

部品の故障特性를 고려한 시스템의 壽命交換方針 Age Replacement Policy for A System Considering Failure Characteristics of Components

鄭 永 培 *

ABSTRACT

Most systems are composed of components which have different failure characteristics. Since the failure characteristics of components is different, it is rational and reasonable to establish a maintenance model to be considered repair and replacement policies which are proper to failure characteristics of these components.

This paper proposes the age replacement time for a system composed of components which have different failure characteristics. In this model, it is assumed that a system is composed of a critical failure component, a major failure component, minor failure component.

If any failure occurs to critical component before its age replacement time, the system should be replaced. If any failure does not occur until its age replacement time, preventive replacement should be performed at age replacement time T . Major component is minimal repaired if any failure occurs during operation. Minor component should be replaced as soon as failure is found.

This paper determines the optimal replacement time of the system which minimizes total maintenance cost and initial stock quantity of minor component within this optimal replacement time.

Numerical example illustrates these results.

1. 序 論

설비의 自動化·高度化가 진행됨에 따라 많은 설비투자가 필요하게 되고 생산량, 품질, 코스트, 납기 및 안전·환경·의욕등이 設備管理가 잘되고 안됨에 따라 크게 좌우되게 되었다. 또한 高品質을 만들어 내는 원동력으로서 인간의 지혜와 기량 및 설비가 중요한 역할을 담당하고 있음은 당연하게 되었다.

특히 최근에는 경제적인 생산과 고품질을 지향하여 설비는 자동화 되고 FA(factory automation)화가 급속히 진전되고 있으며, 生産技術이 현격히 발전됨에 따라 설비는 대규모화하고 복잡해졌다. 그러나 이러한 설비들의 구조가 매우 복잡해지고 그 운용조건이 매우 까다로와짐에 따라 이러한 요구조건을 만족시키기가 힘들어지게 되었다.

따라서 設備의 信賴度를 높이기 위한 방편으로 豫防保全(preventive maintenance)에 대한 관심이 높아져왔다.

일반적으로 생산의 기계화 및 자동화의 정도가 고도화 됨에 따라 생산장비의 부분적인 고장은 전체시스템의 조업중단을 초래하기 때문에 이들 시스템의 보전활동은 매우 중요하다. 즉, 보전은 시스템의 운용비용과 可用度(availability)에 관련되는 문제이므로 시스템의 規模와 保全에 따르는 비용이 클 경우 보전방법을 개선함으로써 상당한 정도의 保全費用의 減少效果를 보면서 시스템의 可用度를 높일 수 있다.

보전방침에 관한 연구는 보전방법에 따라 交換(replacement)와 修理(repair)로 대별할 수 있으며 이에 따른 많은 연구가 이루어졌다.

교환방침(replacement policy)은 壽命交換方針(age replacement policy)와 一齊交換方針(block replacement policy)이 있으며 장비

는 시간이 지남에 따라 노후화되기 때문에 노후되기 전에 교환하는 것이 유리하다는 개념으로 Barlow와 Proschan[2]에 의해서 정립되었으며, 이러한 교환방침에서 구하고자 하는 것은 單位時間當 平均費用을 最小로하는 最適交換壽命 및 定期交換週期를 구하는 것이다.

수명교환방침하에서는 고장없이 운용되는 시스템은 설치후 교환수명 T 에 이르면 교환하고, 만약 교환수명 T 이전에 고장이 발생하면 고장 즉시 교환을 해주고 이때의 시스템의 성능은 신제품과 동일하다고 본다. 壽命交換方針을 그림으로 나타내면 Fig. 1과 같다.

일제교환방침하에서는 시스템이 고장나거나 또 고장이 나지 않았더라도 시점 kT ($k=1, 2, 3, \dots$)에서 정기적으로 교환해준다. 즉, $T, 2T, 3T, \dots$ 주기 전에 고장이 발생하면 시스템을 교환해주고 교환한 시스템이 정기적인 주기시점이 되면 다시 교환해 주는 방침을 말하고 정기교환방침(periodic replacement)라고도 한다. 定期交換方針을 그림으로 나타내면 Fig. 2와 같다.

보통 우리가 사용하는 시스템은 사용중에 고장이 발생하였다고 해서 그 시스템을 교환해 버리기 보다는 수리를 하여 사용하다가, 교환시간 T 가 되면 교환한다. 그러나 시스템에 고장이 발생하여 수리를 하여도 시스템의 성능이 신제품의 성능에 떨어지는 不完全修理가 이루어지는 경우가 많으며, 이 불완전수리 중에서 수리후의 시스템의 고장율이 고장발생 직전의 고장율과 동일하다고 간주하는 應急修理(minimal repair)의 개념이 Barlow와 Hunter [1]에 의해 발표된 후 다수의 연구가 이루어졌다. 발표된 수리방침을 대별하면 다음과 같다.

