

〈論 文〉

등온모델에 의한 자유행정 Vuilleumier 열펌프의 동특성 해석

유 호 선*

(1993년 9월 8일 접수)

Analysis of Dynamic Characteristics for a Free-Piston Vuilleumier Heat Pump Based on the Isothermal Model

Heseon Yoo

Key Words: Vuilleumier Heat Pump (VM 열 펌프), Free-Piston Machines (자유 행정 기관), Dynamic Characteristics (동특성), Isothermal Model (등온모델)

Abstract

This paper deals with dynamic behaviors of a free-piston Vuilleumier heat pump system, which are characterized by stroke of each displacer/stroke ratio, operating frequency and phase angle. Based on the Isothermal Model, basic equations of motion are derived and linearized. In particular, dependence of damping coefficients on the dynamic parameters are taken into account in the formulation, which does not bring additional difficulties in the analysis. In order to investigate effects of design conditions on the dynamic characteristics, calculations are performed for the prototype made by Schulz and Thomas and results are qualitatively compared with their data obtained from the analysis as well as the experiment. It appears that they made a mistake in evaluating the hysteresis loss of the gas spring in their analysis. And, the present results show a better agreement with their experimental data than those by their own analysis. Although there are some unresolved aspects such as frequency variations with respect to the mean pressure and the hot space temperature, it is expected that the present analysis may be an effective tool for prediction of dynamics of a free-piston VM machine at the preliminary design stage.

기 호 설 명	
A : 단면적 또는 계수 [식 (37)]	f_h : 마찰계수
A_r : 커넥팅로드 단면적	j : $\sqrt{-1}$
B : 계수 [식 (38)]	K : 스프링상수
C : 감쇄계수	L : 길이
C_{HVS} : 히스테리시스 감쇄계수	M : 질량
D : 감쇄행렬의 요소	P : 압력
d_h : 수력직경	P_g : 기체스프링의 압력
E : 계수 [식 (39)]	P_m : 평균압력
f : 주파수	ΔP : 압력강하
	Re_n : Reynolds수 ($\rho U d_h / \mu$)
	S : 강성행렬의 계수

*정회원, 숭실대학교 기계공학과

- s : Laplace변수
- T : 온도
- U : 최대속도
- u : 속도
- V : 체적
- V_g : 기체스프링의 체적
- X : 변위기 행정
- x, \dot{x}, \ddot{x} : 변위, 속도, 가속도
- \tilde{x} : Laplace변환된 x
- Z : 상수[식(11)]
- γ : 작동유체 비열비
- μ : 점도
- ρ : 밀도
- ϕ : 위상각
- ω : 각속도($2\pi f$)

하첨자

- A : 상온열교환기
- a : 상온부
- ac : 상온부와 저온부 사이
- AH : 고온측 상온열교환기
- ah : 상온부와 고온부 사이
- AK : 저온측 상온열교환기
- c : 저온부
- D : 불용체적
- H : 가열기
- h : 고온부
- i : 고온부 및 저온부를 대표
- j : 재생기 및 열교환기를 대표
- K : 냉각기
- o : 중립상태
- RH : 고온측 재생기
- RK : 저온측 재생기

1. 서론

최근 지구환경문제와 연관된 CFC의 사용규제에 따라 대체냉매의 개발과 병행하여 스테어링 및 Vuilleumier(이하 VM으로 약칭)사이클로 작동되는 열펌프/냉동기의 실용화에 대한 연구관심이 고조되고 있다. 특히 VM열펌프(냉동기 포함)는 주로 Helium을 작동유체로 사용함으로써 환경에 무해할 뿐 아니라 흡수식 열펌프와 유사하게 열에 의

해 구동되기 때문에 효율적인 에너지이용의 관점에서 그 잠재력은 크다.^(1,2) 다만 실용화를 위해서는 아직 해결되어야 할 장애요소가 다수 있으며 그 중의 하나가 기존 공조기와 비교하여 상대적으로 낮은 비출력(specific power)이다. 이 문제를 극복하기 위하여 Schulz 등에 의해 고안된 자유행정(free-piston) VM열펌프⁽³⁾는 이미 잘 알려진 자유행정 스테어링기관(FPSE)과 유사한 원리로서 Fig. 1에 개략적으로 도시된 바와 같이 구동기구 및 시동 보조장치가 불필요하고 각 실린더를 동축상에 배치할 수 있기 때문에 전체 중량감소는 물론 내부 불용체적을 최소화할 수 있다.

포괄적 의미의 자유행정기관(free-piston machines)은 변위기(displacer), 피스톤과 같은 (왕복)운동요소의 행정이 외부적으로 구속되지 않고 내부의 동역학적 요소, 열역학적 상태변화, 공기역학적 손실 등에 의존하는 특성 때문에 기구학적 구동기관에 비하여 성능예측 및 설계가 상당히 어렵다. 즉 운동요소의 동특성과 작동유체의 거동이 상호 결합되어 있으며 타당한 성능예측을 위해서는 양자가 연립적으로 해석되어야 한다.⁽⁴⁾ 그러나, 처음부터 정교한 해석방법을 도입하기 보다는 먼저 단순화된 모델을 대상으로 운동요소의 행정(진폭), 주파수, 변위기(피스톤) 사이의 위상각 등 동역학적인자(dynamic parameters)에 대한 각 설계조건에 영향을 파악하는 것이 효율적인 접근방법이다.⁽⁵⁾ 이러한 해석은 운동요소에 작용하는 힘이 변위 및 속도에 선형적으로 비례한다는 가정에 기초(선형해

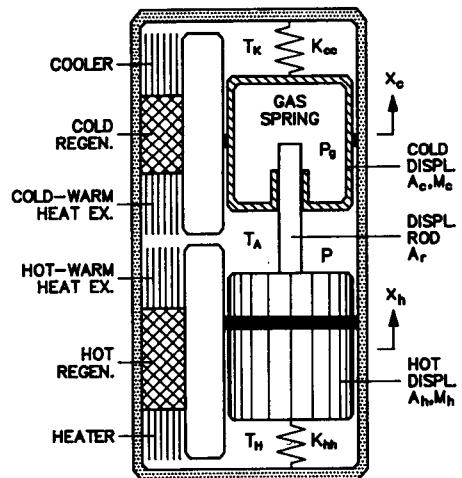


Fig. 1 Schematic of a free-piston Vuilleumier machine

석)하고 있다.⁽⁶⁾ 이때 탄성 및 감쇄계수는 내장된 스프링, 부하, 작동체적 및 완충공간(buffer or bounce space)의 압력변화, 열교환기군을 통과하는 동안의 압력손실, 기체스프링의 비가역손실 등 시스템의 특성을 반영하는 요인으로부터 결정된다. 따라서 운동방정식의 공식화를 위해서는 작동유체의 상태변화에 대한 열역학적 모델 정립이 선행되어야 한다. 작동유체의 실제 상태변화는 이미 잘 알려진 바와 같이 등온보다는 단열에 근사하지만, 단열모델의 경우 조건부 온도(conditional temperatures)와 같은 비선형성으로 인하여⁽⁷⁾ 운동방정식에 대한 해석적 접근이 곤란하기 때문에⁽⁸⁾ 많은 연구에서 해석이 용이한 등온모델을 도입하고 있으며, 자유행정기관의 등온모델에 의한 선형해석은 예비설계수단으로서 특히 유용함이 입증되어 왔다.⁽⁹⁾

