Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 19, No.2, June., 1993.

생산준비비용이 생산순서에 종속적인 경우의 2단계 생산-재고 시스템

Two-Echelon Production-Inventory System with Sequence Dependent Setup Costs

문덕희* 황 학**

Dug Hee Moon* and Hark Hwang**

Abstract

In this paper, a two-echelon production-inventory model is developed which integrates the production scheduling problem of the multi-products produced on a single facility and the inventory problem of the related raw materials. The setup costs of the final products are assumed to be dependent on the production sequence. The aim is to determine simultaneously the production cycle time and the production sequence of the final products, and the procurement cycle times of the raw materials.

For the model developed, a solution algorithm is suggested and illustrated with a numerical example. And the result is compared with those obtained by two separate subproblems.

1. 서 론

근래의 생산시스템은 과거의 소품종다량생산체계에서 다품종소량생산체계로 변화되고 있다. 따라서 조립라인의 생산형태를 갖는 공장이나 화학제품을 생산하는 공정라인에서도 단일생산라인에서 한가지 품목만을 생산하던 형태에서 벗어나 한 라인에서 몇 종류의 제품을 교대로 생산하는 방식을 취하고 있다.

단일설비에서 여러종류의 제품을 생산하는 경우, 생산준비비용(Setup Cost)과 재고유지비용(Inventory Holding Cost)으로 구성되는 총비용을 최소화시키는 경제적 롯트사이즈(Economic Lot Size)를 결정하는 문제를 ELSP(Economic Lot Scheduling Problem)문제라 한다. ELSP문제에서는 설비간섭(Facility Interference : 한대의 설비에서 동시에 두 종류 이상의 제품을 만들어야 하는 불가능한 상황)이 일어나지 않도록 제품의 생산주기를 조절하는 것이 중요하다. 따라서 모형 정립과정에서부터 설비간섭이 일어날 수 없도록 제한을 두고 접근을 하기 위하여 공동주기방식(Common Cycle Approach)과 기본주기방식(Basic Period Approach)의 두가지를 기본적으로 사용하고 있다. 공동주기방식이란 모든 제품의 생산주기를 같게 하여 한 주기동안 모

* 창원대학교 산업공학과
** 한국과학기술원 산업공학과

든 제품을 한번씩 교대로 생산하는 방식이다 (Hanssmann과 Fred[8]). 반면에 기본주기방식이란 각 제품마다 생산주기를 다르게 할 수 있지만 그 주기가 기본주기(Basic Period)의 정수배로 제한이 되는 것으로 Bomberger[2]에 의해 처음 제시되었다.

ELSP문제에 대해서는 지난 30여년간 많은 연구가 수행되었는데 Elmarghraby[5]는 1978년에 그 당시까지 발표되었던 관련논문들을 정리하고, 기본주기방식을 변형한 확장기본주기방식(Extended Basic Period Approach)을 발표하였다. 근래에는 Geng과 Vickson[6]이 저장공간에 제약이 있는 상황하에서 공동주기방식을 이용하여 ELSP문제를 연구하였으며, Chakrabarty[3], Larraneta와 Onieva[13], Jones와 Inman[10], Lee와 Danusaputro [14] 등이 ELSP를 풀기 위한 해법에 대해 새로운 연구들을 수행하였다.

그러나 ELSP에 관련된 연구들은 생산준비비용이 제품의 생산순서에 관계없이 항상 일정하다는 가정을 하고 있다. 하지만 화학공장으로 대표되는 장치산업의 경우 한 생산라인에서 생산품목을 변경할 때는 라인의 청소, 예비가동등 생산에 필요한 준비작업이 중요하며 이때 발생하는 생산준비비용은 제품들의 생산순서를 어떻게 결정하느냐에 따라 많은 영향을 받게 된다. 예를 들어 페인트 생산라인에서 흰색페인트를 생산한 후에 검은색 페인트를 생산하기 위해 라인을 청소할 때 드는 비용과, 검은색 페인트를 생산한 후에 흰색페인트를 생산하기 위해 라인을 청소하는 비용이 같을 수는 없다. 위와 같은 관점에서 Singh과 Foster[18]는 기본적인 ELSP문제에 생산준비 비용이 생산순서에 종속적인 경우를 다룬 모형을 개발하였다.

앞서 언급한 ELSP 관련논문들은 최종제품의 생산스케줄(Production Schedule)에 촛점을 맞춘 것이므로 제품생산에 필요한 원료의 조달측면은 고려하지 않았으며 제품의 생산스케줄과 원료의 구매정책(Procurement Policy)을 서로 독립적으로 생각하여 원료는 제품생산스케줄에 따라 최적의 방법으로 구매된다는 가정을 은연중에 하고 있다. 실제 생산현장에서도 생산계획부서에서 수요에 맞게끔 생산계획을 수립하고 나면 자재관리부서에서는 생산계획에 차질이 없도록 자재조달에 급급한 형편이다. 또한 자재조달에 관련된 많은 재고모형들도 재고대상품목 1단계(Single Echelon)에만 관심을 가지고 최적의 발주량을 구하는 방법들이다.

