

情報因子分析을 위한 統合豫測모델의 設計 및 解析 Design and Elucidation of Integrated Forecasting Model for Information Factor Analysis

金 洪 材*
李 太 熙**

ABSTRACT

Over the past two decades, forecasting has gained widespread acceptance as an integral part of business planning and decision making. Accurate forecasting is a prerequisite to successful planning. Accordingly, recent advances in forecasting techniques are of exceptional value to corporate planners. But most of forecasting methods reveal its limit and problem for precision and reliability due to each relationship for raw data and possibility of explanation for each variable. Therefore, to construct the Integrated Forecasting Model(IFM) for Information Factor Analysis, it should be considered that whether law data has time lag and variables are explained. For this, following several method can be used : Least Square Method, Markov Process, Fibonacci series, Auto-Correlation, Cross-Correlation, Serial Correlation and Random Walk Theory.

Thus, the unified property of these several functions scales the safety and growth of the system which may be varied time-to-time.

* 명지실업전문대학 공업경영과
** 건국대 산업공학과 대학원

第1章 緒 論

다양속변하는 오늘날의 환경속에서 새로운 가치창출을 통한 기업의 安定과 成長이라는 문제는 미래에 대한 精確한 豫測을 기초로 한다. 기업은 豫측을 통하여 危險(rist)을 회피할 수 있고 機會(chance)를 포착할 수 있으며, 나아가 위험회피에 따른 安定성과 기회포착에 따른 성장성을 증가시킴으로써 탄력적인 관리체계의 수립이 가능하게 된다. 「制御-豫測-情報」라는 피드백적 관점에서 볼때 신뢰성있는 情報因子의 발생을 위해서는 豫測과 그것의 基在인 制御가 중요하게 된다. 그리하여 본 연구에서는 效率的인 情報因子의 分析을 위하여 制御側面에서 자료를 제어(설명)가능변수와 불가능변수로 구분하였으며, 豫測側面에서는 자료들간의 時差(time lag)에 따른 相互 聯關性의 有無로 구분하였다. 그리고 이들에 相關모델들의 상호관계를 고찰함으로써 전체적인 統合豫測 모델을 수립하고자 하였다.

第2章 豫測에 있어서 情報因子의 特性

기업성과에 相關되는 要素인과 그 상호관계 및 작용이 가속적으로 확장·개방화되고 불확실성의 요인이 증대됨에 따라 방대한 質量的 情報의 장단기적 수용과 창조적 變換能力여하가 管理성과의 성패를 좌우하는 결정적 요인으로 작용하게 되었다. 이에 따라 계획기능에 포함되어 등한시 되어왔던 豫측기능이 管理시스템의 순환적 자기조정과정에 있어 計劃·統制機能을 능가하는 불가결한 重要기능으로 부상되기 시작했다.¹⁾

豫측은 그 주체와 대상인 객체가 무관한 경우도 있지만, 이들간의 相互關係가 작용하는 경우도 있다. 즉, 이들간의 聯關性 如何에 따라 발생 데이터에 대한 새로운 해석과 변환은 필수적인 것이다. 뿐만아니라 발생 데이터에 대한 說明與否도 豫측이라는 측면에서 매우 중요하게 제시된다.

이러한 측면에서 데이터(raw data)를 통한 情報因子의 발생과 그들간의 聯關性 및 說明程度를 중심으로 고찰해보면 다음과 같다.

