論 文

FEM을 이용한 鑄造金型의 彈塑性 熱應力 및 熱變形 解析

金鈺三*, 具本權**, 閔壽泓***

Analysis on the Elasto-Plastic Thermal Stress and Deformation of Metal Casting Mould by FEM(Finite Element Method)

Ok-Sam Kim*, Bon-Kwon Koo** and Soo-Hong Min***

Abstract

It is well-known that the analysis of elasto-plastic thermal stress and deformation are substantially important in optimal design of metal casting mould. The unsteady state thermal stress and deformation generated during the solidification process of ingot and mould have been analyzed by two dimensional thermal elasto-plastic theories. Distributions of temperature, stress and relative displacement of the mould are calculated by the finite element method and compared with experimental results.

In the elasto-plastic thermal stress analysis, compressive stress occurred at the inside wall of the mould whereas tensile stress occurred at outside wall. A coincidence between the analytical and experimental results is found to be fairly good, showing that the proposed analytical method is reliable.

기 호 설 명			
[B]	變形率 行列	[N]	形狀函數
b	物體力 벡터	n_x, n_y	方向餘弦
$[D^e]$, $[D^p]$	彈性, 塑性 메트릭스	$\hat{S}$	편차응력텐서
$d\hat{f}$, dL_b, dL_T, dL_t	등가 절점력, 물체력, 온도 및 시간 증분 벡터	T	온도
		T_0, T_i	주형 및 주물의 초기온도
$d\hat{u}$	변위 벡터의 증분	t	시간
du^0, $d\varepsilon^0$	假想 變位率과 變形率 증분	$\hat{u}$	변위벡터
$d\varepsilon^e$, $d\varepsilon^p$	彈性과 塑性 변형율 텐서 증분	α	熱膨脹係數
$d\hat{\sigma}$, $d\hat{\varepsilon}$	응력과 변형율텐서	$\hat{\gamma}$	전단변형율텐서
F	降伏函數	δ_{ij}	크로네커 델타
$\hat{f}$, f^n	等價 및 節点力 벡터	$\hat{\varepsilon}$	변형율텐서
f_0	단축 항복응력	$\hat{\varepsilon}^e$,$\hat{\varepsilon}^p$	彈性 및 塑性 변형율텐서
I	汎函數	κ	變形率 硬化變數
J_2, J_2'	응력텐서의 제2차 불변량 및 편차	ρ	密度
		$\hat{\sigma}$	응력텐서
[K]	剛性 메트릭스	$\hat{\tau}$	剪斷應力텐서
l	潛熱		

* 麗水水產大學校 機械工學科(Yosu National Fisheries University, Dept. of Mechanical Engineering)
** 서울産業大學校 金型設計科(Seoul National Polytechnic University, Dept. of Die and Mould Design)
*** 仁荷大學校 機械工學科(Inha University, Dept. of Mechanical Engineering)

1. 緖　論

鑄造作業시 鑄型에서 발생하는 諸 現象들은 鑄物이 鑄型에 鑄入된 직후부터 발생되며 시간의 경과와 더불어 鑄型 각부는 熱傳達 또는 熱傳導에 의하여 加熱 및 冷却이 이루어 진다. 이때 鑄型은 溫度勾配에 의하여 材料內部의 熱膨脹 및 收縮이 발생하고 相互 拘束狀態[1]에 놓이므로 熱應力 및 熱變形[2]을 일으켜 예기치 못한 鑄型의 損傷[3]을 誘發하여 수명에 지대한 영향을 미치게 된다.

鑄型의 壽命에는 잔금, 균열, 熱應力 및 熱變形 등이 중요한 요인으로 작용하고 있는데 그 가운데에서도 熱變形 및 熱應力의 거동[4]은 鑄型設計시 매우 중요한 因子이므로 종래부터 이루어진 彈性 解析과 더불어 境界條件 및 初期條件이 變形速度에 영향을 미치는 時間 및 溫度依存性을 고려한 彈塑性 理論을 적용한 解析[5]이 시도될 필요성이 있다.

이에 관한 유사한 연구로서는 長方形 金型의 溫度 및 彈性 熱應力 解析에 있어서 溫度解析은 有限差分法(finite difference method)으로, 熱應力은 有限要素法(finite element method)으로 1969년에 T. Hiratani[6]가 시도한 바 있으며 T. Namai와 Kikuchi등[7]은 조건이 다른 주조용 金型材料의 熱變形 특성을 연구하였다. 그리고 閔, 具, 金등[8, 9, 10]은 純알루미늄 塊와 鑄鐵製 鑄型을 모델로 하여 鑄物의 냉각과정에 따른 鑄造金型의 溫度分布와 彈性 熱應力 分布를 有限要素法 및 境界要素法으로 解析하였다.

본 硏究에서는 鑄造金型의 熱應力 및 熱變形 擧動을 파악하기 위해서 먼저 鑄物의 凝固過程을 物理的인 保存法則으로부터 境界 및 初期條件을 도입하고 純金屬의 凝固過程을 熱傳導 解析의 일반적인 定式化를 도모하여 구한 溫度解析의 결과[9, 10]를 기초로, 有限要素法으로 프로그램화한 鑄型의 熱的 擧動을 해석하기 위한 모델의 選定과 熱負荷를 이용한 構成方程式 적용하여 時間 및 溫度依存性이 있는 彈塑性 理論을 函數의 형태로 決定하였다. 아울러 스트레인 게이지를 이용하여 熱應力을 實測하였으며 汎用 프로그램인 SAP.86(Structual Analysis Program.86)으로 해석한 鑄型의 彈性解析과 有限要素法(Finite Element Method)을 이용하여 자체적으로 개발한 彈塑性 熱應力 및 熱變形의 計算과 實測에서 얻은 결과들을 비교·검토하였다.

