세탁기의 카오스이론 적용 연구

김 형 섭 · 노 영 훈

Implement and Development of Chaos Theory in Washing Machine

Hyung-Sup Kim and Young-Hoon Roh

● 김형섭(금성사생활시스템연구소)
● 1962년생
● 시스템제어(퍼지제어)를 전공하였으며, 퍼지-카오스, 퍼지-뉴럴 네트웍에 관심을 가지고 있다.

● 노영훈(금성사생활시스템연구소)
● 1961년생
● 열유체를 전공하였으며, 연소, 수류회전 유동가시화 및 카오스에 관심을 가지고 있다.

1. 머리말

최근들어 카오스(chaos)에 대한 관심이 공학분야에서 증폭되고 있다. 그러나 카오스이론이 공학자들에게 전혀 새로운 개념이 아니라 이미 존재하고 있었던 개념이었으나 지금까지는 카오스현상을 다만 해석할 수 없는 잡음이나 난류(turbulence)로 취급해 왔다. 그렇다면 카오스현상에 대해 새삼스럽게 평가를 하는 이유는 무엇인가?

첫째로, 카오스현상이 낮은 차수의 결정론적 비선형 시스템(low-order deterministic nonlinear system)에서 생길 수 있다는 사실이 밝혀지게 되자 잡음과 같은 것에 대해 무엇인가 해 볼 수 있다는 희망을 갖게 되었다.

둘째로, 비선형시스템에 있어서 이러한 새로운 발견으로 인해 물리적 시스템에 대한 카오스적인 진동(chaotic vibration)을 감지(detecting)하고 프랙탈 차원(fractal dimension)과 리아프노프 익스포넌트(lyapunov exponents)와 같은 새로운 값을 측정함으로써 결정론적 잡음(deterministic noise)을 정량화하는 개념과 장치를 가져오게 되었다.

퓨앵까레(poincare), 버크호프(birkhoff)와 같은 수학자들은 이미 어떤 동적시스템(dynamical system)들이 불규칙적인 해를 갖는다는 사실을 알고 있었다. 그렇다면 카오스에 대해 새로운 것은 무엇인가? 그것은 바로 잡음과 같이 보이는 어떤 특성을 예측하기 위한 징후를 발견할 수 있다는 사실이다. 그중 가장 큰 희망은 유체역학, 열역학에 있어서 난류를 해석할 수 있다는 가능성에 있다. 난류는 고전 물리학에 있어서 아직까지도 풀리지 않는 몇 가지 문제점 중의 하나였다. 이 글에서는 카오스 이론과 카오스 이론을 세탁기에 적용하여 포엉킴 문제를 해결한 원리를 소개하고자 한다.

2. 카오스란 무엇인가

카오스란 혼돈의 의미로 복잡, 무질서, 불

규칙한 상태를 말하며 장래의 예측이 불가능한 현상을 가리킨다. 카오스의 어원으로는 그리스어로 우주가 생성되는 과정중 최초의 단계로 천지의 구별이 없는 엉망진창의 상태를 뜻한다. 그러나 여기서의 혼돈상태란 상호 깨어지고 서로 부서지는 상태가 아니라 마치 교향악을 연주하듯 조화를 이룬 가운데 혼동하는 복잡함 속의 일정한 규칙이 존재한다. 카오스는 혼돈이라는 원래 의미보다는 '복잡한 본질을 이루고 있는 요소', 또는 '불규칙한 이동현상'이라는 뜻으로 쓰고 있다. 지금까지 우리가 간과해왔던 현상중에는 과학의 모든 분야에서 큰 영향을 미치고 있는 요소가 그 속에 감추어져 있다는 사실을 알게 되었다. 카오스이론을 통해서 복잡한 현상을 일으키는 여러 요인들 중에서 2~3개 정도의 요인만을 분석함으로써 예측도 가능하게 되었다. 이것은 언뜻보아서는 무질서하게 보이는 현상의 배후에는 정연한 질서가 감추어져 있다는 것을 의미한다. 그렇게 베일 속에 감추어져 있는 알려지지 않은 법칙을 파헤치는 것이 카오스연구의 최대목적이다. 따라서 카오스에는 완전히 새로운 과학을 탄생시키는 가능성이 있는 것이다. 카오스이론을 처음으로 제안한 사람은 미국의 기상학자인 에드워드 로렌츠였다. 로렌츠는 1963년 기상현상의 대류현상을 컴퓨터로 시뮬레이션을 하던중 처음의 조건이 아주 조금 다를지라도 그 결과는 아주 달라지고 만다는 불안정한 현상이 존재하고 있음을 발견하고 이 때문에 천기의 예측이 어렵다는 것을 알게 되었다. 로렌츠의 이러한 연구발표로 카오스의 연구가 여러 분야로 확산되었으며 오늘날에는 카오스공학으로 자리를 잡게 되었다.