1949년 N. Wiener가 動物과 機械에 있어서 制御와 通信을 총괄적으로 수행하기 위한 Cybernetics를 도입할때 제어대상으로서의 目標과 그들을 위한 變數으로서 제어가능 변수(설명가능 변수) 및 제어불가능 변수(설명불가능 변수)를 취급한 것은 周知의 사실이다.²⁾ 일반적으로 데이터는 특정 시스템에 입력하기 위하여 수집하거나 저장하는 것이고, 情報은 특정 분야에 대하여 행동을 취하도록 의사결정을 가능하게 하는 變換된 資料이다. 그러므로 情報因子(Information factors)는 경제상황·기술동향·대중의식·욕구가치등의 정세판단이나 機會·危險·動的인 평가기준 그리고 研究開發의 進展등에 대한 自主的 判斷을 하는데 있어서 기초가 되는 자료이다. 이들이 장래에 어떠한 경제적 성과를 가져올지는 事前論議로서는 객관적으로 결정할 수 없는 성질을 가지고 있다.³⁾ 이처럼 발생된 정보와 그 인자들간에 나타나는 聯關性에 대한 문제는 다음장에서 살펴보기로 하고, 여기서는 그들의 說明與否라는 관점에서 N. Wiener가 제시한 최소자승방법을 통한 豫측이론에 대하여 살펴보기로 한다.⁴⁾

시계열 $y(t)$ 의 미래치 $y(t+\alpha)$ 를 다음 그림과 같이 $t(-\infty, t)$ 에 있어서 n 개의 정보치 $x_1(t), x_2(t), x_n(t)$ 를 기본으로 해서 豫측하는 것

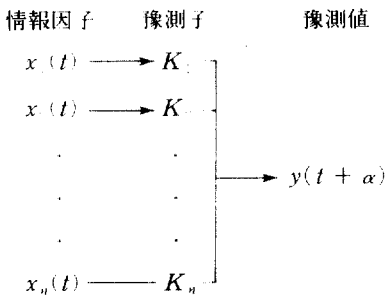
을 생각할 때,

$$y(t + \alpha) = \int_0^t x_1(t - \tau) dK_1(\tau) + \int_0^t x_2(t - \tau) dK_2(\tau) + \dots + \int_0^t x_n(t - \tau) dK_n(\tau)$$

가 된다. 여기서 $K_1(\tau), K_2(\tau), \dots, K_n(\tau)$ 는 線形豫測子(Linear Predictors)이고, 그것은 最小自乘의 原理 즉,

$$I[K_1(t), K_2(t), \dots, K_n(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \{y(t + \alpha) - \sum_{i=1}^n \int_0^t x_i(t - \tau) dK_i\}^2$$

: 極小가 되도록 결정한다.



< 그림 1 > 多重豫測值

미래예측의 방법으로 아무리 정밀한 통계적 방법을 사용하더라도 적중하지 않는다. 왜냐하면 통계적 방법은 사실의 통계자료를 기초로 하는 것이지만, 그 사실이라는 것은 과거부터 현재까지의 사실인 것일뿐 그 이상은 아니기 때문이다. 그러므로 中心的 傾向과 變動의 範圍가 아무리 수학적으로 정밀하게 계산된다 하더라도 미래는 반드시 과거 혹은 현재의 연장이 아

나라는 사실에 의하여 통계적 예측은 기대대로 되지 않는다.¹⁰⁾ 따라서 가능한 방법은 誤差(〔豫測值-實測值〕의 自乘)의 期待值를 最小로 하는 것이다. 그러므로 위의 식에서 함수 $K_n(\tau)$ 를 결정하는 것이 예측문제의 핵심이 되는 것이다. 制御側面에서도 예측은 필수적이다. 과거 혹은 현재까지 수집한 자료를 토대로하여 「制御-豫測-情報」라는 관계를 형성한다. 과거에는 制御를 제어기구의 물질, 전송, 에너지 변환측면에만 주안을 두었지만, 현재는 정보와의 관련성이 중요한 요인으로 취급된다. 그 결과 決定論的인 制御問題는 統計的 豫測問題라 본질적으로 같다고 취급할 수 있는 것이다. 지금까지는 발생 데이터에 대한 說明與否에 기준하여 살펴보았는데, 이제 章을 바꾸어 예측에서 데이터들간의 聯關性에 대하여 체계적으로 살펴보기로 하자.