2. 解析方法 및 모델설정

2.1 解析方法

鑄造工程시 冷却過程에 있어서 주형내부와 외부는 溫度勾配(thermal gradient)로 인하여 必然的으로 熱應力 및 熱變形이 발생하게 되는데 주형의 最適한 形狀을 設計하기 위하여는 주형에 발생하는 열적 거동을 정확하게 분석[11]하여야 한다. 따라서 鑄造金型의 경우 비교적 높은 온도에 장시간 노출되므로 재료의 내부에서 시간의 경과와 더불어 粘性의 흐름規則[12]에서 제시된 塑性포텐샬[13]과 彈塑性 變形率의 增加法則을 고려하여 해석하였다. 그러나 原子爐나 각종 熱處理 및 鎔接등의 熱的工程을 이용하는 재료의 塑性加工이나 成形등에 있어서는, 물체내부의 溫度變化와 더불어 조직의 變化가 유발되고 이것들 사이에 相互 連成效果[14, 15](coupled effect)에 의하여 각종 物理量들이 복잡한 擧動을 하지만 이러한 문제들은 실제 주조작업에 미치는 영향이 비교적 적고 해석시 境界, 初期 및 形狀條件 등의 처리를 곤란하게 하여 computer program의 汎用性에 제한이 있으므로 考慮하지 않았다.

그리고 有限要素法으로 해석한 熱傳導 方程式에서 非定常項인 $\{\dot{T}\}$를 離散化하여 얻은 最終剛性方程式에 시간 증분에 따른 初期條件 및 境界條件을 미소시간 증분 Δt 대하여 구한 주형의 온도분포[9, 10]를 열응력 및 열변형 해석을 위한 入力資料로 사용하였다. 微小增分 理論에 의하여 近似的인 해법과 變分原理 중 假想일의 原理를 有限要素法에 의하여 해석하였다.

彈塑性 熱應力 및 熱變形 解析을 위해서는 우선 平衡方程式, 變形率增分과 變位增分의 關係式 및 應力增分과 變形率增分의 關係式등을 이용하였고 降伏條件은 Von－Mises 항복조건을 적용하였으며 變形率 硬化法則은 移動 硬化塑性體(kinematic hardening plastic materials)에 대한 prager의 식[16]을 有效 塑性變形率로 고려하였다.

解析에 이용한 컴퓨터는 Data General사의 MV－10000 컴퓨터를 사용하였고 형상 Data의 입력

시간을 줄이기 위하여 automesh generation program을 이용하였으며 온도해석 결과의 入力資料로 binary code로 만들어진 file을 직접 入力되도록 system을 構成하였다.

안정된 해를 얻기 위하여 接線剛性法(tangential stiffness method)과 初期應力法(initial stiffness method)의 長點을 취하여 혼합한 混合法(combined algorithm)을 適用하여 $d\phi$를 점차 zero로 收斂시켜 해를 구하였고, Fig. 1은 彈性 및 彈塑性 熱應力分布를 구하기 위한 flow chart이다.