하지만 최종제품의 생산롯트의 크기(Production Lot Size)와 관련부품 및 원료의 구매롯트크기(Procurement Lot Size)는 서로 밀접한 관계가 있어서 독립적으로 생각해서는 안된다. 이러한 관점에서 Goyal[7]은 최종제품 1개와 그에 관련된 여러 종류의 원료(Raw Material)의 구매롯트크기를 동시에 결정하여 주는 2단계 생산-재고모형(Two Echelon Production-Inventory Model)을 최초로 발표하였다. 이 논문에서 대상으로 한 2단계 생산-재고시스템은 하나의 최종제품(Final Product)과 제품을 만들기 위해 소요되는 n종류의 원료(Raw Material)로 구성이 되어 있다. 그 이후에 Park[16], Raafat[17], Kim과 Hwang [12] 등은 원료가 부패하는 특성을 갖는 경우의 2단계 생산-재고모형들을 개발하였으며, Kim과 Chandra[11]는 여러 종류의 원료들의 구매주기를 몇개의 그룹으로 나누어 발주비용(Ordering Cost)을 절감하도록 하기 위한 모형을 발표하였다.

그러나 이러한 모형들은 최종제품이 한 종류인 경우를 다룬 것으로 최종제품이 여러 종류이고 각 제품에 공통적으로 사용되는 원료가 있는 경우에는 적용을 할 수가 없다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 Choi와 Moon[4]은 Goyal[7]의 모형을 변형하여 단일설비에서 2종류의 제품을 생산하는 경우의 2단계 생산-재고모형을 발표하였다. 이 모형에서는 여러 종류의 원료로 2종류의 제품을 생산하는데, 원료들의 일부 혹은 전부가 두 제품에 공통적으로 사용이 될 수 있다는 가정을 하였다. 또한 Hwang과 Moon[9]은 원료가 부패하

는 특성을 가지는 경우에 2종류의 최종제품에 관련된 모형을 발표하였는데, 위의 두 모형에서는 최종제품의 생산스케쥴을 ELSP 모형의 접근방식중 하나인 기본주기방식(Basic Period Apporach)으로 사용하였다. 그 후에 Moon과 Hwang[15]은 최종제품이 일반적으로 m종류인 경우의 2단계 생산-재고 모형을 연구하였는데 여기서는 공동주기방식(Common Cycle Approach)을 이용하여 최종제품의 생산스케쥴을 결정하였다.

본 논문은 Moon과 Hwang[15]의 연구에서 다루었던 2단계 생산-재고 시스템을 최종제품의 생산준비비용이 생산순서에 따라 변하는 경우로 확장하는 것으로, 최종 제품 생산에 관련된 생산계획문제와 원료의 구매에 관련된 재고문제를 통합하여 최종제품의 생산주기(Production Cycle Time), 생산순서(Production Sequence)와 각 원료의 구매주기(Procurement Cycle Times)를 동시에 결정할 수 있는 수리적모형(Mathematical Model)을 개발하고 그 해법절차를 제시할 것이다.

2. 모형의 전개

본 모형은 다음과 같은 상황의 가정하에 성립된다.

1) 단일설비에서 다품종의 제품을 공동주기방식(Common Cycle Approach)을 이용하여 교대로 생산한다.

2) 최종제품들의 수요율이나 생산율등은 상수이다.

3) 각 제품생산에 관련된 생산준비시간은 없으며 그대신 생산준비비용이 생산순서에 따라 변하게 된다.

4) 각 원료들의 구매주기는 제품의 생산주기인 공동생산주기의 정수배이다

5) 원료의 발주량은 한번에 도착하며 그 시점은 공동주기의 시작점들의 하나이다.

6) 제품이나 원료의 재고부족은 허용하지 않는다.

위와 같은 가정하에서 모형을 개발하기 위하여 다음과 같은 기호를 사용한다.

i) 제품 i에 관련된 기호(i=1, 2, ⋯, m)

- m : 생산되는 제품의 종류
- σ : 공동주기내에서 제품들의 생산순서로 $\sigma=([1], [2], \cdots[i], \cdots[m])$으로 표시되는데 이때 [i]는 i번째로 생산되는 제품의 고유번호이다.
- T : 공동생산주기
- p_i : 연간 생산율
- d_i : 연간 수요율
- ρ_i : $\rho_i=d_i/p_i$
- t_i : 제품생산기간($t_i=\rho_i T$)
- H_i : 단위당 연간 재고유지비용
- S_{ki} : 제품 k의 생산이 끝나고 제품 i를 생산할 때 소요되는 생산준비비용

ii) 원료 j에 관련된 기호(j=1, 2, ⋯, n)

- n : 사용되는 원료의 종류
- r_{ij} : 제품 i를 1단위 생산하는데 소요되는 원료 j의 양
- W_j : 원료 j의 발주주기를 공동생산주기로 나눈 값으로 정수여야 한다.
- s_j : 주문비용으로 발주량에 관계없이 일정함
- h_j : 단위당 연간 재고유지비용

그림 1은 위에서 언급한 가정들을 바탕으로 한 2단계 생산-재고 시스템의 한 예이다. 이 예에서 보면 3종류의 제품이 공동생산주기인 T 기간동안 한번씩 교대로 생산되는데 그 생산순서는 제품 3, 제품 1, 제품 2의 순으로 $\sigma=([1], [2], [3])=(3, 1, 2)$로 표시할 수 있다. 또한 원료 j는 3T기간에 한번씩 발주가 되고 있는 상황을 묘사하고 있다($W_j=3$).