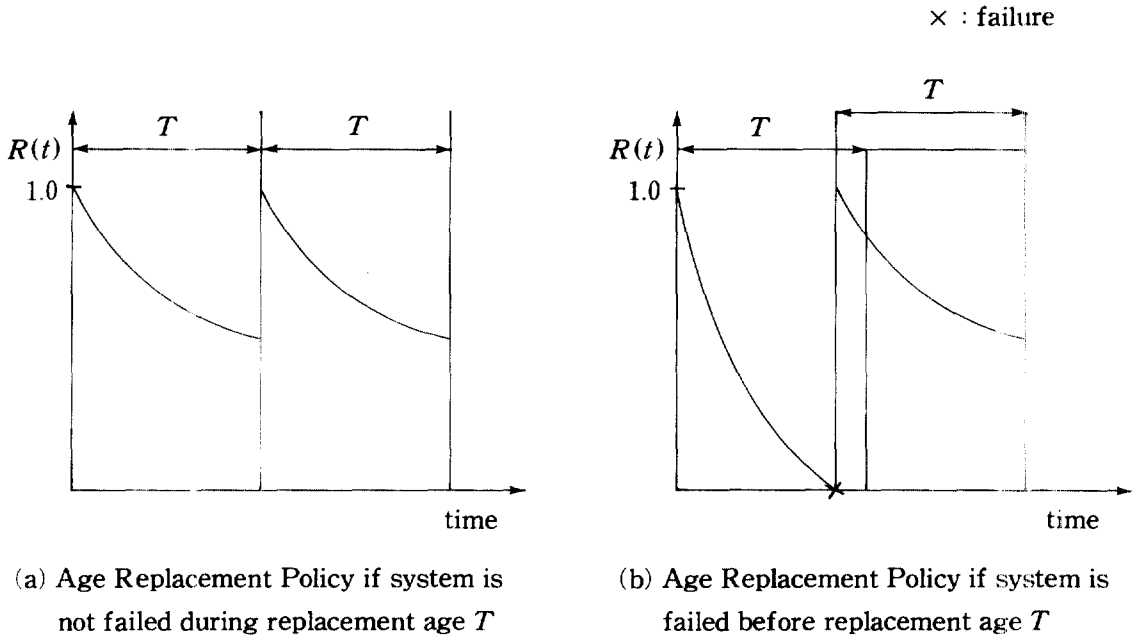


Fig. 1 Age Replacement Policy

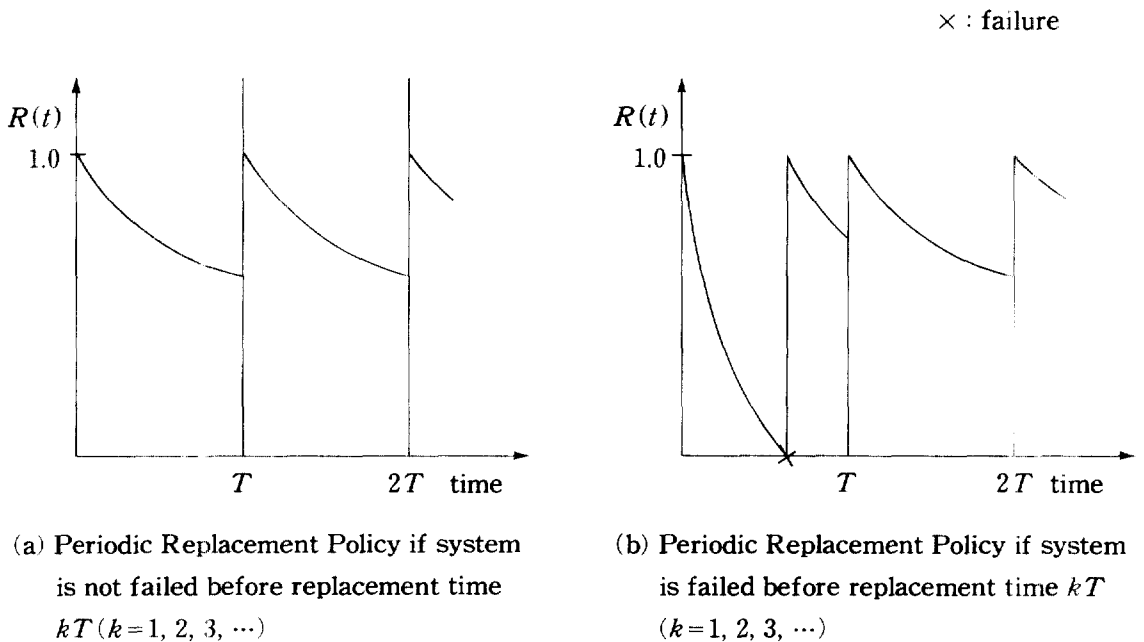


Fig. 2 Periodic Replacement Policy

- (1) 交換시간 T 까지는 응급수리하여 사용하고 시점 T 에서 교환한다. Barlow와 Hunter [1], Nakagawa와 Kowada [5].
- (2) $(n-1)$ 번째 고장까지는 응급수리하여 사용하고 n 번째 고장시 교환한다. Park [6].
- (3) 交換시간 T 까지는 응급수리하여 사용하고 시점 T 가 지난후 첫번째 고장발생시 교환한다. Muth[4].