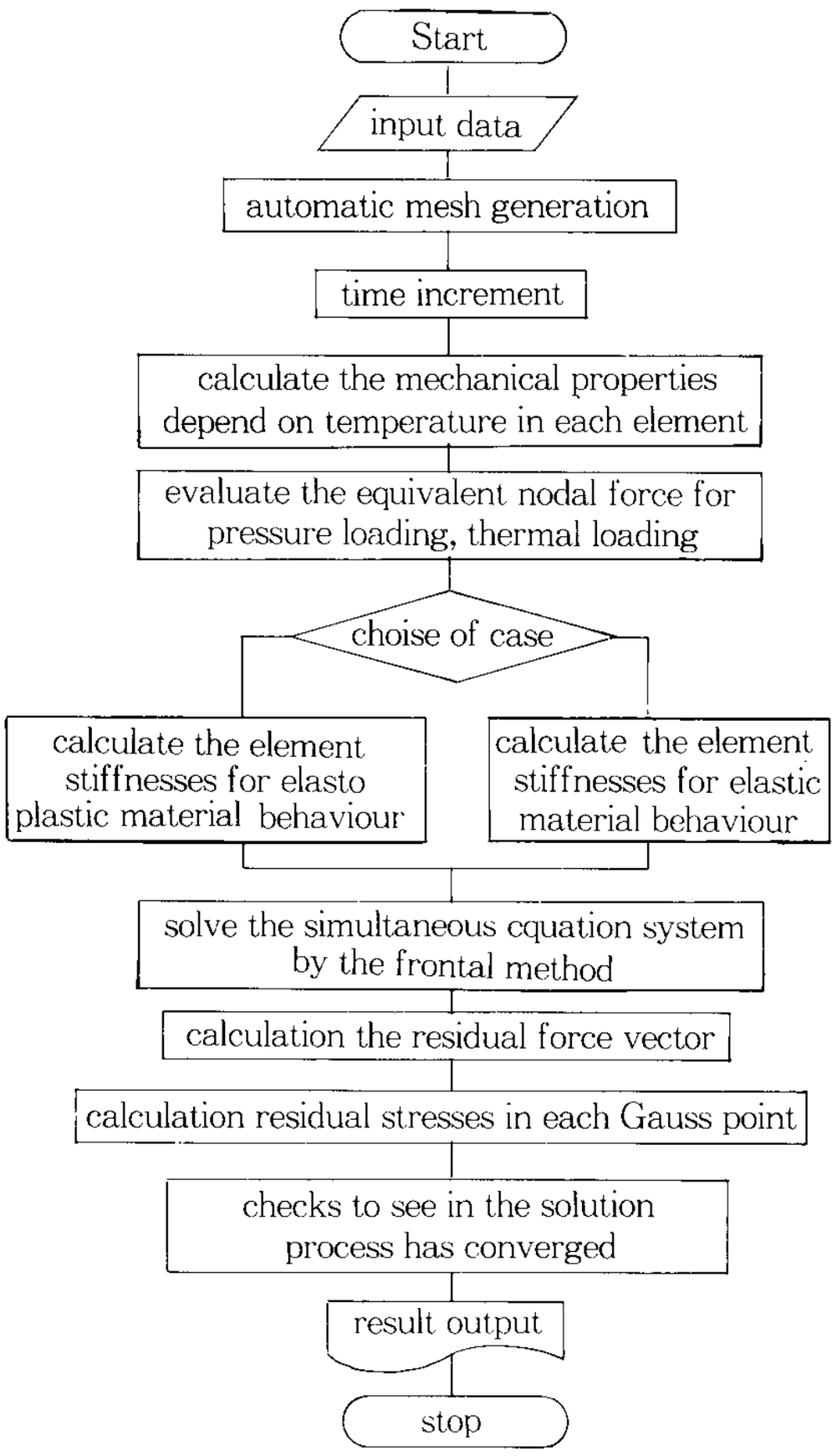


Fig. 1. Flow chart for stresses and deformations analysis.

2.2. 모델의 設定 및 解析過程

모델은 鑄鐵製(GC25, ASTM-48)의 Fig. 2와 같은 鑄造金型이며 여기에 純度99%의 알루미늄

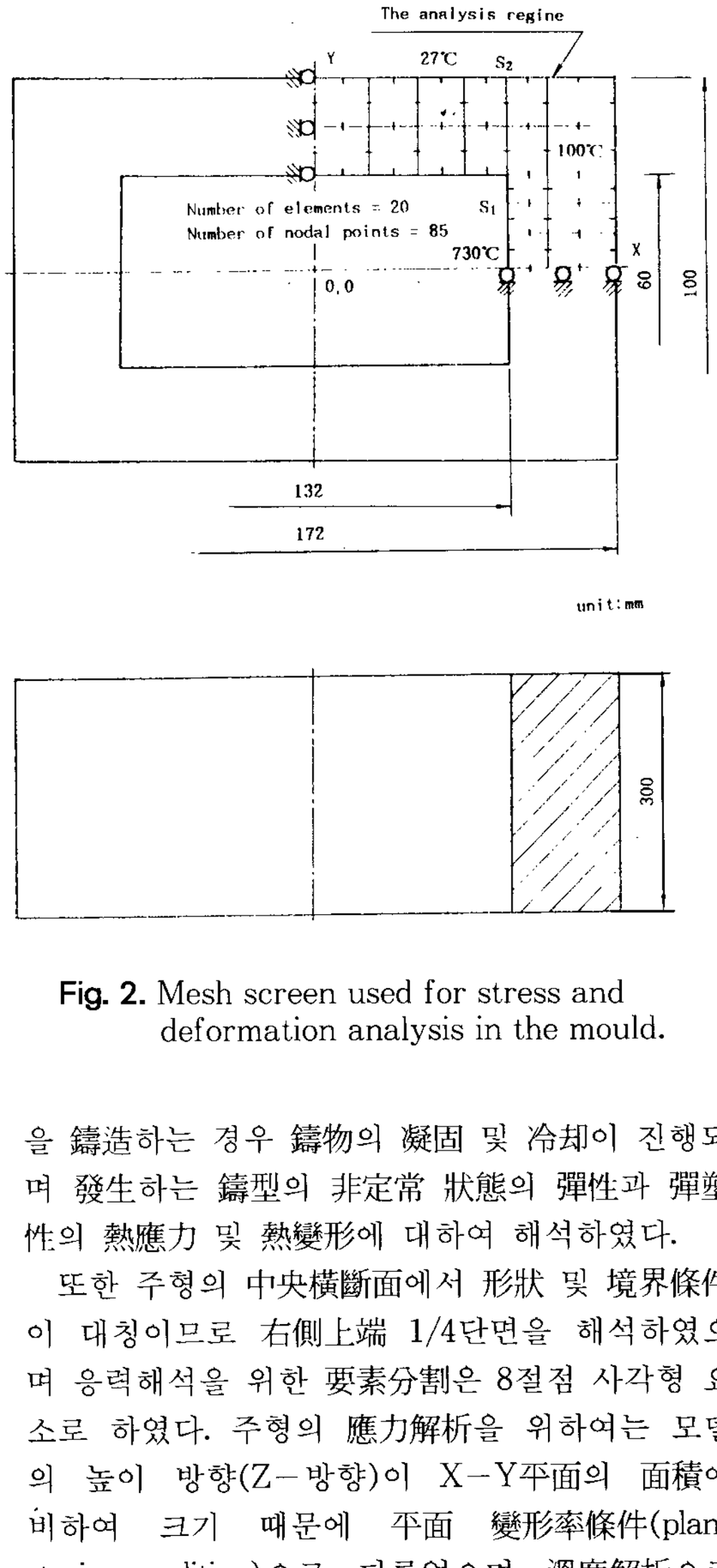


Fig. 2. Mesh screen used for stress and deformation analysis in the mould.