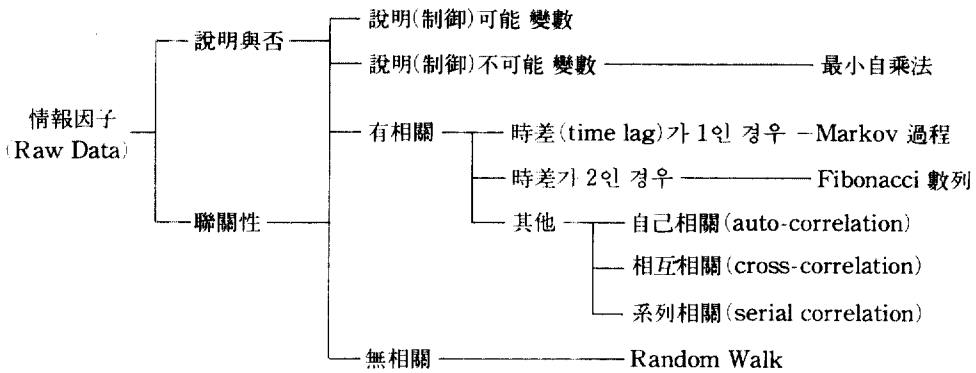
第3章 統合豫測모델의 設計

개방화로 치닫는 오늘날의 기업환경하에서 예측은 다음의 두가지 측면에서 고찰할 수 있다.¹¹⁾ 첫째로 급속히 발전해가는 정보전달매체나 컴퓨터 시스템과 같은 수단이나 도구의 최대활용을 통하여 예측의 신뢰도를 높여가는 深究的 豫測(exploratory forecasting) 方法이다. 둘째는 動的變動의 시스템적 본질을 포착하여 創造的 適應과 潛在能力 개발의 핵심요인을 시스템적 관점에서 통일적으로 파악해가는 規範的 豫測(normative forecasting) 方法이다. 그런데 예측대상 및 기간의 相異에 따라 요구되는 가능한 정보의 質과 量 그리고 形態가 달라질 뿐 아니라 예측에 활용될 수 있는 모델의 형태로 달라지게 되므로 이 두가지가 동시

에 並行·調和될때 예측기능의 실효있는 가능성이 고양될 수 있다. 第2章에서 언급하였듯이, 예측에서의 주요한 문제는 발생 데이터들간의 聯關性과 그들에 대한 說明與否이므로, 통합적인 예측모델을 수립하기 위해서는 이들에 대한 구체적인 분석이 필수적이다.

일반적으로 生産現場이나 生活場과 같은 狀態場에서 수집되는 자료(raw data)를 직접 정보로서 취급하기에는 어려운 점이 많다. 그 대

표적인 경우가 자료들간에 발생하는 時差(time lag)의 문제이다. 時差란⁴⁾ 상태가 일정한 시간적 간격을 두고 여건의 변화에 반응한다는 것으로서, J. Tinbergen에 의하여 처음으로 動態經濟學에 도입되었으며, 그 성질상 消費래그, 生産래그 그리고 收入래그로 구별되어 期間分析이나 異時的 均衡分析의 기초가 된다. 이러한 時差의 개념과 이에 따른 相關關係의 차원에서 모델을 분류하면 다음과 같다.



< 그림 2 > 통합예측모델

위에서 情報의 無相關에 대한 이유는 자료의 無作爲性이다. 예를들어 주식이격이라는 것은 투자자들의 주식으로부터의 이득에 대한 예상을 반영하는 것이다. 또한 예상은 정보에 의하여 변동하는 것이므로 정보의 발생이 일정한 패턴을 지닐 이유가 없는 한 주가변동은 無作爲的이다. 그렇다고 해서 위의 Random Walk 이론이 증권의 內在價値의 存在를 부정하는 것은 아니다. 즉 內在價値 역시 정보의 발생에 따라 변동할 뿐만아니라 각 투자가에 따른 內在價値의 異質性과 不確實性으로 인하여 株價는 內在價値를 중심으로 無作爲的으로 變動하게 된다. 이제 章을 바꾸어 이들을 구체적으로 살

펴보기로 하자.

第4章 統合豫測모델에 대한 解析

< 그림 2 >의 통합예측모델에서 도시한 각각에 대하여 그 개념적 특성을 살펴보면 다음과 같다.