지금까지의 동특성해석은 전적으로 FPSE를 대상으로 수행되었으며 자유행정 VM열펌프(FPVM-HP)에 대해서는 최근 Schulz 등⁽¹⁰⁾에 의해 시도된 것이 최초이며 유일한 예이다. 양자에 대한 해석방법에는 본질적인 차이가 없으나 출력형태 및 구성요소가 상이하기 때문에 결과에 대한 관점에는 상당한 차이가 있다. 즉 FPSE의 경우 부하(일출력)가 점성감쇄의 형태로 동역학적 시스템의 주요구성요소가 되므로 부하변동에 따른 동적반응에,⁽⁹⁾ FPVMHP의 경우 열출력은 동역학적 인자가 결정된 후 계산될 수 있기 때문에 설계조건에 따른 이들 인자의 변화에 초점을 맞추고 있다.⁽¹⁰⁾ 한편 Schulz 등의 연구⁽¹⁰⁾에서는 해석과정은 비교적 상세히 취급되어 있으나 구체적인 결과는 별로 보고되지 않고 있을 뿐 아니라 감쇄계수 산출에 있어서 오류도 발견되고 있다. 본 연구에서는 FPSE에 대한 해석방법을 수정하여 FPVMHP의 등온모델에 적용하는 과정을 체계적으로 취급하고, 설계조건에 따른 동특성 즉 동역학적 인자의 변화를 규명하고자 한다. 특히 공식화과정에서 열교환기군의 압력손실에 대응하는 감쇄계수의 변위기행정 및 주파수의존성을 실제에 근접하게 해석에 고려한다.

2. 공식화 및 해석방법

2.1 운동방정식

케이싱은 정지상태로 유지된다고 가정하면 운동요소인 저온 및 고온 실린더내 변위기의 운동은 2자유도 시스템이 되며 역학적 균형으로부터 각각에

대한 운동방정식은 다음과 같이 표시된다. (Fig. 1 참조)

$$M_c \ddot{x}_c = A_r(P_g - P) + A_c \Delta P_{ac} - K_{cc} x_c \quad (1)$$

$$M_h \ddot{x}_h = A_r(P - P_g) + A_h \Delta P_{ah} - K_{hh} x_h \quad (2)$$

여기서 압력 P 는 순간적으로 전 작동체적에 걸쳐 균일하다고 가정한다. 그러나 열교환기군을 통과하는 동안의 작동유체 압력강하 ΔP_{ac} 및 ΔP_{ah} 는 운동요소의 진동을 정상상태로 유지시켜주는 역할을 하기 때문에 P 와는 독립적으로 해석에 포함되어야 하며⁽¹¹⁾ 그 이유는 후술하기로 한다.

식(1)과 (2)를 일반화된 형태로 표시하면

$$\ddot{x} + [D]\dot{x} + [S]x = 0 \quad (3)$$

이 되며 이때 $[D]$ 및 $[S]$ 는 각각 단위질량당 감쇄행렬(damping matrix) 및 강성행렬(stiffness matrix)이다. 따라서 작동유체 및 기체스프링의 압력 P 및 P_g , 압력강하 ΔP 를 운동요소의 변위 x_i ($i=c, h$) 또는 속도 \dot{x}_i 의 함으로 공식화하여야 한다.

2.2 열역학적 모델

압력을 변위의 함수로 표시하기 위하여 등온모델을 도입한다. 작동유체를 이상기체로 취급하고 저온, 상온 및 고온부의 온도가 각각 인접한 열교환기 온도 T_K , T_A 및 T_H 로 유지된다고 가정하면 작동유체에 대한 질량보존원리로부터

$$dP = -P(dV_c/T_K + dV_a/T_A + dV_h/T_H) / (V_c/T_K + V_a/T_A + V_h/T_H + \Sigma V_D/T_D) \quad (4)$$

가 된다. 여기서 하첨자 D 는 불용체적을 표시한다. 작동체적과 변위와의 관계

$$V_c = V_{c,o} - A_c x_c \quad (5)$$

$$V_h = V_{h,o} + A_h x_h \quad (6)$$

$$V_a = V_{a,o} - (A_h - A_r)x_h + (A_c - A_r)x_c \quad (7)$$

를 식(4)에 대입하면 압력변화는 다음과 같이 변환된다.

$$dP = -P[[-A_c/T_K + (A_c - A_r)/T_A]dx_c + [A_h/T_H - (A_h - A_r)/T_A]dx_h] / (V_c/T_K + V_a/T_A + V_h/T_H + \Sigma V_D/T_D) \quad (8)$$

2.3 방정식의 선형화

식(3)으로부터 해석적으로 동역학적 인자를 결정

정하기 위해서는 선형화 즉 감쇄행렬 및 강성행렬의 각 요소를 x_c 및 x_h 와 독립적인 항으로 표시하는 것이 필요하다. 압력 P 의 경우 식(8)에서 알 수 있듯이 등온모델 자체가 선형이므로

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial x_c} \right)_o dx_c + \left(\frac{\partial P}{\partial x_h} \right)_o dx_h \quad (9)$$

로 부터 쉽게 다음식으로 표시된다.

$$P = P_m \{ 1 - [-A_c/T_K + (A_c - A_r)/T_A] / Z \cdot x_c - [A_h/T_H - (A_h - A_r)/T_A] / Z \cdot x_h \} \quad (10)$$

$$Z = V_{c,o}/T_K + V_{a,o}/T_A + V_{h,o}/T_H + \Sigma V_D/T_D \quad (11)$$

여기서 하첨자 o 는 변위가 0인 원점 즉 운동요소가 중립인 상태로서 내장 스프링이 이완된 위치와 일치하며 이때 압력은 평균압력(또는 충전압력) P_m 으로 취한다.

기체스프링의 경우 이상적인 단열상태변화와 벽면과의 실제열전달에 따른 비가역손실(hysteresis loss)로 분리하여(decoupled) 취급한다. 히스테리시스손실을 선형감쇄(linear damping)로 취급하면 운동방정식은 다음과 같이 변형된다.

$$M_c \ddot{x}_c = A_r (P_{g,id} - P) + A_c \Delta P_{ac} - C_{HYS} (\dot{x}_c - \dot{x}_h) - K_{cc} x_c \quad (12)$$

$$M_h \ddot{x}_h = A_r (P - P_{g,id}) + A_h \Delta P_{ah} - C_{HYS} (\dot{x}_h - \dot{x}_c) - K_{hh} x_h \quad (13)$$

여기서 감쇄계수 C_{HYS} 는 Urieli 등의 방법⁽⁵⁾을 적용하여 구할 수 있다. 이상적인 기체스프링의 압력변화 $P_{g,id}$ 는 기체스프링을 작동체적과 같은 압력으로 충전한다면

$$P_{g,id} = P_m (V_{g,o}/V_g)^{\gamma} \quad (14)$$

$$V_g = V_{g,o} - A_r (x_h - x_c) \quad (15)$$

로부터 다음식으로 선형화된다.