'카오스'는 상대론이나 양자역학과 비교하여 양자레벨에서 우주레벨까지 여러가지의 시간적, 공간적 스케일로 광범위한 현상으로 존재한다. 따라서 상대론, 양자역학과 더불어 '카오스'는 20세기 과학의 3대 발견이라고까지 예찬하고 있다. 지금까지 공학세계에서 주로 다루어왔던 선형세계의 한계점을 뛰어넘어 비선형세계의 문제까지 해결할 수 있는 방법을 제공하게 되었다. 종전까지만 해도 해석이 가능한 것만을 측정하여 분석하고 복잡하고 불규칙적인 현상들을 잡음으로 처리할 수밖에 없었지만, '카오스이론'을 적용함으로써 그러한 뜻을 알 수 없는 복잡한 현상 중에서도 일정한 규칙과 단순한 행동에 따라 움직인다는 것이 점차 밝혀지게 됨으로써 해석이 가능하게 되었다.[1]

카오스의 특징으로는 다음과 같이 요약해서 설명할 수 있다.[2]

(1) 결정론적 시스템에서 일어난다.
(2) 외부잡음(external noise)과는 다르다.
(3) 초기조건에 따라 결과는 매우 다르게 나타난다.
(4) 이상하고 복잡한 시스템의 운동은 subharmonics가 존재하는 일련의 과정을 통해 일어난다.

3. 공학적 측면에서의 카오스

대부분의 공학적 실험장비들을 주파수변환기(frequency transformer)로 생각할 수 있다. 즉, $\omega 1$, $\omega 2$와 같은 주파수를 갖는 입력신호를 받아들여 출력신호를 분석할 수가 있다. 이때 출력신호에 입력신호와 같은 주파수가 나타난다면 그 시스템은 선형시스템이라 할 수 있다. 한편 비선형시스템인 경우에는 출력신호에 입력신호의 주파수들이 서로 조합된 형태로 주파수가 나타나게 되고 subharmonic현상이 나타난다. 이러한 subharmonic현상이 카오스현상의 첫번째 단계로 나타나는 것이 밝혀졌다.

카오스현상은 결정론적 시스템의 어떤 매개변수(parameter)의 값에서 비주기적인 해(non-periodic solution)가 불안정(unstable)하지만 일정한 범위 내에 제한(bounded)되

어 나타난다. 잡음(noise)과 같이 복잡하고 예측하기 어려운 이 같은 현상을 '결정론적 카오스'라 하며 이러한 해의 궤적을 이상한 끌개(strange attractor)라고 부른다. 이런 현상을 분지(bifurcation)이론으로 설명할 수 있다. 이제 어떤 과정을 걸쳐 카오스현상이 나타나는지에 대해 자세히 살펴보자.

