불완전 작동에 대한 전체적인 확률을 결정하는데 이용된다. 데이터는 이런 불완전한 작동의 치수에 대응하는 경고한계값을 구성하기 위하여 구해진다. 학습 데이터집합(learning data set)을 기초로 한 경고한계값 생성은 다음에 설명되어 있다. 5개의 현장 데이터집합이 경고한계값 생성에 쓰이는 학습 데이터로 선정되었다. 각각의 데이터 파일은 그 당시의 작동환경의 통계적 특성을 나타내므로 그 데이터 파일의 시간적 범위가 Table 1에 설명되어 있다. 시험용 데이터는 모든 데이터 집합으로부터 무작위로 추출되어 만들어졌다.

Table 1 Characteristics of on-line data

Data set	Number of data	Time period
1	393	From 12:00 on Sep. 24 to 00:50 on Sep. 28, 1990
2	401	From 07:00 on Oct. 1 to 08:50 on Oct. 5, 1990
3	203	From 01:00 on Oct. 11 to 14:00 on Oct. 12, 1990
4	446	From 13:00 on Oct. 15 to 14:00 on Oct. 19, 1990
5	279	From 07:00 on Dec. 17 to 14:00 on Dec. 20, 1990

평균(μ)과 표준편차(σ) 같은 몇가지 통계적 특성값이 각각의 추출데이터에 대해 시간의 함수로 구해지며 이것은 경고한계값의 생성에 이용된다. 통계적 특성값을 구하는 식은 다음의 표준공식을 이용한다. (13)

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k \quad (7)$$

$$\sigma = \left[\frac{\sum_{k=1}^N (X_k - \mu)^2}{N-1} \right]^{1/2} = \left[\frac{\sum_{k=1}^N X_k^2 - \frac{(\sum_{k=1}^N X_k)^2}{N}}{N-1} \right]^{1/2} \quad (8)$$

과거의 데이터 베이스로부터 특정한 출력에 대한 특정한 변수의 평균과 표준편차가 구해진다. 이 연구의 경우에 의해 95% 신뢰도가 변수값의 가장 적절한 범위임을 알 수 있었다. (19) 따라서 다음의 식은 특정한 출력에 대한 특정변수의 적절한 범위를 나타내게 되는 것이다.

$$\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma \quad (9)$$

변수의 값이 출력의 함수로 나타내지기 때문에 경고 한계값도 각각 계산된 변수의 경계값에 대한 근사곡선을 따름으로서 출력의 함수로 나타낼 수 있다. 이 방법의 검증은 시험데이터 집합이 예상된 신뢰도 안에서 근사곡선의 적절한 범위안에 있음을 보여주는 것이다. 추출된 데이터의 두 개의 집합에 대한 상관계수를 다음 식을 이용하여 구한다. (13)

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N\sigma_x\sigma_y} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i - N\bar{x}\bar{y}}{N\sigma_x\sigma_y} \quad (10)$$

여기에서 \bar{x} 와 \bar{y} 는 2차 근사함수로부터 구해진다.

Fig. 7, 8, 9는 95%의 신뢰도를 갖는 2차 근사함수식을 이용하여 플랜트출력의 함수로 표시된 고압

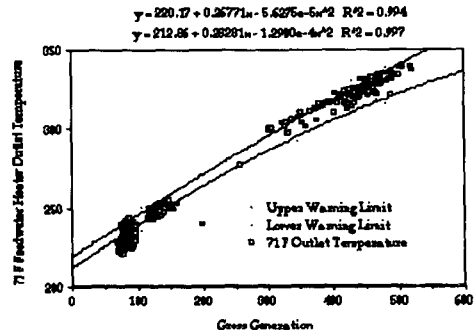


Fig. 7 Warning limits by first learning set vs. testing data set (Table 2)

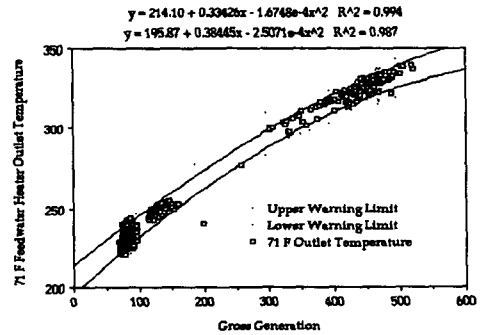


Fig. 8 Warning limits by second learning set vs. testing data set (Table 2)

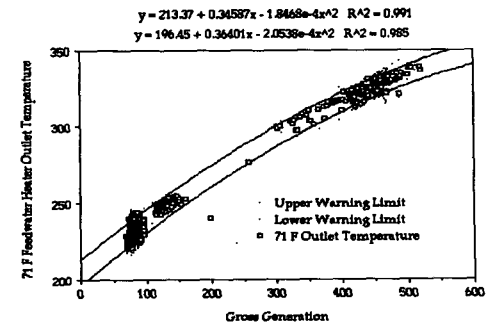


Fig. 9 Warning limits by third learning set vs. testing data set (Table 2)

급수가열기 출구온도의 경고한계값을 보여준다. 그림의 사각형은 현장 데이터의 10분간 평균값이고 경고한계값을 나타내는 두 개의 곡선이 2차 근사함수로 나타나 있다. 경고 한계값은 무작위로 추출된 시험데이터에 의해 검사되었다. 각 데이터 집합이 갖는 상이성(heterogeneity)은 학습데이터 집합을 구성하는 그 집합의 조합을 통하여 나타난다. 다른 학습집합을 고려함으로써 이 방법의 균일성을 시험할 수 있다. 이 분석은 그 과정을 통해 경고 한계값이 일정하게 수렴됨을 보여주며 또 이 경고 한계값의 생성 방법이 균일한 성질을 갖고 있음을 보여준다. 그리고 이 방법이 결과적으로 균일성을 보장할 때, 각각 다른 학습데이터집합에 의해 생성된 경고 한계값이 궁극적으로는 일정하게 수렴함을 알 수 있다.