이외의 연구로서 Beichelt와 Fischer [3]는 시스템에서 고장발생시 故障形態를 두가지 형태로 분류하여 응급수리후 교환하는 부품과 고장발생 즉시 교환하는 부품으로 나누어 시스템의 보전방침을 제시하였다. Yamada와 Osaki [7]는 시스템을 구성하는 부품을 두 개의 그룹으로 나누어 비필수부품그룹은 事後交換方針을 따를 때 필수부품그룹이 壽命交換方針과 一齊交換方針을 따른 각각에 대하여 最適交換方針을 연구하였다.

현실적으로 보아도 시스템을 구성하고 있는 부품들의 특성은 각기 다르다. 어떤 부품은 이 부품의 고장이 전체시스템의 성능을 잃게 될 뿐만 아니라 막대한 손실을 끼치는 致命的인 경우로써 이 부품이 고장나면 수리하는 시간이 오래 걸려 機會損失費用이 막대하므로 오히려 전체시스템을 교환하는 편이 경제적인 경우이며, 어떤 부품은 이 부품의 고장이 전체시스템의 성능은 좌우하지만 시스템을 치명적으로 손상시키지는 않는다. 하지만 이 부품의 가격이 비교적 비싸기 때문에 시스템을 교환할 때 까지는 고장발생시 교환하는 것 보다는 수리해 가면서 사용하다가 일정한 시점에서 교환해 주는 경우도 있다. 또 어떤 부품은 고장이 나더라도 전체시스템의 성능에 거의 영향을 미

치지 않을 뿐만 아니라 부품의 가격도 상당히 저렴하기 때문에 시스템의 運用初期에 적당량의 豫備品을 준비하여 시스템의 운용기간동안 이 부품이 고장이 날때마다 교환해 주는 경우도 있다.

본 연구에서는 시스템을 구성하는 부품을 故障率函數가 IFR분포를 따르면서 그 부품의 고장이 전체시스템의 성능을 잃게하는 致命故障의 특성을 지닌 부품은 壽命交換方針을, 故障率函數가 CFR분포를 따르면서 그 부품의 고장이 시스템의 기능수행을 감소시킬 가능성이 있는 重故障의 특성을 지닌 부품은 應急修理方針을, 고장률함수는 CFR분포를 따르지만 그 부품의 고장이 경미하여 중고장이 안되는 특성을 지닌 부품은 고장이 발생할 때마다 준비해둔 예비품으로 교환해 주는 故障交換方針을 따른 시스템들로 구성된 시스템의 總運用費用을 最小로하는 交換壽命를 제시하고자 한다.

2. 模型의 設定 및 記號說明

2.1 模型의 設定

模型 : 시스템의 壽命交換時點 이전에 致命故障部品에 고장이 발생하면 시스템을 교환하고, 이 시점까지 致命故障部品の 고장이 없으면 시스템을 壽命交換時點 T 에서 豫防교환을 실시한다. 重故障部品은 시스템의 운용기간 내에서 고장이 발생하면 應急修理를 하고 輕故障部品은 시스템의 운용기간 내에서 고장이 발생할 때마다 준비해둔 豫備品에서 교환한다.

시스템을 구성하는 부품을 故障特性에 따라 다음 세그룹으로 분류한다.

- 1) 致命故障部品(critical failure component)

시스템의 전체의 성능에 致命的인 影響을 주는 매우 중요한 부품이며, 이러한 부품의 고장은 시스템전체의 고장과 같다고 할 수 있다. 만약 이러한 부품을 수리하려면 장시간을 요하고, 전체시스템이 운휴됨으로써 막대한 機會損失費用이 발생한다. 따라서 이러한 부품이 故障나면 시스템 전체를 交換한다.

2) 重故障部品(major failure component)

시스템 전체의 성능에는 치명적인 영향을 미치지 않지만 이 부품의 고장이 발생하면 시스템의 운영상에 문제점이 발생한다. 한편 이러한 부품을 수리하는 것은 비교적 용이하다고 할 수 있으며, 이 부품의 가격은 비교적 비싸기 때문에 이 부품의 고장이 발생하면 시스템의 交換前까지 應急修理를 하여 사용한다.

3) 輕故障部品(minor failure component)

고장이 시스템의 성능에 거의 영향을 주지 않을 뿐만 아니라, 價格도 低廉해서 수리를 하는 것보다는 故障이 발생할 때마다 交換하는 편이 나은 부품이다.

위의 세가지 고장특성을 지닌 부품들로 구성된 시스템의 비용요인은 다음과 같다.

