財務管理硏究 第十一卷 第一號(1994. 6), 1-29

時系列 資料와 財務管理 理論

李 逸 均*

〈요 약〉

재무관리의 모든 영역을 완벽하게 이해하기 위하여는 기업재무관리와 투자론을 비롯하여 금융산업 전체에 대한 연역적 방법에 의한 이론의 정립과 실증분석을 통한 이론의 정립이 관건이라 할 수 있다. 이 논문에서는 실증 분석을 수행함에 있어 우리나라에서 활발하게 논의가 진행되지 않는 시계열분석의 영역을 살펴 보았다. 그것은 이와 같은 분야를 천착해 봄으로써 이 분야가 재무관리에 대한 통찰력과 현실 적합성의 판단력을 배양하는데 큰 공헌을 할 수 있으리라는 믿음 때문이다. 이 논의를 통하여 시계열 분석에 대한 활발한 연구가 진행되기를 기대하고 있다.

시계열 확률과정에 대한 재무관리이론을 연역적으로 도출하기는 용이하지 않다. 시계열 분석에서 제시되는 여러 방법론을 재무관리의 시계열에 적용하여 그 시계열의 성질과 특성을 파악하면 그것이 그대로 현실에 적용될 수 있을 것이다. 이러한 연구의 결과는 어떤 형태로든 연역적 방법에 의한 이론의 정립에 깊은 영향을 미칠 것이다. 뿐만 아니라 연속시간의 틀과 異時的 樣態下에서 많은 재무관리 모형들이 개발되고 있으며, 동태적 상황을 해명하는 의도에서 이 모형들이 연구되고 있는 만큼 시계열 분석은 이 분야에 직접적으로 이용될 수 있다.

시계열 분석에서 제시된 많은 모형들이 재무관리의 실증적 현상을 설명하는데 효과적으로 활용될 수 있다. 뿐만 아니라 현재 연역적으로 개발된 모형들이 설명할 수 없는 부분을 시계열분석이 직접적으로 해명할 수 있는 능력을 확보하고 있음도 제시되었다.

증권의 現價模型, 이자율의 기간구조, 효율적 시장가설도 주가의 변동성 등은 시계열 분석의 다양한 기법을 사용하여 검증되어야 하며, 이 경우 특히 분산의 추정방법을 여러 측면에서 개발해야 할 것이다.

시계열 분석에서는 두개 또는 그 이상의 기법을 하나로 통합하는 방법이 있을 수 있다. ARIMA와 ARCH가 결합되는 것을 본 바 있다. 構造的 變化(structural change)模型과 ARCH의 결합도 가능하다. 다른 분야로서는 變動性에 관한 연구이다. 變動性에 관한 연구는 variance bounds test에 한정된 감이 있으나 정보와 변동성의 관계가 중요시 되고 있는 만큼 정보집합과 시계열 분석기법의 결합은 변동성의 연구에 새로운 지평을 열어줄 것으로 보인다. 따라서 정보집합의 형성에 따라 새로운 추정방법이 개발될 여지가 풍부하다.

* 本 學會 會長, 明知大學校 副總長

* 이 논문은 본 학회 1994년도 춘계학술대회 및 선물국제 세미나에서 행한 회장 연설문으로 수정 확장된 논문임.

I. 緖　論

現實에 대한 가정을 수립하고 논리적 규칙을 사용하여 연역적으로 財務管理에 대한 이론이나 모형을 정립하는 것은 현실을 기술하고 설명하고 예측할 수 있는 힘을 축적한다는 의미에서 대단히 중요하다. 그러나 이에 못지 않게 중요한 것은 자료를 모으거나 또는 실험을 통하여 얻은 관찰치를 사용한, 엄밀한 科學的 硏究方法에 의하여 模型이나 理論을 정립하는 것이다. 후자는 연역적 방법을 통한 새로운 이론이나 모형을 정립하는 동기를 제공하기도 한다. 우리는 전자를 理論的 硏究, 후자를 實證的 硏究 또는 分析이라고 부르기로 하자. 물론 실증적 연구에는 이론적 연구에 의하여 정립된 모형의 현실 적합성, 즉 그 모형의 현실 기술력, 현실 설명력, 미래 예측력의 정확도를 검증하는 분석도 포함된다.

우리나라의 재무관리에 대한 연구동향을 고찰해 보면 이론적 연구와 이론적 연구에 의하여 정립된 모형을 검증하는데 중점이 주어져 온 듯하다. 資本資産 價格決定模型(CAPM)의 검증을 필두로 하여 裁定去來理論(APT), 異時的 資産價格模型(intertemporal asset pricing model) 및 資本資産價格決定의 消費基底模型(consumption-based asset pricing model)의 검증에 역점이 주어진 듯하다. 물론 이 모형들의 검증에는 단순한 回歸分析에서 시작하여 市場 포트폴리오의 효율적 대용치를 탐구하려는 多變量統計理論을 적용하는 과정을 거쳐 一般化 積率法(generalized method of moments)에 이르기까지 다양한 방법들이 사용되어 오고 있다. 이와 같은 과정을 거쳐오는 동안 재무모형들의 실증적 분석에 사용되는 기법들이 고도화되어 우리나라의 학문적 연구에도 이제는 고도화된 방법론이 축적되었으며, 이로 인하여 학문단계를 급속히 끌어올릴 수 있는 여건이 마련되었다고 할 수 있다.

재무관리에 대한 모형들의 검증에 대한 연구 이외에는 주로 事件硏究(event study)에 중점이 주어진 듯하다. 事件硏究는 Fama(1969) 등의 株式分割에 대한 효율적 시장가설의 검증에서 태동되어 Brown과 Warner(1980; 1985)의 월별주식수익률과 일별수익률에 대한 연구에서 방법론적 엄밀성이 제시되어 활발히 연구할 수 있는 계기가 확립되었다고 할 수 있겠다. 특히 信號理論(signaling theory)이 확립됨에 따라 이 이론을 검증하기 위하여 활발하게 논의가 진행되고 있는 실정이다. 배당, 영업이익, 주식분할, 신주발행 등 많은 영역에서 이 방법론으로 실증분석을 수행함으로써 금융시장과 자본시장의 행동양태를 이해하는데 큰 공헌을 하고 있으며, 기업의 재무의사결정을 이해하는데도 큰 도움을 주고 있다. 이러한 과정을 통하여 우리나라 기업의 재무활동과 경제활동에 대한 심도있는 지식이 축적되어 있다고 할 수 있다.

다른 계통의 연구로서는 특별분석(ad hoc analysis)이다. 이 연구는 실물경제를 다루는

사람들이 주로 많이 사용하고 있는 듯하다. 하나의 현상을 설명하기 위하여 이 현상과 관계가 있는 듯이 보이는 변수들을 실증분석이 가능한 관계식의 변수들로 도입하여 그 현상에 영향을 미치고 있는지의 여부와 선험적으로 감지되는 부호와 실증적으로 추정된 부호가 일치하는지의 여부를 검토하고, 통계적으로 유의한 경우 경제적 타당성이 존재하고 있는가를 검토한다. 이와 같은 연구가 상당량 존재하고 우리나라의 시장을 분석하는데 많은 관건을 제공하고 있다는 사실을 부인할 수 없다. 그런데 이와 같은 연구는 어떤 특정한 현상이 발생하고 있다는 사실을 파악하는데는 일조를 담당하고 있으나 그 현상이 어떤 이유로 발생하는지를 설명하지 못하는 경우가 가끔 있다. 그 현상에 대한 이유를 설명하기 위하여 여러가지의 이론이 연역적 방법에 의하여 정립되고 있으나, 일부만 성공을 거두고 있다. 예컨대 正月效果가 우리나라에 존재한다는 점이 실증분석을 통하여 밝혀졌지만 아직도 그 이유는 설명되지 못하고 있는 실정이다[1)]

實證的 硏究에는 횡단면 자료와 시계열 자료가 주로 사용된다. 이 양자의 결합이나 패널자료(panel data)가 사용되기도 한다. 시계열 자료를 이용하여도 본질적으로는 횡단면 분석에 치중된 감을 받는 것이 우리나라의 재무분야의 연구이다. 이제는 재무시계열 자료의 계량경제학적 모형이 본격적으로 연구되어야 할 시점에 와 있다고 할 수도 있다.

이 시점에서는 수많은 시계열 분석모형이 축적되어 있다. 물론 이 시계열 분석에는 모형의 추정방법만이 집중적으로 분석되는 경우도 있다. 시계열 분석 중 일부 분야에는 非線型模型이 요청되고 있어 추정과 검증에 어려움이 있기도 하다. 그러나 Davidson과 Mackinnon(1993)은 非線型의 計量經濟學的 理論과 더불어 이 비선형모형의 계량경제학적 추정방법과 검증방법을 엄밀하게 제시하고 있다. 다양한 추정 및 검정방법이 개발되고 있으며 각종 컴퓨터 패키지가 유통되고 있어 우리나라의 재무관리에 대한 실증분석에는 시계열 분석 방법론이 적용되어 본격적으로 연구되고 활발한 논의가 이루어져야 할 때라고 생각된다. 그래야 비로소 우리나라 기업의 재무정책과 재무활동을 비롯하여 자본시장을 포함한 금융시장의 행동양태와 움직임에 대한 성질과 특징을 근원적으로 이해하고 파악할 수 있을 것으로 믿는다. 물론 시계열 자료가 부족하여 연구에 애로가 있는 경우도 흔하다. 그러나 1970년대 초부터 쓸만한 금융자료가 존재하고 80년부터는 자료가 어느 정도 완비되어 있어 시계열 분석을 시도할 수 있는 처지에 놓여 있는 듯 하다.