을 鑄造하는 경우 鑄物의 凝固 및 冷却이 진행되며 發生하는 鑄型의 非定常 狀態의 彈性과 彈塑性의 熱應力 및 熱變形에 대하여 해석하였다.

또한 주형의 中央橫斷面에서 形狀 및 境界條件이 대칭이므로 右側上端 1/4단면을 해석하였으며 응력해석을 위한 要素分割은 8절점 사각형 요소로 하였다. 주형의 應力解析을 위하여는 모델의 높이 방향(Z-방향)이 X-Y平面의 面積에 비하여 크기 때문에 平面 變形率條件(plane strain condition)으로 다루었으며 溫度解析으로부터 얻은 결과를 熱荷重値[17](thermal loading term)로 이용하여 각각의 해를 구하였다.

解析條件으로는 주물의 初期溫度를 730℃, 鑄型의 初期溫度를 100℃로 하였으며 주위온도를 27℃로 일정하다고 가정하였다. 鑄物로 사용된 純알루미늄과 鑄型材料의 物理的 性質 및 機械的 性質을 Table 1에 나타내었으며 冷却終了時間은 1200초까지, 時間增分은 60초까지는 1초 간격, 600초까지는 10초 간격으로 하였으며 그 이상은 50초 간격으로 하였다.

Table 1 Physical and mechanical properties of ingot and mould

	Ingot(Al 99%)		Mould(GC 25)
thermal conductivity K (W/m℃)	197.45·exp (5.25e−4.T)		51.2−0.086·T 1.5e−4·T^2−9.1e−8.T^3
specific heat coefficient C_p (J/kg℃)	C_{pS}	1030.3+0.4·T	434.4+0.44·T− 1.34e−5·T^2+2.3e−8·T^3
	C_{pL}	891.27+0.46·T	
density ρ (kg/m³)	ρs	2530	7300
	ρ_L	2350	
latent heat 1 (J/kg)	394		
thermal expansion rate, α (m/℃)	22.1+3.6e−2·T+7.6e −6·T^2−8.4e−9.T^3		12+3.2e−2·T+6.8e −6·T^2−8.4e−9·T^3
solidification shringking rate ψ (%)	6.5		−
heat transfer coefficient h (W/m²℃)	1670～2500		250～420
tensile strength (MPa)	−		270
elastic modulus(GPa)	−		70
compressive strength(MPa)	−		650

3. 熱應力 및 熱變形 解析

3.1. 熱應力 解析方法

일반적으로 材料의 擧動이 시간과 온도에 依存하는 경우에는 材料의 粘性的 性質이 큰 영향을 미치므로 熱彈塑性體로 假定하여 문제를 해결할 수 있다. 본 연구에서 모델로 삼고있는 平面變形率 條件의 彈塑性 熱應力을 나타내는 平衡方程式은

$$\mathrm{div}\,\hat{\sigma}+\rho\hat{b}=0 \tag{1}$$

과 같으며, 變形率增分과 變位增分의 關係式은

$$\dot{\varepsilon}=1/2(\mathrm{grad}\,\dot{u}+(\mathrm{grad}\,\dot{u})^T) \tag{2}$$

와 같다. 그리고 全變形率은 彈性變形率과 塑性變形率의 합으로 나타낼 수 있으므로 變形率增分의 理論은

$$\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}^e+\dot{\varepsilon}^p \tag{3}$$

$$\dot{\varepsilon}^e=\frac{1+\nu}{E}\dot{\sigma}-\frac{\nu}{E}(tr\dot{\sigma})\ell+\alpha(T-T_0)\ell+\left(\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{1+\nu}{E}\right)\dot{\sigma}-\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\nu}{E}\right)(tr\dot{\sigma}\ell\right]\dot{T} \tag{4}$$

$$\dot{\varepsilon}^p=\frac{1}{\frac{4}{9}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial\kappa}f_0^2}[tr(S\cdot\dot{\sigma})\frac{2}{3}f_0\frac{\partial f_0}{\partial T}\dot{T}]S \tag{5}$$

로 표현할 수 있다. 또한 降伏條件[18](Von−mises yield criterion)은,

$$f_0=\sqrt{3}\sqrt{J_2}-f(T,\kappa) \tag{6}$$

이며, 단 $J_2'=1/2(\sigma_x'^2+\sigma_y'^2+\sigma_z'^2)+\tau_{xy}'^2$ (7)

이다.

그리고 移動 硬化塑性體(kinematic hardening plastic materials)에 대한 Prager의 變形率 硬化法則을 이용하여 有効 塑性變形率로 표시하면

$$\kappa=\{\frac{2}{3}tr(\varepsilon^p\varepsilon^p)\}^{1/2} \tag{8}$$

과 같이 되고 境界條件은

S_1 上에서 $\dot{\sigma}n=\dot{\hat{t}}$ (9)

S_2 上에서 $\dot{u}=\dot{\hat{u}}$ (10)

이고 n은 外力 $\hat{t}$가 작용하는 표면 S_1上에서의 外向 單位 法線벡터이다.