1) 致命故障部品

(1) 事後交換費用(breakdown replacement cost) : 豫防保全時點 以前에 고장이 발생할 때의 시스템의 機會損失費用과 交換費用의 總和

(2) 豫防交換費用(preventive replacement cost) : 豫防保全時點까지 이 부품에 고장이 발생하지 않았을 때 시스템을 豫防交換하는 費用

2) 重故障部品

(1) 應急修理費用(minimal repair cost) : 시스템의 交換 以前에 고장이 발생했을 때의 부품을 應急修理하는 費用

3) 輕故障部品

(1) 故障交換費用(failure replacement cost) : 故障발생시 부품을 交換하는 데 드는 費用

2. 2 假定 및 記號說明

2. 2. 1 假定

- 1) 시스템의 計劃期間은 無限으로 한다.
- 2) 모든 고장은 確率的으로 獨立이다.
- 3) 모든 保全은 고장발생 즉시 이루어지고, 保全時間은 무시할 수 있을 만큼 작다.
- 4) 각 부품의 交換은 新品으로 이루어진다. 즉, 신품의 故障率과 동일하다.
- 5) 應急修理는 고장률을 변화시키지 않는다
- 6) 시스템은 致命故障部品이 고장이 나거나, 고장이 나지 않더라도 交換壽命時點에서 交換한다.
- 7) 瞬間故障率函數는 單調增加하고 연속이다.
- 8) 1회의 保全週期는 시스템이 작동을 시작하여 새로운 시스템으로 교환될 때 까지로 한다.

2. 2. 2 記號說明

- i : 부품의 종류 ($i=1$; 치명고장부품, $i=2$; 중고장부품, $i=3$; 경고장부품)
 $F_i(t)$: 부품 i 의 고장시간의 분포함수
 $f_i(t)$: 부품 i 의 고장밀도함수
 $h_i(t)$: 부품 i 의 순간고장률
 $H_i(t)$: 부품 i 의 누적순간고장률함수
 $N_i(t)$: $[0, t]$ 사이에서 발생한 부품 i 의 고장회수
 $M_i(t)$: 부품 i 의 평균재생회수, $E[N_i(t)]$
 $m_i(t)$: 부품 i 의 재생밀도함수

- T : 시스템의 交換수명
- T^* : 시스템의 最適交換수명
- μ_i : 부품 i 의 平均수명
- $\bar{\mu}(T)$: 交換수명이 T 인 시스템의 平均수명
- c_1 : 치명고장부품의 고장시 시스템의 사후교환비용
- c_2 : 시스템의 예방교환비용
- c_3 : 중고장부품의 단위당 응급수리비용
- c_4 : 경고장부품의 단위당 교환비용
- $C_s(T)$: $[0, T]$ 사이의 시스템의 기대비용
- $\bar{C}_s(T)$: 1회의 보전주기가 T 인 시스템을 무한시간동안 사용할 때의 단위시간당 평균비용
- $\bar{C}_s(\infty)$: 예방보전을 하지 않을 때의 단위시간당 평균비용

3. 시스템의 最適交換壽命의 決定

3.1 費用分析

1회의 保全週期가 T 인 시스템의 期待費用은 치명고장부품의 고장시 시스템의 사후교환비용과 시스템의 예방교환비용, 중부품의 응급수리비용과 경부품의 고장교환비용의 합으로써 구할 수 있다.

치명고장부품의 고장으로 인한 시스템의 事後交換費用과 예방정비시점까지 치명고장부품의 고장이 발생하지 않았을 때의 시스템의 豫防交換費用은

$$C_1(T) = c_1 F_1(T) + c_2 \bar{F}_1(T) \dots\dots\dots (1)$$

단, $\bar{F}_1(T) = 1 - F_1(T)$

중고장부품의 應急修理費用은

$$\begin{aligned} C_2(T) &= c_3 \left[\int_0^T H_2(t) f_1(t) dt + H_2(T) \int_T^\infty f_1(t) dt \right] \\ &= c_3 \left[\int_0^T H_2(t) dF_1(t) dt + H_2(T) \bar{F}_1(T) \right] \\ &= c_3 \left[F_1(T) H_2(T) - \int_0^T F_1(t) \cdot dH_2(t) + H_2(T) (1 - F_1(T)) \right] \\ &= c_3 \int_0^T \bar{F}_1(t) dH_2(t) \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

경고장부품의 故障交換費用은

$$\begin{aligned} C_3(T) &= c_4 \left[\int_0^T M_3(t) f_1(t) dt + M_3(T) \int_T^\infty f_1(t) dt \right] \\ &= c_4 \left[\int_0^T M_3(t) dF_1(t) dt + M_3(T) \bar{F}_1(T) \right] \\ &= c_4 \left[F_1(T) M_3(T) - \int_0^T F_1(t) \cdot dM_3(t) + M_3(T) (1 - F_1(T)) \right] \\ &= c_4 \int_0^T \bar{F}_1(t) dM_3(t) \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

이다.