Navier-Stokes 방정식[(1)]의 소산항에 있어서 중요한 역할을 하는 Reynolds수 R이 충분히 작을 때 유체운동은 위상공간(phase space)상에서 안정된 고정점(stable fixed point)으로 나타난다.

$$\frac{\partial V}{\partial t}+(V\nabla)V=-\frac{1}{\rho}\nabla P+\nu\nabla V \quad (1)$$

그림 1에서 보는 바와 같이 이 안정된 고정점이 끌개(attractor)로서 작용한다. Reynolds수를 첫번째 임계값(critical value) R_{c1} 보다 더 크게 증가시키면 고정점은 안정성(stability)을 잃게 되어 이점에서 반발하게 된다(불안정한 고정점). Reynolds수 R의 작은 변화는 위상공간상에서 모든 흐름의 방향을 바꾸게 할 만큼 크게 작용하지 않으므로 고정점 근처에서는 반발하지만 전체적으로 보았을 때에는 끌개를 형성하고 있다. 이러한 어트랙터는 불안정한 고정점 주위에서 폐곡선(closed curve)을 형성하고 이 폐곡선 위로 모든 흐름을 끌어 당긴다. 이것을 시스템의 주기적인 운동에 기인하는 '한계순환(limit cycle)'이라 부른다. 홉의 분지(hope bifurcation)을 이용하여 고정점으로부터 한계순환을 만들어 낼 수 있다. Reynolds수 R을 또 다른 임계값 R_{c2}로 증가시키면 한계순환이 안정성을 잃게 되고 이 한계순환이 모든 흐름을 반발시키게 되고 또 다른 분지의 성질이 나타난다. 이때 불안정한 한계순환주위에 2-토러스(attracting closed curve)가 나타난다. 만약 토러스 위에 있는 두 개의 주파수의 비가 무리수라면 그 운동은 준-주기적(quasi-periodic)으로 나타난다. 란다우(landau)와 홉(hope)는 이 과정을 계속했을 때 두 주파수의 비가 무리수가 될 때 상당히 큰 값을 갖는 최종상태(final state)를 '난류'라 정의하였다.

그러나 란다우-홉의 주장은 중요한 물리적인 현상인 주파수 락킹(frequency locking) 현상을 무시하였다. 즉, 거의 모든 주파수들은 락킹(locking)되기 때문에 독립적인 주파수들은 사라지도록 되어 있다. 따라서 1971년 Ruelle-Takens는 란다우-홉이 주장한 난류가 자연계에 존재하지 않는다고 반박하게 되었다.[(3)] Ruelle-Takens는 이상한 끌개상의 운동을 난류라고 주장하게 되었다. 이것은 다음과 같이 요약할 수 있다.

고정점 → 한계순환 → 2-토러스 → 이상한 끌개(난류)

여기서, 주목해야 할 것은 2-토러스상의 준-주기 운동(quasi-periodic motion)이 안정

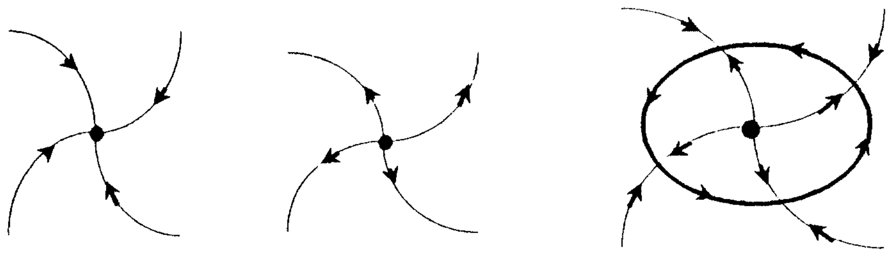

그림 1 위상평면상에서의 시스템 궤적

성을 잃게 되어 바로 난류를 야기시킨다는 것이다. 시스템 매개변수(parameter)가 변함에 따라 시스템의 정성적인 운동이 어떻게 바뀌는지를 알 수 있는 분지(bifurcation)에 대해 알아보자. 식 (2)에서 분지되는 μ의 값은 중요한 역할을 한다.