아울러 初期條件은

領域 B에서 $\sigma=0$, $\varepsilon=0$, $u=\bar{u}$ (11)

이다. 식(1)에 初期條件 및 境界條件을 이용하여 해를 구하는 것은 溫度나 應力을 동시에 취급하는 것이 곤란하므로 微小增分理論에 의하여 近似的으로 해를 구하였다. 이러한 近似的인 해법으로 變分原理중 假想일의 原理를 적용하고 有限要素法에 의하여 解析하였다.

문제의 領域 B를 有限個의 要素로 분할하고

절점 i의 변위를 增分形으로 표시하면 임의의 요소내의 變位 du_x, du_y는 다음과 같이 표시된다.

$$\{du\}=[N]\{du\}^{(e)} \quad (12)$$

여기서

$$\{d\hat{u}\}=[du_x, du_y]^T \quad (13)$$

$$\{du\}^e=[du_{x1}\ du_{y1}\cdots\cdots du_{xN}\ du_{yN}]^T \quad (14)$$

이다. [N]은 좌표의 함수로 결정되는 形狀函數로서 8절점 사각형 요소를 취하면

모서리절점 :

$$N_i^{(e)}=1/4(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)(\xi\xi_i+\eta\eta_i-1)$$
$$(i=1, 3, 5, 7) \quad (15)$$

변의 중앙절점 :

$$Ni^{(e)}=1/2\xi_i^2(1+\xi\xi_i)(1-\eta^2)+$$
$$1/2\cdot\eta_i^2(1+\eta\eta_i)(1-\xi^2)$$
$$(i=2, 4, 6, 8) \quad (16)$$

로 표시되며 ξ 및 η는 局所座標[63](local coordinate)이다. 假想變位 增分率$\{du^o\}$, 이에 관련한 假想變形率 增分을 $\{d\varepsilon^o\}$으로 하면 그 관계식은 다음과 같다.

$$\{du^o\}=[du^o_x\ du^o_y]^T \quad (17)$$

$$\{d\varepsilon^o\}=[d\varepsilon^o_x\ d\varepsilon^o_y\ d\gamma^o_{xy}]^T$$
$$=\left[\frac{\partial(du^o_x)}{\partial x}, \frac{\partial(du^o_y)}{\partial y}, \frac{\partial(du^o_x)}{\partial y}, \frac{\partial(du^o_y)}{\partial x}\right]^T$$
$$=[B]\{du^o\} \quad (18)$$

$$[B]=\begin{bmatrix}\left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right)^e & 0\\ 0 & \left(\frac{\partial N_i}{\partial y}\right)^e\\ \left(\frac{\partial N_i}{\partial y}\right)^e & \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right)^e\end{bmatrix} (i=1, 2, \cdots, 8) \quad (19)$$

한편 彈性매트릭스를

$$[D]=\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1-\nu & 0 & 0\\ 0 & 1-\nu & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2}\end{bmatrix} \quad (20)$$

으로 하여 식(4), (5)를 行列式으로 표시하면

$$\{d\varepsilon^e\}=[D^e]^{-1}\{d\sigma\}+\{\lambda\}dT+\frac{\partial}{\partial T}[D^e]^{-1}\{\sigma\}dT \quad (21)$$

$$\{d\varepsilon^p\}=\frac{1}{\frac{4}{9}\frac{\partial f_o}{\partial\kappa}f_o^2}(\{S\}\{S\}^T\{d\sigma\}\frac{2}{3}f_0\frac{\partial f_0}{\partial T}\{S\})dT \quad (22)$$

로 된다. 여기서

$$\{\lambda\}=[\lambda, \lambda, \lambda, 0]^T \quad (23)$$

을 나타낸다.

그러므로 全變形率 增分은

$$\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}^e+\dot{\varepsilon}^P \quad (24)$$

와 같이 되고 $\{d\varepsilon^e\}$ 및 $\{d\varepsilon^p\}$는 윗식으로부터 메트릭스로 표시하면

$$\{d\varepsilon\}=\{d\varepsilon^e\}+\{d\varepsilon^p\} \quad (25)$$

와 같이 된다. 變位法을 적용하는데 있어서 變形率—應力의 逆關係式이 필요하므로 식(21), (22)를 식(25)에 대입하고 $\{d\sigma\}$에 대하여 정리하면

$$\{d\sigma\}=[D^p]\{d\varepsilon\}-[D^p]\{\bar{\lambda}\}dT+$$
$$\frac{1}{\frac{2}{3}\frac{\partial f_o}{\partial\kappa}f_0}[D^p]\{S\}\frac{\partial f_o}{\partial T}dT \quad (26)$$

으로 된다. 여기서

$$[D^p]=[D^e]\left(1-\frac{1}{S_0}[D^e]\{S\}\{S\}^T\right) \quad (27)$$

$$S_0=\frac{4}{9}\left(\frac{\partial f_0}{\partial\kappa}\right)f_0^2+\{S\}^T[D^e]\{S\} \quad (28)$$

$$\{\bar{\lambda}\}=\{\lambda\}+\frac{\partial}{\partial T}[D^e]^{-1}\{\sigma\} \quad (29)$$