이 시스템에서 연간 총 비용함수는 제품에 관련된 비용과 원료에 관련된 비용을 합한 형태가 되는데, i번째로 생산되는 제품의 연간비용을 $TCP_{[i]}(T, \sigma)$라고 하면

$$TCP_{[i]}(T, \sigma)\frac{S_{[i-1][i]}}{T}+\frac{1}{2}H_{[i]}d_{[i]}(1-\rho_{[i]})T,$$

$$i=1, 2, \cdots, m, \tag{1}$$

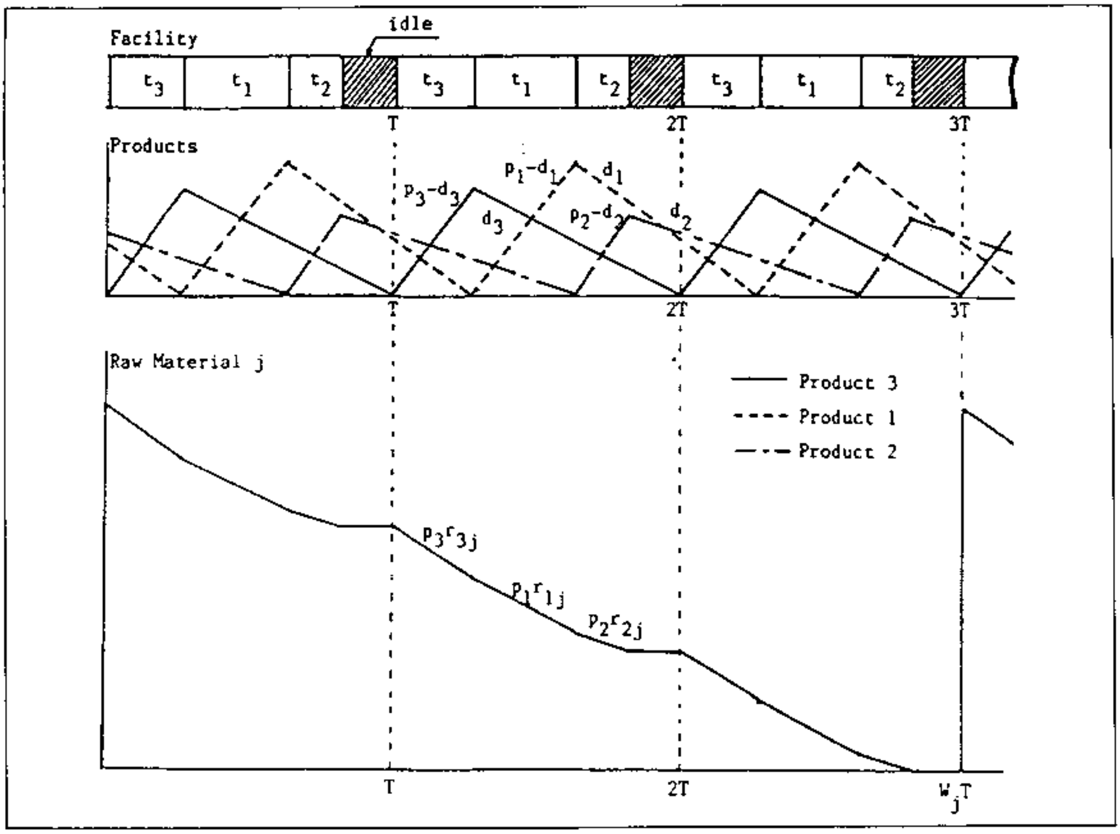

그림 1. 2단계 생산-재고 시스템의 예

이고, $S_{[0][1]}=S_{[m][1]}$이다. 또한 원료 j의 연간 비용을 $TCR_j(T, W_j, \sigma)$라고 할 때

$$TCR_j(T, W_j, \sigma)=\frac{s_j}{W_jT}+\frac{h_jT}{2}\Big[\sum_{i=1}^{m}d_{[i]}r_{[i]j}\{(W_j-1)+2\sum_{k=1}^{i}\rho_{[k]}-\rho_{[i]}\}\Big] \quad (2)$$

따라서 연간총비용함수 $TC(T, \overline{W}, \sigma)$는 식 (1)과 (2)를 합한 형태가 된다.

$$TC(T, \overline{W}, \sigma)=\sum_{i=1}^{m}TCP_{[i]}(T, \sigma)+\sum_{j=1}^{n}TCR_j(T, W_j, \sigma) \quad (3)$$

이 때 $\overline{W}=(W_1, W_2, \cdots, W_n)$이다. 위의 비용함수가 이 논문의 목적함수가 되는데 의사결정 변수는 공동생산주기로 양수값을 갖는 T와 원료들의 발주주기에 관련된 자연수의 벡터 $\overline{W}$, 제품의 생산순서인 σ이다.