따라서 시스템의 期待費用은 식(1), (2), (3)의 합으로서

$$\begin{aligned} C_s(T) &= c_1 F_1(T) + c_2 \bar{F}_1(T) + c_3 \int_0^T F_1(t) dH_2(t) + c_4 \int_0^T F_1(t) dM_3(t) \dots\dots (4) \end{aligned}$$

이고 시스템의 平均壽命은

$$\begin{aligned} \bar{\mu}(T) &= \int_0^T t dF_1(t) + T\bar{F}_1(T) \\ &= \int_0^T \bar{F}_1(t) dt \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= [c_1 + c_3 \int_0^x \bar{F}_1(t) dH_2(t) \\ &\quad + c_4 \int_0^x \bar{F}_1(t) dM_3(t)] / \mu_1 \\ &\dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

이다.

1회의 보전주기가 T 인 시스템을 무한시간동안 사용할 때의 t 시간까지의 保全回數는

$$t / \int_0^T \bar{F}_1(t) dt \dots\dots\dots (6)$$

이므로 $[0, t]$ 사이의 시스템의 期待費用은

$$C_s(t) = tC_s(T) / \int_0^T \bar{F}_1(t) dt \dots\dots (7)$$

이고, 1회의 정비주기가 T 인 시스템의 單位時間當 平均費用은

$$\begin{aligned} \bar{C}_s(T) &= \lim_{t \rightarrow x} C_s(t) / t \\ &= [c_1 F_1(T) + c_2 \bar{F}_1(T) \\ &\quad + c_3 \int_0^T \bar{F}_1(t) dH_2(t) \\ &\quad + c_4 \int_0^T \bar{F}_1(t) dM_3(t)] \\ &\quad / \int_0^T \bar{F}_1(t) dt \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

이다.

시스템의 1회의 保全週期가 無限일 때 즉, 예 방교환을 하지 않을 때의 單位時間當 平均費用은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{C}_s(\infty) &= [c_1 F_1(\infty) + c_2 \bar{F}_1(\infty) \\ &\quad + c_3 \int_0^\infty \bar{F}_1(t) dH_2(t) \\ &\quad + c_4 \int_0^\infty \bar{F}_1(t) dM_3(t)] \\ &\quad / \int_0^\infty \bar{F}_1(t) dt \end{aligned}$$

3. 2 最適交換壽命의 決定

最適交換壽命 T^* 를 구하기 위해 Barlow와 Proschan[2]의 다음과 같은 정의와 보조정리를 이용한다.

定義 : 함수 $f(x)$ 가 $(-\infty, \infty)$ 에서 x 에 대해 다음과 같이 정의 되면 PF_2 (Polya frequency function order 2)라 한다.

$$\begin{aligned} &f(x) \geq 0, \forall x \text{ 이고} \\ &\begin{vmatrix} f(x_1 - y_1) & f(x_1 - y_2) \\ f(x_2 - y_1) & f(x_2 - y_2) \end{vmatrix} \geq 0 \\ &, -\infty < x_1 \leq x_2 < \infty, -\infty < y_1 \leq y_2 < \infty \end{aligned}$$

補助定理 1 : 밀도함수 $f(x)$ 가 PF_2 이면 모든 Δ 에 대해 $[F(x+\Delta) - F(x)] / f(x)$ 가 모든 x 에 대해서 감소한다.

補助定理 2 : 밀도함수 $f(x)$, $f(x) > 0$ 가 더 분가능하고 PF_2 이면 $f(x)$ 는 unimodal하다.

再生率의 성질을 살펴보면

$$\begin{aligned} m_3(t) &= dM_3(t) / dt \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} f_3(t) \end{aligned}$$

단, $f_3^{(n)}(t)$ 는 $f_3(t)$ 의 n -fold convolution

이다.

補助定理 3 : 만약 $F_3(t)$ 가 밀도함수 $f_3(t)$ 를 가지며, $f_3(t), f_3(0)=0$ 가 미분가능하고 PF_2 이면 $f_3'(x_0) = 0$ 일 때 $0 < t < x_0$ 에 대해 $m_3'(t) > 0$ 이다.

證明 :

기본적인 재생함수에서

$$\begin{aligned} M_3(t) &= E[N_3(t)] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} n P[N_3(t) = n] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} F_3^{(n)}(t) \end{aligned}$$

이고

$$F_3^{(n+1)}(t) = \int_0^t F_3^{(n)}(t-x) dF_3(x)$$

이므로

$$\begin{aligned} M_3(t) &= F_3(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t F_3^{(n)}(t-x) dF_3(x) \\ &= F_3(t) + \int_0^t M_3(t-x) dF_3(x) \end{aligned}$$

만약 $F_3(t)$ 가 밀도함수 $f(t)$ 를 갖는다면

$$\begin{aligned} m_3(t) &= dM_3(t) / dt \\ &= f_3(t) + \int_0^t m_3(t-x) f_3(x) dx \end{aligned}$$

이고, $f_3(t), f_3(0) = 0$ 가 微分可能하므로 $m_3(t)$ 를 t 로 미분하여

$$m_3'(t) = f_3'(t) + \int_0^t m_3(t-x) f_3'(x) dx$$

이다.