本 論文은 財務管理學이 그동안 정립한 이론이나 모형을 고려하여 우리나라의 재무 및 금융자료에 대하여 적용할 수 있고, 또한 연구가 요청되고 있는 시계열 계량경제학 모형

1) 정월효과를 이 범주로 분류하는 것에 이의가 있을 줄 믿는다. 이것은 CAPM을 통하여 분석할 수 있는 점이 지적될 수 있을 것이다. 그러나 특별분석을 통하여도 정월효과는 찾을 수 있을 것이다. 가변수(dummy variable)에 의한 방법은 일종의 특별분석으로 볼 수도 있을 것이다.

들을 천착해 보는데 그 목적이 있다. 시계열 모형들을 이 짧은 논문에서 모두 제시하기란 불가능하다. 따라서 어느 정도는 필자의 자의적인 판단에 의존하여 우선적으로 연구되어야 한다고 생각되는 분야만을 대상으로 삼았다. 아울러 우리나라에서 활발한 연구가 이미 이루어졌거나 진행되고 있는 부분은 생략하기로 한다. 따라서 이 논문에서는 우리나라에서 진행되어 온 연구논문에 대한 소개나 비평은 다루지 않기로 한다.

Ⅱ. 確率過程

재무관리의 연구에서 1960년대에 집중적 관심을 받은 분야가 금융시장과 자본시장의 이론적 초석이 되는 效率的 市場假說(EMH)이다. LeRoy(1989)가 분석하고 있는 바와 같이, 효율적 시장가설에서 중요시하고 있는 無作爲 行步(random walk)에 대한 가설을 금융시장의 이론적 모형으로 삼는데에는 심각한 문제점이 존재한다. 주식가격의 변동들이 독립적이라는 가정은 너무 제한적이어서 광범위한 최적화 모형에는 적합하지 않은 경우도 많다. 無作爲 行步 假說에 적합한 경우를 보자. t期에서 t+1期까지의 株式 收益率 r_{t+1}은 配當收益率과 資本利得率의 합계이다. 즉 P를 주가, D를 배당이라 하면,

$$r_{t+1} = \frac{P_t + D_t - P_t}{P_t}$$

期待收益率이 일정하다고 하면, $E_t(r_{t+1}) = r$이고, r_t는 공정한 게임(fair game)이다. 위의 식에 기대값을 취하면,

$$P_t = (1 + r)^{-1} E_t(P_{t+1} + D_t). \tag{1}$$

따라서 t期初의 株價는 기대미래가격과 배당의 합계를 r로 할인한 현가이다.

당해 주식을 t期初에 h_t주 보유하고 있으며 배당은 모두 이 주식을 구입하는데 사용한다고 가정하면, t期의 가치 x_t는 $x_t = h_t \cdot P_t$로 표현된다. 배당을 모두 이 주식의 매입에 사용하면,

$$h_{t+1} P_{t+1} = h_t(P_{t+1} + D_t).$$

따라서

$$E_t(x_{t+1}) = E_t(h_{t+1}P_{t+1}) = h_tE_t(P_{t+1} + D_t) = (1 + r)h_tP_t = (1 + r)x_t.$$

위에서 x_t는 martingale이다. $r > 0$이면 $E_t(x_tE_t(x_{t+1})E_t(x_{t+1}) \geq x_t$는 sub-martingale이다. LeRoy(1989)에 의하면 r은 陰數가 될 수 있으므로 그때 x_t는 supermartingale이다. 株價 자체는 배당을 추가하지 않으므로, 보통 martingale이 아니다. r은 式 (1)에 의하여

$$r = \frac{E_t(D_t)}{P_t} + \frac{E_t(P_{t+1})}{P_t} - 1$$

따라서 기대배당 가격비율이 일정하면 $E_t(D_t)/P_t = d$라 할 때, $r > d$라 가정하면 P_t는 submartingale로 쓸 수 있다.

$$r_t \leqq \frac{E_t(D_t)}{P_t} + \frac{E_t(P_{t+1})}{P_t} - 1$$

위에서 본 바와 같이 確率過程(stochastic process) Z_t가 무작위 행보를 따른다는 가정은 Z_t가 martingale을 따른 다른 가정 보다 제약성이 크다. martingale은 t期에 이용한 가능한 정보를 조건부로 하는 ∇Z_{t+1}의 條件附 期待의 依存性(dependence)을 배제한다. 그러나 무작위 행보는 이 의존성 뿐만 아니라 ∇Z_{t+1}의 高次條件附積率에 관련된 의존성도 배제한다. 이와 같은 논의는 시계열 분석에서 중요시되어야 한다. 재무와 금융 시계열자료는 안정적 기간을 얼마동안 유지하다가 격동의 기간을 얼마간 지속하는 과정에서 생성된다. 이와 같은 움직임은 ∇Z_{t+1}의 연속적인 條件附 分散(successive conditional variance)이 陽의 相關關係를 갖는 확률과정에 의하여 모형화해야 하며, 이 경우는 무작위 행보가 아니라 martingale과 일관성을 유지한다. martingale process는 고차조건부적률을 모형화 할 수 있는 비선형확률과정에 이르게 되므로 ARCH(autoregressive conditionally heteroskedastic) 모형을 사용하거나 bilinear process를 사용해야 한다.

式 (1)에서 미래의 모든 배당을 고려하여 계속해서 D_t를 대입해 나가면, $(1+r)^nE_t(P_{t+n})$이 $n \to \infty$일 때 0으로 수렴한다고 가정할 때,

$$P_t = \sum_{j=0}^{\infty}(1+r)^j \quad E_t(P_{t+j})$$

이 現價模型은 주식시장이 과도한 變動性(volatility)을 갖고 있는지의 여부를 분석하는

데 유용하며, 투기적 거품(speculative bubbles)이 내포되어 있는지를 점검하는데도 유용하다. 시계열 분석에는 단일변량 뿐만 아니라 다변량 분석도 유용하다. 定常性(stationarity)에 대한 점검도 요청되며, 정상성이 유지되지 않을 경우 差分化(differencing)와 共積分(cointegration)도 필요하다.

Ⅲ. ARMA와 ARIMA 模型

確率過程이 적절한 확률공간에서 정의된 確率變數族 $(X_t)_{t=-\infty}^{\infty}$이라 하고 이의 특정한 實現値를 $(X_t)_{t=1}^{T}$라고 하자. 시계열 자료가 強한 定常性을 유지하면, 確率過程의 平均과 分散은 일정하며 自己共分散 γ_k는 다음과 같다.

$$\gamma_k = cov(X_t, X_{t-k}) = E[(X_t - \mu)(X_{t-k} - \mu)]$$

自己相關係數 ρ_k는 다음과 같다.

$$\rho_\kappa = \frac{cov(X_t, X_{t-\kappa})}{[V(X_t)\, V(X_{t-\kappa})]^{1/2}} = \frac{\gamma_\kappa}{\gamma_o}$$

k의 함수로 본 자기상관을 자기상관함수(ACF)라 한다. 時差因子(lag operator)을 L이라 하면, 第一階 自己回歸過程(first-order antoregressive process)은 다음과 같다.

$$(1 - \Phi_L)X_t = \varepsilon_t$$

이 회귀과정의 ACF는 $\rho_k - \Phi_k$이다. 階數가 p인 자기회귀과정은 다음과 같다.

$$(1 - \Phi_L - \Phi_2 L^2 - \cdots - \Phi_p L^p) = \varepsilon_t ;$$
$$\Phi(L)X_t = \varepsilon_t$$

ACF는 g_i를 Φ(L)의 근(root)이라 할 때,

$$\rho_k = A_1 g_1 + A_2 g_2 + \cdots + A_p g_i$$

편자기상관(partial autocorrelation : PACF)은 AR(K)의 경우, 다음과 같다.

$$X_t = \Phi_{k1}X_{t-1} + \Phi_{k2}X_{t-2} + \cdots + \Phi_{kk}X_{t-k} + a_t.$$

第一階 移動平均過程(first-order moving average process)은

$$X_t = (1 - \theta^L)a_t$$

ACF는

$$\rho_1 = \frac{-\theta}{1+\theta^2}, \quad \rho_\kappa = 0$$

일반적인 형태는 階數가 q일 때,

$$X_t = (1 - \theta_1 L - \cdots - \theta_q L^q)a_t = \theta_t(L)\varepsilon_t$$

ACF는

$$\rho_\kappa = \frac{-\theta_\kappa + \theta_1\theta_{\kappa+1} + \cdots + \theta_{q-\kappa}\theta_q}{1+\theta_1^2 + \cdots + \theta_q^2}, \quad k = 1, 2, \cdots, q$$

$$\rho_k = 0, k > q$$

ARMA(1, 1)은 제1계 자기회귀모형과 제1계 이동평균모형을 결합시킨 것으로 다음과 같다.

$$(1 - \theta L)X_t = (1 - \theta L)\varepsilon_t$$

그리고 ACF는

$$\rho_\kappa = \frac{(1-\Phi\theta)(\Phi-\theta)}{1+\theta^2-2\Phi\theta}$$

$$\rho_k = \Phi\rho_{k-1},\ k > 1$$

일반형태인 ARMA(p, q)는 다음과 같다.

$$\Phi(L)X_t = \theta(L)\varepsilon_t$$

自己相關係數 ACF는 (q - p)개의 최초값 $\rho_1, \cdots, \rho_{p-q}$, 이후에는 AR(P)와 같은 형태를 따르며 PACF는 k > p - q에 대하여 MA(q)와 같다.