$$P_{g,id} \approx P_m [1 + \gamma A_r (x_h - x_c) / V_{g,o}] \quad (16)$$

열교환기군에서의 압력강하는 각 열교환기를 통과하는 유속의 함수이므로 유속을 운동요소 속도의 항으로 표시하였을 때 층류의 경우 압력강하는 속도에 선형적으로 난류의 경우 비선형적으로 비례한다. 이러한 이유 때문에 대부분의 연구에서 재생기를 제외한 열교환기에 대해서는 난류마찰계수를, 특성길이가 짧은 재생기에 대해서는 층류마찰계수를 적용하여 왔다. 그러나 최근 실제와 유사한 왕

복유동조건하에서 다양한 종류의 축열재에 대한 측정결과로 얻어진 실험식은 재생기내의 유동이 층류로 취급되기는 곤란함을 보여주고 있다.^(12,13) 실제 재생기에서의 압력강하가 다른 열교환기의 경우에 비하여 현저하게 크다는 점을 고려하면⁽¹⁴⁾ 유동형태의 차이는 시스템의 동특성에 큰 영향을 미치리라 예상된다. 따라서 본 연구에서는 재생기에서 압력강하에 따른 감쇄손실계산에 실험식을 그대로 적용하기로 한다.

재생기를 비롯한 각 열교환기를 하첨자 j ($j=K, RK, AK, AH, RH, H$)로 표시할 때 대응하는 압력강하를 선형감쇄로 근사하면

$$\Delta P_j = (C_j/A_i) u_j \quad (17)$$

이다. 유속이

$$u_j = U_j \cos \omega t \quad (\omega = 2\pi f) \quad (18)$$

와 같이 변화한다고 가정하면 한 사이클동안 압력강하에 의한 소산일은 결국 선형감쇄에 의한 소산일이므로

$$C_j = 4 / (3\pi) f_{h,j} \rho_j U_j (L_j / d_{h,j}) A_i \quad (19)$$

가 된다. 여기서 U_j 는 최대속도이다. 저온 및 고온측 열교환기군을 통과하는 유량은 각각 저온부 및 고온부의 제적변화율과 같다고 가정하면 유속은 식(5)와 식(6)으로부터

$$u_j = A_i x_i / A_j \quad (20)$$

로 구해진다. 각 운동요소의 행정(변위진폭의 2배)을 X_i 로 표시할 때 대응하는 최대유속은

$$U_j = A_i (X_i/2) \omega / A_j \quad (21)$$

이며 마찰계수 $f_{h,j}$ 도 U_j 의 항으로 표시될 수 있다. 따라서 열교환기군에서의 압력강하에 따른 점성감쇄는 운동요소의 행정 및 주파수에 의존하게 된다. 본 연구에서 사용된 재생기 및 다른 열교환기에 대한 마찰계수는 각각 다음과 같다.^(5,12)

$$f_{h,j} = 175 / \text{Re}_{h,j} + 1.60 \quad (j=K, RK, RH) \quad (22)$$

$$f_{h,j} = 0.3164 / \text{Re}_{h,j}^{0.25} \quad (j=K, AK, AH, H) \quad (23)$$

선형화된 결과를 정리하면 식(3)의 감쇄 및 강성행렬의 각 요소는 다음과 같이 결정된다.

$$S_{cc} = A_r P_m [(A_c/T_K - (A_c - A_r)/T_A) / Z + \gamma A_r / V_{g,o}] / M_c + K_{cc} / M_c \quad (24)$$

$$S_{ch} = A_r P_m \{ [(A_h - A_r) / T_A - A_h / T_H] / Z - \gamma A_r / V_{g,o} \} / M_c \quad (25)$$

$$S_{hh} = A_r P_m \{ [A_h / T_H - (A_h - A_r) / T_A] / Z + \gamma A_r / V_{g,o} \} / M_h + K_{hh} / M_h \quad (26)$$

$$S_{hc} = A_r P_m \{ [(A_c - A_r) / T_A - A_c / T_K] / Z + \gamma A_r / V_{g,o} \} / M_h \quad (27)$$

$$D_{cc} = [A_c (C_K / A_K + C_{RK} / A_{RK} + C_{AK} / A_{AK}) + C_{HYS}] / M_c \quad (28)$$

$$D_{ch} = -C_{HYS} / M_c \quad (29)$$

$$D_{hh} = [A_h (C_H / A_H + C_{RH} / A_{RH} + C_{AH} / A_{AH}) + C_{HYS}] / M_h \quad (30)$$

$$D_{hc} = -C_{HYS} / M_h \quad (31)$$

여기서, 강성행렬의 요소는 상수가 되지만 감쇄행렬의 요소는 전술한 바와 같이 동역학적 인자의 함수가 되기 때문에 완전히 선형화되지는 않았다.

2.4 동역학적 인자의 결정

식(24)~(31)로 주어진 각 행렬의 요소에서 계수 C_j 및 C_{HYS} 를 일정하다고 가정하면 일반화된 운동방정식 식(3)은 연립선형 상미분 방정식이 된다. 식(3)의 안정성조건(stability criterion)을 만족 즉 각 운동요소가 정상상태로 진동하기 위해서는 변위 x_i 의 진폭이 시간에 대하여 독립적이어야 하는 조건으로부터⁽¹⁵⁾ 주파수, 진폭, 위상각 등 동역학적 인자를 결정하는 과정은 다음과 같이 2가지로 대별될 수 있다. 결과는 동일하기 때문에 본 연구에서는 전자는 소개만 하고 후자를 적용하였으며 문헌⁽¹⁶⁾에 여타의 접근방법을 포함하여 체계적으로 정리되어 있다.

먼저, Laplace변환에 의존하는 방법을 개관하면,⁽¹¹⁾ 초기조건을 중립상태에 취하여 식(3)을 Laplace변환한 복소공간(complex domain)에서의 특성방정식은 \bar{x}_c 및 \bar{x}_h 가 변수인 2원 1차 연립방정식이 된다. 특성방정식은 제차(homogeneous)이므로 해가 존재하기 위해서는 계수행렬식이 0이 되어야하며, 그 결과 Laplace변수 s 에 대한 4차 방정식이 얻어진다. 안정성조건을 만족하기 위해서는 이 대수방정식은 적어도 공액(conjugate)인 한쌍의 순허수 해를 가져야 하며 이로부터 동역학적 인자들이 결정된다.