이제 이 모형이 가지고 있는 특성에 대해 살펴보기로 하겠다. 이 모형에서는 공동 주기의 생산방식을 택하고 있기 때문에 주기 T 동안에 m 종류의 제품이 모두 한번씩 생산되어야 한다. 그러면 모든 제품을 생산하는데 소요되는 시간이 $T\sum_{i=1}^{m}\rho_{[i]}$가 되므로 나머지 시간인 $I_o=T-T\sum_{i=1}^{m}\rho_{[i]}$ 동안은 설비가 가동중단상태가 된다. 이때 I_o를 유휴시간이라고 하는데 앞서 도출한 비용함수 $TC(T, \overline{W}, \sigma)$는 유휴시간을 주기 T의 마지막에 두는 것을 가정하여 정립한 것이다. [특성 1]은 이러한 방식이 총비용을 감소시킬 수 있음을 보여준다.

[특성 1]

한 주기내에서의 유휴시간은 주기의 길이에 따라 항상 일정한데 그 시기는 모든 제품의 생산이 끝나고 다음 주기가 시작될 때까지로 하는 것이 비용을 감소시킨다.

〈증명〉

임의의 생산순서 $\sigma=([1], [2], \cdots, [m])$와 T, $\overline{W}$가 주어진 상태에서 설비가 l번째 제품 생산이 끝난 t_a시점부터 t_o기간동안 유휴상태를 유지하고, $t_b=t_o+t_a$ 시점에서 $l+1$번째 제품의 생산을 개시한다고 가정하자. 이때 $t_o \le I_o$이어야 하며, 나머지 유휴시간 I_o-t_o는 모든 제품의 생산이 끝난 후에 발생한다고 하면 이 경우의 원료 j에 대한 관련비용 $TCR_j^+(T, W_j, \sigma)$는 다음과 같다.

$$TCR_j^+(T, W_j, \sigma)=\frac{s_j}{W_jT}+\frac{h_jT}{2}\Big[\sum_{i=1}^{m}d_{[i]}r_{[i]j}\{(W_j-1)+2\sum_{k=1}^{i}\rho_{[k]}-\rho_{[i]}\}\Big]+h_j\sum_{i=l+1}^{m}d_{[i]}r_{[i]j}t_o$$
$$=TCR_j(T, W_j, \sigma)+h_j\sum_{i=l+1}^{m}d_{[i]}r_{[i]j}t_o$$

따라서 새로운 생산방식하의 총비용 $TC^+(T, W, \sigma)$와 원래의 총비용 $TC(T, \overline{W}, \sigma)$와의 차이를 살펴보면

$$TC^+(T, \overline{W}, \sigma)-TC(T, \overline{W}, \sigma)=t_o\sum_{j=1}^{n}h_j\sum_{i=l+1}^{m}d_{[i]}r_{[i]j}\ge 0$$

이 되어 유휴시간을 생산중간에 넣는 방식이 총비용을 증가시킴을 알 수 있다.

생산준비비용이 생산순서에 종속적인 경우의 ELSP 문제는 TSP(Traveling Salesman Problem)와 비슷한 유형이 되어 NP-Hard임이 알려져 있다[11]. 그러나 본 모형에서는 제품의 생산순서는 최종제품들의 생산준비비용에 영향을 미칠 뿐만 아니라 관련된 원료들의 재고유지비용에도 영향을 미치는 좀 더 복잡한 형태를 갖는다. 식 (3)에 의하면 T와 $\overline{W}$가 결정된 상태에서 제품의 생산순서 σ에 영향을 받는 비용요소들은 $STC1=\sum_{i=1}^{m}\frac{S_{[i-1][i]}}{T}$과 $STC2=\sum_{j=1}^{n}h_jT\{\sum_{i=1}^{m}(d_{[i]}r_{[i]j}\sum_{k=1}^{i}\rho_{[k]})\}$이다.

여기에서 STC1과 STC2를 각각 독립적으로 본다면 STC1은 TSP해법에 의해 최소화될 수 있으며 STC2는 다음의 [특성 2]에 의해 최소화될 수 있다.