확률과정의 실현치인 시계열인 $(X_t)_{t=1}^{T}$의 표본평균과 분산은 $X = T^{-1}\varepsilon_1^T X_1$이고 $S^2 = T^{-1}\varepsilon_1^T (X_t - X)^2$이다. ρ_k의 추정치인 표본자기상관은 $r_k = [\varepsilon_t^T = {}_{k+1}(X_t - X_{t-k} - X)]TS^2$ (k = 1, 2, ···)이다. r_k의 집합이 곧 표본자기상관함수(SACF)이다. r_k의 분산은 k > q에 대하여 $V(rk) = T^{-1}(1 + 2\rho_1^2 + \cdots + 2\rho_p^2)$이다. 표본의 경우, $r_k = T^{-1}(1 + 2r_1^2 + \cdots 2r_{k-1}^2)$이다. 표본의 편자기상관함수(SPACF)는 계수를 증가시키는 자기 회귀모형에 적합하도록 구해진다. 다시 말하면, 각 모형의 마지막 계수의 추정치 $\hat{\Phi}_{kk}$는 표본의 편자기상관이다.

ARMA모형에서 r_k와 $\hat{\Phi}_{kk}$가 주어지고 각각의 표준오차가 계산되면 SACF와 SPACF를 이론적인 ACF와 PACF를 대응시켜 최적대응치를 찾으면 모형의 모수가 추정된다. 이 ARMA모형은 재무관리자료에 여러모로 이용될 수 있다.

예컨대 이 방법으로 우리나라 종합주가지수의 수익률이 공정한 게임을 형성하고 있는지를 검증할 수 있다. 利子率의 期間構造에 대한 期待假說을 검증하는데 장기이자율과 단기이자율의 차이(spread)가 중요시된다. SACF와 SPACF를 k를 변화시켜 추정하여 검토하면 이자율의 움직임에 대한 특성을 파악할 수 있을 것이다. AR과 MA 그리고 ARMA를 사용하여 분석하면 금융시장의 많은 성질을 파악할 수 있을 것이다. 우리나라의 실증분석에서 채권분석이 등한시되고 있는데, 금융자율화의 진전에 따라 채권시장과 국공채시장이 중요시될 것이다. 금융자율화가 완벽하게 시행되면 공개시장 조작도 국채시장을 통하여 운영될 것이므로 거시적 금융정책에 대한 대안을 마련할 수 있는 근거도 제시될 수 있을 것이다.

ARMA 모형은 시계열자료가 弱한 定常性을 유지할 때 적용될 수 있는 모형이다. 平均이나 分散이 非定常的인 경우에는 ARIMA를 사용해야 한다. 자료가 비정상적인 경우에는 差分化를 통하여 자료의 정상성을 얻을 수 있다. 이와 같이 差分化를 통하여 정상성을 얻을 때, 이 過程을 累積過程(integrated process) (I(d))라 한다. 무작위행보 모형은 非定常過程에 속한다. 시계열 자료를 처음 d번 差分化하여 정상성을 달성할 때 이와 같이 얻은 시계열은 자기상관이 존재할 수도 있다. 이 자기상관을 ARMA(p, q)에 의하여 모형화하

면 이것을 ARIMA(p, d, q)라 한다.

앞에서 거론된 이자율의 차이를 AR(p), MA(q), ARMA(p, q)로 분석할 수 있으나 I(d)로 볼 수도 있다. 差分化한 ∇X_t의 SACF와 SPACF의 행동양식을 분석하여 ∇X_t가 백색교란항과정(white noise process)을 따른다는 것이 밝혀지면 이 차이는 drift가 없는 무작위행보로 모형화할 수 있다. 주가지수 수익률에도 이 모형을 적용하여 무작위행보의 여부를 검증할 수 있을 것이다. 아울러 ARIMA(p, d, q)도 주식시장의 행태를 파악하는데 사용될 수 있을 것이다. 뿐만 아니라 무작위행보를 형성하고 있는지를 이 모형을 통하여 검증할 수 있을 것이다. 이와 같은 의미에서 I(d)는 중요한 의미를 지닌다. 효율적 시장가설이 성립되고 있는지, 주식수익률이 무작위행보를 따르는지 또는 martingale을 형성하는지는 재무관리의 기본을 검증한다는 의미에서 중요시되지 않을 수 없다. AR(p), MA(q), ARMA(p, q), I(d), ARIMA(p, d, q)는 시장의 움직임과 주식수익률, 이자율, 환율 등과 같은 시계열이 어떤 성질을 갖고 있는지를 검토하는 계기를 제공할 뿐만 아니라 검증을 통하여 입증된 경우 이 추정된 모형을 통하여 미래를 예측할 수 있는 능력을 제공해 주고 있어 실무계에서 널리 이용할 수 있는 장점도 아울러 지니고 있다.

다음의 형태를 갖는 過程(process)을 單位根 過程(unit root process)이라 한다.

$$(1 - L)X_t = \delta + \Phi(L)\varepsilon_t$$

위에서 $\Phi(L) = 1$일 때, 이 과정은 drift가 δ인 무작위 행보이다. Phillips(1987)는 $\{\varepsilon_t\}$가 시계열 상관과 異質性(heterogeneity)을 가질 때, 單位根을 검증할 수 있는방법을 제시하고 있다. 단위근에 대한 검증은 시계열 자료가 drift가 없는 무작위 행보를 따른다는 것이 내포된 귀무가설이다. Mackinnon(1990)이 검증통계량을 제시하고 있다.

다음의 과정을 고찰해 보자.

$$y_t = \alpha + \delta t + \Phi(L)\varepsilon_t$$

위에서 δt는 決定的 時間趨勢(determinstic time trend)이다. 이 과정에 平均을 사용하지 않고 대신 시간에 관련된 決定的 價値(deterministic value) δt가 모형에 대입될 때, 이 과정을 趨勢定常的 過程(trend-stationary process)이라 한다. 그리고 시계열 자료가 非定常性을 보존할 때, 決定的 時間趨勢에 의하여 이와 같은 현상이 발생하는가 아니면 單位根에 의하여 발생하는가 하는 것은 중요한 과제이다. 예컨대 경제불황이 미래 GNP수준에 대하여 항구적인 결과를 갖는지 아니면 일시적인 하향에 불과한 것인지를 판단하는 것은 경제의

움직임을 이해하는데 무척 중요하다. Nelson과 Plosser(1992)는 주가를 포함한 거시변수가 決定的 時間趨勢 보다는 單位根에 의하여 그 특징이 파악된다는 점을 실증분석을 통하여 제시하고 있다.

시계열 자료가 무작위 행보를 하거나 非定常性을 나타낼 때 差分化를 통하면 비정상성이 제거되는 경우가 있다. 差分化는 한번 할 수도 있고 여러번 할 수도 있다. 이 경우 이 시계열을 差分定常的(difference stationary)하다고 한다. 즉, $\nabla X_t = \varepsilon_t$.

시계열이 單位根인가, 趨勢定常的인가 아니면 差分定常的인가는 시장의 움직임을 파악하는데 중요하다. 특히 株價, 換率, 利子率 등과 같은 금융 시계열에 대한 이와 같은 검증이 필요하다. 무작위 행보는 어떤 충격이 가해질 때 결코 잊지 않고 기억하고 있다. 따라서 검증결과에 따라 예컨대 株價가 恒久的 部分(permanent part)과 一時的 部分(transitory part)으로 구성되고 있는지의 여부를 판가름 할 수가 있다. 물론 이것은 효율적 시장가설을 검증하는 유용한 방법에 속한다고 할 수 있다.

Perron(1989)은 시계열에서 구조적 변화가 발생하고 있는지의 여부를 검증하는 방법론을 제시하고 있다. 우리나라에서는 경제변수의 행동이나 장·단기 금융시장에 상당히 큰 영향력을 미칠 수 있는 당국의 조치가 1960년 이후 여러차례 있어 왔다. 이러한 당국의 조치가 정책적 효과를 발휘하고 있는지 그렇지 못한지를 검증해야 비로소 정책의 효율성 여부를 판단하고 나아가 화폐시장과 자본시장의 발전을 위한 정책방향에 관한 심도 있는 논의가 이루어질 수 있을 것이다. 이러한 의미에서 주가에 대하여 구조적 변동을 검증하는 單位根의 검증이 필요하다. 뿐만 아니라 利子率에 대하여도 이와 같은 연구가 활발히 수행되어야 할 것이다.

시계열자료가 差分定常的이면, 非定常的 確率部分(stochastic non-stationary component 또는 trend component)과 定常的 部分(stationary component 또는 noise)으로 나뉠 수 있다. 한 예로서 Poterba와 Summers(1988)가 주가의 平均回歸(mean reversion)를 측정하는 모형을 개발한 경우를 들 수 있다. $X_t = Z_t + U_t$이 두개의 부분으로 구성된 과정이라 하자. 이 두개의 구성부분은 관찰이 불가능하다. 이러한 모형을 信號摘出(signal extraction)이라 하는데 Harvey와 Shephard(1992)가 조사를 하고 있다. Mills와 Stephenson(1985)은 영국의 국채에 대하여 이와 같은 연구를 수행한 바 있다. 관찰할 수 없는 기대실질이자율을 Z_t로 보고 이 Z_t가 drift가 없는 무작위 행보를 따른다고 가정하고 이것은 관찰한 실질이자율 X_t와는 기대밖의 인플레이션만큼 다르다. 효율적 시장가설 하에서 이 인플레이션은 백색교란항과정이다. 따라서 관찰된 실질이자율은 ARIMA(0, 1, 1)이다.