보다 직접적인 접근방법으로서

$$x_i = (X_i/2) \exp[j(\omega t + \phi_i)] \quad (32)$$

와 같이 안정성조건을 만족하는 복소함수 형태의

해를 먼저 가정하고 식(3)의 각항을 치환함으로써 시간영역으로부터 주파수(각속도)영역으로 변환한다. 문헌⁽⁶⁾의 과정을 참조하면 각속도 및 기하학적 제한조건은 다음과 같이 결정된다.

$$\omega^2 = (S_{cc} D_{hh} + S_{hh} D_{cc} - S_{ch} D_{hc} - S_{hc} D_{ch}) / (D_{cc} + D_{hh}) \quad (33)$$

$$\omega^4 - (S_{cc} + S_{hh} + D_{cc} D_{hh} - D_{hc} D_{ch}) \omega^2 + (S_{cc} S_{hh} - S_{hc} S_{ch}) = 0 \quad (34)$$

위상각 및 변위기 행정(진폭)비는, 고온변위기를 기준한 저온변위기의 위상각을 ϕ 로 표시할 때, 식(32)를 식(3)에 대입한 결과에서 쉽게 결정된다. 즉,

$$\phi = \tan^{-1}(B/A) \quad (35)$$

$$X_h/X_c = E/(A^2 + B^2)^{0.5} \quad (36)$$

이며, 여기서

$$A = S_{ch}(\omega^2 - S_{cc}) - \omega^2 D_{cc} D_{ch} \quad (37)$$

$$B = \omega [S_{ch} D_{cc} + (\omega^2 - S_{cc}) D_{ch}] \quad (38)$$

$$E = (S_{cc} - \omega^2)^2 + \omega^2 D_{cc}^2 \quad (39)$$

이다.

결과적으로 식(33)~(36)으로 주어진 4개의 관계식에서 4개의 변수 ω , ϕ , X_h/X_c 및 X_c (또는 X_h)가 결정된다. 본 연구에서는 감쇄행렬의 요소 식(28)~(31)을 주파수 및 행정의 함수로 공식화하였기 때문에 동역학적 인자를 얻기 위해서는 반복적인 계산이 필요하다. 그러나 각 변위기의 행정 X_c , X_h 의 결정에 이용되는 식(34) 및 (36)도 행정의 현시적인 함수는 아니며 이에따라 감쇄계수가 상수인 경우에도 이미 반복적인 계산을 불가피하기 때문에^(9,10) 계산상의 어려움이 추가되는 것은 아니다. 구체적으로, 먼저 각 인자를 적절히 가정하여 식(24)~(31)로 표시된 행렬의 요소를 계산한 후 식(34)와 (36)을 동시에 만족하는가 검사한다. 만일 만족하지 않으면 새로운 값을 초기치로 취하여 수렴할 때까지 반복한다. 본 연구에서는 수렴을 가속화하기 위한 방법의 하나로서 식(34)의 X_c (또는 X_h)에 대한 의존성을 Newton-Raphson방법으로 처리하여 새로운 X_c (또는 X_h)를 구하고 식(36)에 대입하여 대응하는 X_h (또는 X_c)를 계산하였다. 물론 식(34)는 주파수(각속도) 및 위상각에도 의존하지만 시행착오의 결과 수렴속도에 미치는 영향은 그리 크지 않음을 알 수 있었다.

한편, 전술한 열교환기군을 통한 압력강하, 기체

스프링에서 비가역 손실 등 비선형적 인자는 운동 요소의 안정성과 밀접히 연관되어 있다.^(11,15) 만일 이런 인자가 없다면 탄성계수 및 감쇄계수는 모두 상수이므로 이들 계수로부터 결정된 동역학적 인자에 따라 설계된 열펌프는 운전조건이 고정되며, 실제 운전상태가 설계조건과 상이한 경우에는 운동 요소의 진동은 불안정화(진폭이 계속 확대 또는 축소)한다. 그러나 비선형적 인자가 있기 때문에 설계조건에서 이탈하는 경우에도 쉽게 또다른 정상상태로 회복될 수 있다. 예를 들어 특정한 진폭으로 진동하고 있던 변위기가 어떤 이유로 그 진폭이 증가(감소)하여도 열교환기에서의 압력강하의 변화가 동시에 수반되며 이에 따라 감쇄계수가 증가(감소)

하기 때문에 곧 진폭이 감소(증가)하게 된다. 따라서 비록 정상상태 진동이라는 조건하에서 해석이 수행되지만, 본 연구에서와 같이 해석과정에 가능한 모든 비선형적 요인이 포함(공식화)되어야만 실제의 근접한 결과가 도출될 수 있다.

3. 동특성에 대한 고찰

구체적인 해석결과를 보이기 위해서는 해석방법을 적용할 대상이 필요하다. 물론 가상적인 대상을 취할 수 있으나 현실성이 결여되는 문제가 있다. 자유행정 VM열펌프는 최근 고안되었기 때문에 Schulz 등에 의해 제작된 FPVMHP⁽³⁾가 현재까지

Table 1 Data used in the present calculation

Item [Dimension]	Data					
Working fluid	Helium					
Mean pressure [MPa]	P_m					
	2.0					
Temperatures [K]	T_K	T_A	T_H			
	253.0	318.0	748.0			
Spring constants [kN/m]	K_{cc}	K_{hh}	$\gamma P_m A_r^2 / V_{g,o}$			
	0.0	4.603	0.375			
Cross sectional area [$m^2 \times 10^4$]	A_c	A_h	A_r			
	34.2	34.2	2.27			
Diplacer masses [kg]	M_c			M_h		
	0.335			0.736		
Active volumes at neutral position [$m^3 \times 10^6$]	$V_{c,o}$	$V_{a,o}$	$V_{h,o}$			
	42.8	48.9	42.8			
Gas spring volume at neutral position [$m^3 \times 10^6$]	$V_{g,o}$					
	458.0					
Dead volumes [$m^3 \times 10^6$]	V_K	V_{RK}	V_{AK}	V_{AH}	V_{RH}	V_H
	26.3	60.8	28.9	28.9	158.4	15.8
Lengths [$m \times 10^3$]	L_K	L_{RK}	L_{AK}	L_{AH}	L_{RH}	L_H
	50.0	50.0	55.0	55.0	120.0	30.0
Hydraulic diameters [$m \times 10^3$]	$d_{h,K}$	$d_{h,RK}$	$d_{h,AK}$	$d_{h,AH}$	$d_{h,RH}$	$d_{h,H}$
	1.0	0.2132	1.0	1.0	0.3667	2.5

문헌에 발표된 유일한 것으로서 자세한 제원이 미공개된 관계로 본 연구의 계산에 사용된 수치자료 (Table 1) 중 일부는 알려진 제원으로부터의 계산치 또는 추정치이다. 또한 그들의 실험 및 해석에서 얻어진 구체적인 자료가 보고되지 않았기 때문에⁽¹⁰⁾ 본 연구에서의 예측치와 정량적으로 비교하기는 곤란하다.

동특성의 고찰에 앞서 FPVMHP의 주요 동역학적 구성요소 즉 각 스프링의 필수성을 검토하고 불필요한 부분을 배제하기로 한다. 먼저, 각 변위기의 고유진동수가 실수가 되기 위해서는 탄성계수 S_{cc} 및 S_{hh} 는 양수임이 분명하며, 작동원리상 저온 변위기의 위상이 고온변위기보다 앞서야 하므로 S_{ch} 는 양수, S_{hc} 는 음수이어야 한다는 조건이 전제된다.⁽¹⁰⁾ 만일 기체스프링을 제거하면 ($\gamma A_r/V_{g,0}=0$) 식(26)에서 $S_{hh}>0$ 를 위해서는 K_{hh} 가 대단히 커야하며 그 결과 고온변위기의 운동이 지나치게 제한되기 때문에 곤란하다. 또한 고온부 스프링을 제거하면 ($K_{hh}=0$) 식(25) 및 (26)에서 $S_{ch}>0$ 및 $S_{hh}>0$ 을 동시에 만족시키는 것이 불가능하다. 한편 저온부 스프링은 제거되더라도 ($K_{cc}=0$) 적정한 K_{hh} 를 취함으로써 운동요소의 안정된 진동이 가능하므로 필수적인 요소는 아니며, 본 연구에서는 $K_{cc}=0$ 으로 취급하였다. 그러나 운동제어를 위하여 적절한 K_{cc} 의 저온부 스프링이 사용될 수 있으며 이 경우에도 해석방법상의 차이는 없다.