[특성 2]

T가 주어졌을 때 각 제품 i에 대해 $G_i=\sum_{j=1}^{n}h_j p_i r_{ij}$라고 하자. 이때 $STC2=\sum_{j=1}^{n}h_jT\{\sum_{i=1}^{m}(d_{[i]}r_{[i]j}\sum_{k=1}^{i}\rho_{[k]})\}$를 최소화 시키는 제품의 생산 순서는 다음식을 만족하는 순서로 한다.

$$G_{[1]}\ge G_{[2]}\ge \cdots \ge G_{[m]} \tag{4}$$

〈증명〉

위의 식 (4)를 만족하는 임의의 생산순서 $\sigma=([1], [2], \cdots, [l], [l+1], \cdots, [m])$이 있다고 가정하면 $\sum_{j=1}^{n}h_jp_{[l]}r_{[l]j}\ge\sum_{j=1}^{n}h_jp_{[l+1]}r_{[l+1]j}$의 부등식을 만족한다. 이때 $[l]$번째 제품과 $[l+1]$번째 제품의 생산순서를 바꾸고 나머지의 순서는 그대로 둔 새로운 생산순서를 $\sigma^+=([1], [2], \cdots, [l+1], [l], \cdots, [m])$라고 하고 각각의 STC2에 관련된 비용의 차이를 $\triangle STC2$라고 하자. 그러면

$$\triangle STC2=STC2(T, \sigma)-STC2(T, \sigma^+)$$
$$=T\sum_{j=1}^{n}h_j(-d_{[l]}r_{[l]j}\rho_{[l+1]}+d_{[l+1]}r_{[l+1]j}\rho_{[l]})$$
$$=T\rho_{[l]}\rho_{[l+1]}(-\sum_{j=1}^{n}h_jp_{[l]}r_{[l]j}+\sum_{j=1}^{n}h_jp_{[l+1]}r_{[l+1]j})$$
$$\le 0$$

따라서 식 (4)를 만족하는 생산순서가 STC2를 최소화시킨다.

이제부터는 〈특성 2〉에 의한 생산순서를 정

하는 규칙을 편의상 MRMC(Maximum Raw material Cost) 규칙이라고 하겠다.

3. 해법절차

이 모형은 정수형과 실수형변수들이 혼합되어 있고 생산순서도 결정해야 하는 매우 복합한 형태를 지니고 있기 때문에 모든 의사결정 변수들을 동시에 구하는 것은 불가능하다. 따라서 각 변수들을 분리하여 단계적으로 해를 찾아 나가는 반복적 탐색방법을 적용하기로 하겠다. 이 모형의 해법은 크게 외부반복단계와 내부반복단계의 2단계로 구성이 되어 있는데 외부반복단계에서는 생산순서 σ를 결정하고, 내부반복단계에서는 결정된 생산순서에 의하여 T와 $\overline{W}$를 결정하며 이러한 반복적 탐색을 더 이상의 비용감소가 발생하지 않을 때까지 수행한다.

먼저 내부반복단계에서 T와 $\overline{W}$를 구하는 과정을 살펴 보자. 임의의 생산순서 σ^o가 결정된 상태에서 $W^o=(W_1^o, W_2^o, \cdots, W_n^o)$를 고정시키면 총비용함수는 T에 대해 오목함수가 된다. 따라서 1차 미분에 의하여 T를 구하면 다음과 같다.

$$T(\overline{W}^o, \sigma^o)=\Big[2\{\sum_{i=1}^{m} S_{[i-1][i]}+\sum_{j=1}^{n}\frac{S_j}{W_j^o}\}/A_1\Big]^{1/2} \quad (5)$$

$$A_1=\sum_{i=1}^{m} H_{[i]}d_{[i]}(1-\rho_{[i]}) + \sum_{j=1}^{n}h_j\Big[\sum_{i=1}^{m}d_{[i]}r_{[i]j}(W_j^o-1+2\sum_{k=1}^{i}\rho_{[k]}-\rho_{[i]})\Big] \quad (6)$$

비슷한 방법에 의하여 T^o가 고정된 상태에서 W_j 값을 구할 수 있다.

$$W_j(T^o)=\Big[\{2s_j/h_j\sum_{i=1}^{m}d_{[i]}r_{[i]j}\}^{1/2}\Big]/T^o, \quad j=1, 2, \cdots, n. \quad (7)$$

이 모형에서 W_j는 양의 정수형변수이다. 그러나 식 (7)에 의하여 얻은 값은 실수로 나오는 것이 일반적이다. 따라서 그 값이 실수로 나오는 경우에는 다음과 같은 방법에 의하여 원하는 W_j 값을 구한다. $\overline{W}^k$를 k번째 내부반복단계에서 얻은 값이라고 하면 k+1번째 내부반복단계에서의 W_j^{k+1} 값은 다음과 같다.

$$W_j^{k+1}=\begin{cases} g(W_j), & TC(T^a, W_1^{k+1}, \cdots, W_{j-1}^{k+1}, g(W_j), W_{j+1}^k, \cdots, W_n^k, \sigma^o) \le TC(T^b, W_1^{k+1}, \cdots, W_{j-1}^{k+1}, g(W_j+1), W_{j+1}^k, \cdots, W_n^k, \sigma^o) \text{ 일때,} \\ g(W_j+1), & \text{나머지 경우} \end{cases} \quad (8)$$

이때 g(x)는 x를 넘지 않는 최대의 정수를 의미하며, T^a 값과 T^b 값은 각각 $\{W_1^{k+1}, \cdots, W_{j-1}^{k+1}, g(W_j), W_{j+1}^k, \cdots, W_n^k, \sigma^o\}$와 $\{W_1^{k+1}, \cdots, W_{j-1}^{k+1}, g(W_j+1), W_{j+1}^k, \cdots, W_n^k, \sigma^o\}$를 식 (5)에 대입하여 얻은 것이다.