Table 2는 학습 데이터집합의 내용과 그 빈도검사(frequency test)의 결과를 보여준다. 빈도검사는 시험데이터의 집합에서 경고한계값을 벗어나는 데이터의 수를 세는 것이다. 여기서 학습 데이터집합을 증가할수록 외부로 벗어나는 시험데이터의 숫자가 줄어들음을 볼 수 있다. 예견된 대로 각각 다른 학습 데이터의 집합으로부터 구해진 경고 한계값은 학습 데이터집합의 크기를 늘림에 따라 그 근사함수의 계수를 적절한 값으로 조절하게 된다.

2.4 센서 신뢰도계수

연산적 센서검증의 과정중 하나는 입력되는 센서값의 신뢰도를 구하는 것이다. 센서신뢰도를 구하는 한가지 방법은, 같은 출력상태에서 같은 센서로부터 구해진 이전의 정상분포(reference distribution)를 바탕으로 측정분포와의 유사정도를 비교하는 것이다. 센서신뢰도계수(sensor confidence measure)는 과거의 정상분포를 바탕으로 현재 측정된 분포의 유사정도를 수치로 환산한 것이다. 이에 의해 센서신뢰도 계수는 두 개의 확률밀도함수간의

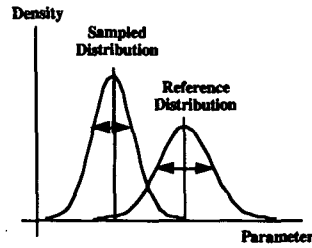


Fig. 10 Calculation of sensor confidence in two distributions including both mean and standard deviation

거리를 계산하여 구해진다. (Fig. 10) 만약 [0,1]의 척도가 적용될 경우에, '0'은 완전히 독립된 두 개의 확률분포를 나타내며, '1'은 동일한 분포를 나타낸다. 본 논문에서 사용되는 분포에 대한 계산상의 효율과 실험에 의한 정확도에 의거하여 Bhattacharyya 계수가 HEATXPRT™에서의 적절한 척도로 정해졌다. (23-26) 두 개의 통계학적 집단사이의 거리를 구하는 최초의 이론적이고 통계학적인 접근은 1936년으로 거슬러 올라가 Mahalanobis에 의해 이루어졌다. (27) 그 이후에 가능성의 비(可能性的比, Likelihood ratio, L)를 이용하여 두개의 확률밀도함수의 거리를 측정하는 연구가 많이 행해졌다. 가능성의 비는 다음과 같이 정의된다.

$$L(X) = \frac{f(X|C_1)}{f(X|C_2)} \tag{11}$$

$f(X|C_i) = C_i$ 의 상황이 '참'일 때의 조건 확률밀도함수

Jeffery의 발산척도(28)와 Bhattacharyya 계수(24)는 두개의 조건적 확률밀도함수 간의 가능성의 비율을 이용하여 구해졌다. 다른 연구가들도 이 방법을 따라 각각의 거리척도를 제안하였다. 그러한 척도에는 Kolmogorov변분거리, Matusita거리, Kolmogorov-Smirnov거리, Tie 통계량 등이 있다. Fig. 11에는 각각의 거리척도방법에 대하여 3가지 다른 측정분

Table 2 Results of analysis(warning limits vs. test data set)

71F feedwater heater outlet temperature	No. of Data points	Out-of-bound rate of testing data set	In-bound percentile
First learning set	393	221/463	52.5%
Second learning set	998	32/463	93.1%
Third learning set	1444	23/463	95.0%

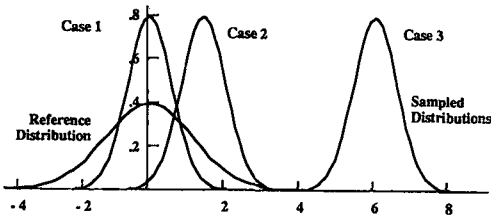


Fig. 11 Comparison of distance measures for 2 different reference and sampled distributions

$$S.C. = \rho = \sqrt{\frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} e^{-\frac{1}{4} \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}} \quad (13)$$

이 신뢰도의 척도는 경험적 센서검증에서 연산적 센서검증에 의해 구해진 초기의 확률분포를 개선할 때 쉽게 이용될 수 있다. 또한 이 척도는 경험적 센서검증에서, 후에 센서의 작동을 조사할 때 하나의 기준으로 이용된다. 식(13)에 보이는 센서 신뢰도계수의 유도가 부록 A에 설명되어 있다.

포와 하나의 정상분포를 비교한 것이 도시되어 있다. Table 3에는 거리척도가 계산되어 있다. Table 에서 보듯이, Bhattacharyya 계수가 지속적으로 일관된 결과를 나타내고 있다.

저자는 Bhattacharyya 계수가 실제의 용도에 적용될 수 있도록 하는 수학적기법을 개발하였다. (19,22,29) Bhattacharyya 계수는 거리척도로서, Kolmogorov 거리에 의하여 정의된 오차확률값에 따라서 그 값이 증가하거나 감소하는 바람직한 특성을 갖고 있다. (23) 다음의 예로서 확률밀도함수간의 센서 신뢰도계수를 구하여 보자. $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 각각 측정 확률밀도함수와 정상 확률밀도함수라 하고 σ 를 표준편차, 또 μ 를 평균값이라 하면 다음과 같은 식이 성립된다.

$$f(X) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}$$

$$g(X) = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (12)$$

이러한 분포에 대한 센서 신뢰도계수를 구하면 다음과 같다.