3.1 변위기의 역학적 균형

해석의 타당성을 검증하기 위한 방법의 하나는 각 운동요소에 작용하는 힘의 균형을 점검하는 것이다. 즉 정상상태로 진동하는 시스템에서 각 운동요소에 작용하는 힘의 합은 0이 되어야 한다.⁽⁴⁾ Fig. 2는 구체적인 계산결과의 일례로서 각 변위기에 대한 힘벡터선도이다. 고온 및 저온변위기에 대하여 변위에 따른 탄성력, 속도에 따른 점성감쇄 및 가속도에 의한 관성력은 정확하게 균형을 유지하고 있으므로 적어도 본 연구의 해석과정과 결과는 타당하였음을 보여주고 있다.

일반적으로 저온변위기에 비하여 고온변위기 양단의 온도차가 크기 때문에 그 벽면을 통한 열전달을 줄이기 위하여 고온변위기를 길게 설계한다. 이에 따라 질량도 커지기 때문에 Fig. 2와 같이 작용하는 힘도 상대적으로 크게 된다. 또한, Fig. 2에서 점성감쇄는 기체스프링의 히스테리시스 손실보

다는 주로 열교환기군에서의 압력강하에 기인하며 역학적 균형을 이루는데 중요한 역할을 함을 알 수 있다. 따라서 동역학적 인자의 보다 정확한 예측을 위해서는 열교환기에서의 공기역학적 손실을 본 연구에서와 같이 가능하면 실제에 근접하게 공식화하는 것이 필요하다.

한편, 여기서 서론에서 언급한 Schulz 등의 해석⁽¹⁰⁾에서 발견된 오류를 고찰하기로 한다. 본 연구에서 Fig. 2의 일부분면에 확대되어 도시된 D_{hc} 즉 저온변위기의 운동에 따른 고온변위기의 히스테리시스 감쇄계수는 ‘음’임에 비하여 그들의 해석결과는 ‘양’이다. 그러나, Fig. 1의 좌표계 또는 식(15)에서 알 수 있듯이 저온(고온)변위기의 운동은 고온(저온)변위기에 의한 기체스프링의 체적변화를 축소하는 방향이다. 히스테리시스 손실은 기체스프링의 비가역적 체적변화에 기인하기 때문에 이와같은 상대운동은 식(29)와 (31)에 표시된 바와 같이 ‘음’의 감쇄계수로써 표시됨이 분명하다. 비록 히스테리시스 손실의 절대값은 작지만 부호의 불일치는 중대한 오류이다.

3.2 동특성에 대한 설계조건 영향

주파수(각속도), 위상각, 각 변위기의 행정 및 행정비 등 동역학적 인자에 대한 설계조건 영향 고찰하기 위하여 적절한 범위내에서 설계인자를 변화시키면서 계산한 결과가 Fig. 3~11이다. 전술하였듯이 정량적이기 보다는 정성적인 측면에서 본 연구에서 취급한 해석방법이 동특성 예측에 유용함을 보이고자 문헌⁽¹⁰⁾의 Table 3에 요약된 Schulz 등의 실험 및 해석결과와 비교하였다. 대부분의 경우 본 연구와 비교대상 문헌의 결과는 잘 일치하고

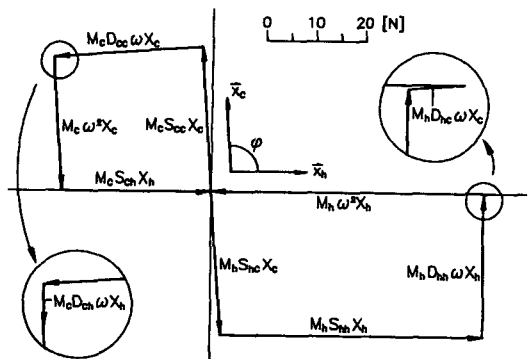


Fig. 2 Force balance for the moving elements

있기 때문에 불일치하는 부분에 대해서만 별도로 언급하였다.

대상이 되는 동역학적 인자중에서 주파수 및 위상각은 구체적인 계산없이 정성적인 증감의 예측은 어느 정도 가능하다. 즉 저온 및 고온변위기를 분리하여 1자유도 시스템으로 생각하면 각각의 고유진동수는 S_{cc} 및 S_{hh} 의 제곱근이기 때문에 일례로서 S_{cc} 의 증가율이 S_{hh} 의 경우보다 상대적으로 크면 위상각은 커지게 된다. 또한 식(33)에서도 알 수 있듯이 탄성계수만이 변화할 때 시스템의 (공진)주파수는 각 운동요소의 고유진동수에 대략 비례한다. 그러나, 식(34) 및 (36)으로부터 결정되는 각 변위기의 행정 및 행정비의 경우 물리적인 직관에 의한 예측은 쉽지 않다.

3.2.1 평균압력

평균압력 P_m 을 약 1.6에서 2.9 MPa로 증가시키면 Fig. 3에 도시된 바와 같이 주파수는 약간 작아지며 이를 제외한 다른 인자는 커진다. 위상각의 증대는 식(24)와 (25)에서 알 수 있듯이 P_m 에 따른 S_{cc} 의 증가율이 S_{hh} 의 경우보다 크기 때문이다. 평균압력이 증가하면 압력비(최소압력에 대한 최대압력의 비)는 같아도 변위기 운동의 구동력인 최대압력과 최소압력의 차이가 커지므로⁽⁴⁾ 변위기의 행정(진폭)은 커지며, 저온부에서의 점성감쇄 증가율

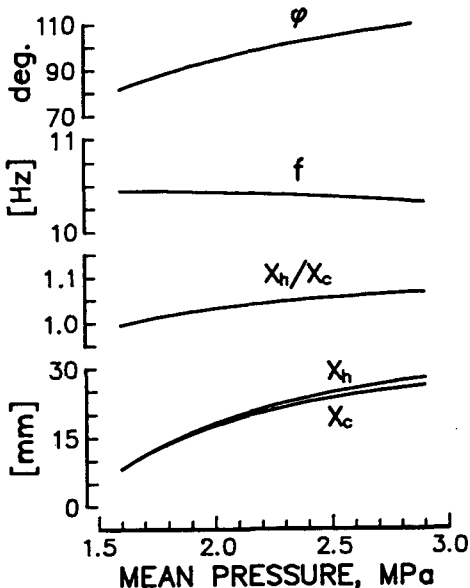


Fig. 3 Effect of the mean pressure on the dynamic parameters

이 고온부보다 크기 때문에 행정비도 커지는 것으로 보인다. 주파수의 경우 P_m 의 증가에 따라 문헌⁽¹⁰⁾의 해석에서는 본 연구와 같이 작아지지만 실험에서는 커진다고 보고되어 있다. 식(24)~(31)에서 탄성계수는 P_m 에 따라 현시적으로 증가하지만, 감쇄계수의 P_m 에 대한 의존성은 암시적일 뿐 아니라 해석에 적용된 마찰계수식과도 연관되므로 식(33)등으로부터 $f(P_m)$ 의 추이를 예측하거나 실험과 불일치하는 원인을 직접 규명하기는 곤란하다. 더우기 문헌에서 자세한 실험자료가 아닌 경향만이 제시되었기 때문에 시제품에 대한 실험에서의 불확실성도 배제될 수 없다.