$f_3(t)$ 가 PF_2 이면 $f_3(t)$ 는 unimodal이므로 $f_3'(x_0) = 0$ 일 때 $x_0 < t < \infty$ 에 대해 $f_3'(t) < 0$ 이고, $0 < t < x_0$ 에 대해 $f_3'(t) > 0$ 이다. 따라서 $m_3'(t) > 0, 0 < t \leq x_0$ 이다.

이제 最適交換壽命 T^* 를 구하기 위해 單位時間當 平均費用 $\bar{C}_s(T)$ 를 T 로 미분하면

$$\begin{aligned} d\bar{C}_s(T) / dT &= [[c_1 f_1(T) - c_1 f_1'(T) \\ &\quad + c_3 \bar{F}_1(T) h_2(T) \\ &\quad + c_4 \bar{F}_1(T) m_3(T)] \\ &\quad \int_0^T \bar{F}_1(t) dt - [c_1 F_1(T) \\ &\quad + c_2 \bar{F}_1(T) \\ &\quad + c_3 \int_0^T \bar{F}_1(t) dH_2(t) \\ &\quad + c_4 \int_0^T \bar{F}_1(t) dM_3(t)] \\ &\quad \bar{F}_1(T)] / (\int_0^T \bar{F}_1(t) dt)^2 \\ &\quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

이다.

따라서 $d\bar{C}_s(T) / dT = D(T) = 0$ 으로 놓으면

$$\begin{aligned} D(T) &= [(c_1 - c_2) h_1(T) + c_3 h_2(T) \\ &\quad + c_4 m_3(T)] \int_0^T \bar{F}_1(t) dt \\ &\quad - [(c_1 - c_2) F_1(T) \\ &\quad + c_3 \int_0^T \bar{F}_1(t) dH_2(t) \\ &\quad + c_4 \int_0^T \bar{F}_1(t) dM_3(t)] \\ &= c_2 \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

이다.

식(11)을 T 에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D'(T) &= [(c_1 - c_2) h_1'(T) + c_3 h_2'(T) \\ &\quad + c_4 m_3'(T)] \bar{F}_1(T) \\ &\quad + [(c_1 - c_2) h_1(T) + c_3 h_2(T) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ c_4 m_3(T)] \bar{F}_1(T) \\
 &- [(c_1 - c_2) f_1(T) \\
 &+ c_3 F_1(t) h_2(t) \\
 &+ c_4 \bar{F}_1(T) m_3(T)] \\
 &= [(c_1 - c_2) h_1'(T) \\
 &+ c_3 h_2'(T) \\
 &+ c_4 m_3'(T)] \int_0^T \bar{F}_1(t) dt \\
 &\dots\dots\dots (12)
 \end{aligned}$$

定理 : $c_1 > c_2 > 0$, $c_3 > 0$, $c_4 > 0$ 이고 $h_1(t)$, $h_2(t)$ 가 連續이며 單調增加하는 瞬間故障率(IFR, increasing failure rate)이고 $f_3(t)$ 가 PF_2 이면 $x_0 \leq T < \infty$ 에 대해 $D(T) > c_2$ 이면 식(11)을 만족하는 유한하고 유일한 最適交換壽命 T^* ($0 < T^* < x_0$)가 존재하고 이 때의 最適單位時間當 平均費用은

$$\begin{aligned}
 \bar{C}_S(T^*) &= (c_1 - c_2) h_1(T^*) + c_3 h_2(T^*) \\
 &+ c_4 m_3(T^*) \dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

이다.

證明 :

補助定理 3에 의해 $f_3(t)$ 가 PF_2 이면 $f_3(x_0) = 0$ 일 때 $0 < t \leq x_0$ 에 대해 $m_3(t) > 0$ 이다. 따라서 $h_1(t)$, $h_2(t)$ 가 IFR일 때 식(12)에서 $0 < T \leq x_0$ 에 대해 $D'(T) > 0$ 이다. 즉, $D(0) = 0$ 일 때 $D(T)$ 는 $0 < T \leq x_0$ 에 대해서 단조증가한다. 만약 $x_0 < T \leq \infty$ 에 대해 $D(T) > c_2$ 이면 $D(T)$ 의 $0 < T \leq x_0$ 에서의 單調性和 連續性에 의해 $0 < T^* < x_0$ 에 대해 식(11)을 만족하는 유한하고 유일한 T^* 가 존재하고 이 때의 單位時

單位時間當 平均費用은 식(8)을 정리하면 식(13)과 같다.