$$Q\_\mu(x) = \mu x(1-x) \tag{2}$$

식 (2)에서 분지되는 의 값은 중요한 역할을 한다. 결국 이러한 μ의 값을 통해서 어느 곳에서 주기적인 점(periodic point)이 생기고 사라지는지를 알 수 있다. 이 함수에 대한 분지 다이어그램(bifurcation diagram)은 $x=1/2$로 놓고 구간 (0, 4)에서 μ를 0.001씩 증가시킴으로써 약 300번 정도 반복(iteration)하고 $(\mu, Q_\mu^{[n]}(x))$의 좌표를 찍으면 얻을 수 있다. 함수 $Q_\mu(x)$는 $x=0$, 1에서 평형점(equilibrium point)을 갖는다. $\mu>1$인 경우에는 2개의 평형점이 존재하게 된다. 한편 고정점에서 계산된 기울기 $|Q_\mu(x)'|$의 값을 이용하여 mapping의 안정성을 결정할 수 있다. 즉, 기울기 $|Q_\mu(x)'|>1$이라면 고정점은 불안정하다. 이렇게 하여 얻은 분지 다이어그램을 분석해 보자.[4]

① $0 \le \mu \le 1$일 때

모든 점들은 x축상에 놓이게 된다. 왜냐하면 $0 \le \mu \le 1$일 때 모든 x의 반복이 0으로 수렴되기 때문이다.

② $1 < \mu \le 3$일 때

2개의 고정점이 있다. $x=0$인 점에서는 기울기가 1보다 크므로 불안정하고 다른 점에서는 안정하다. 이 구간에서 곡선은 $(\mu, P_\mu) = (\mu, 1-1/\mu)$의 형태로 모든 점들을 나타낸다. 즉, P_μ는 (0, 1)구간에 있는 모든 x의 반복을 수렴한다.

③ $3 < \mu \le 1+\sqrt{6}$일 때

(0, 1)구간에 있는 모든 x의 반복들은 결국 한점으로 고정되지 않고 2-사이클 (q_μ, r_μ)로 수렴된다. 즉, 2개의 곡선이 존재하는데 하나는 (μ, q_μ), 다른 하나는 (μ, r_μ)의 형태로 점을 표시한 것이다. 분지점 $\mu=3$에서 수렴하는 2-사이클을 나타내고 있다.

μ을 $1+\sqrt{6}$보다 더 증가시키면 수렴하는 8-사이클에 대응하는 8개의 가지가 존재한다. 이런 과정을 계속 진행시키면 결국 2^n배로 분지되는 것을 알 수 있다(period-doubling bifurcation). 그림 2는 이와 같은