3.2.2 작동체적의 온도

저온부온도 T_K 의 동특성에 대한 영향은 Fig. 4와 같이 나타났다. 즉 대략 250~280 K 범위에서 T_K 가 높아지면 모든 인자의 값은 작아진다. 열역학적으로 T_K 의 상승은 평균압력이 일정하더라도 압력비의 감소를 초래하기 때문에 운동요소의 구동력이 감소되며 따라서 행정이 감소한다. 또한 T_K 가 높아지면 저온부 열교환기를 통과하는 유량이 감소하기 때문에 점성감쇄는 작아지며 그 결과 X_c 의 감소율이 둔화(행정비는 감소)된다. 저온부온도가 높아짐에 따라 S_{cc} 는 감소, S_{hh} 는 약간 증가하므로 위상각 및 주파수가 작아지는 것으로 보인다.

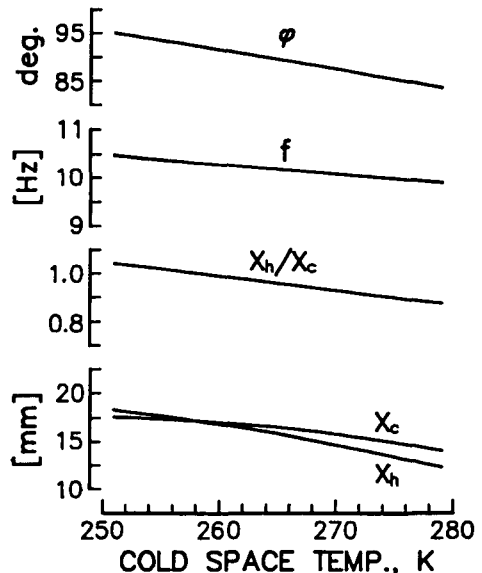


Fig. 4 Effect of the cold space temperature on the dynamic parameters

특히, 저온변위기 행정 X_c 는 문헌⁽¹⁰⁾의 해석에서는 증가, 실험에서는 감소하는데 본 해석의 결과는 실험결과와 일치한다. 전술한 열역학적 이유로 T_K 의 상승에 따라 X_c 가 커지는 Schulz 등의 해석결과와는 공식화 과정 또는 마찰계수식 적용에 따른 오류에 기인한 것으로 판된다.

상온부온도 T_A 가 대략 280에서 330 K로 높아지면 Fig. 5에 도시된 것처럼 주파수, 위상각 및 행정비는 단조증가하지만 저온변위기 행정 X_c 는 감소, 고온변위기 행정 X_h 는 증가후 감소한다. 이러한 결과는 문헌⁽¹⁰⁾에서 취급된 T_A 의 범위(318~348 K)와 중복되는 부분에 대해서는 그들의 실험 및 해석결과와 잘 일치한다. 저온부온도의 경우와 유사한 원리로 T_A 의 상승은 압력비를 감소시키기 때문에 행정은 당연히 작아져야 한다. 다만 280~305 K 범위에서 X_h 가 커지는 거동은 고온부에는 스프링이 있기 때문에 T_A 의 상승에 따른 압력비감소보다 유량감소에 의한 점성감쇄감소의 효과가 크기 때문으로 보이나, 보다 정교한 해석방법에 의해 규명되어야 할 부분이다. 같은 이유로 행정비는 커진다. 한편, T_A 가 높아지면 식(24)와 (26)에서 S_{cc} 와 S_{hh} 가 모두 커지므로 주파수는 커지며, 변위기 질량차이 및 K_{hh} 로 인하여 S_{hh} 보다 S_{cc} 의 증가율이 상대적으로 크기 때문에 위상각이 커지게 된다.

고온부온도 T_H 가 높아지면 위상각 및 각 변위기

의 행정은 커지고 주파수 및 행정비는 작아진다. (Fig. 6) 전술하였듯이 T_H 의 상승은 압력비를 증대시키므로 행정은 커지게 된다. 또한 T_H 에 따라 S_{cc} 는 약간 증가하지만 S_{hh} 가 감소하기 때문에 위상각은 커지게 된다. 문헌의 결과와 비교할 때 주파수는 Schulz 등의 해석결과와는 일치, 실험결과와는 불일치하며 특히 행정비는 양자와 모두 불일치한다. 즉 여기서 취급된 설계조건중 T_H 의 경우가 문헌과 가장 유리된 결과를 보여주고 있다. 본 해석에서 T_H 의 상승에 따른 S_{cc} 와 S_{hh} 의 증감률로부터 주파수는 작아지고, S_{ch} 가 급격히 커지기 때문에 식(36)~(38)로부터 행정비가 작아지는 점 자체에는 문제가 없다. 다만 문헌⁽¹⁰⁾ 특히 실험결과와 불일치하는 원인을 현시적으로 알 수는 없으며 추후 실험 및 해석적으로 규명되어야 할 과제이다.

3.2.3 커넥팅로드 단면적

변위기 커넥팅로드 단면적 A_r 의 영향은 Fig. 7에 도시되어 있다. 즉 변위기 단면적 $A_h (=A_c)$ 에 대한 A_r 의 비가 0.05에서 0.1로 증가하면 주파수, 위상각, 행정비는 단조증가하며 각 변위기의 행정은 증가후 감소한다. 이미 알려져 있듯이 압력비는 A_r 에 비례하기 때문에⁽²⁾ 행정은 커지게 된다. 식(24)와 (26)으로부터 A_r 에 따라 S_{cc} 와 S_{hh} 는 모두 증가하며 S_{cc} 의 증가율이 S_{hh} 보다 크기 때문에 주