센서 신뢰도계수를 계산할 때에 Bhattacharyya 계수는 거의 모든 경우에 적용되지만 측정 확률밀도분포의 표준편차가 거의 0에 수렴할 경우에는 사용될 수 없다. 표준편차는 확률분포의 폭을 측정하는 것이기 때문에 만약 표준편차가 작아지면 변수의 값이 평균값에 가까워질 확률이 높은 것이고, 만약 표준편차가 커지면 변수의 값이 평균값에 대하여 멀어질 확률이 높은 것이다. 이러한 내용은 다음의 Chebyshev의 정리에 잘 나타나 있다.

Chebyshev의 정리: 만약 확률분포가 평균값 μ 와 표준편차값 σ 를 가질때 어떤값이 평균값으로부터 적어도 $k\sigma$ 만큼 떨어져 있을 확률은 $1/k^2$ 이다.

이를 기호로 표시하면 다음과 같다.

$$P(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2} \quad (14)$$

여기에서 $P(|X - \mu| \geq k\sigma)$ 는 주어진 확률분포를 갖는 임의의 변수 x 의 값이 $|x - \mu| \geq k\sigma$ 일 때의 확률값을 뜻한다. 이 정리에 대한 증명은 참고문헌에 나와있다. (13)

위의 정리에 있어서 μ 와 σ 는 정상 확률분포의

Table 3 Calculation and comparison of distance measures

Distance measures	$\mu_1=0, \mu_2=0$ $\sigma_1=1, \sigma_2=0.5$	$\mu_1=0, \mu_2=1.5$ $\sigma_1=1, \sigma_2=0.5$	$\mu_1=0, \mu_2=6$ $\sigma_1=1, \sigma_2=0.5$
Divergence distance	1.12	6.75	91.12
Bhattacharyya coefficient	0.89	0.57	0.0007
Kolmogorov varitaional Distance	0.65	1.42	1.99
Kolmogorov-smirnov distance	0.32	0.71	0.98
Matusita distance	0.46	0.93	1.99
Tie statistic	0.68	0.29	0.018

통계적 값이며 x 는 0에 가까운 표준편차를 갖는 측정 확률분포가 된다. 여기서 두 분포의 평균값의 차이를 계산하여 정상 확률분포의 표준편차값에 배수(倍數)와 비교함으로써 식(14)에서 계산된 상한값을 이용하면 측정 확률분포의 확률값을 구하게 된다.

정상분포는 어떻게 구해지는가? 그 과정은 경고한계값을 구하는 것과 비슷하다. Fig. 12와 같이 주어진 출력에 대한 2차 근사함수를 평균과 표준편차값에 의해 동시에 구하게 된다. Fig. 13은 2차 함수에 의해 구해진 변수의 확률밀도함수를 3차원으로 만든 것이다. 각각의 확률밀도함수는 그때 그때의 출력에 대응하여 표시되는 정상분포를 나타낸다.

2.5 정상분포의 보정

센서 신뢰도를 계산할 때 정상분포가 이용되었다. 정상분포는 센서가 주는 값의 모든 다양한 특

성을 제공한다는 측면에서 매우 중요하다. 플랜트의 운행이 동적이기 때문에 정상분포는 플랜트 운용의 모든 특징을 포함해야 한다. 따라서 제안된 정상분포에 대한 보완작용이 시간이 지남에 따라 계속 수행되어야 한다. 베이시안 평가(Bayesian estimation)를 이용해서 선형적분포(prior distribution)와 측정분포를 조합한 후 후험적분포(posterior distribution)를 계산하는 것은 간단한 일련의 과정으로 이루어진다.^(13,30) 베이시안 평가의 중요한 과정은 측정된 데이터의 측정분포 평균과 표준편차가 주어졌을 때 전체 모집단의 후험적분포 평균을 예측하는 것이다. 이 절에서는 비록 정규분포만을 고려하였지만 이 방법은 다른 분포함수에도 적용될 수 있다.⁽³⁰⁾

정규분포로 확인된 어떤 모집단의 평균값을 μ' , 그리고 표준편차값을 σ' 라 하자. 이 통계적 특성치는 결과적으로 다음의 선형적 확률밀도함수를 나타내게 된다.

$$f'(X) = \frac{1}{\sigma' \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-\mu')^2}{2\sigma'^2}} \tag{15}$$

또한, 측정 평균값이 μ_0 , 측정표준편차가 σ_0 인 n 개의 표본을 고려하자. 이것에 대한 후험적 확률밀도함수를 정규분포로 표시하면 다음과 같다.

$$f''(X) = \frac{1}{\sigma'' \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-\mu'')^2}{2\sigma''^2}} \tag{16}$$

$$\frac{1}{\sigma''^2} = \frac{1}{\sigma'^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \tag{17}$$

$$\mu'' = \frac{(1/\sigma'^2)\mu' + (n/\sigma_0^2)\mu_0}{(1/\sigma'^2) + (n/\sigma_0^2)} \tag{18}$$

식(17)과 (18)의 유도는 부록 B에 수록되어 있다.

선형적분포의 분산인 σ^2 이 감소하면서 선형적분포의 불확실성치는 줄어들게 되며 이것은 후험적분포를 예측하는데 선형적분포에 대한 지식이 더 큰 중요성을 차지하게 된다. 측정된 정보도 측정분포의 평균의 분산인 σ_0^2/n 에 대하여 같은 중요성을 갖는다.