(1) Markov 過程⁹⁾

豫測方法으로서의 Markov 過程이 지닌 특징은 指數分布나 幾何分布 그리고 動的計劃法

(Dynamic Programming)의 最適性 原理에서 나타나는 memoryless 性 이다. 즉, 다음처럼 (t + 1) 期에서의 상태는 t 期의 상태에만 의존할 뿐 그 이전의 상태와는 獨立인 것이다.

$$P\{X_{t+1} = j | X_t, X_{t-1}, \dots, X_1\} = P\{X_{t+1} = j | X_t\} \dots\dots (1)$$

狀態의 轉移確率을 $P = [p_{ij}]$ 라 하고, 定常 分布의 確率벡터를 $W = [w_1, w_2, \dots, w_r]$ 라고 할때 (1)식에서 i, j 를 고정시키고 $n \rightarrow \infty$ 로 한다면, 이것은 다음처럼 나타낼수 있다.

$$W^{n+1} = W^{(n)} \cdot P \Rightarrow W = W \cdot P \dots (2)$$

이러한 성질은 Markov 과정의 에르고딕性 (Ergodicity)으로 정의되는데, 이것은 z 變換과 Chapman-Kolmogrov 방정식으로 증명가능하다. 여기서 에르고딕 성질이란 狀態變化가 時間과 空間의 변화에도 불구하고 동일하게 나타나는 현상을 의미한다.

(2) 피보나치 數列 (Fibonacci Series)³⁾

실험의 불확실성 범위에 대한 사전 지식없이 가능한 한 빨리 최적해에 이르고자 할 때 이 방법은 유효하다. 이 방법은 아래의 (3)식에서 살펴볼 수 있듯이 현재값이 현재로부터 2期이전의 값까지 영향을 받는다.

$$F_t = F_1 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 2 \dots\dots (3)$$

여기서 n이 얼마인지 모르기 때문에 연속길이의 비율을 常數 k로 두면 다음을 구할 수 있다.

$$F_n / F_{n-1} = k = F_{n+1} / F_n \Rightarrow F_{n+2} / F_n = k^2 \dots\dots (4)$$

따라서 $k^2 = k + 1$ 이 되며, 이것의 根은 다음과 같다.

$$\text{陽의 根 : } k_1 = (1 + \sqrt{5}) / 2 = 1.618033989 \dots$$

$$\text{陰의 根 : } k_2 = (1 - \sqrt{5}) / 2 = -0.618033989 \dots$$

이때 이 Fibonacci 數列의 일반식은 다음으로 주어진다.

$$F_n = [(k_1)^{n+1} - (k_2)^{n+1}] / \sqrt{5} \dots (5)$$

이러한 방법은 黃金分割 (Golden Section)과 관련되어, 자연적 질서의 단면을 보여주는 것이다.

(3) 自己相關 (Autocorrelation) 모델¹²⁾

이것은 時系列 資料가 가지고 있는 時差相關의 特性을 이용하는 방법으로서, 데이터들이 獨立變數들간의 관계라는 점에서 相互相關과는 차이점이 있다. 즉 獨立變數들간의 相關性에 대해서는 自己相關 (Autocorrelation)과 多共線性 (Multicollinearity)을 이용하여 그 特性을 파악해야 된다. 時系列에서 無限數列의 自己相關係數는 (6)식처럼 표현되며,

$$\phi_j = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{K=-N}^N X_{k+j} \cdot \bar{X}_k \dots\dots (6)$$

(6)식에서 확률변수 x 에 대한 確率集合(ensemble)의 集合平均이 에르고딕(ergodic)한 경우에는 (7)식처럼 連續的 時間函數로의 표현도 가능하다.

$$\phi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t+\tau) \cdot \overline{f(t)} dt \dots\dots\dots (7)$$

이때 自己相關函數는 $f(t+\tau)$ 와 $f(t)$ 라는 共役函數의 積의 平均이 된다. (7)식에서 $f(t+\tau) = a, f(t) = b$ 라고 두면 自己相關은 다음과 같은 恒等式으로 나타난다.