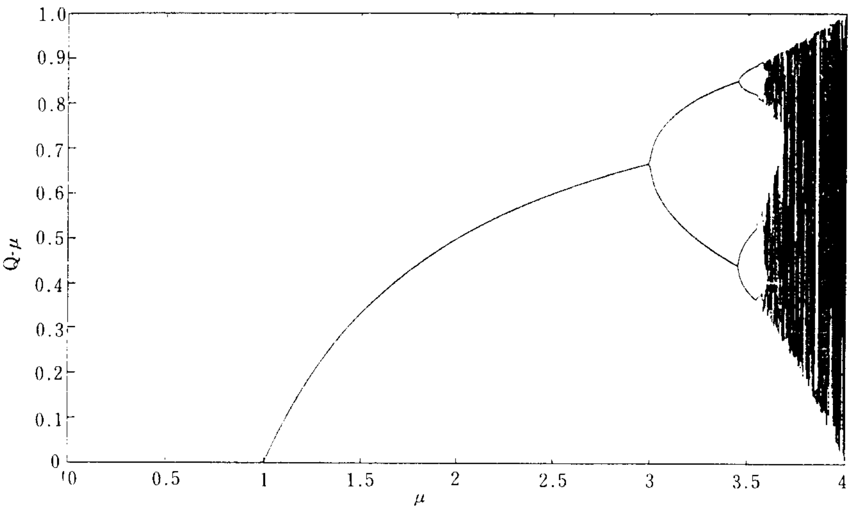

그림 2 분지 다이어그램

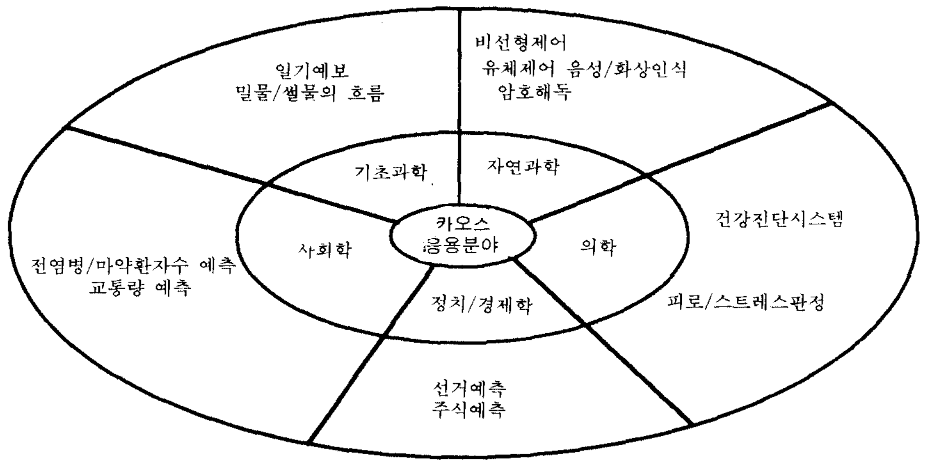

그림 3 카오스 응용분야

분지과정을 다이어그램으로 보여주고 있다.

4. 카오스이론의 응용분야

최근의 가전제품에는 퍼지와 인공지능, 뉴로와 같은 현상을 적용하고 있다. 이 뒤를 이어 '카오스'라는 이론이 가전제품에 적용될 것으로 예상된다.

4.1 카오스가 앞으로 공학적 응용 분야에서 각광을 받게 될 이유

일반적으로 매우 복잡하고 불규칙적인 시스템에서 카오스이론을 적용하면 단순한 모델로 만들 수 있기 때문에 간단하게 해석할 수가 있다. 예를 들어 어떤 사람의 맥박이 불규칙적으로 뛰게 된다면 의사는 그 사람의 건강 상태가 좋지 않다는 사실을 진단하게 되고 정밀 검사에 들어가게 된다. 이때 '카오스이론'을 적용하여 적당한 파라미터를 선정하여 좋은 끌개를 그릴 수 있다면 그 사람의 어느 부위가 좋지 않다는 결론을 도출할 수가 있다. 이러한 해석적 접근 방법은 기존의 해석 방법과는 상당히 충격적인 의미를 지닌다. 왜냐하면 대부분의 사람들은 복잡한 현상을 분석하기 위한 장치는 복잡한 것으로 되어 있을 것이라고 생각했는데 '카오스이론'을 통하여 아주 간단한 장치에서 복잡한 것을 해석할 수가 있기 때문이다. 카오스이론의 응용분야는 그림 3과 같이 많은 분야에서 적용할 수 있다.