위의 식에서 보듯이 후험적분포에 대한 베이시안 평가는 접합된 정보(pooled information)에 의하여 이루어진다. 만약에 측정된 정보보다 선형적 정보가 많을 경우에 후험적분포는 측정된 정보보다 선형적분포에 더 큰 영향을 받게된다. 그러므로 각각의 분포에 담겨 있는 정보를 쉽게 이해하기 위하여 다음과 같은 변수를 정의한다. 다음의 식에 의해

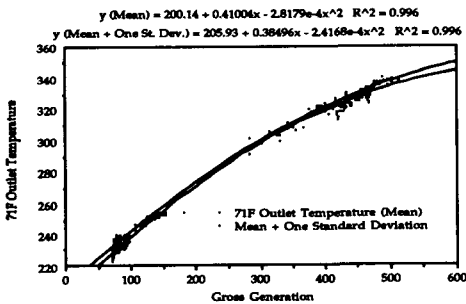


Fig. 12 Mean and standard deviation of reference distributions for high pressure feedwater heater outlet temperature

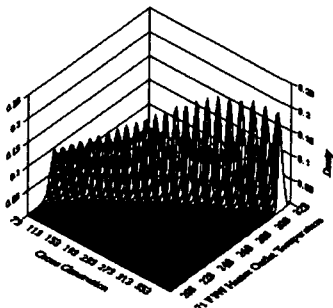


Fig. 13 Three dimensional generation of probability density function from quadratic equation

정의된 n' 라는 변수를 고려해 보자.⁽³⁰⁾

$$m' = \frac{\sigma_0^2}{\sigma^2} \quad (19)$$

이 변수에 의거하여 선형적분포의 분산 σ^2 는 n' 와 측정분포의 분산으로 나타낼 수 있다. 여기서 n' 는 '동치의 선형적 측정크기(equivalent prior sample size)'이다. 정보에 대해서도 같이 적용될 수 있다. 확률분포에 포함되어 있는 정보의 총계는 분산의 역으로 표현될 수 있다. 따라서 선형적, 측정적, 후험적 정보는 간단히 다음과 같이 정의된다.⁽³⁰⁾

$$I' = \frac{1}{\sigma'^2}, I_0 = \frac{n}{\sigma_0^2}, I'' = \frac{1}{\sigma''^2} \quad (20)$$

각각의 변수에 대한 해석은 다음 절에서 현장 데이터를 통해 적용되어 설명된다.

3. 현장 데이터에의 적용과 시험

이 절에서는 위에 설명된 이론적 방법이 어떻게 실제의 현장 데이터에 적용되는가를 보여주고자 한다. 고압 급수가열기의 출구온도가 시험되는 변수로 선정되었다. 현장 데이터는 미국의 일리노이주에 있는 Joliet 화력발전소에서 1990년 9월 24일 오후 9시부터 9월 29일 오전 0시 50분까지 추출되었다. Fig. 3의 (a), (b)와 같이 변이상태점검이 수행되어서 모든 정상상태의 데이터 값이 출력과 출구온도에 대해서 도시되었다. 각 점은 각 변수의 5분 평균값이 된다. 정상상태는 앞에서 설명된 바와 같이 운전자의 경험적 지식을 바탕으로 결정되었다. 그리고 변이상태 점검으로부터 구해진 정상상태의 데이터를 Sargent & Lundy Engineers의 전문가에게 자문한 결과 만족할만한 반응을 얻었다. 상이한 운전상태에 대한 변이상태의 점검은 변수의 변화에 대한 가중치를 조정함으로써 개선되어 설정되게 된다.

Fig. 5와 같이 71°F 출구온도의 경고한계값 2차 함수에 의하여 구해진다. 이 경우에는 출력이 135 MW로 측정되었다. 간단한 계산을 거쳐서 경고상한계값은 256°F 그리고 경고 하한계값은 244°F로 구해졌다. 이와 동시에 센서로부터 측정된 데이터는 다음과 같은 통계적 특성을 나타내었다. 평균은 249.04이고 표준편차는 2.74이다. 이 값을 이용하여 Fig. 4(a), (b)와 같이 측정분포가 구해졌다. 이 측정분포에 대하여 경고 상한계값과 경고 하한계값

을 각각 적분의 상한값과 하한값으로 하여 적분을 수행하면 각각의 상태에 대한 이산적 확률값을 계산하게 되며 그에 관계되는 자료는 Fig. 4(a), (b)와 2.2절의 Table, 그리고 식(4)로부터 (7)까지이다.

정상분포는 Fig. 12에 의해 플랜트의 출력값 135 MW를 대입함으로써 구해질 수 있다. 따라서 정상분포는 (250.36, 3.14)인 정규분포가 된다. Fig. 14에 정상분포와 측정분포가 도시되어 있다. 이러한 통계적 수치와 식(13)을 이용하여 정상분포와 측정분포의 거리를 계산하게 된다. 따라서 센서 신뢰도계수는 0.971이 된다. 여기에서 출구온도 변수에 대한 센서 신뢰도계수의 경향을 살펴보자. Fig. 15는 연산적 센서검증에 의하여 정상상태로 정의되었을 때의 변수의 센서 신뢰도계수를 보여준다. 센서 신뢰도계수가 계산되면서 그 값은 급격한 변화를 보여주는데 이것은 변이상태의 영향때문이다. 그러므로 시스템이 정상상태로 진행되면서 센서 신뢰도 계수값은 일정치를 유지하게 된다. Fig. 16은 센서 신뢰도 계수값이 정상상태의 결정에 영향을

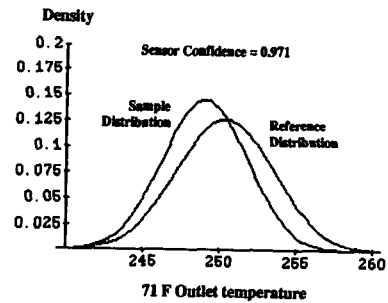


Fig. 14 Sensor confidence measure for example case

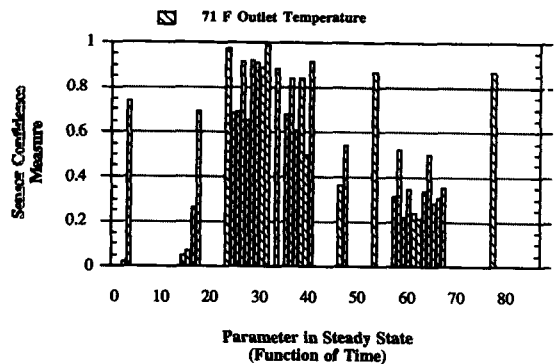


Fig. 15 Calculation of sensor confidence measure in steady state as function of time

반응을 잘 보여준다. 여기에서 대부분의 센서 신뢰도 계수는 시스템이 주로 운용되는 출력의 극단값에 의해 계산되었다. 따라서 연산적 센서검증내에서 변이상태를 정확하게 점검하는 것이 정상분포와 측정분포 간의 의미있는 비교를 가능하게 하는 매우 중요한 과정이 된다.