따름定理 : $c_1 > c_2 > 0$, $c_3 > 0$, $c_4 > 0$ 일 때 $0 < t < \infty$ 에 대해서 $h_1(t)$ 가 연속이며 單調增加하는 순간고장률이고, $h_2(t)$, $m_3(t)$ 가 常數라 하자. 즉, 중고장부품과 경고장부품의 $F_2(t)$, $F_3(t)$ 가 指數分布로서 $h_2(t) = 1/\mu_2$, $m_3(t) = 1/\mu_3$, $F_2(t) = 1 - \exp(-t/\mu_2)$, $F_3(t) = 1 - \exp(-t/\mu_3)$ 라면

(1) 만약 $h_1(\infty) > c_1 / (c_1 - c_2) \mu_1$ 이면 식(11)을 만족하는 유한하고 유일한 최적교환수명 T^* 가 존재하고 이 때의 최적단위시간당 평균비용은

$$\begin{aligned}
 \bar{C}_S(T^*) &= (c_1 - c_2) h_1(T^*) + c_3 / \mu_2 \\
 &+ c_4 / \mu_3 \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

이다.

(2) 만약 $h_1(\infty) \leq c_1 / (c_1 - c_2) \mu_1$ 이면 $T^* \rightarrow \infty$ 이고 이 때의 단위시간당 평균비용은

$$\begin{aligned}
 \bar{C}_S(\infty) &= c_1 / \mu_1 + c_3 / \mu_2 + c_4 / \mu_3 \\
 &\dots\dots\dots (15)
 \end{aligned}$$

이다. 즉, 최적교환수명은 치명고장부품이고 장날 때만 시스템을 교환하는 것이다.

證明 :

정리로부터 만약 $0 < t < \infty$ 에 대해 $h_1(t)$, $h_2(t)$ 가 IFR이고 $m'(t) > 0$ 이면 $0 < t < \infty$ 에 대해 $D'(T) > 0$ 이다. 즉, $D(T)$ 가 $0 < t < \infty$ 에 대해 단조증가한다.

따라서 $D(\infty) > c_2$ 이면 즉, $h_1(\infty) > c_1 / (c_1 - c_2) \mu_1$ 이면 $D(0) = 0 < c_2 < D(\infty)$ 이므로 최적교환수명 T^* 가 존재하고, 이 때의 단위시간

당 평균비용은 식(8)로부터

$$\bar{C}_s(T^*) = (c_1 - c_2)h_1(T^*) + c_3/\mu_2 + c_4/\mu_3$$

이고, $D(\infty) \leq c_2$ 이면 즉, $h_1(\infty) \leq c_1 / (c_1 - c_2)\mu_1$ 이면 $D(0) < D(\alpha) \leq c_2$ 이므로 $T^* \rightarrow \infty$ 이고 이때의 단위시간당평균비용은 식(9)로부터 $\bar{C}_s(\infty) = c_1/\mu_1 + c_3/\mu_2 + c_4/\mu_3$ 가 된다.

3.3 輕故障部品の 初期在庫量決定

輕故障部品은 시스템의 교환수명동안 고장 발생시 교환해 줄 豫備品을 시스템의 운용초기에 준비해 두면 시스템의 保全管理가 원활해진다. 따라서 시스템의 최적교환수명이 결정되면 이 교환수명 내에서 경고장부품의 故障回數에 대한 平均과 分散을 구하여 경고장부품의 初期在庫量을 결정한다.

경고장부품의 고장회수의 평균과 분산은

$$E[N_3(T^*)] = \int_0^{T^*} \bar{F}_1(t) dM_3(t) \dots\dots\dots (16)$$

$$V[N_3(T^*)] = E[N_3(T^*)] - \{E[N_3(T^*)]\}^2 + 2 \int_0^{T^*} \bar{F}_1(t) [\int_0^t m_3(t-x) dM_3(x)] dt \dots\dots\dots (17)$$

이다. 따라서 시스템의 운용초기에 경고장부품을

$$E[N_3(T^*)] + \{V[N_3(T^*)]\}^{1/2} \dots\dots\dots (18)$$

개 만큼 준비한다면 고장회수가 正規分布를 할 경우 99.87%까지는 경고장부품의 재고의 부족을 방지하여 시스템을 원활히 관리할 수 있다.

4. 數值例

본 연구에서 제시한 부품의 故障特性을 고려한 시스템의 최적교환수명을 구하는 수치예를 보이기 위해 다음과 같은 부품의 故障時間의 分布函數를 가정한다.

감마분포 (gamma distribution)의 밀도함수는

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)(\lambda t)^{\alpha-1} / \Gamma(\alpha), \alpha > 0, \lambda > 0, 0 < t < \infty \dots (19)$$

이고, 지수분포(exponential distribution)의 밀도함수는

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t), \lambda > 0, 0 < t < \infty \dots\dots\dots (20)$$

일 때 치명고장부품은 $\alpha=2, \lambda=1$ 인 감마분포를 따르고, 중고장부품은 $\lambda=4$, 경고장부품은 $\lambda=6$ 인 지수분포인 경우에 $c_2=1.0, c_3=0.05, c_4=0.02$ 에 대해 $c_1=5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 100$ 으로 증가시켜가면서 각각의 c_1 에 대해 시스템의 最適交換壽命, 單位時間當 平均費用, 시스템의 豫防保全效果, 輕故障部品の 平均과 標準偏差를 구한 결과는 Table 1과 같다.