일단 W_j^{k+1} 값이 구해지면 W_{j+1}^{k+1} 값을 식 (7)과 (8)을 이용하여 구해야 하는데 $W_j^{k+1}=g(W_j)$이면 식 (7)의 T^o에는 앞서 구한 T^a 값을 대입하며 $W_j^{k+1}=g(W_{j+1})$이면 T^o에는 T^b값을 대입한다. 이러한 내부반복과정을 계속적으로 수행하여 T와 $\overline{W}$에 대한 수렴이 발생하면 그 값들을 이용하여 생산순서를 결정하는 외부반복과정에 들어간다.

T와 $\overline{W}$가 고정된 상태에서 총비용을 최소화시키는 생산순서를 결정하기 위해서 가치치기 방법(Branch and Bound Method)을 적용한다. 생산순서에 영향을 받는 비용 요소들은 앞서 언급하였던 STC1과 STC2로서 그 합이 가지치기 방법의 목적함수가 된다.

$$\begin{aligned} STC(T, \overline{W}, \sigma) &= STC1(T, \overline{W}, \sigma) + STC2(T, \overline{W}, \sigma) \\ &= \sum_{i=1}^{m}\frac{S_{[i-1][i]}}{T} + \sum_{j=1}^{n}h_jT\ \{\sum_{i=1}^{m}(d_{[i]}r_{[i]j}\sum_{k=1}^{i}\rho_{[k]})\} \end{aligned} \quad (9)$$

이 방법의 나무가지 구조는 그림 2와 같다. 초기마디 Ω에서 m개의 1단계마디 $\Omega_1, \Omega_2, \cdots,$

Ω_m으로 가지치기를 한다. 이때 Ω_i의 의미는 첫 번째로 생산하는 제품의 번호가 i라는 의미로 [1]=i에 해당된다. 임의의 마디에서 m종류의 제품중 l개의 제품의 생산순서가 고정되었다면 우리는 m 종류의 제품을 순서가 결정된 것과 미정인 것의 두 그룹으로 나눌 수 있다. 즉 $G_1 = \{[1], [2], \cdots, [l]\}$이고 $G_2 = \{[l+1], \cdots, [m]\}$이다. 이제 각 마디에서의 상한값과 하한값을 결정하는 방법을 살펴보자. G_1 그룹에 속한 제품의 생산순서를 고정시킨 상태에서 STC1을 최소로 하는 생산순서를 다른 가지치기 방법을 이용하여 TSP 문제를 풀면 얻을 수 있는데 그 생산순서를 $\sigma_1 = ([1], \cdots [m])$이라고 하자. 마찬가지로 STC2를 최소로 하는 생산순서는 앞서 정의한 MRMC규칙에 의해 얻을 수 있는데 그 생산순서를 σ_2라고 하자. 그러면 각 마디에서의 상한값 UB와 하한값 LB는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$UB = \min\{STC(T, \overline{W}, \sigma_1), STC(T, \overline{W}, \sigma_2)\} \quad (10)$$

$$LB = STC1(T, \overline{W}, \sigma_1) + STC2(T, \overline{W}, \sigma_2) \quad (11)$$

따라서 임의의 마디에서의 하한값이 다른 마디의 상한값보다 크게 되면 그 마디는 더 이상 가지치기를 할 필요가 없다.