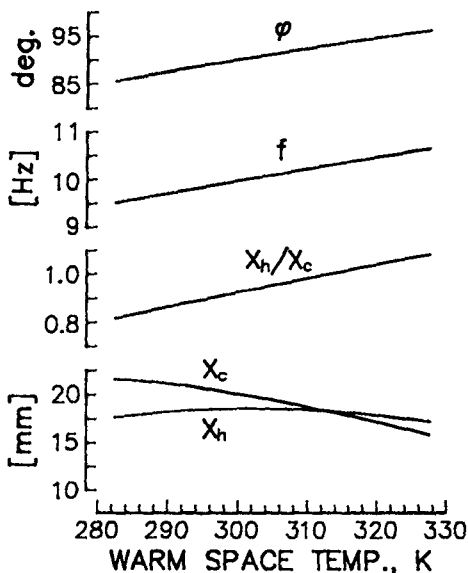


Fig. 5 Effect of the warm space temperature on the dynamic parameters

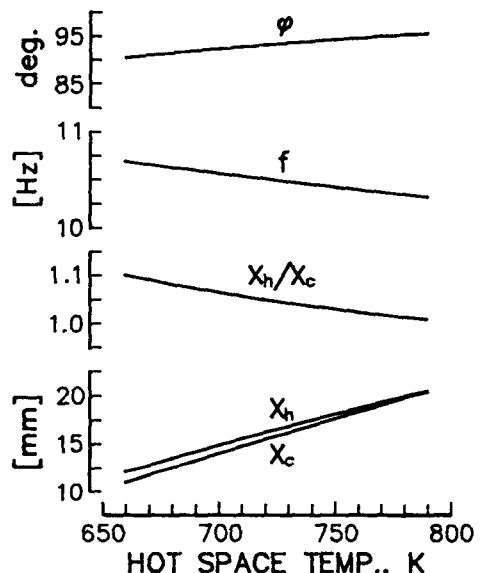


Fig. 6 Effect of the hot space temperature on the dynamic parameters

파수 및 위상각은 커진다. 그러나 행정 및 주파수의 증가에 따라 점성감쇄도 급증하므로 일정한 A_r/A_h 이상에서 행정은 오히려 작아지는 것으로 보인다. 주파수를 제외한 다른 인자는 Schulz 등이 취급한 A_r/A_h 의 범위(약 0.065~0.075)에 대하여 그들의 결과와 좋은 일치율을 보인다. 주파수의

경우 문헌⁽¹⁰⁾의 실험결과는 증가, 해석결과는 감소하는데 본 해석결과는 실험과 일치하고 있다. 물리적인 관점에서 A_r 의 증가에 따라 주파수가 작아지는 문헌의 해석결과는 납득하기 어려우며 공식화과정에서 문제점이 있었다고 유추된다.

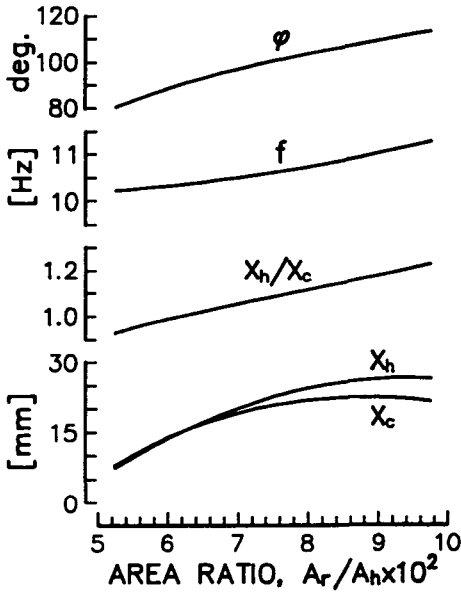


Fig. 7 Effect of the connecting rod area ratio on the dynamic parameters

3.2.4 변위기 질량

고온변위기의 질량 M_h 를 약 0.7에서 0.9 kg으로 증가시키면 주파수를 제외한 위상각, 행정 및 행정비는 증가한다. (Fig. 8) 즉 M_h 의 증가에 따라 S_{cc} 는 불변, S_{hh} 는 감소하기 때문에 주파수는 작아지고 위상각은 커진다.

저온변위기의 질량 M_c 의 영향은 M_h 의 경우와 유사한 원리로 설명될 수 있다. 즉 M_c 를 0.3에서 0.5 kg으로 증가시킬 때 동역학적 인자의 변화를 도시한 Fig. 9에서 주파수 및 위상각이 감소하는 것은 S_{cc} 는 감소, S_{hh} 는 불변이기 때문이다. 1자유도 시스템을 고려하면 질량의 증가에 따라 행정(진폭)이 커지는 점은 쉽게 이해될 수 있으며 해석의 결과도 문헌⁽¹⁰⁾과 잘 일치하지만 행정비의 변화경향은 단순화된 해석만으로 명확히 규명될 수는 없었다.

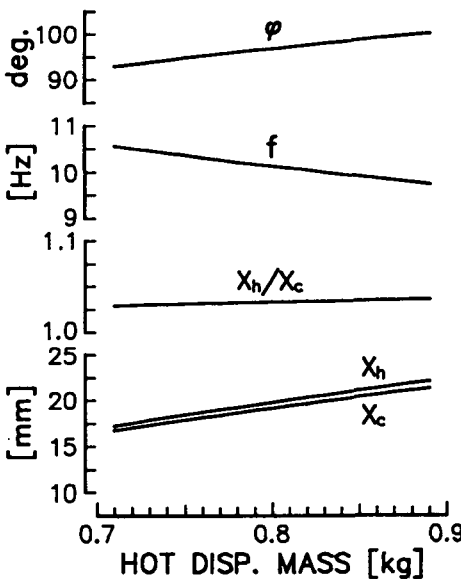


Fig. 8 Effect of the hot displacer mass on the dynamic parameters

3.2.5 스프링상수

고온부 스프링의 탄성계수 K_{hh} 를 3.5~5.5 kN/m

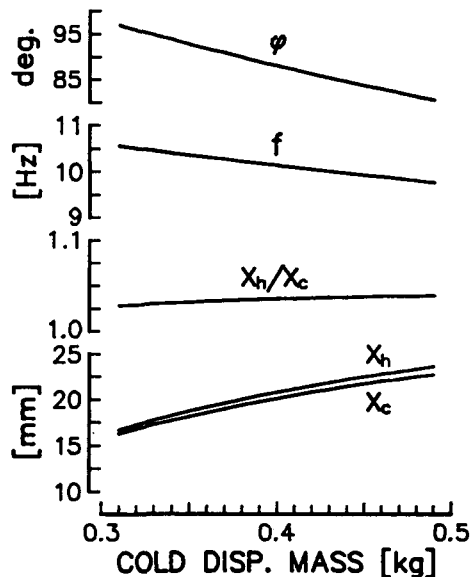


Fig. 9 Effect of the cold displacer mass on the dynamic parameters

범위에서 변화시킨 결과가 Fig. 10이다. 변위기질량과 유사하게 K_{hh} 의 동특성에 대한 영향도 물리적인 관점에서 현시적이다. 즉 K_{hh} 의 증가는 직접적으로 고온변위기의 고유진동수를 상승시키기 때문에 주파수는 커지고 위상각은 작아지게 되며 진

폭(행정)의 축소를 수반한다. 따라서 행정비는 작아지게 된다.

기체스프링의 탄성이 동특성에 미치는 영향을 검토하기 위하여 기체스프링상수 ($\gamma P_m A_s^2 / V_{g,o}$)에 따른 동역학적 인자의 변화를 Fig. 11에 도시하였다. 기체스프링의 탄성이 증가하면 각 변위기의 행정은 작아지고 고유진동수는 커진다. 다만, 식 (24) 및 (26)에서 알 수 있듯이 질량차이로 인하여 고온변위기에 비하여 저온변위기의 경우가 증감율이 더욱 크게 된다. 따라서 시스템의 주파수, 위상각 및 행정비는 증가하게 된다.