이 수치예에 대한 시스템의 最適交換壽命은

$$D(T) = (c_1 - c_2) [(T - 1$$

$$+ \exp(-T) / (T + 1)] \\ = c_2 \dots\dots\dots (21)$$

이다.

最適交換壽命 내에서의 輕故障部品の 故障回數의 平均과 分散은

를 만족하는 T^* 이고 이때의 單位時間當 平均費用은

$$\bar{C}_S(T^*) = (c_1 - c_2)T^* / (1 + T^*) \\ + 4c_3 + 6c_5 \dots\dots\dots (22)$$

$$E[N_3(T^*)] = 12 - (12 + 6T^*) \\ \exp(-T^*) \dots\dots (24)$$

$$V[N_3(T^*)] = E[N_3(T^*)][1 - E[N_3(T^*)]] + [216 - (216 + 216T^* + 72T^{*2}) \\ \exp(-T^*)] \\ \dots\dots\dots (25)$$

이다.

예방보전을 하지 않을 때의 單位時間當 平均費用은

$$\bar{C}_S(\infty) = c_1/2 + 4c_3 + 6c_5 \dots\dots (23)$$

가 된다.

Table 1. Optimum Age Replacement Policies as a Function of c_1

c_1	T^*	$\bar{C}_S(T^*)$	Gain*(%)	Mean	Std. Dev.
5	1.310	2.588	8.2	6.641	3.250
6	1.080	2.916	12.2	5.724	2.804
7	0.930	3.211	15.9	5.064	2.524
8	0.820	3.474	19.6	4.548	2.324
9	0.750	3.749	22.2	4.206	2.198
10	0.690	3.995	24.9	3.905	2.090
20	0.510	6.737	34.7	2.957	1.764
30	0.320	7.350	52.0	1.892	1.385
40	0.270	8.611	57.6	1.603	1.272
50	0.240	9.804	61.3	1.428	1.199
100	0.160	13.975	72.2	0.956	0.979

$$* \text{Gain} = [(\bar{C}_S(\infty) - \bar{C}_S(T^*)) / \bar{C}_S(\infty)] \times 100(\%)$$

5. 結 論

본연구는 시스템을 그 故障特性에 따라 致命故障部品, 重故障部品, 輕故障部品으로 나누어 시스템이 치명고장부품의 고장시간분포에 따라 壽命交換方針을 따를 때, 중고장부품은 應急修理方針, 경고장부품은 故障交換方針을 고려한 시스템의 총운용비용을 최소화하는 시스템의 最適交換壽命을 을 제시하였다.

치명고장부품의 고장에 따른 시스템의 事後交換費用 즉, 치명고장부품의 고장에 따라 시스템의 운휴등의 機會損失費用이 클수록 豫防保全效果가 커짐을 볼 수 있다.

경고장부품에 대해서는 시스템의 운용기간

동안의 고장회수의 평균과 분산을 구하여 시스템운용 초기에 준비해 둘 豫備品の 개념을 도입함으로써 시스템의 保全活動을 원활하게 이루어지게 하였다.

향후 연구과제로서는 경시보전(age-based maintenance) 보다는 더욱 현실적인 상태감시보전(condition-based maintenance)의 개념을 도입한 시스템의 최적교환방침을 구하여 보는 것도 의미가 있다 할 수 있다. 또한 치명고장부품을 직접 검사하거나, 代用特性을 통해 치명부품의 故障有無를 감지할 수 있을 경우 檢査方針과 交換方針을 병합한 더욱 더 효과적이고 현실적인 시스템의 보전방침도 앞으로의 연구과제라 할 수 있다.

參 考 文 獻

1. Barlow, R. E., Hunter, L. C. (1960), "Opimum Preventive Maintenance Policies", Operations Research, Vol. 8, No. 1, pp. 90-100.
2. Barlow, R. E., Proschan, F. (1965), Mathematical Theory of Reliability, John Wiley and sons, Inc.
3. Beichelt, F., Fischer, K. (1980), "General Failure Model Applied to Preventive Maintenance Policies", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-29, No. 1, pp. 39-41.
4. Muth, E. J. (1977), "An Optimal Decision Rule for Repair Vs Replacement", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-26, No. 3, pp. 179-181.
5. Nakagawa, T., Kowada, M. (1983), "Analysis of A System with Minimal Repair and Its Application to Replacement Policy", European Journal of Operations Research, 12, pp. 176-182.
6. Park, K. S. (1979), "Optimal Number of Minimal Repairs before Peplacement.", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-28, No. 2, pp. 137-140.
7. Yamada, S., Osaki, S. (1981), "Optimum Replacement Policies for A System Composed of Components", IEEE Trans. Reliability, Vol. R-30, No. 3, pp. 278-283.