시계열과정 X_t가 單位根을 가질 때 $\nabla X_t = \mu + \Phi(L)\varepsilon_t$로 표시될 수 있다. t期의 충격(shock)이 (t + k)期에 X의 변화에 주는 영향은 Φ_k이다. (t + k)期에 이러한 충격이 X의

水準에 미치는 영향은 1 + Φ1 + Φ2 +…+ Φk이다. $\phi = \sum_{i}^{\infty} \Phi_i$라고 하면 ϕ는 Campbell과 Mankiew(1987)의 衝動反應(impulse response)이나 Cochrane(1988)의 分散比率(variance ratio)에 의하여 계산될 수 있다. 시계열에서 獨立的 同一分布의 正規增分(iid normal increments)들이 작은 무작위행보에 의하여 생성된 경우에는 분산비율에 의한 시도가 좋다. Lo와 Mackinlay(1988)는 분산비율을 이용하여 주가의 무작위행보 여부를 검증하고 있다.

시계열자료를 검토해 보면 계속 우상향하다가 반전하여 우하향을 계속하는, 이른바 週期(cycle)를 형성하는 경우가 흔히 있다. 差分化에서 d가 정수가 아니고 소수인 경우가 이에 해당된다. 이와 같은 모형을 Diebold와 Rudebusch(1989)는 AFRIMA(AR Fractionally IMA)라고 부른다. 이 모형에서 $0 < d < 1/2$이면 ACF는 0으로 쌍곡선으로(hyperbolically) 감소한다. $d \geq 1/2$이면 X_t의 分散은 무한하며 이 과정은 비정상적이다. d를 추정하는 방법은 Geweke와 Porter-Hudak(1983)이 제시하고 있다. Lo(1991)는 시계열 평균으로부터 이편차의 부분합의 範圍를 표준편차에 의하여 크기를 조정한 검증통계량을 R/S를 계산하는 방법과 함께 제시하고 있는 바, 이것은 long-term memory를 측정할 수 있는 방법을 제시하고 있다는 의미에서 중요시되고 있다.

Ⅳ. 非線形性

앞 절에서는 效率的 市場假說과 이와 관련된 문제를 인지하거나 해결하는 방법을 살펴 보았다. 그런데 資本資產의 價格을 결정하는 매카니즘을 파악하는데는 주로 martingale이 사용되어 왔다. 특히 異時的 模型이나 連速時間模型과 導證券(派生證券 derivatives)에 대한 模型을 도출할 때 確率的 動態計劃法을 사용하고 있으며, 이 때 시계열 과정을 martingale process로 흔히 가정하고 있는 실정이다.

시계열이 $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$에 의하여 생성된다고 할 때, ε_t가 白色攪亂項過程을 따른다고 가정할 수 있다. ε_t가 상관관계는 없지만 定常性을 반드시 유지하지 않는다고 볼 수도 있다. 이 경우 martingale difference가 허용된다. 高次積率間의 依存性이 존재할 수도 있다는 것을 의미한다. 시계열의 의존성은 변동성을 야기시키고, 그 결과로 확률과정은 非線型性을 유지한다.

시계열에 비선형성이 도입될 때 이 과정의 分散이 변화해서 그와 같은 현상이 발생된다고 볼 수도 있다. 定常的過程은 분산이 일정하지만 條件附 分散은 변할 수 있다. 分散이 단계(step)로 변하고 있다고 파악할 수도 있고 product process를 따르는 경우도 있다. 條件附

標準偏差가 X_t의 최고치의 함수로 파악될 수 있다. Engle(1982)는 이 경우를 ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity)과정이라고 부른다. Bollerslev(1986; 1988)는 一般化된 ARCH(generalized ARCH)과정을 개발하였는 바, 이것은 ARCH과정에서 조건부 분산이 陰이 될 수도 있으므로 이를 제거하기 위한 것이다. Engle과 Bollerslev(1986)는 統合 GARCH(integrated GARCH)과정을 제시하고 있다.

ARCH 계통의 과정은 분산을 이해하는데 큰 도움을 주고 있다. ARMA를 오차와 결합시켜서 자본시장의 형태를 동태적으로 파악하고 있다. Engle과 Bollerslev(1986)는 資本資産의 價格決定에 이 ARCH 과정을 사용하여 괄목할 만한 성과를 거두고 있다. Diebold와 Nerlove(1989)는 ARCH 효과는 시계열 상관을 갖는 뉴스의 도착을 규정하는 과정이 존재하기 때문에 발생한다는 주장을 하고 있으며 Engle, Ito와 Lin(1990)은 이 주장을 실증분석을 통하여 지지하고 있다. 이 ARCH 모형은 화폐시장 및 자본시장에 존재하는 모든 상품에 대하여 적용가능하며, 실증분석뿐만 아니라 이론의 개발에도 널리 이용될 수 있다.

非對稱性과 條件附 異分散性과 같은 복잡한 動態性을 도입할 수 있는 모형으로써 ARMA를 비선형적으로 변형시킨 switching-regime Markov모형을 Hamilton(1989)과 Lam(1990)이 제시하였다. Pagan과 Schwert(1990)는 이 모형을 변형시켜 條件附 株價變動性을 측정하고 선별할 수 있는 모형을 개발하였다. $X_t = Z_t + U_t$에서 U_t가 單位根을 갖고 있으며, innovation이 白色攪亂項이 아니라 product process $\varepsilon_t = \sigma(S_t)U_t$이며, $\sigma(S_t) = W_0 + W_1S_t$를 따른다. 여기에서 $U_t \sim NID(0, 1)$이고 U_t는 모든 S_{t-j}와 독립적이다. 그리고 $Z_t = \mu(S_t) + Z_{t-1} = a_0 + a_1S_t + Z_{t-1}$이다. 이 때 다음과 같은 모형을 정립할 수 있다.

$$\nabla X_t - \mu(S_t) = \sum_{i=1}^{r-1} \Phi_i (\nabla X_{t-1} - \mu(S_{t-1})) + \sigma(S_t) U_t$$

위에서 두개의 상태(states)는 분산이 큰 regime($S_{t=1}$)과 분산이 작은 regime($S_{t=0}$)으로 해석될 수 있다. Pagan과 Schwert(1990)는 평균이 regime의 函數가 아니지만 ($\hat{a}_0$와 $\hat{a}_1$이 다같이 유의하지 않음) 조건부 분산 $\sigma(S_t)$는 regime의 함수라는 점을 실증분석을 통하여 밝히고 있다. 이 방법은 우리나라 증권시장이 호황과 침체라는 두 기간을 상당히 오래동안 지속하는 성향이 있으므로 호황기와 침체기의 성질이나 특성을 파악하는데 많은 도움을 줄 수 있는 모형이 될 수 있을 것이다.

금융시계열 자료의 volatility patten들이 시계열 종속성을 이루고 있다는 관찰들이 보고됨에 따라 이 사실을 극복하기 위하여 조건부분산을 과거의 조건부분산과 과거의 innovation의 제곱의 함수로 모형화하고 있는 것이 일반적인데, 그 대표적인 것이 앞에서 언급한 ARCH와 GARCH 과정이다. 이 모형들은 시계열자료의 無條件附積率(unconditional

moments)의 성질에 제약을 가해야 한다. 定常的 GARCH 시계열에는 無條件附 第1次 및 第2次 積率이 일정(constancy)해야 할 것이 요구된다. IGARCH 시계열에서는 Nelson (1990)이 제시한 바와 같이 무조건부 제2차 적률의 drift가 특별한 형태를 취해야 한다.

Pagan과 Schwert(1990a, 1990b)은 미국의 주가수익자료의 무조건부분산이 장기에 걸쳐서 일정하다는 가설을 용인할 수 없다는 실증적 결과를 제시하고 있다. 그들은 데이타의 무조건부 제4차 적률이 유한하다는 가정하에서 미국 주식수익의 무조건부분산의 일정성 여부를 검정하고 있다. 공분산의 정상성이 기각되는 것은 이 4차 적률의 유한성에 의하여 야기될 수도 있다는 문제를 제기시키고 있다고 할 수 있다. 공분산의 정상성 기간이 실제로 이와 같은 현상에 의하여 발생되고 있는지, 즉 데이타 생성과정의 thick tail현상 때문에 야기되고 있는지, 또는 실제로 공분산의 정상성이 유지되고 있지 않은 것인지에 대한 검토와 분석이 요청되고 있다. 뿐만 아니라 시계열 자료는 공분산의 정상성을 전제로 하여 그 성질을 파악하는 시계열 모형이 주종을 이루고 있다는 형편이다. Loretan과 Phillips (1994)는 이 문제와 관련하여 stable Paretian law를 검토하고 공분산의 정상성을 여러 방법을 사용하여 검정하고 있는데, 그 결론은 유보적이다. 즉 제4차 적률이 유한하지 않은 듯이 보이며 월별주식수익률 및 일별주식수익률 환율의 무조건부분산이 일정하다는 귀무가설이 기각되고 있다. 이와 같은 분석은 금융시계열 자료에 대한 근본 성질을 파악하기 위하여 시급한 연구가 요청되고 있다.

Chaos(χοαs)理論이 유행처럼 보인다. 그동안 현실을 직선으로 파악하여 왔고 이에 근거하여 모든 이론이 정립되었다. 그러나 현실의 자연현상은 엄밀한 의미에서 직선은 존재하지 않는다. 멀리서 본 나무줄기는 직선이다. 그러나 가까이에서 본 나무줄기는 직선이 아니다. 그러므로 非線型의 觀點에서 파악해야 할 것이다. 컴퓨터 simulation을 통해 볼 때, 비선형모형을 사용하면 시간이 흐름에 따라 어떤 패턴이 형성되고 그후에는 그 패턴이 반복되는 현상을 보게 된다. 특히 Mandelbrot 集合(set)을 컴퓨터로 그림을 그리면 이와 같은 형상이 극명하게 나타난다.