5. 세탁기에의 카오스 적용 사례

세탁기에 있어서 세탁중 빨래가 움직이는 패턴이 매우 불규칙하여 이제까지는 세탁물 엉킴의 원인을 찾아내는 것은 거의 불가능한 것으로 인식되어 왔으나 카오스이론을 통하여 세탁물의 패턴을 해석해 냄으로써 이 엉킴의 원인을 제거하는 3차원 카오스 수류를 세탁기에 적용하여 세탁물 엉킴현상을 획기적으로 개선하였다. 세탁 중의 세탁기 내부를 관찰해보면 세탁기의 구동패턴과 기구적인 형상(세탁날개 및 세탁조 등)에 따라 세탁물살이 매우 복잡한 난류현상을 일으키며 또한 세탁물 유동이 불규칙하게 움직이므로 카오스현상을 볼 수 있다. 이러한 카오스현상을 추출할 수 있는 계측장비를 통하여 얻은 카오스신호를 카오스시뮬레이터로 분석을 한다. 카오스시뮬레이터에서는 수류패턴별, 기구적형상별에 따른 포엉킴정도를 4가지 요

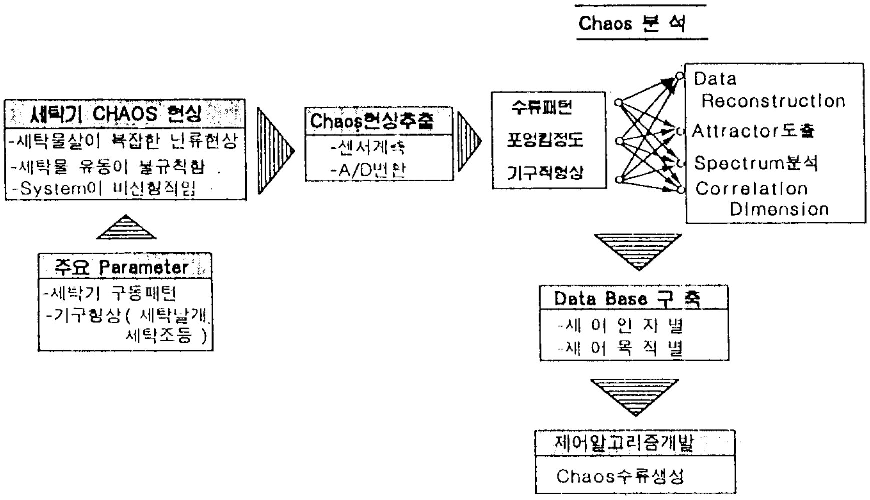

그림 4 적용원리

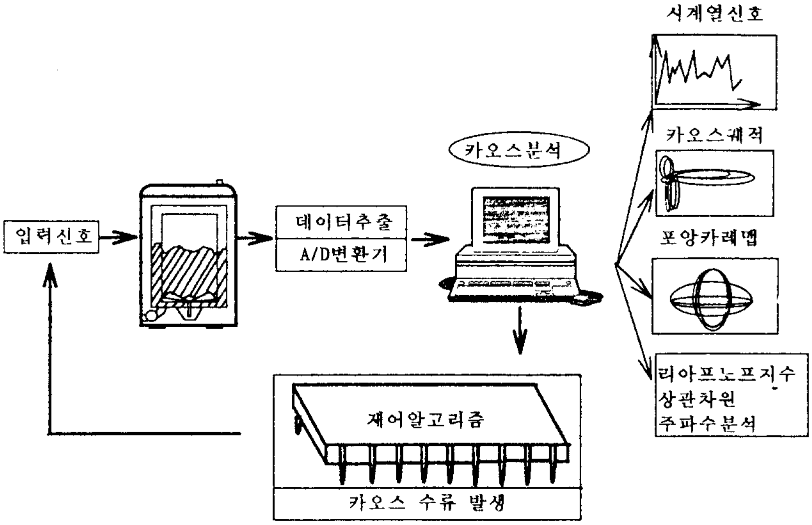

그림 5 실험장치도

소, 즉 데이터 재구성(data reconstruction), 끌개도출, 주파수분석, 상관계수 연산으로 분석한 후 이것을 바탕으로 제어인자별, 제어목적별로 데이터 베이스를 구축한다. 이렇게 구축된 데이터베이스를 이용하여 포엉킴을 최소화시키는 제어알고리즘을 개발하였다. 위에서 설명한 적용원리와 실험장치도는 그림 4, 그림 5와 같다.