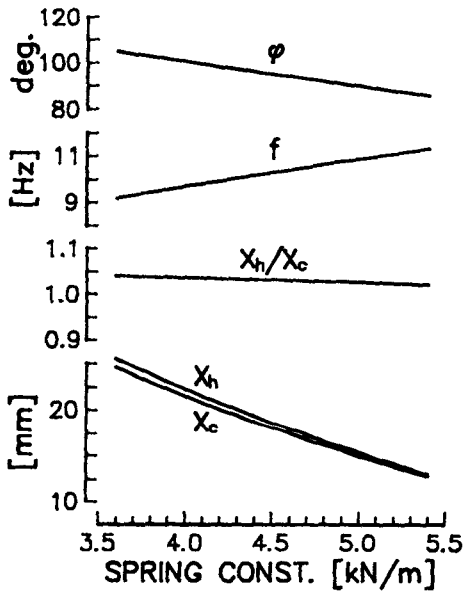


Fig. 10 Effect of the hot space spring constant on the dynamic parameters

4. 결론

자유행정 VM 열펌프의 동특성에 대한 설계조건에 영향을 규명하기 위하여 등온모델을 도입하고 자유행정 스테어링기관에 대한 선형해석법을 원용하여 체계적인 접근을 시도하였다. 공식화과정에 열교환기의 압력손실에 대응하는 감쇄계수의 행정 및 주파수 의존성을 고려하여 Schulz 등에 의해 제작된 FPVMHP를 대상으로 동역학적 인자를 계산한 후 그들의 실험 및 해석결과와 정성적으로 비교·고찰한 결론은 다음과 같다.

먼저 변위기에 대한 역학적 균형에서 Schulz 등의 감쇄계수 산출에 일부 오류가 있음이 발견되었다. 결과에 대한 기여도는 크지 않으나 중요한 문제임이 분명하다. 그럼에도 불구하고 본 연구에서 취급된 9개 설계조건에 따른 동역학적 인자의 변화 경향은 대부분 그들의 실험 및 해석결과와도 잘 일치하였다. 다만, 실험결과를 기준할 때, Schulz 등의 해석결과는 평균압력, 고온부온도 및 커내팅 로드 단면적에 따른 주파수, 저온부온도에 따른 저온변위기 행정 등 4개 부분이 불일치함에 비하여 본 해석결과는 평균압력 및 고온부온도에 따른 주파수, 고온부온도에 따른 행정비 등 3개 부분에서 불일치하였다. 실험결과 자체의 불확실성을 논외로 할 때 실험과 불일치하는 인자의 개수뿐 아니라 물리적인 의미에 있어서도 본 해석방법이 Schulz 등의 해석방법에 비하여 상대적으로 우월함을 확인할 수 있었다. 즉 본 연구에서 취급된 해석방법은 FPVMHP의 정성적인 동특성 파악에는 충분히 적용될 수 있음을 보여준다. 그러나 평균압력 및 고온부온도의 주파수에 대한 영향 등 명확히 규명되지 못한 점도 일부 있으며 추후 이를 해결하고 정

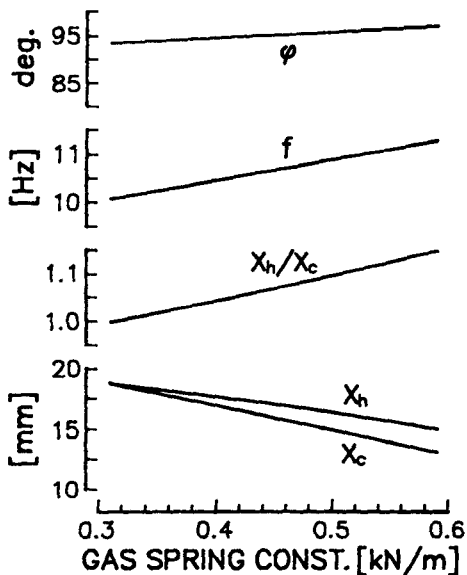


Fig. 11 Effect of the gas spring stiffness on the dynamic parameters

량적인 예측이 가능하도록 해석모델을 개선하기 위해서 충분한 실험자료가 요구된다.

참고문헌

- (1) Wurm, J., Kinast, J. A., Roose, T. R. and Staats, W. R., 1991, *Stirling and Vuilleumier Heat Pump*, McGraw-Hill, pp. 35~46.
- (2) Okamoto, I., Katohno, R., Nakazato, T., Fujimaki, S., Fujino, T. and Hoshida, T., 1991, "The development of a Vuilleumier Cycle Heat Pump System," *Proc. 26th IECEC*, pp. 516~521.
- (3) Schulz, S. and Thomas, B., 1991, "Development of a free piston Vuilleumier machine for cooling purposes," *Proc. 5th ISEC(Appendix)*, pp. 15~20.
- (4) Walker, G. and Senft, J. R., 1985, *Free Piston Stirling Engines*, Springer-Verlag, pp. 51~83.
- (5) Urieli, I. and Berchowitz, D. M., 1984, *Stirling Cycle Engine Analysis*, Adam Hilger Ltd, Bristol, pp. 51~85, 125~151.
- (6) Berchowitz, D. M. and Wyatt-Mair, G. F., 1979, "Closed-Form Solutions for a coupled Ideal Analysis of Free-Piston Stirling Engines," *Proc. 14th IECEC*, pp. 1114~1119.
- (7) 유호선, 1989, "Vuilleumier냉동사이클에 대한 단열해석," *대한기계학회논문집 제13권 제6호*, pp. 1231~1237.
- (8) Benvenuto, G. and De Monte, F., 1992, "An Adiabatic Approach for the Design and the Responce-to-Load Evaluation of Free-Piston Stirling Engines," *Proc. 27th IECEC*, pp. 5.23~5.31.
- (9) Benvenuto, G., De Monte, F. and Farina, F., 1990, "Dynamic Behaviour Prediction of Free-Piston Stirling Engines," *Proc. 25th IECEC*, pp. 346~351.
- (10) Schulz, S. and Thomas, B., 1992, "A Linear Model of a Free-Piston Vuilleumier Machine Compared to Experimental Results of a prototype," *Proc. 27th IECEC*, pp. 5.75~5.80.
- (11) Redlich, R. W. and Berchowitz, D. M., 1985, "Linear Dynamics of Free-Piston Stirling Engines," *Proc Instn Mech Engrs*, Vol. 199(A3), pp. 203~213.
- (12) Tanaka, M., Yamashita, I. and Chisaka, F., 1990, "Flow and Heat Transfer Characteristics of the Stirling Engine Regenerator in an Oscillating Flow," *JSME Int. J.(II)*, Vol. 33(2), pp. 283~289.
- (13) Tsuchiya, K., Segawa, M. and Fujii, I., 1991, "Evaluation of Pressure Drop in Regenerator Matrix Under Periodic Flow Condition," *Proc. 5th ISEC*, pp. 393~398.
- (14) Sekiya, H. and Terada, F., 1992, "Simulation Model for Vuilleumier Cycle Machines and Analysis of Characteristics," *JSME Int. J.(II)*, Vol. 35(4), pp. 653~661.
- (15) Berchowitz, D. M., 1988, "Operational Characteristics of Free-Piston Stirling Engines," *Proc. 23rd IECEC*, pp. 107~112.
- (16) Kankam, M. D. and Rauch, J. S., 1991, "Comparative Survey of Dynamic Analyses of Free-piston Stirling Engines," *Proc. 26th IECEC*, pp. 314~319.