주류의 연구에서는 결정적 부분(deterministic part)에 대한 통계적 검증이 끝나면 문제점이 없는 것으로 인식되었다. 오직 確率的 攪亂項(stochastic disturbance)만이 문제로 남아 있었다. 그러나 Mandelbrot 集合을 비롯한 Chaos의 여러 집합은 결정적 부분에 본질적인 문제가 존재하고 있음을 제시하고 있는 실정이다. 이제 이 결정적 부분에 대한 연구가 본격적으로 진행되어야 한다. Brock(1986)은 다음의 差分方程式을 제시하고 있다.

$$X_t = f(X_{t-1}),\ X_0 \in [0, 1]$$

$$f(X) = \begin{cases} X/a & X \in [0, a] \\ (1 - X)(1 - a) & X \in [a, 1],\ 0 < a < 1 \end{cases}$$

이 差分方程式의 괘적은 母數 $\Phi = (2a - 1)$를 갖는 X_t에 대한 AR(1)과정과 동일한 ACF를 생성시키고 있다. Brock(1988)에 의하면 자본자산 가격결정모형 중에서 일부는 Chaos의 현상이 발생되고 있다는 점이 제시되고 있다.

ARIMA(p, d, q)모형은 差分母數 d가 정수이다. ARIMA는 非定常的 時系列을 차분화를 통하여 정상 시계열로 변환시키며 AR과 MA를 결합시킨 중요한 모형이다. Hosking (1981)은 차분모수를 정수 대신 분수도 가능케 확대시킨 ARFIMA(autogressive fractionally integrated moving average)모형을 제시하였다. ARFIMA(p, d, q)에 d는 정수뿐만 아니라 임의의 실수도 가능하다. ARFIMA 모형은 잡음을 분수로 파악하여(fractional noise) 시계열의 persistent와 nonpersistent한 움직임과 행동을 일반화시킬 수 있다. ARFIMA(0, d, 0)는 fractional Brownian motion이다. ARFIMA는 단기의 AR이나 MA를 포함시킬 수 있다.

ARFIMA(0, d, 0)의 특성을 살펴 보자. k를 時差, a_t를 평균이 0, 분산이 σ^2_a인 백색잡음(white noise)이다. $d < 0.50$ 이면 시계열 $\{X_t\}$는 정상과정(stationary process)이고 有限 MA로 표현된다.

$$X_t = \psi(B)a_t = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k\, a_{t-k}$$

위에서

$$\psi_t = \frac{d(1 + d) \cdots (k - 1 + d)}{k_!}$$

위에서 $k \rightarrow \infty$ 함에 따라

$$\psi_k \approx \frac{k^{d-1}}{(d - 1)!}$$

그런데 $d > -0.50$ 이면 $\{X_t\}$는 可逆(invertible)하고 무한 AR의 표현을 갖는다.

$$\pi(B)X_t = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k X_{t-1}$$

$$\pi_t = \frac{-d(1-d)\cdots(d-1-d)}{k!}$$

$$= \frac{(k-d-1)}{k!(d-1)!}$$

위에서 k → 함에 따라

$$\pi_k \approx \frac{k^{-d-1}}{(-d-1)!}$$

시계열 $\{X_t\}$의 分光密度(spectral density)는

$$s(w) = (2\sin w/2)^{-2d}, \quad 0 < w < \pi$$

시계열 $\{X_t\}$의 공분산 함수는

$$\gamma_k = E(x_t x_{t-k}) = \frac{(-1)^k (-2d)!}{(k-d)!\,(-k-d)!}$$

그리고 X_t의 상관계수함수는 k → ∞ 함에 따라

$$\rho_k \approx \frac{(-d)!}{(d-1)!} k^{2d-1}$$

$\{X_t\}$의 逆相關은

$$\rho_{inv,k} \approx \frac{-d!}{(-d-1)!} k^{-1-2d}$$

그리고 $\{X_t\}$의 편상관은

$$\phi_{kk} \approx \frac{d}{(k-d)}, \quad k = 1, 2, \cdots$$

이 ARFIMA 모형은 chaos 분석과 시계열의 장기기억을 파악하는데 유용한 모형이다. ARFIMA(p, d, q)의 p와 q에 값에 따라서 AR과 MA의 단기기억과 장기기억의 혼합도 파악할 수 있는 성질을 갖고 있어 시계열의 persistency나 nonpersistency, 그리고 기간주기를 판별하고 재무 시계열의 성질을 파악하는데 효율적 분석의 틀을 제공한다. 특히 이자율에 이 모형을 이용하면 이자율의 기간구조와 위험구조를 결합시키는 성질을 파악할 수 있으리라고 생각되며, 이자율의 기간구조가 주기를 갖고 있는지의 여부도 분석이 가능하리라. 현재로서는 이자율의 기간구조에 대한 주기는 연구된 바가 전혀 없으므로 이 주기에 대한 연구도 절실히 요청되고 있는 실정이다. 뿐만 아니라 다른 재무 시계열에도 Fama와 French(1985)와 Poterba와 Summers(1987)도 주기의 가능성을 암시하고 있어 이 ARFIMA 모형을 사용하여 재무 시계열의 주기성을 파악하는 것은 중요하다고 할 수 있다.

V. 定常確率過程化

無作爲 行步를 하는 변수를 다른 무작위 행보변수에 대하여 회귀모형을 적용하면 擬似結果(spurious results)에 이른다. 이 경우 회귀분석을 수행하기에 앞서 差分化를 행하면 擬似結果가 해소될 수 있다. 두개의 변수가 무작위 행보를 따를 때, 이 두변수의 1次結合은 定常的이다. X_t와 y_t가 무작위 행보변수이지만 $Z_t = X_t - \lambda y_t$는 定常的일 수 있다. 이와 같은 현상이 발생하면 X_t와 y_t는 결합되며 λ가 結合母數(integrating parameter)이다. 共積分(cointegration)은 長期的 均衡의 문제이다. 共積分을 수행하며 이 모형을 회귀분석에 의하여 추정하면 그 통계적 검증은 t-分布에 의해 수행되어서는 안된다. Dickey-Fuller가 τ검증통계량을 계산했으므로 이 통계량을 사용하여 검증을 수행해야만 한다. 差分化만 하면 일반 OLS에 의하여 회귀계수를 추정할 수 있으므로 널리 이용될 수 있다. 그리고 Phillips와 Perron(1988)이 보다 정확한 검증 통계량을 제시하고 있어 널리 이용되고 있다. 이 방법은 채권시장과 외환시장을 분석하는데 매우 유용하다. 뿐만 아니라 주가와 배당과의 공적분을 분석할 때 이 양자의 관계에 대한 깊은 통찰력을 얻을 수 있다. Cointegrated system은 Phillips(1988, 1991), Phillips와 Hansen(1990)과 Phillips와 Loretan(1991)이 집중적으로 분석하였으며, 각종 추정식과 검증통계량식을 제시하였다.

Ⅵ. 變動性

資本資產의 價格決定을 설명하는 現價模型은 그 이론의 아름다움과 단순성이 빼어나다. 그럼에도 불구하고 교과서의 이론에 그쳐 있던 것을 Shiller(1981)와 LeRoy와 Porter(1981)가 현실로 끌어올려 놓았다. 소위 分散限界檢定(variance bounds test)인 바, 그들의 연구에서는 이 모형을 기각하고 있어 큰 충격을 주고 논의가 분분하였다. 사실 검증 자체는 무척 간편하다. 그들의 연구를 변동성 검증(volatility test)이라고 할 수 있을 것이다. Perfect foresight 혹은 expost rational series를 y_t^*라 하면 $y_t^* = \theta(1 - \delta)\varepsilon_0^{\infty}\delta^{i+1}X_{t+1} + C$ 이다. 정보집합을 Φ_t라 할 때, $y_t^* = E[y_t\ \Phi_t]$의 관계가 성립된다. 따라서 $V(y_t) + V(U_t) = V(y_t^*)$이다. 이때 V는 분산이고 $U_t = y_t^* - y_t$이다. 그들에 의하면 $\sigma(y) \leq \sigma(y^*)$이다. 그러나 실증분석에서는 이러한 관계가 성립되지 않고 있다. Marsh와 Merton(1986)은 이 관계가 연결되어야 한다고 주장하고 있으며, Kleidon(1986)은 소표본 문제가 상존한다고 비판한다. Shiller(1981)와 LeRoy와 Porter(1981)가 사용한 통계학적인 문제점을 극복한 검증이 West(1988)이다. Gilles와 LeRoy(1991)은 變動性 檢證에 관한 문헌(survey paper) 논문을 쓴 바 있다.

Campbell과 Shiller(1988)는 변동성비율에 의하여 변동성을 검증하고 있다. 이것은 $V(S_t)/V(S_t)$에 의하여 모형이 정확하면 이 비율은 1.0과는 달라야 한다. 그들은 S & P 指數에 대하여 共積分 接近法을 사용하여 變動性을 살피고 있으며, Mills(1992)는 이 방법을 사용하여 영국의 증권시장을 분석하고 있다.