이다. 剛性方程式을 유도하기 위하여 假想일의 原理

$$I=\sum_e\left(\iiint_v\{d\sigma\}_T\{d\varepsilon^0\}dv-\iiint_v\{d\bar{b}\}^T\{du_0\}dv\right.$$
$$\left.-\iint_s\{d\hat{t}\}^T\{du^0\}ds\right) \quad (30)$$

를 이용하여 運動學的으로 허용 가능한 (kinematically admissible) 임의의 變形率增分 $\delta\{d\hat{\varepsilon}^0\}$와 變形增分 $\delta\{d\hat{u}^0\}$에 의하여 표시되는 양

$$\delta I=\iiint_v\{d\sigma\}^T\ \delta\{d\varepsilon^0\}dv-\iint_s\{d\bar{b}\}^T\ \delta\{d\hat{u}^0\}ds$$
$$-\iint_s\{d\hat{t}\}^T\ \delta\{d\hat{u}^0\}ds \quad (31)$$

은 眞의 解에 의하여 絶對最小가 되므로 식(31)로부터 剛性方程式은 다음과 같이 誘導된다.

$$[K]\{du\}=\{dL_b\}+\{dL_t\}+\{dL_T\} \quad (32)$$

$$[K]=\sum_e[K]^e,\ \{dL_b\}=\sum_e\{dL_b\}^e,\ \{dL_t\}$$
$$=\sum_e\{dL_t\}^e \quad (33)$$

$$\{dL_T\}=\sum_e\{dL_T\}^e \quad (34)$$

$$[K]^e=\iiint_{ve}[B]^T[D^p][B]dv \quad (35)$$

$$\{dL_b\}^e=\iiint_{ve}[N]^T\{d\bar{b}\}dv \quad (36)$$

$$\{dL_t\}^e=\iint_{se}[N]^T\{dt\}ds \quad (37)$$

$$\{dL_T\}^e=\iiint_{ve}[B]^T[D^p]\{\bar{\lambda}\}dT\,dv$$
$$-\iiint_{ve}[B]^T[D^p]\{S\}\ \frac{\partial f_o}{\partial T}\,dT\,dv \quad (38)$$

또한 여기서 $[D^p]$ 매트릭스는

$$[D^p]=[D^e]-\frac{4G^2}{S_0}\begin{bmatrix} S_x^2 & S_xS_y & S_xS_y \\ & S_y^2 & S_xS_y \\ S_{ym\cdot} & & S_{xy}^2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

로 표시되며 $[D^P]$매트릭스는 식(20)과 같다. 상기한 식들中 數値積分은

$$I=\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} f(\xi,\ \eta)d\xi\, d\eta=\sum_{1}^{m} N_i f(\xi_i,\ \eta_i) \quad (40)$$

과 같이 Gauss積分法을 이용하여 3점공식을 適用하였다.

3.2. 熱變形 解析方法

鑄型의 熱變形은 鑄造作業시 발생하는 鑄造金型의 熱膨脹에 依存하고 있으며 이것은 주물의 精密度 不良등을 惹起시키는 역할을 한다. 아울러 鑄物의 樹枝狀 結晶(dendrite)의 발생을 억제하여 치밀한 조직의 鑄物性分을 창출하기 위하여 冷却時間에 따른 鑄型 부피 및 표면적의 變化를 정확하게 파악하여야 한다. 그러므로 鑄物의 品質을 向上시키고 鑄型의 壽命을 診斷하기 위하여 鑄型의 熱變形擧動을 定量的으로 평가하고 이에 따른 문제점과 改善方案을 講究하여야 한다. 鑄型의 熱變形을 解析하는 방법은 상용프로그램(SAP. 86)을 이용한 彈性 熱變形 解析과 유한요소법을 이용하여 자체 개발한 彈塑性 熱變形 解析의 결과로 부터 $\{d\varepsilon^e\}$, $\{d\varepsilon^p\}$, ε 및 $d\varepsilon$등의 變形量으로 換算하는 방법을 취하였다.

3.3. 鑄型의 熱應力測定 方法 및 結果

Fig. 3에 鑄型의 熱應力 발생의 측정을 위한 실험 장치의 개요도를 나타내었다. 應力測定 裝置는 平面金型에서 발생한 주형의 熱應力擧動을 측정하기 위해 strain gauge(Micro Measurements Division, 2축 90°, gauge resistance : 120±0.4Ω, gauge length : 5㎜, gauge factor : 2.16±1%)를 bonding cement(M－Bond 600, Micro Measurements Division)에 의해서 부착 시킨 후 lead wire를 接續하고, 사용된 기기는 dynamic strain amplifier(6 channel, range : 1－100＊100$\mu\varepsilon$, gain오차 : 0.5%, nonlinearity : 0.005%, drift : 5ppm/℃ output voltage : ±5V(max))와 data acquisition system으로는 resolution이 8bit이고 변환시간이 30μsec인 A/D convertor를 사용하였고 부수적으로는 8 channel multiplexer와 sample/hold amplifier를 사용하였다. data acquisition system을 裝着한 computer의 기종은 IBM personal computer이다.