측정분포의 모든 통계적 수치들이 계산된 후에, 이 측정분포는 이제까지 이용된 정상분포를 개선하는데 다시 이용된다. 2.5절에서 설명되었듯이 개선된 정상분포의 모든 통계적 수치는 식(17)과 (18)에 의하여 계산된다. 식(17)의 결과로써 후험적 표준편차 σ'' 가 0.835가 된다. 또한 식(18)을 이용하여 후험적 평균 μ'' 는 249.13이 된다. 식(19)를 이용하여 '동적의 선형적 측정크기'가 1.31로 계산된다. n' 가 n 보다 작기때문에 측정평균에 더 큰 가중치가 주어지며 $\mu''(249.13)$ 는 $\mu'(250.36)$ 보다 $\mu_0(249.04)$ 에 가까와 진다. 이렇게 되는 이유는 두개의 통계적 분포를 합치기 때문인데 보다 많은 숫자를 갖는 분포가 조합된 집단의 평균을 구할 때 더 큰 영향을 주게 된다. 이것은 주어진 정보의 양에도 같이 적용되는데 그것은 식(20)에서 구한 선

형적 정보 $I(0.10142)$ 가 측정된 정보 $I_0(1.332)$ 보다 작음에서도 알 수 있다.

그러나 다음과 같은 의문이 남게 된다. 개선된 분포가 어떻게 이전의 정상분포로부터 급격히 변할 수 있는가? 이렇게 되는 이유는 분포를 고려할 때 보통 '한 점에 대한 평가'라는 관점을 견지하기 때문이다. 한 점에 대한 평가는 통계적 변수값에 바탕을 둔 통계적 추론을 뜻한다. 그러나 개선된 분포의 경우에는 '범위에 대한 평가'를 바탕으로 하여야 한다. 이러한 경우가 Fig. 17에 도시되어 있다. 이 범위는 불확실성치가 결정될 수 있는 분포값의 일부분으로 정의되어 진다. 후험적 확률분포에서 전체값의 95%를 포용하는 $\tilde{\mu}$ 의 범위에 대한 평가는 평균값 μ'' 와 분산 σ''^2 에 의하여 다음의 식으로 표시된다.⁽³⁰⁾

$$\mu'' - 1.96\sigma'' \leq \tilde{\mu} \leq \mu'' + 1.96\sigma'' \text{ or}$$

$$\mu'' - \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n''}} \leq \tilde{\mu} \leq \mu'' + \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n''}} \quad (21)$$

또한 추출적 확률분포에서 전체값의 95%를 포용하는 $\tilde{\mu}$ 의 범위를 평균값 σ 와 표준편차 σ 로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu - \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}} \leq \tilde{\mu} \leq \mu + \frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}} \quad (22)$$

위의 예에서 95%의 범위로 표시된 후험적 확률분포는(247.49, 250.77)의 영역을 갖게 된다. 추출적 확률분포에서의 범위는 (247.34, 250.74)이다.

4. 결 론

이 논문은 화력발전소내이 열효율 감소의 문제를 측정하고 진단하는 현장진단 전문가시스템인 HEA-TXPRT의 센서검증을 수행하기 위해 사용된 일종의 틀과 방법을 요약한 것이다. 얻어진 결론은 다음과 같다.

- (1) 동적인 시스템의 진단 전문가시스템의 개발에는 입력값인 센서에 대한 검증이 필수적이다.
- (2) 시스템 변수의 동적인 성질을 설명할 때 그 변수값을 일정한 상수값으로 나타낼 수는 없는 것이다. 따라서 이 논문은 센서검증에서 필요한 현장 데이터의 특성을 구하는데 필요한 유용한 통계적 방법을 요약하였다.
- (3) 이 통계적 방법은 센서의 값을 일종의 확률 분포로 고려하며 내포된 불확실성치를 이산적 확률

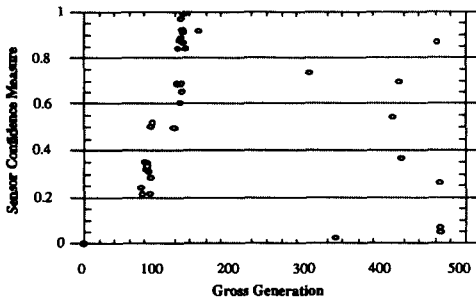


Fig. 16 Distribution of sensor confidence measure for various gross generation values

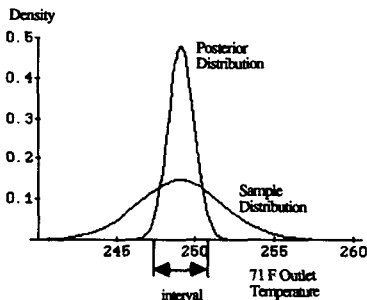


Fig. 17 Comparison of interval between sample distribution and posterior distribution

값을 통하여 나타내게 된다.

(4) 이러한 과정을 통하여 변수의 동적인 성질을 정량적으로 표현하며 후에 시스템에 대한 정성적인 분석을 가능하게 한다.

(5) 실제의 현장 데이터를 이용하여 개발된 센서 검증 시스템에 대한 검증을 마쳤고 그 결과는 만족스러웠다.