變動性에 대한 점검과 분석은 무척 중요하다. 우리나라에서는 이와 같은 검증이 제대로 수행되지 못하고 있다. 아마도 配當過程(dividend process)에 있어 시계열자료에 대한 검토가 활발히 이루어지지 못한데 기인한 것이라고 생각된다. 그러나 黃善雄(1993)은 배당의 시계열자료를 주가자료와 함께 사용하여 위탁증거금(margin requirements)에 대한 훌륭한 분석을 수행한 바 있다. 따라서 배당의 시계열에 대한 특성도 활발히 파악해 나가면서 변동성에 대한 연구도 심도있게 논의되어야 우리의 증권시장, 채권시장, 화폐시장의 특성도 올바로 파악할 수 있고 그 지식의 바탕 위에서 합리적 투자행동이 정립될 수 있을 것이다. 이와 같은 연구는 MacDonald와 Speight(1988) 그리고 Mills(1991)가 이자율 기간구조에 대한 검증에도 이용하여 소기의 성과를 거두고 있다.

한때 거품(bubble)에 대하여 시사적인 호기심이 고조된 때가 있었다. 일본에서는 거품이 서서이 붕괴되어가고 있다는 풍문같은 것도 간간이 있어 왔다. 그러면서도 거품에 관한 논의가 진지하게는 이루어지지 않고 있는 실정이다.

Tirole(1985)은 화폐를 중심으로 거품에 관한 엄밀한 이론을 정립한 바 있다. 그에 의하면 화폐의 가치는 0이어야 하는데, 약간의 거품이 존재할 때, 오히려 거시경제적 활성화가

이루어질 수 있다는 점을 제시하고 있다. 거품 역시 변동성과 연관된 사항이다. West (1985)는 AR(P)나 ARIMA(P, 1, 0)과정에 의하여 거품이 형성된다는 주장을 펴면서 검증을 수행하고 있다. 귀무가설의 기각은 時點變動割引率(time-varying discount rate)과 같은 거품 이외의 원인에 의하여도 이루어진다는 점을 제시하고 있다. 거품은 共積分에 의해서도 검증될 수 있다.

Schwert(1989)는 미국시장의 변동성에 대하여 매우 중요한 논문을 발표하였다. 그는 配當의 割引現價의 會計的 期待値가 株價라는 해묵은 모형에서 그 출발점을 잡는다. 그러나 그는 (t-1)期의 情報集合을 조건부로 하는 (t-1)期의 期待値로서의 株價와 割引率로서 R_{t+k}와 配當 D_{t+k}를 사용하는데, 이것 역시 (t-1)期의 情報集合에 따른 (t-1)期의 期待値로서 계산된다. 이 기대치에 대한 이런 계산은 장기간에 걸친 變動性을 인식하는데 중요한 관건을 제시한다고 할 수 있다. 그는 $\hat{\sigma}_t^2=\sum_i^{N_t} r_{it}^2$으로 간주한다. 여기에서 r_{it}는 日別 收益率이며 N_t는 去來日數이다. 그는 다음과 같은 AR을 이용하여 變動性을 검증하고 있다.

$$|\hat{\varepsilon}_t| = \sum_{j=1}^{12} \sigma_j D_{jt} + \sum_{i=1}^{12} \rho_i |\hat{\varepsilon}_{t-1}| + U_t$$

Schwert는 인플레이션 變動性을 검토하고 實質 巨視變數의 變動性을 분석하였다. 또한 불황시의 변동성을 천착하며, 변동성과 기업의 수익력과의 관계를 살펴보고 있다. Leverage가 주식시장의 변동성에 미치는 영향을 실증적으로 분석하여 거래일수와 변동성의 관계와 거래량과 변동성의 관계를 실증적으로 정립하려 하고 있다.

Ⅶ. 推定과 檢證

시계열자료를 분석하기 위한 여러 모형들은 엄격한 추정과 검증과정을 거쳐야 한다. 共積分 계통의 일부를 제외하면 회귀분석에서 중요시되는 OLS와 GLS로 간편하게 추정치와 검증통계량을 얻는 경우란 거의 없는 실정이다. 이 경우 대개 最大尤度法(maximum likelihood method)을 사용하는데 미분해도 폐쇄형의 解를 얻기가 어렵다. 이러할 때에는 數値解釋法(numerical method)을 이용하는데 번거로운 경우가 있다. 이러한 연유로 시계열 분석이 많이 활용되고 있지 못한게 아닌가 하는 감이 든다.

사실 最大尤度法에 의하여 最大尤度函數를 얻기는 용이하다. 제1차 도함수를 구하기도 쉽다. 이 도함수가 비선형인 경우가 대부분이다. 이 때 解를 구하기 위한 算法(algorithm)으로 Newton method와 Newton-Raphson method를 사용하게 되는데 이 방법을 사용하기

위하여는 제2차 도함수를 구해야 한다. 그러나 이 도함수가 꽤 성가시다. 그러나 Berndt, Hall, Hall과 Hausmann(1974)의 算法(BHHH)을 사용하면 2차 도함수가 필요없어 쉽게 추정치와 검증통계치를 구할 수 있다.

最大尤度函數를 L이라 하고 추정모수의 벡터를 β라 하자. BHHH 방법은 처음 β값을 근사치로 계산하며 이것을 β_1이라 하자. 그러면 β_1을 이용하여 모수를 다시 추정하는데 이것을 β_2라 하자. 다음에는 β_2를 이용하여 β_3를 구한다. 이와 같이 바로 전에 추정된 β값을 이용하여 다음에 개선된 β의 추정치를 구하고 이 값이 최적치에 이를 때까지 이 방법을 반복하는 방법이 BHHH방법이다. 이 방법에 의하면 (n+1)번째의 β값은 다음과 같이 구해진다.

$$\beta_{n+1} = \beta_n - P_n \frac{\partial L}{\partial \beta} \Bigg|_{\beta = \beta_n}$$

위에서 $\partial L/\partial \beta$에 있는 β는 β_n값을 대입하여 얻는다. P_n에도 β가 있으며 β_n을 이 β에 대입하여 구한다. 또한 P_n은 다음과 같이 구해진다.

$$P_n = -\left[\sum_{t=1}^{T} \left(\frac{\partial L}{\partial \beta}\right) \left(\frac{\partial}{\partial \beta}\right) \right]^{-1}_{\beta_n,\ \sigma_n^2}$$

위 식에서 보는 바와 같이 제1차 도함수만을 이용하여 P_n을 구할 수 있다. 그러면 언제 β의 最適推定値를 얻을 수 있는가? $\beta_{n+1} - \beta_n$의 값이 0에 접근할 때 이때의 β_{n+1}의 값이 최적추정치가 된다.

Ⅷ. 結　論

재무관리의 모든 영역을 완벽하게 이해하기 위하여는 기업재무관리와 투자론을 비롯하여 금융산업 전체에 대한 연역적 방법에 의한 이론의 정립과 실증분석을 통한 이론의 정립이 관건이라 할 수 있다. 이 논문에서는 실증분석을 수행함에 있어 우리나라에서 활발하게 논의가 진행되지 않는 시계열 분석의 영역을 살펴보았다. 그것은 이와 같은 분야를 천착해 봄으로써 이 분야가 재무관리에 대한 통찰력과 현실 적합성의 판단력을 배양하는데 큰 공헌을 할 수 있으리라는 믿음 때문이다. 이 논의를 통하여 시계열 분석에 대한 활발한 연구가 진행되기를 기대하고 있다.

시계열 확률과정에 대한 재무관리이론을 연역적으로 도출하기는 용이하지 않다. 시계

열 분석에서 제시되는 여러 방법론을 재무관리의 시계열에 적용하여 그 시계열의 성질과 특성을 파악하면 그것이 그대로 현실에 적용될 수 있을 것이다. 이러한 연구의 결과는 어떤 형태로든 연역적 방법에 의한 이론의 정립에 깊은 영향을 미칠 것이다. 뿐만 아니라 연속시간의 틀과 異時的 樣態下에서 많은 재무관리 모형들이 개발되고 있으며, 동태적 상황을 해명하는 의도에서 이 모형들이 연구되고 있는 만큼 시계열 분석은 이 분야에 직접적으로 이용될 수 있다.

이 논문에서 살펴 본 바와 같이 시계열 분석에서 제시된 많은 모형들이 재무관리의 실증적 현상을 설명하는데 효과적으로 활용될 수 있다. 뿐만 아니라 현재 연역적으로 개발된 모형들이 설명할 수 없는 부분을 시계열 분석이 직접적으로 해명할 수 있는 능력을 확보하고 있음도 제시되었다. 특히 이자율의 기간구조는 그 이론의 속성상 시계열 분석이 불가피하다 하겠다.

증권의 現價模型도 그 특성때문에 시계열적 분석에 의존하여 검증되어야 한다. 효율적 시장가설도 시계열 분석의 대상이다. 변동성은 시계열 분석의 다양한 기법을 사용하여 검증되어야 하며, 이 경우 특히 분산의 추정방법을 여러 측면에서 개발해야 할 것이다. ARCH 계통은 분산을 추정하는 하나의 방법에 불과하다.

시계열 분석방법이 여러 면에서 재무관리의 성질과 특성, 그리고 화폐시장과 자본시장의 행동양태를 밝히는데 유용하다는 것이 이 논문에서 제시되었다. 그러나 여기에서 시계열 분석의 모든 면을 천착하지는 못하였다. 그동안 외국에서 연구된 양이 엄청나기 때문에 모든 연구결과의 조사를 여기에서 제시하기는 지면관계상 불가능하다. 그 이외에도 특히 외환에 대하여는 굉장히 많은 연구가 수행되어 왔다. 뿐만 아니라 여기에서는 導證券(派生證券)에 대해서는 전혀 언급되지도 못하였다.