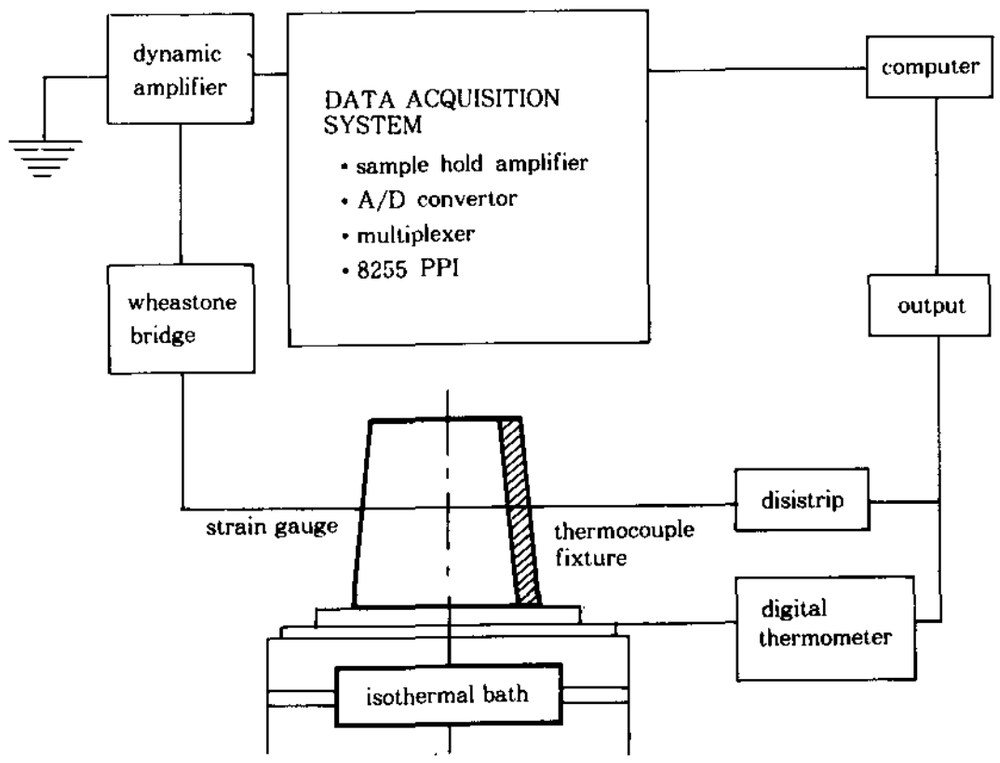


Fig. 3. Schematic diagram of experimental apparatus.

溫度變化에 따른 鑄型의 變形量측정을 위하여 高溫用strain gauge를 curing에 세심한 주의를 하면서 측정부위인 鑄型의 단변부, 장변부 및 모서리부분에 접착시키고 strain gauge와 strain amplifier용 bridge를 結線한 다음 6 channel 각각에 대하여 出力特性을 확인하고 보정한다. 이때 檢定은 multimeter로 하였으며 계측기의 보정이 끝나면 data acquisition system과 strain amplifier의 확실한 연결여부를 조사하였다. 위의 과정이 끝나면 鑄型에 용융 알미늄을 鑄入하고 實驗을 시작한다. 출력 data는 變形量을 應力의 變化로 轉換시키는 software를 내장하여 變形量을 入力으로 받아 應力變化를 出力하도록 구성하였다.

2축, 90°, rosette strain gauge의 변형량을 응력값으로 변환시키는 식은 일반적인 rosette變形量公式인

$$\varepsilon_A=\varepsilon_{xx}\cos^2\theta_A+\varepsilon_{yy}\sin^2\theta_A+\gamma_{xy}\sin\theta_A\cos\theta_A \quad (41)$$

$$\varepsilon_C=\varepsilon_{xx}\cos^2\theta_C+\varepsilon_{yy}\sin^2\theta_C+\gamma_{xy}\sin\theta_C\cos\theta_C \quad (42)$$

단, $\theta_A=0°, \theta_C=90°$

에서 $\varepsilon_A=\varepsilon_{xx}$, $\varepsilon_C=\varepsilon_{yy}$를 얻고, 2차원 변형으로 가정하였기 때문에 X, Y방향의 응력과 변형관계의 식을 도입하면

$$\varepsilon_{xx}=(\sigma_{xx},\ \nu\sigma_{yy})/E \quad (43)$$

$$\varepsilon_{yy}=(\sigma_{yy},\ \nu\sigma_{xx})/E \quad (44)$$

(ν : Poisson's ratio, E : Elastic Modulas)

를 얻는다. 이 식을 연립하여 응력에 대하여 풀면

$$\sigma_{xx} = \frac{E(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy})}{1-\nu^2} \quad (45)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx})}{1-\nu^2} \quad (46)$$

과 같이 되어 變形量을 應力값으로 바꿀 수 있다. 이 식을 program에 내장시켜 變形量을 應力으로 變換시키고 hard disk에 기록하도록 시스템을 구성하였다. 最小 測定시간은 1초이며, 測定時間範圍는 1200초이고 時間間隔은 60초까지는 1초, 600초까지는 10초 간격으로, 그 이후 冷却完了까지는 50초간격으로 入力되도록 하였다.

4. 解析 및 實驗結果의 考察

4.1 熱應力 解析

본 절에서는 有限要素法의 解析을 통하여 얻어진 硏究結果를 定量的으로 表現하고 탄성 및 탄소성체로 가정된 각종해석의 결과와 실험의 결과를 相互比較 및 考察하여 향후 주조금형의 설계시 最適한 形狀 및 最大의 耐久性을 추구하는 설계작업에 基礎資料를 제공하고자 한다.