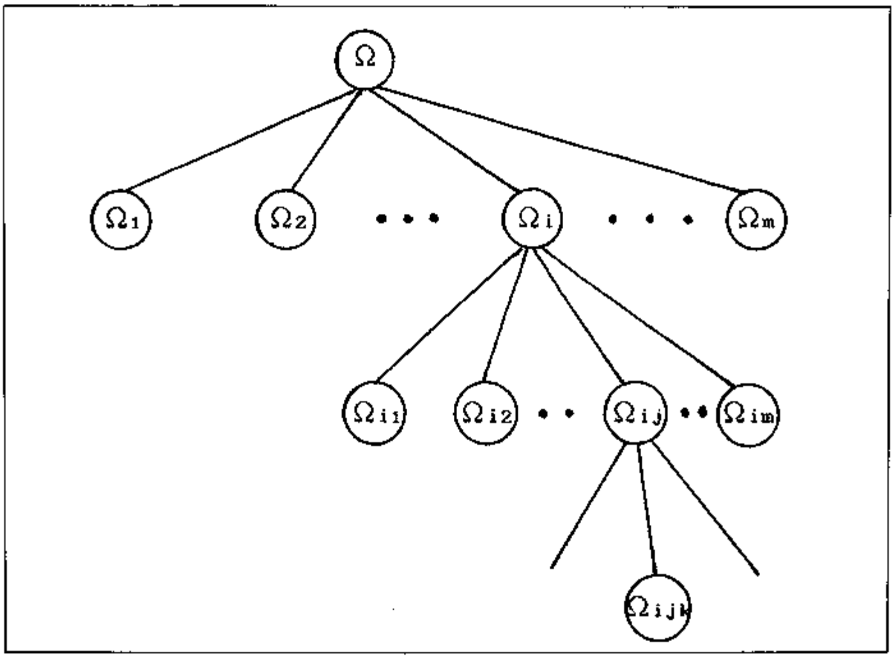

그림 2. 가지치기 방법의 나무구조

4. 예제

본 모형과 해법절차를 설명하기 위하여 6종류의 원료를 이용하여 4종류의 최종 제품을 생산하는 경우를 예로 들겠다. 표 1은 이 예제에 관련된 입력자료이다. 이 문제는 3번의 외부반복단계와 6번의 내부반복단계를 거쳐 최적해를 찾을 수 있는데 T=0.295422, W=(2, 1, 2, 1, 2, 3), σ=(2, 1, 4, 3)이며 연간 총비용 TC=299007.5이다. 다시 말하면 공동주기인 T=0.295422년에 모든 제품을 한번씩 생산하는데 그 생산순서는 제품 2-제품 1-제품 4-제품 3의 순서이며 원료 1은 2T에 한번씩 발주하고 원료 2는 T에 한번씩 발주한다는 말이다. 이러한 계산과정은 표 2에 설명되어 있다.

다음은 본 모형에서처럼 생산계획과 원료구매정책을 동시에 고려하는 것이 얼마나 비용을

표 1 예제 입력 자료

(a) 제품관련자료

제 품	P_i	d_i	H_i
1	30000	7000	20
2	40000	10000	25
3	20000	3500	35
4	10000	1500	15

(b) 생산준비비용

From To	1	2	3	4
1	—	2000	4500	3500
2	1500	—	6500	1800
3	5000	4000	—	6000
4	3000	1000	2000	—

(c) 원료관련자료

원 료	s_j	h_j
1	7000	2.0
2	5000	2.5
3	8000	1.5
4	6000	3.5
5	15000	4.0
6	20000	1.0

(d) r_{ij}

j i	1	2	3	4
1	2	0	1	1
2	2	3	2	2
3	2	2	0	1
4	1	1	2	0
5	0	1	3	2
6	3	2	1	3

표 2 예제의 반복적 해법과정

외부반복과정	내부반복과정	W_1^k	W_2^k	W_3^k	W_4^k	W_5^k	W_6^k	T^k	TC^k
반복 1 $\sigma=(1,2,3,4)$									
	k=1	1	1	1	1	1	1	0.460810	370704.1
	k=2	1	1	1	1	1	2	0.416868	328641.3
	k=3	2	1	2	1	2	3	0.313233	320315.0
	k=4	2	1	2	1	2	3	0.313233	320315.0
반복 2 $\sigma=(2,1,4,3)$									
	k=5	2	1	2	1	2	3	0.295422	299007.5
	k=6	2	1	2	1	2	3	0.295422	299007.5
반복 3 $\sigma(2,1,4,3)$									

절감시키는가를 살펴보기 위해서 생산준비비용이 생산순서에 종속적인 공동 주기방식의 ELSP 문제를 풀어서 T와 σ를 구하고 그 결과에 의거하여 원료의 구매정책을 결정하는 경우와 비교해 보기로 하겠다. 예제를 적용한 결과 ELSP에 의한 제품의 최적생산순서는 1-2-4-3-1로 얻어졌는데 원료의 조달시점을 어느 제품의 생산개시시점과 일치시키는가에 따라 4가지 경우에 대한 비용이 도출되었다. 표 3에 그 비교 결과가 제시되어 있는데 최대 4.92%의 비용절감효과가 있었다.

또한 본 모형의 해법절차에서 채택한 가지치기방법의 효율성을 검토하기 위하여 4가지 그룹을 선택하여 각 그룹마다 임의로 30문제씩을

표 3 본모형과 기존방식과의 비교

	σ	T	W	TC	비용개선*
본 모형	(2,1,4,3)	0.295422	(2,1,2,1,2,3)	299007.5	
기존방식	(1,2,4,3)	0.228135	(3,1,2,2,3,4)	302942.7	-1.32%
	(2,4,3,1)	0.228135	(3,1,2,2,3,4)	302696.5	-1.23
	(4,3,1,2)	0.228135	(3,1,2,2,3,4)	313727.8	-4.92
	(3,1,2,4)	0.228135	(3,1,2,2,3,4)	304298.7	-1.77

* 비용개선=(본 모형의 비용-기존방식 비용)/본모형의 비용

표 4 본 모형의 가지치기 해법절차의 효율성

(단위 : 초)

(제품종류, 원료종류)		(3,5)	(4,6)	(5,7)	(6,8)
예제의 수		30	30	30	30
평균 수행 시간	본 모형	0.71	1.60	4.60	13.60
	모든 경우의 수	0.43	1.66	10.89	90.27

선정하였다. 각 문제에 대해 본 논문에서 제시한 해법절차에 따라 해를 구하는데 걸리는 시간과, 각 문제별로 가능한 제품생산순서를 모두 열거하여 해를 구하는데 걸리는 계산시간을 비교하여 보았다. 프로그램은 C-언어를 이용하여 IBM-AT 컴퓨터에서 수행하였는데 그 비교결과가 표 4에 제시되어 있다. 표 4에서 보는 바와 같이 최종제품의 종류가 3개인 경우에는 본 모형의 가지치기 해법의 효율성이 떨어지지만 최종제품의 종류가 많아질수록 효율성이 기하급수적으로 높아짐을 알 수 있었다.