시계열 분석에서는 두개 또는 그 이상의 기법을 하나로 통합하는 방법이 있을 수 있다. ARIMA와 ARCH가 결합되는 것을 본 바 있다. 構造的 變化(structural change)模型과 ARCH의 결합도 가능하다. 이 논문에서는 별도의 분석을 생략하였으나 多變量 時系列(multivariate time series)에서 그 가능성이 크다고 할 수 있다. 또 다른 분야로서는 變動性에 대한 연구이다. 變動性에 관한 연구는 variance bounds test에 한정된 감이 있으나 정보와 변동성의 관계가 중요시 되고 있는 만큼 정보집합과 시계열 분석기법의 결합은 변동성의 연구에 새로운 지평을 열어 줄 것으로 보인다. 따라서 정보집합의 형성에 따라 새로운 추정방법이 개발될 여지가 풍부하다. 一般化 積率法이라는 새로운 추정 및 검증방법이 Hansen(1982)에 의하여 개발되어 위험기피계수의 추정을 비롯하여 현실적합성을 갖는 효용함수의 형태를 정립하는데 유용성을 제공하고 있다. 그리고 또한 이용가능한 정보를 과거보다 효율적으로 사용할 수 있는 길을 제공하고 있다는데 큰 의의가 있다. 기존의 시계

열 기법에도 정보집합을 도입하면 새로운 모형으로 거듭 태어날 가능성이 매우 크다 하겠다.

참 고 문 헌

구본열, 구본열 한국증권시장에서 투자자의 상대위험기피계수의 추정에 관한 연구, 증권학회지, 제14집, 1992.

김윤철, 외환시장의 효율성과 위험프리미엄에 관한 연구, 금융경제연구, 한국은행금융경제연구소, 1991.

이일균, 상대적 위험기피계수의 추정과 자본자산가격결정의 소비기저모형에 대한 실증적 검증, 재무관리연구, 제9권 제2호, 1992, pp. 1～29.

이주희 · 남주하, GMM을 이용한 자본자산가격결정모형의 추정, 재무관리연구, 제9권 제2호, pp. 57～75.

조 담, 주식수익률의 조건부 이분산성에 관한 실증적 연구, 재무학회발표논문집, 1993, pp. 1～26.

홍갑수, 시장평균환율제도하의 환율과 원화콜금리 관계분석, 금융경제연구 15, 한국은행금융경제연구소, 1990.

황선웅 · 이일균, 자본자산포트폴리오의 효율성에 대한 다변량 검증, 증권학회지 13, 1991, pp. 357～401.

Andrews, D. W. K., "Heteroskedasticity and Autocorrelation Conistent Covariance Matrix Estimation," *Econometrica* 59 (1991), 817～858.

Andrews, D. W. K., "Exactly Median-Unbiased Estimation of First Order Autoregressive/Unit Root Models," *Econometrica* 61 (1991), 139～165.

Andrews, D. W. K., "Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point," *Econometrica* 61 (1993), 821～856.

Ashley, R. A. and D. M. Patterson, "A Nonparametric, Distribution-Free Test for Serial Independence in Stock Returns," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 21 (1986), 221～7.

Ashley, R. A. and D. M. Patterson, "Linear versus Nonlinear Macroeconomies: A Statistical Test," *International Economic Review* 30 (1989), 685～704.

Baillie, R. T. and T. Bollerslev, "Prediction in Dynamic Models with Time-Dependent Conditinal Variances," *Journal of Econometrics* 52 (1989), 91～113.

Baillie, R. T. and R. J. Myers, "Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Commodity Futures Hedge," *Journal of Applied Econometrics* 6 (1991), 109～24.

Blanchard, O. J. and M. W. Watwon, "Bubbles, Rational Expectations, and Financial

Markets," in P. Wachtel (ed.), *Crises in the Economic and Financial Structure*, Lexington, MA: Lexington Books (1982), 295~315.

Bollerslev, T., "Generalixed Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics* 31 (1986), 307~27.

Bollerslev, T., "A Conditonally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return." *Review of Economics and Statistics* 69 (1987), 542~6.

Bollerslev, T., Chou, R. Y. and K. F. Kroner, "ARCH Modelling in Finance: A Review of the Theory and Covariances," *Journal of Political Economy* 96 (1992), 116~31.

Breeden, D. T., "An Intertemporal Asset Princing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities," *Journal of Financial Economics* 7 (1979), 265~96.

Brock, W. A. and E. G. Back, "Some Theory of Statistical Inference for Nonlinear Science," *Review of Economics Studies* 58 (1991), 697~716.

Brockwell, P. J. and R. A. Davis, *Time Series: Theory and Methods,* Second Edition, New York: Sponger-Verlag (1991).

Campbell, J. Y., "A Variance Decompositon for Stock Returns," Economic Journal 101 (1991), 157~79.

Campbell, J. Y. and R. J. Shiller, "Cointegration and Tests of Present Value Models," *Journal of Political Economy* 95 (1987), 1062~88.

Campbell, J. Y. and R. J. Shiller, "Stock Prices, Earnings, and Expected Dividends," *Journal of Finance* 43 (1988b), 661~76.

Cochrane, J. H., "Volatility Tests and Efficient Markets," *Journal of Economics* 27 (1991), 463~85.

Cochrane, J. H. and A. M. Sbordone, "Multivariate Estimates of the Permanent Components of GNP and Stock Prices," *Journal of Economic Dynamics and Control* 12 (1988), 255~96.

Davidson, R. and J C. Mackinnon, *Estimation and Inference in Econometrics,* New York: Oxford University Press (1993).

DeJong. D. N., Nankervis, J. C., Savin, N. E. and C. H. Whiteman, "The Power Problems of Unit Root Tests in Time Series With Autoregressive Errors," *Journal of Monetary Economics* 53 (1992a), 323~43.

DeJong. D. N. and C. H. Whiteman, "Reconsidering Trends and Random Walks in Macroeconomic Time SEries," *Journal of Monetary Economics* 28 (1991), 221~254.

DeJong. D. N. and C. H. Whiteman, "The Temporal Stability of Dividends and Stock Prices: Evidence from the Likelihood Function." *American Economic Review* 81 (1991a), 600~17.

DeJong. D. N. and C. H. Whiteman, "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: A Reconsideration Based on the Likelihood Principle," *Journal of Monetary Economics* 28 (1992b), 221~54.

Diba, B. T., "Bubbles and Stock-Price Volatility," in G. P. Dwyer and R. W. Gafer (ed.), *The Stock Market: Bubbles, Volatility, and Chaos,* Boston, MA: Kluwer Academic (1990), 9~26.

Diba, B. T. and G. I. Grossman, "On the Inception of Rational Bubbles," *Quarterly Journal of Economics* 103 (1987), 697~700.

Dickey, D. A., Bell, W. R. and R. B. Miller, "Unit Roots in Time Series Models: Tests and Implications," *American Statistician* 40 (1986), 12~26.

Dickey, D. A. and W. A. Fuller, "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association* 74 (1979), 427~31.

Diebold, F. X. and G. D. Rudebush, "Long Memory and Persistence in Aggregate Output," *Journal of Monetary Economics* 24 (1989), 189~209.

Diebold, F. X. and M. Nerlove, "The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate Latent ARCH Model," *Journal of Applied Econometrics* 4 (1989), 1~21.

Diebold, F. X. and M. Nerlove, "Unit Roots in Economic Times Series: a Selective Survey," in G. F. rhodes and T. B. Fomby (eds.), *Advances in Econometrics,* Volume 8, Greenwich, CT: JAI Press (1991), 3~69.

Ding, Z. C. W. J. Granger, and R. F. Engle, "A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model," *Journal of Empirical Finance* 1 (1993), 83~106.

Dolado, J. J., Jenkinson, T. and S. Sosvilla-Rivero, "Cointegration and Unit Roots," *Journal of Economic Surveys* 4 (1990), 249~73.

Engle, R. F., "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U. K. Inflation," *Econometrica* 50 (1982), 987~1008.

Engle, R. F. and T. Bollerslev, "Modelling the Persistence of Conditional Variances," *Econometric Reviews* 5 (1986), 1~50.

Engle, R. F. and C. W. J. Granger, "Cointegration and Error Correction: Representation,

Estimation and Testing," Econometrica 55 (1987), 251-76.

Engle, R. F. and C. W. J. Granger, *Long-Run Economic Relationships: Readings in Cointegration:* Oxford University Press (1991).

Engle, R. F. and W. L. Lin, "Meteor Showers or Heat Waves? Heteroskedastic Intra Daily Volatility in the Foreign Exchange Market," *Econometrica* 58 (1990), 525~42.

Engle, R. F., Lilien, D. M. and R. P. Robbins, "Estimating Time-Varying Risk Premia in the Term Structure: the ARCH-M Model," *Econometrica* 55 (1987), 391~408.

Fama, E. F. and K. R. French, "Dividend Yield and Expected Stock Returns," *Journal of Financial Economics* 22 (1988), 3~25.

Flavin, M. A., "Excess Colatility in the Financial Markets: A Reassessment of the Empirical Evidence," *Journal of Political Economy* 91 (1983), 929~56.

French, K. R., Schwert, G. W. and R. F. Stambaugh, "Expected Stock Returns and Volatility," *Journal of Financial Economics* 19 (1987), 3~29.

Fuller, W. A., Introduction to Statistical Time Series, New York: Wiley (1976).

Gallant, A. R., P. E. Rossi and G. Tauchen, "Nonlinear Dynamic Structures," *Econometrica* 61 (1993), 871~907.

Gallant, A. R. and H. White, *A Unified Theory of Estimation and Inference for Nonlinear Dynamic Models,* Oxford: Blackwell (1988).

Gibbons, M. R., Ross, S. A. and J. Shanken, "A Test of the Efficiency of a given Portfolio," *Econometrica* 57 (1989), 1121~52.

Gilles, C. and S. F. LeRoy, "Econometric Aspects of the Variance-Bounds Tests: a Survey," *Review of Financial Studies* 4 (1991), 753~91.