$$4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2 \dots\dots\dots (8)$$

N. Wiener는 이러한 $4ab$ 식으로 나타나는 自己相關으로부터 腦波를 電氣的 메카니즘으로 표현하여 人間行動의 時系列的 性向을 파악하고자 하였다고 볼 수 있다.

(4) 相互相關(cross-correlation) 모델^{(6) (3) (4)}

이것은 독립변수와 종속변수와의 관련성에 대한 것으로, 통계학에서는 相關係數(coefficient of correlation)로 사용된다. 相關係數의 自乘값이 독립변수의 종속변수에 대한 寄與率로서 정의되는데, 이 값은 특성상 베타분포(beta dist.)를 따르는 것으로 알려져 있다. 이러한 상관계수에 대한 일반식에서 분모와 분자를 표본의 크기 n 으로 나누면 $r = S_{xy} / S_x \cdot S_y$ 가 된다. 다시말하면 상관계수는 두변량의 공분산을 각각의 표준편차로 나눈 몫이다. 마찬가지로 y 의 x 에 관한 회귀계수 b 및 x 의 y 에 관한 회귀계수 b' 도 각각 다음처럼 됨을 알 수

있다.

$$b = \frac{x, y \text{의 共分散}}{x \text{의 分散}} = \frac{x \text{와 } y \text{의 積合}}{x \text{의 平方合}} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} \cdot \frac{S_y}{S_x} = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$$

$$b' = \frac{x, y \text{의 共分散}}{y \text{의 分散}} = \frac{x \text{와 } y \text{의 積合}}{y \text{의 平方合}} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} \cdot \frac{S_x}{S_y} = r \cdot \frac{S_x}{S_y}$$

$$bb' = r^2 \sim \text{beta}\{(p-1)/2, (n-p)/2\} \dots\dots\dots (9)$$

通信理論에서 信號의 出力을 S , 誤差의 出力을 S_e 그리고 全出力을 S_T 라고 하면, Parseval의 등식(피타고라스 정리의 확장개념)에 의하여 $S_T = S_e + S$ 의 관계가 성립한다. 여기서 寄與率을 $\rho = r^2 = S/S_T$ 로서 정의할 수 있는데, SN比(信號(Signal)에 대한 雜音(Noise)의 比)를 고려하면 이것은 다음처럼 寄與率의 함수로 구할 수 있다.

$$SN \text{ 比} = \frac{\rho}{1-\rho} \dots\dots\dots (10)$$

通信理論에서의 SN比는 實驗計画法에서의 分散化와 일치한다. 따라서 상호관계에서 유도되는 기여율 r^2 은 SN比에서의 기여율과 개념이 일치한다. 이 SN比는 實驗計画法에서 級內感動과 級間變動을 기본으로 分散分析을 행하는 ANOVA(Analysis Of Variance)와 연결된다.

(5) 系列相關(Serial Correlation) 모델^{(6) (11)}

最小自乘 回歸分析을 할때의 기본적인 假定은 殘差에 대한 無作為性, 正規性 그리고 同一分散性이다. 그렇지만 현실적 데이터는 이러한 가정에서 어긋난 것이 많은데 이를 수정없이 사용할 경우에는 최종적 의사결정에서 많은 오류를 범하게 된다. 이러한 豫測値와 殘差들간에 나타나는 系列相關은 다음처럼 1 階 Markov 過程으로 나타낼 수 있다.

$$e_t = \rho e_{t-1} + \xi_t; t=1, 2, \dots \quad (11)$$

여기서 ρ 는 殘差들간의 自己相關係數로서 다음의 식으로 구해진다. 이때

$$\rho = \frac{\sum(e_i \cdot e_{i-1})}{\sum e_i^2} \quad -1 \leq \rho \leq 1$$

$\rho = 0$ 이면 散布가 係列的으로 獨立되어 있음을 나타낸다. 그결과 誤差는 獨立인 正規分布 $e_i \sim NID(0, \sigma^2)$ 를 따르므로, 회귀모델에 대한 기본적인 假定에서 벗어나지 않게 된다.

$\rho = 1$ 이면 오차들간에는 正이 相關關係가 성립함을 알 수 있다.