5. 결론

단일설비를 이용하여 여러종류의 제품을 교대로 생산하고 있는 많은 생산현장에서 생산-재고계획에 관련하여 직면하고 있는문제들은 생산주기, 순서의 결정과 원료의 조달문제 등이다. 하지만 이러한 문제들은 담당부서의 비협조로 인하여 각각 독립적으로 의사결정이 되고 있는 실정이다. 따라서 본 논문에서는 전체 비용을 최소화시키고자 하는 목적하에 이러한 문제들을 동시에 고려하여 의사결정을 할 수 있는 모형을 개발하였고 해법절차를 제시하였다.

그러나 모형이 매우 복잡한 관계로 인해서 반복적 탐색방법과 가지치기방법을 이용하여 해법절차를 개발하였는데 전체적인 최적해(Global Optimal Solution)를 구한다는 보장은 없고 부분최적해(Local Optimal Solution)을 구한다. 그 가장 큰 이유는 반복적 탐색과정에서 초기값인 $\overline{W}$를 어떤 값으로 주느냐에 따라 변수값들이 최종적으로 달라질 수 있기 때문이다. 따라서 동일한 문제에 대해 초기값을 임의로 몇개 선택하여 반복해서 풀어본 결과 대부분의 경우에는 전체적최적해를 구할 수는 있었다.

참 고 문 헌

1. Baker, K.R., "Introduction to Sequencing and Scheduling," John Wiley & Sons, 1974, New York.
2. Bomberger, E.E., "A Dynamic Programming Approach to a Lot Size Scheduling Problem," Management Science, Vol.12,

No.11, pp.778-784, 1966.

3. Chakravarty, A.K., "Multi-Stage Production/Inventory Deterministic Lot Size Computations," International Journal of Production Research, Vol.22, No.3, pp. 405-420, 1984.
4. Choi, S.B. and Moon, D.H., "An Intergrated Inventory Model for Two-Product Single-Facility System," Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers," Vol. 12, No. 1, pp. 31-41, 1986.
5. Elmaghraby, S.E., "The Economic Lot Scheduling Problem(ELSP) : Review and Extension," Management Science, Vol. 24, No. 6, pp. 587-598, 1978.
6. Geng, P.C. amd Vickson, R.G., "WRLSP : A Single Machine Warehouse Restricted Lot Scheduling Problem," IIE Transactions, Vol. 20, No. 4, pp. 354-359, 1988.
7. Goyal, S.K., "An Integrated Inventory Model for a Single Production System," Operational Research Quarterly, Vol. 28, No. 3, pp. 539-545, 1977.
8. Hanssmann and Fred, Operations Research in Production and Inventory Control, John Wiley & Sons, 1962, New-York.
9. Hwang, H. and Moon, D.H., "A Production Invertory Model for Producing Two-Products at a Single Facility with Deteriorating Raw Materials," Computers and Industrial Engineering, Vol. 20, No. 1, pp. 141-147, 1991.
10. Jones, P.C. and Inman, R.R., "When is the Economic Lot Scheduling Problem Easy?," IIE Transactions, Vol. 21, No. 1, pp. 11-20, 1989.
11. Kim, S.H. and Chandra, J., "An Intergrated Inventory Model for a Single Product and Its Raw Material," International Journal of Production Research, Vol. 25, No. 4, pp. 627-634, 1987.
12. Kim, K. M. amd Hwang, H., "A Simultaneous Decision Model for Production Systems with Deteriorating Raw Materials," International Journal of Systems Science, Vol. 16, No. 7, pp. 909-915, 1985.
13. Larraneta, j. and Onieva, L., "A Economic Lot Scheduling Problem : A Simple Approach," Journal of Operational Research Society, Vol. 39, No. 4, pp. 373-379, 1988.
14. Lee, C.Y. and Danusaputro, S., "Economic Lot Scheduling for Two-Product System," IIE Transaction, Vol. 21, No. 2, pp. 162-169, 1989.
15. Moon, D.H. and Hwang, H., "Integrated Production-Inventory Model for Multi-Products on a Single Facility," International Journal of Systems Science, Vol. 23, No. 2, pp. 273-281, 1992.
16. Park, K.S., "An Intergrated Production-Inventory Model for Decaying Raw Materials," International Journal of Systems Science, Vol. 14, No. 7, pp. 801-806, 1983.
17. Raafat, F., "A Production Inventory Model for Decaying Raw Materials and a Decaying Single Finished Production System," International Journal of Systems Science, Vol. 16, No. 8, pp. 1039-1044, 1985.
18. Singh, H. and Foster, J.B., "Production Scheduling with Sequence Dependent Setup Costs", IIE Transactions, Vol. 17, No. 1, pp. 43-49, 1987.