Granger, C. W. J. and R. Joyeux, "An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing," *Journal of Time Series Analysis* 1 (1980), 15~29.

Hamilton, J. D., "On Testing for Self-Fulfilling Speculative Price Bubbles," *International Economic Review* 27 (1986), 545~52.

Hamilton, J. D., Time-Series Analysis, Princeton: Princeton University Press (1994).

Hansen, B. E., "Consistent Covariance Matrix Estimation for Dependent Heterogeneous Processes," *Econometirca* 60 (1992), 967~972.

Hansen, B. E., "Efficient Estimation and Testing of cointegrating Vectors in the Presence of Deterministic Trends," *Journal of Econometrics* 53 (1992), 87~121.

Hansen, L. P. "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators,"

Econometrica 50 (1982), 1029～54.

Hansen, L. P. and R. J. Hodrick, "Forward Exchange Rates as Optimal Predictiors of Future Spot Rates," *Journal of Political Economy* 88 (1980), 829～53.

Hansen, L. P. and K. J. Singleton, "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models," *Econometrica* 50 (1982), 1269～86.

Harvey, A. C., *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter,* Cambridge University Press (1989).

Harvey, A. C., Ruiz, E. and E. Sentana, "Unobserved Component Time Series Models with ARCH Disturbances," *Journal of Econometrica* 52 (1992), 129～57.

Harvey, A. C. and N. Shephard, "Structural Time Series Models," in G. S. Maddala, C. R. Rao and H. D. Vinod (eds.), *Handbook of Statistics,* Volume 11: Econometrics, Amsterdam: North-Holland (1992).

Haug, A. A., "Critical Values for the Z - Phillips- Ouliaris Test for Cointegration," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54 (1992), 473～480.

Hinich, M. J. and D. M. Patterson, "Evidence of Nonlinearity in Daily Stock Returns," *Journal of Business and Economic Statistics* 3 (1985), 69～77.

Heieh, D. A., "Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates," *Journal of Business* 62 (1989), 339～68.

Heieh, D. A., "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets," *Journal of Finance* 46 (1991), 1839～77.

Johansen, S., "Statistical Analysis of Cointegration Vectors," *Jounal of Economic Dynamics and Control* 12 (1989), 231～54.

King, M., E. Sentana, and S. Wadhwani, "Volatility and Links Between National Stock Markets," *Econometrica* 62 (1994), 901～933.

Kleidon, A. W., "Variance Bounds Tests and Stock Price Valution Models," *Jounal of Political Economy* 94 (1986a), 953～1001.

LeRoy, S. F., "Expectations Models of Asset Prices: A Survey of Theory," *Journal of Finance* 37 (1982), 185～217.

LeRoy, S. F. and R. D. Porter, "The Present Value Relation: Tests Based on Impied Variance Bounds," *Econometrica* 49 (1981), 555～74.

Lo, A. W., "Long-Term Memory in Stock Market Prices," *Econometrica* 59 (1991), 1279～313.

Lo, A. W. and A. C. MacKinlay, "Stock Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test," *Review of Financial Studies* 1 (1988), 41～66.

Loretan, M. and P. C. B. Phillips, "Testing the Covariance Stationarity of Heavy-tailed Time Series," *Journal of Empirical Finance,* 1 (1994), 211～248.

Marsh, T. A. and R. C. Merton, "Dividend Behavior for the Aggregate Stock Market," *Journal of Business* 60 (1987), 1～40.

Meese, R. A., "Testing for Bubbles in Exchange Markets: A Case of Sparkling Rates?," *Journal of Political Economy* 94 (1986), 345～73.

Melino, A. and S. M. Turnbull, "Pricing Foreign Currency Options with Stochastic Volatility," *Journal of Econometrics* 45 (1990), 239～65.

Mills, T. C., *Time Series Techniques for Economists,* Cambridge University Press (1990).

Nelson, C. R. and C. I. Plosser, "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications," *Journal of Monetary Economics* 10 (1982), 139～62.

Nelson, D. B., "ARCH Models as Diffusion Approximations," Journal of *Econometrics* 45 (1990), 7～38.

Nelson, D. B., "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns," *Econometrica* 59 (1991), 347～70.

Nelson, D. B. and D. P. Foster, "Asymptotic Filtering Theory for Univariate ARCH Model," *Econometrica* 62 (1994), 1～41.

Newey, W. K. and K. D. West, "A Simple Positive Semidefinite, Heteroskedasticity Consistent Covariance Matrix," *Econometrica* 55 (1987), 703～8.

Pagan, A. R. and G. W. Schwert, "Alternative Models for Conditional Stock Volatility," *Journal of Econometrics* 45 (1990), 267～90.

Pagan, A. R. and M. R. Wickens, "A Survey of Some Recent Econometric Methods," *Economic Journal* 99 (1989), 962～1025.

Phillips, P. C. B., "Some Exact Distribution Theory for Maximum Likelihood Estimators of Cointegrating Coefficients in Error Correction Models," *Econometrica* 62 (1994), 73～93.

Perron, P., "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Further Evidence from a New Approach," *Journal or Economic Dynamics and Control* 12 (1988), 297～332.

Perron, P., "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean," *Journal of Business and Economic Statistics* 8 (1989), 153~62.

Perron, P., "Time Series Regression with a Unit Root," *Econometrica* 55(1987), 227~301.

Perron, P., "Towards a Unified Asymptotic Theory for Autoregression," *Biometrika* 74 (1987), 535~47.

Perron, P., "Asymptotic Expansions in Nonstationary Vector Autoregressions," *Econometric Theory* 3 (1987), 45~68.

Phillips, P. C. B. and S. N. Durlauf, "Multiple Time Series Regression with Integrated Processes," *Review of Economic Studies* 53 (1986), 473~96.

Phillips, P. C. B. and V. E. Hansen, "Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with I(1) Processes," *Review of Economic Studies* 57 (1990), 99~125.

Phillips, P. C. B. and S. Ouliaris, "Testing for Contegration Using Principal Components Methods," *Journal of Economic Dynamics and Control* 12 (1988), 205~30.

Phillips, P. C. B. and P. Perron, "Testing for Unit Roots in Time Series Regression," *Biomerika* 75 (1988), 335~46.

Poterba, J. M. and L. H. Summers, "Mean Reversion in Stock Prices: Evidence and Implications," *Journal of Financial Economics* 22 (1988), 27~59.

Rappoport, P. and L. Reichlin, "Segmented Trends and Non-Stationary Time Series," *Economic Journal* 99(Supplement) (1989), 168~77.

Said, S. E. and C. A. Dickey, "Testing of Unit Roots in Autoregressive Moving-Average Models with Unknown Order," *Biometrika* 71 (1984), 599~607.

Scheinkman, J. A., "Nonlinearities in Economic Dynamics," *Economic Journal* 100 (supplement) (1990), 33~48.

Schmidt, P., "Dickey-Fuller Tests with Drift," in G. F. Rhodes and T. B. Fomby (eds.), *Advances in Econometrics,* Volume 8, Greenwich, CT.: JAI Press (1990), 161~200.

Schotman, P. and H. K. Van Dijk, "A Bayesian Analysis of the Unit Root in Real Exchange Rates," *Journal of Econometrics* 49 (1991), 195~238.

Schwert, G. W., "Effects of Model Specification on Tests for Unit Roots in Macroeconomic Data," *Journal of Monetary Economics* 20 (1987), 73~105.

Schwert, G. W., "Do Stock Prices Move Too Much to be Justified by Subseaquent Changes in Dividends?," *American Economic Review* 71 (1981), 421~36.

Stigum, B. P., *Toward a Formal Science of Economics,* Cambridge: MIT Press (1990).

Stock, J. H. and M. W. Watson, "A Simple Estimator of Cointegrating Vectors in Higher Order Integrated System," Econometrica 61 (1993), 783~820.

Stock, J. H. and M. W. Watson, "Variable Trends in Economic Time Series," *Journal of Economic Perspectives* 2 (1988a), 147~74.

Subba Rao, T. and M. M. Gabr, "On the Theory of Bilinear Models," *Journal of the Royal Statistical Society, Series* B 43 (1981), 244~55.

Subba Rao, T. and M. M. Gabr, *An Introduction to Bispectral Analysis and Bilnear Time Series Models,* Berlin: Springer-Verlag (1984).

Tirole, J., "Asset Bubbles and Overlapping Generations," *Econometrica* 53 (1985), 1071~100.

Tirole, J., "Asymptotic Theory for ARCH Models: Estimation and Testing," *Econometrc Theory* 2 (1986a), 107~31.

Tirole, J., "ARCH and Bilinear Time Series Models: Comparison and Combination," *Journal of Business and Economic Statistics* 4 (1986b), 59~70.

West, K. D., "A Specification Test for Speculative Bubbles," *Quarterly Journal of Economics* 102 (1987), 553~80.

West, K. D., "Asymptotic Normality, When Regressors have a Unit Root," *Econometrica* 56 (1988a), 1397~418.

West, K. D., "Dividend Innovations and Stock Price Volatility," *Econometrica* 56 (1988b), 37~61.

West, K. D., "Bubble, Fads and Stock Price Volatility Tests: A Partial Evaluation," *Journal of Finance* 43 (1988c), 636~56.

White, H., "A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity," *Econometrica* 48 (1980), 817~38.

White, H., *Asymptotic Theory for Econometricians,* Orlando, Fla: Academic Press (1984).

Zivot, E. and D. W. K. Andrews, "Further Evidence on the Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis," *Cowles Foundation Discussion Paper* No. 944 (1990).