$\rho = -1$ 이면 負의 相關關係를 나타낸다.

自己相關係數에 대한 검정통계량은 다음과 같은 Durbin-Watson 統計量이 사용된다.

$$d = \frac{\sum(e_{t+1} - e_t)^2}{\sum(e_t)^2} = 2(1-\rho) \dots \dots \dots (12)$$

이러한 잔차들간의 系列相關이 존재할때는 그 資料를 變形시킴으로써 이것을 제거할 수 있다. 즉 資料의 第 1 階差(즉, $u_i - u_{i-1} = \Delta u_i$; first difference)를 취하는 것은 그러한

변형의 한 방법이다. 예를 들어 需要分析에서 殘差의 系列相關은 소비자의 趣向(tastes) 혹은 새로운 競爭의이거나 補完的인 商品의 開發등과 서서히 變動하고 있는 變數에 의해 종종 발생한다. 그래서 수요문제에 관한 연구에서 다음과 같은 형태의 회귀모형을 종종 볼 수 있다.

$$\Delta \text{需要} = f(\Delta \text{價格}, \Delta \text{所得}, \Delta \text{廣告} \text{ 등})$$

(6) Random Walk 모델¹¹⁾

지금까지 고려한 방법은 데이터간의 時差(time lag)가 존재하는 경우이지만, 이 모델은 데이터의 獨立性和 靜態的 確率分布를 따르는 사실을 기본가정으로 하고 있다. 여기서의 靜態란 시간이 경과하여도 變化量(Δ)의 分散이나 平均이 항상 일정한 것을 의미한다. 一次元 Random Walk를 고려할때, 직선상 원점에 있는 입자가 Δt 시간마다 확률 $p(q = 1-p)$ 로 Δx 만큼씩 左(右)로 이동한다. X_n 을 $n\Delta t$ 시간후의 입자위치라고 하면, $\{X_n\}$ 은 Markov 過程을 따른다. 여기서 p 와 q 는 中心極限定理에 따라 $1/2$ 로 된다.

$$P_{jk}^{(n)} = p \cdot P_{j,k-1}^{(n-1)} + q \cdot P_{j,k+1}^{(n-1)},$$

$$j, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

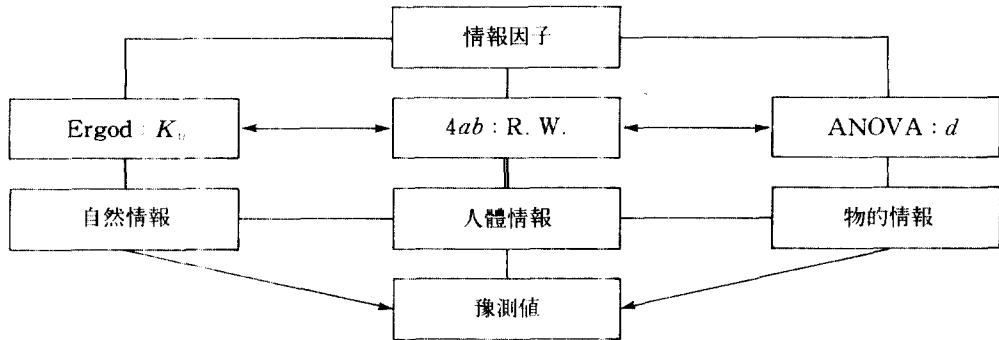
그리고 $P(x_0, x; t) \Delta x = \alpha P(x_0, x - \Delta x; t - \Delta t) \Delta x + \beta P(x_0, x + \Delta x; t - \Delta t) \Delta x$ 에 의하여 다음과 같은 擴散方程式을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial P}{\partial x} \dots \dots \dots (13)$$

여기서 μ, σ 는 정수이고, $\sigma > 0$ 이며, $\Delta t \rightarrow 0$ 이라고 한다.