(6) 이상의 틀은 센서로 측정된 값이 신뢰도가 진단의 정확성과 그 결과로 제안되는 보정작용의 효용성을 결정하는데 중요한 원인이 되는 진단 전문가시스템의 개발에 적용될 수 있을 것이다.

후 기

이 연구는 University of California at Berkeley 와 Sargent & Lundy Engineers, EPRI (Electric Power Research Institute)의 공동연구이다. 검증에 사용된 현장 데이터는 Commonwealth Edison Company와 Northern Indiana Public Service Company로부터 제공되었다. 저자는 University of California at Berkeley 기계과의 A. Agogino 교수와 William H. Wood III에게 그동안의 조언과 공동연구에 감사드린다.

부록 A 센서 신뢰도계수의 유도

두 개의 확률밀도함수인 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 평균과 표준편차를 각각 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$ 라고 정의하자. 그것을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \\ g(x) &= \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \end{aligned} \quad (A1)$$

Bhattacharyya 계수(ρ)의 정의로부터 다음 식을 구하게 된다.

$$\rho = \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(x) dx \right]^{\frac{1}{2}} \quad (A2)$$

이 식에 확률밀도함수를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \right]^{\frac{1}{2}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{1}{4} \left(\left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{x-\mu_2}{\sigma_2} \right)^2 \right)} dx \end{aligned} \quad (A3)$$

만약 위 식의 지수함수의 지수에 나온 다항식의 계

수를 a, b, c 로 치환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{4\sigma_1^2\sigma_2^2} \\ b &= -\frac{\mu_1\sigma_2^2 + \mu_2\sigma_1^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2} \\ c &= \frac{\mu_1^2\sigma_2^2 + \mu_2^2\sigma_1^2}{4\sigma_1^2\sigma_2^2} \end{aligned} \quad (A4)$$

식(A4)를 식(A3)로 치환하면, 적분식은 다음과 같다.

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(ax^2+bx+c)} dx = e^{\frac{b^2-4ac}{4a}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x+\frac{b}{2a})^2} dx \quad (A5)$$

식(A5)에서 다음과 같은 변수의 변환이 가능하다.

$$\begin{aligned} \sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right) & \text{ then } \sqrt{a} dx = dt \\ \text{As } x & \rightarrow -\infty, t \rightarrow -\infty \text{ and } x \rightarrow \infty, t \rightarrow \infty \end{aligned}$$

따라서 적분식 I 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I &= e^{\frac{b^2-4ac}{4a}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} \frac{dt}{\sqrt{a}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{a}} e^{\frac{b^2-4ac}{4a}} \int_0^{\infty} e^{-t^2} dt \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{a}} e^{\frac{b^2-4ac}{4a}} \text{ where } \int_0^{\infty} e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \end{aligned} \quad (A6)$$

따라서 Bhattacharyya 계수(ρ)는 다음과 같다.

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1\sigma_2} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{a}} e^{\frac{b^2-4ac}{4a}} \quad (A7)$$

a, b, c 를 다시 치환하면 ρ 에 대한 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\rho = \sqrt{\frac{2\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right)^2} \quad (A8)$$

부록 B 베이시안방법을 이용한 정상 분포의 개선

정상적으로 데이터를 측정할 경우에 반복적인 측정값의 변수인 x_1, x_2, \dots 가 참값인 μ 의 근처로 집중되기를 기대한다. 따라서 다음과 같은 관계식을 구하게 된다.

$$x_i = \mu + \varepsilon_i, \text{ where } \varepsilon_i = \text{errors of measurement} \quad (B1)$$

여기서 ε 은 확률변수(random variables)인 $\varepsilon_1, \varepsilon_2,$

...로 간주된다. 확률변수 $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \dots$ 의 조건은 다음과 같다.

(1) 확률변수는 독립적이어야 한다. 즉, $(\bar{\varepsilon}_i = \varepsilon_i), \dots, (\bar{\varepsilon}_{i-1} = \varepsilon_{i-1})$ 이 주어졌을때 조건 확률분포 함수는 모든 i 에 대하여 독립적이어야 한다.

(2) 확률변수는 동일하게 분포되어야 한다. 즉, $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \dots$ 는 동일한 분포함수를 갖는다.

(3) 확률변수는 비편향적(non-bias)이어야 한다. 즉, 모든 i 에 대하여 $E(\bar{\varepsilon}_i) = 0$ 이어야 한다.

확률변수 $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \dots$ 의 분산이 σ^2 이므로, 그것을 밀도함수 f_N 으로 나타내면 다음과 같다.

$$\bar{\varepsilon}_i \sim f_N(\varepsilon_i | 0, \sigma^2) \tag{B2}$$

식(B2)에 변수값 (μ, σ^2) 를 갖는 확률변수 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots$ 를 적용하면 다음과 같다.

$$\bar{x}_i \sim f_N(x_i | \mu, \sigma^2) \tag{B3}$$

여기서 μ 가 주어졌을때 \bar{x}_i 가 x_i 가 되는 확률값을 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P(x_i - \frac{\Delta}{2} \leq \bar{x}_i \leq x_i + \frac{\Delta}{2} | \mu) &= \int_{x_i - \Delta/2}^{x_i + \Delta/2} f_N(t | \mu, \sigma^2) dt \\ &= \Delta f_N(x_i | \mu, \sigma^2) + \{\text{Terms of order higher than } \Delta\} \end{aligned} \tag{B4}$$

$(x_i - \frac{\Delta}{2} \leq \bar{x}_i \leq x_i + \frac{\Delta}{2})$ 를 $(\bar{x}_i \approx x_i)$ 로 표시할 수 있다면, 고차항을 무시한 다음의 실용식을 구할 수 있다.

$$P(\bar{x}_i \approx x_i | \mu) = \Delta f_N(x_i | \mu, \sigma^2) \tag{B5}$$

μ 가 주어졌을때 확률변수 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots$ 는 조건적 독립성을 가지게 되므로 다음의 식을 구하게 된다.