간단한 실험결과를 설명하면 다음과 같다. 먼저 그림 6의 상단에 있는 2개의 시계열신호는 각각 다른 카오스신호를 나타내고 있다. 이 카오스신호를 이용하여 카오스 끌개를 도출한 것이 하단에 있는 그림들이다. 한편 좌측에 있는 2개의 카오스 신호와 카오스

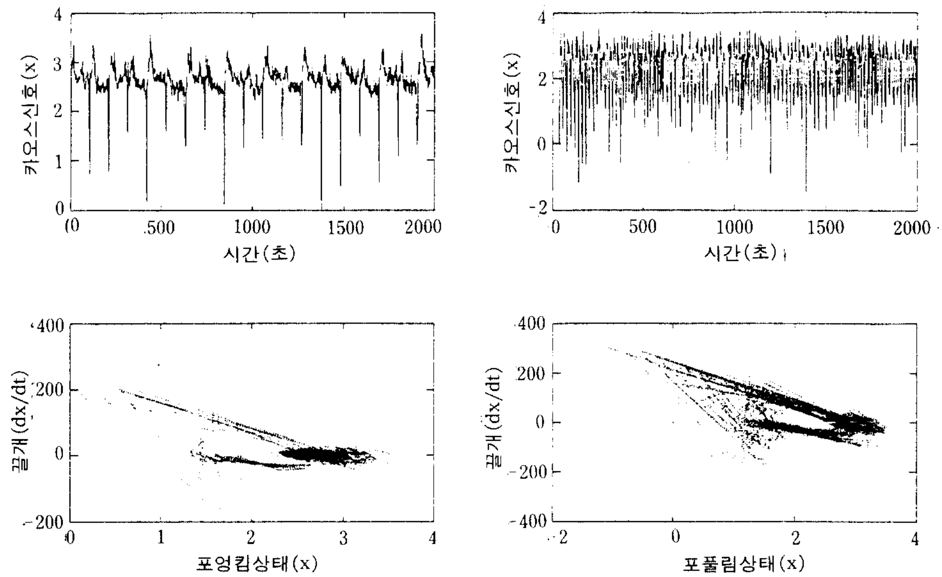

그림 6 실험결과

끌개는 세탁물이 엉켰을 때의 경우이며 우측 2개의 그림은 세탁물이 풀렸을 때를 나타내고 있다. 따라서 우측과 같은 형상이 도출되도록 제어알고리즘을 개발하여 세탁기를 구동시키면 포엉킴을 줄일 수 있다.

6. 맺음말

최근들어 가전회사를 중심으로 카오스 응용제품 개발에 박차를 가하고 있다. 인간의 주관적인 사고방식을 이용한 퍼지와 인간의 학습능력을 모방하는 뉴럴네트웍, 그리고 무질서속에서도 일정한 질서를 찾아내고 단기예측이 가능한 카오스이론을 적용한 가전제품이 시장을 주도해나갈 것이다. 아직까지 우리나라에서는 카오스이론에 대한 학문적 관심이 부족한 상태이며 일부 관심이 있는 사람에 의해 연구가 진행중인 것으로 알고 있다. 앞으로는 학계와 산업체에서 공동으로 카오스이론 연구와 제품개발에 노력을 해야 할 때라고 생각한다.

참고문헌

(1) Aihara, 1992, "카오스시대가 오다," Trigger Vol. 11, No. 2, pp. 8～15.
(2) Hao Bai-Lin, 1990, "CHAOS II," World Scientific, pp. 3～6.
(3) David Ruelle and Floris Takens, 1971, "On the Nature of Turbulence," Commun. Math. Phys. Vol. No. 20, pp. 167～192.
(4) Denny Gulick, 1992, Encounters with Chaos, McGraw-Hill, pp. 52～55.