지금까지 고려한 예측자(predictor)로서의 Markov process, Fibonacci 數列, 自己相關, 相互相關, 系列相關, Random Walk와 같은 분석모델들은 실제의 예측상황에 다각적으로 응용이 가능하다. 정보인자들의 다양한 성격과 특질들이 통합적인 관점에서 예측치로 되기 위해서는 이들 분석모델의 유기적인 관계가 중요하다. 그리고 다양한 이들의 체계적 분석은 위의 예측자로서의 분석방안들을 종합화할 수 있는 정보인자들의 근원질서가 규정되어야 할 것이다.

즉 이들 예측자들이 결과적으로 수렴되는 계량특성치인 시간의 경과에 무관한 에르고드, 피보나치 수열에서의 황금비(K_0), 자기 상관 분석에 근거한 뇌파의 시계열 분석식인 $4ab$, 상호상관에서 변동분석으로 응용되는 분산분석(ANOVA), Durbin-Watson 통계량인 $d = 2(1-\rho)$ 그리고 데이터의 독립성과 정태적 안정성에 기초한 예측모델인 Random Walk 등이다. 이들 특성치를 상호관련시켜 나타내면 다음의 <그림 3> 처럼 된다.



< 그림 3 > 制御-豫測-情報의 상호관계

위의 모델에서 情報因子 → 豫測子(predictor) → 情報 → 豫測值의 상호관계를 통해 통합예측모델의 構造·機能的 關係를 파악할 수 있다.

$4ab$: Random Walk를 매개로 한 Ergod와 ANOVA를 일관하는 數理秩序와 인간두뇌 기능을 중심으로 한 제어 및 통신측면에서의 自然情報와 物的情報의 근원적 상호관계를 통하여 多樣·多變한 정보인자들의 예측치를 추론할 수 있다.

이러한 모델에 입각한 통합적 예측모델은 危

險(Risk)을 회피하면서 機會(Chance)를 포착할 수 있는 표준좌표로서 생산현장에 응용될 때 변동하는 기업환경에 적용되어 질수 있을 것이다.

第5章 結 論

정보인자의 분석을 위한 과정에서 「制御-豫測-情報」라는 피드백적 관점은 통합예측 모델에 대한 새로운 방법을 제시한다. 制御側面에

서 발생하는 데이터에 대한 설명가능성 여부와 豫測側面에서 자료들간에 나타나는 時差問題는 지금까지의 통계적 방법이 지니고 있던 예측의 부정확성에 대한 원인이었다.

본 연구에서는 제어측면에서의 데이터에 대한 설명가능성 문제를 취급하는 회귀모델과,

예측측면에서 時差에 따른 분류로서 Markov 과정, Fibonacci 수열, 자기상관, 상호상관, 계열상관 그리고 Random Walk 모델을 예측자로 고려하여 정보인자를 분석함으로써 통합적 관점의 예측치를 도출할 수 있었다.

參 考 文 獻

1. 李得熙(1992), 倫理經營水壓과 開放體制實驗 VI, 건국대논문집 제17집.
2. 鄭旻溶(1986), 技術 및 需要豫測과 成長曲線 모델, 건국대학술지 제 30권.
3. 李俊秀(1990. 2), 黃金比를 이용한 非制約的 最低化 問題에 관한 研究, 건국대 석사학위 논문.
4. 金龍國(1977), 經濟原論, 法文社.
5. 랜덤워크이론과 株價의 短期豫測, 증권투자 신탁(1981. 7), pp. 2-18.
6. 鄭英鎭(1963), 近代統計學의 理論과 實際, 寶晉齋.
7. 近藤次郎(1970), システム工學, 丸善株式會社.
8. 田口玄一(1977), 實驗計劃法(下), 丸善株式會社, 제3판.
9. 田中吉幸,(1969) 情報工學, 朝倉書店.
10. 白崎文雄(1966), 經營工學概論, 日刊工業新聞社.
11. 小化田正, 確率過程とその應用
12. N. Wiener(1961), CYBERNETICS, 2th, The M. I. T. Press.
13. N. Draper, H. Smith(1981), Applied Regression Analysis, 2th.
14. J. Durbin & G. S. Watson, Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression II, Biometrika 38, pp. 159-178