$$P(\bar{x}_1 \approx x_1, \dots, \bar{x}_n \approx x_n | \mu) = \Delta^n \prod_{i=1}^n f_N(x_i | \mu, \sigma^2) \tag{B6}$$

μ 에 조건적인 n 의 측정도수에 대하여 측정평균 μ_0 를 구하게 된다.

$$\mu_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \tag{B7}$$

식(B6)를 다음과 같이 나타낸다.

$$P(\bar{x}_1 \approx x_1, \dots, \bar{x}_n \approx x_n | \mu) = \Delta^n K f_N(\mu_0 | \mu, \sigma_0^2 / n) \tag{B8a}$$

$$\text{where } K = (2\pi)^{-\frac{1}{2}(n-1)} e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n-1}(x_i - \mu_0)^2 / \sigma^2} \sigma^{-(n-1)} n^{-\frac{1}{2}} \tag{B8b}$$

그리고 이것은 μ 에 대해 독립적이고 상수값을 갖게 된다. 식(B6)으로부터 식(B8a)를 유도하는 과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^n f_N(x_i | \mu, \sigma^2) &= \prod_{i=1}^n (2\pi)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(x_i - \mu)^2 / \sigma^2} \sigma^{-1} \\ &= (2\pi)^{-\frac{1}{2}n} e^{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 / \sigma^2} \sigma^{-n} \end{aligned}$$

여기서 e 의 지수를 전개하여 다음의 식을 구한다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0 + \mu_0 - \mu)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0)^2 + \sum_{i=1}^n (\mu_0 - \mu)^2 + 2 \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0)(\mu_0 - \mu) \end{aligned}$$

여기서, $\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0) = n\mu - n\mu = 0$, $\sum_{i=1}^n (\mu_0 - \mu)^2 = n(\mu_0 - \mu)^2$ 이다. 따라서 다음의 식을 구한다.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0)^2 + n(\mu_0 - \mu)^2$$

이 식을 대입함으로써 식(B8a)를 구한다. 식(B8a)는 고정된 ρ 에 대한 변수 x 의 결합확률함수(joint probability function)라 불리운다. 만약 이 식을 거꾸로 즉, 고정된 x 에 대한 ρ 의 함수로 볼때, 이 식의 측정치 x 에 대한 μ 의 가능성이라 불리우고, $L(\mu|x)$ 로 쓰일 수 있다. 식(B8a)로부터, 가능성의 함수를 다음과 같이 구한다.

$$L(\mu|x) = \Delta^n K f_N(\mu | \mu_0, \sigma_0^2 / n) \tag{B9}$$

분석해보면 식(B8a)와 (B9)는 같은 의미이다. f' 를 선험적 분포함수 그리고 f'' 를 후험적 분포함수라 하자. 베이즈법칙으로부터 다음을 구한다.

$$f''(\mu|x) \propto L(\mu|x) f'(\mu) \tag{B10}$$

식(B9)와 식(B10)은 다음과 같다.

$$f''(\mu|x) = C' f_N(\mu | \mu_0, \sigma_0^2 / n) f'(\mu) \tag{B11}$$

여기서, C' 는 x 의 함수 평균값 μ' 와 표준편차 σ' 를 갖는 선험적 분포를 통해 다음의 식으로 표시된다.

$$f'(\mu) = f_N(\mu | \mu', \sigma'^2) \tag{B12}$$

식(B11)과 (B12)를 통하여 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} f''(\mu|x) &= C' f_N(\mu | \mu_0, \sigma_0^2 / n) f_N(\mu | \mu', \sigma'^2) \\ &= C'' e^{-\frac{1}{2}s} \end{aligned} \tag{B13}$$

여기서, $S = \frac{(\mu - \mu_0)^2}{\sigma_0^2/n} + \frac{(\mu - \mu')^2}{\mu'}$ 이다.

S를 전개함으로써 다음식을 얻게된다.

$$\begin{aligned} S &= \frac{n}{\sigma_0^2}[\mu^2 - 2\mu\mu_0 - \mu_0^2] + \frac{1}{\sigma'^2}[\mu^2 - 2\mu\mu' - \mu_0^2] \\ &= \mu^2\left[\frac{n}{\sigma_0^2} + \frac{1}{\sigma'^2}\right] - 2\mu\left[\frac{n}{\sigma_0^2}\mu_0 + \frac{1}{\sigma'^2}\mu'\right] \\ &\quad + \{\text{Terms without } \mu\} \\ &= \left[\frac{n}{\sigma_0^2} + \frac{1}{\sigma'^2}\right]\left[\mu - \frac{\frac{n}{\sigma_0^2}\mu_0 + \frac{1}{\sigma'^2}\mu'}{\frac{n}{\sigma_0^2} + \frac{1}{\sigma'^2}}\right]^2 \\ &\quad + \{\text{Terms without } \mu\} \\ &= \frac{1}{\sigma'^2}(\mu - \mu'^2)^2 + \{\text{Terms without } \mu\} \end{aligned}$$

여기에서 다음의 식을 구한다.

$$\mu' = \frac{(1/\sigma'^2)\mu' + (n/\sigma_0^2)\mu_0}{(1/\sigma'^2) + (n/\sigma_0^2)}, \quad \frac{1}{\sigma'^2} = \frac{1}{\sigma'^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \quad (\text{B14})$$

식(B14)를 이용하여 후험적 분포를 계산하게 되었다.

참고문헌

- (1) Sopocy, D. M., Henry, R. E., Agogino, A. M., Kim, Y., Frogner, B., Blanco, M. A. and Divakaruni, S. M., 1990, "Development of an On-Line Expert System: HEATXPRT," *In Proceedings of ISA 90 International Conference and Exhibition*.
- (2) Sopocy, D. M., Blanco, M., Bleakley, K. W. and Perry, S. A., 1991, "Helping Operators Improve Plant Performance HEATXPRT: An On-Line Expert System," *In Proceedings of 1991 Heat Rate Improvement Conference*, Scottsdale, Arizona, May, 7~9.
- (3) Milne, R., 1987, "Strategies for Diagnosis," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMB-17, No. 3, May/June.
- (4) Agogino, A. M., Srinivas, S. and Schneider, K. M., 1988, "Multiple Sensor Expert System for Diagnostic Reasoning, Monitoring and Control of Mechanical Systems," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 2, No. 1.
- (5) Paasch, R. K. and Agogino A. M., 1991, "Management of Uncertainty in the Multi-Level Monitoring of the Time of Flight Scintillation Array," *Uncertainty in Artificial Intelligence; Proceedings of the Seventh Conference*. Morgan Kaufman Publishers, pp. 257~263.
- (6) Paasch, R. K., 1990, *Management of Uncertainty in Sensor Based Diagnostic Expert Systems*, Ph. D. Dissertation. University of California at Berkeley.
- (7) Irving, M. R., and Sterling, M. J. H., 1985, "Implementation of State Estimation and Data Validation in Electric Power Systems," *Comparative Models for Electrical Load Forecasting*, Edited by D. W. Bunn and E. D. Farmer, John Wiley and Sons Ltd., pp. 159~171.
- (8) Hashemian, H. M., Thie, J. A., and Upadhyaya, B. R., 1988, "Reactor Sensor Surveillance Using Noise Analysis," *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 98, pp. 96~102.
- (9) Frogner, B., Shieh, D., and Kessler, T., 1988, "Signal Validation by Combining Model-Based and Evidential Reasoning Approaches," *In Proceedings of Instrument Society of America*, pp. 151~162.
- (10) 김영진, 1993, "인플루언스 다이어그램을 기초로 한 이상진단 지식베이스의 개발," 대한기계학회논문집 제17권 제12호.
- (11) 김영진, 1993, "발전소 현장진단 전문가시스템의 개발," 개술개발 제16호, 한국전력공사.
- (12) ANSI/ASME PTC 19.1, 1985, *Measurement Uncertainty*, An American National Standard.
- (13) Miller, I. and Freund, J. E., 1985, *Probability and Statistics for Engineers*, Prentice-Hall International Editions, 3rd Ed.
- (14) Papoulis, A., 1991, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill International Editions, 3rd Ed.
- (15) Schalkoff, R., 1972, *Pattern Recognition; Statistical, Structural and Neural Approaches*, John Wiley and Sons, Inc.
- (16) Moore, E. A., 1985, "INFORM: A Knowledge Acquisition and Modeling Interface for IDES, the Influence Diagram Based Expert System,"

- Master's Project Report, Expert Systems Laboratory, University of California at Berkeley.*
- (17) Agogino, A. M. and Rege, A., 1987, "IDES: Influence Diagram Based Expert System," *Mathematical Modeling*, Vol. 8, pp. 227~233.
- (18) Agogino, A. M., and Ramamurthi, K., 1990, "Real Time Influence Diagrams for Monitoring and Controlling Mechanical Systems," *Influence Diagrams, Belief Nets and Decision Analysis*. Oliver R. M. and Smith(Eds.) J. Q., John Wiley & Sons Ltd., pp. 199~228.
- (19) Kim, Y., 1991, "Uncertainty Propagation i Intelligent Sensor Validation," *Ph. D. Dissertation*, University of California at Berkeley.
- (20) Specht, D. F., 1988, "Probabilistic Neural Networks for Classification, Mapping, or Associative Memory," *Lockheed Palo Alto Research Laboratories*.
- (21) Parzen, E., 1967, "On Estimation of a Probability Density Function and Mode," *Ann. Math. Stat.*, Vol. 33, pp. 1065~1076, Sept.
- (22) Ki, Y., and Agogino, A. M., 1991, "Signal Validation for Expert System Development," *Proceedings-EPRI Expert System Applications for the Electric Power Industry*, Boston, MA., Sept. 9~11.
- (23) Kaliath, T., 1967, "The Divergence and Bhattacharyya Distance Measures in Signal Selection". *IEEE Trans. Commun. Technol.*, COM-15, pp. 52~60.
- (24) Bhattacharyya, A., 1943, "On A Measure of Divergence Between Two Statistical Populations Defined by Probability Distributions," *Bull. Calcutta Math. Soc.*, Vol. 35, pp. 99~109.
- (25) Matusita, K., 1955, "Decision Rules, Based on the Distance, for Problems of Fit, Two Samples, and Estimation," *Ann. Math. Stat.*, Vol. 26, pp. 631~640.
- (26) Kobayashi, H., and Thomas, J. B., 1967, "Distance Measures and Related Criteria," *In Proc. 5th Annu. Allerton Conf. Circuit and System Theory*, Oct., pp. 481~500.
- (27) Mahalanobis, P. C., 1936, "On the Generalized Distance in Statistics," *Proc. Natl Inst. Sci. (India)*, Vol. 12, pp. 49~55.
- (28) Jefferys, H., 1946, "An Invariant Form For the Prior Probability in Estimation Problems," *Proc. Roy. Soc. A.*, Vol. 186, pp. 453~461.
- (29) Kim, Y., Wood III, W. H. and Agogino, A. M., 1992, "Sensor Systems for an On-line Diagnostic Expert Systems in Fossil Power plants," *Proceedings-2nd International Forum on Expert Systems and Computer Simulations in Energy Engineering*, Erlangen, Germany, Mar. 17~21.
- (30) Winkler, R. L., 1972, "Introduction to Bayesian Inference and Decision," *Series in Quantitative Methods for Decision Making*, Holt, Rinehart and Winston, Inc., pp. 162~179.