鑄型의 재료가 彈塑性擧動을 한다고 假定 하였을때 주입 10초후 주형의 熱應力의 分布를 3차원 형상으로 나타낸 Fig. 4에서는 σ_{xx}의 경우 鑄型의 장변부 內面에서 −190MPa 정도의 壓縮應力이 발생하고 있고, σ_{yy} 역시 −200MPa 정도의 응력을 短邊部에서 야기시키며 아울러 鑄型의 모서리부에서는 應力의 勾配가 심하게 일어나고 있다. 압축응력에서 인장응력으로의 應力反轉은 주형 내면으로부터 주형두께의 1/3위치에 존재하므로 주형 내면부에서 급격한 응력구배가 형성되고 있음을 알 수 있다.

鑄物의 주입후 80초가 경과하였을 경우 等應力線圖를 나타낸 Fig. 5는 應力反轉 位置가 鑄型 두께의 中央部에 존재하고 있으며 全體的인 應力의 傾向은 鑄型의 內側에서 壓縮應力을 鑄型의 外側에서는 引張應力을 나타낸다. 또한 σ_{xx}에 비하여 σ_{yy}가 주형의 내면에서 외면으로 거의 선형적으로 변화함을 보여주고 응력의 절대값은 σ_{xx}의 경우 80MPa, σ_{yy}는 85MPa 정도이다.

Fig. 6은 주입후 1200초가 지났을 때 等應力線圖를 나타낸 그림으로서 應力分布가 σ_{xx}는 단변에서, σ_{yy}는 장변에서 zero에 수렴되고 있는 결과를 形象化하였다. 주형의 장변과 단변에서 σ_{xx}나 σ_{yy}가 ±10MPa 정도로 應力 消滅이 거의 이루어진 상태이다.

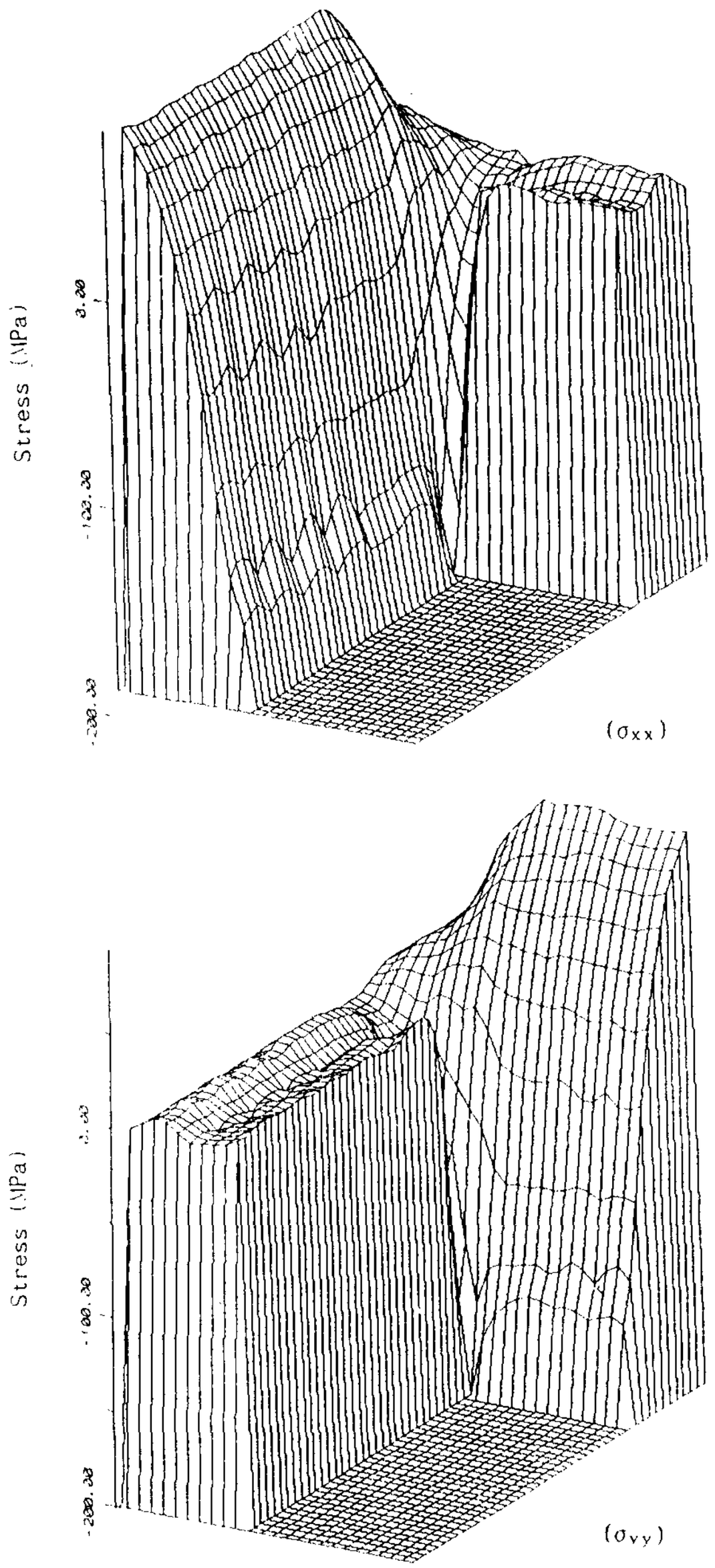
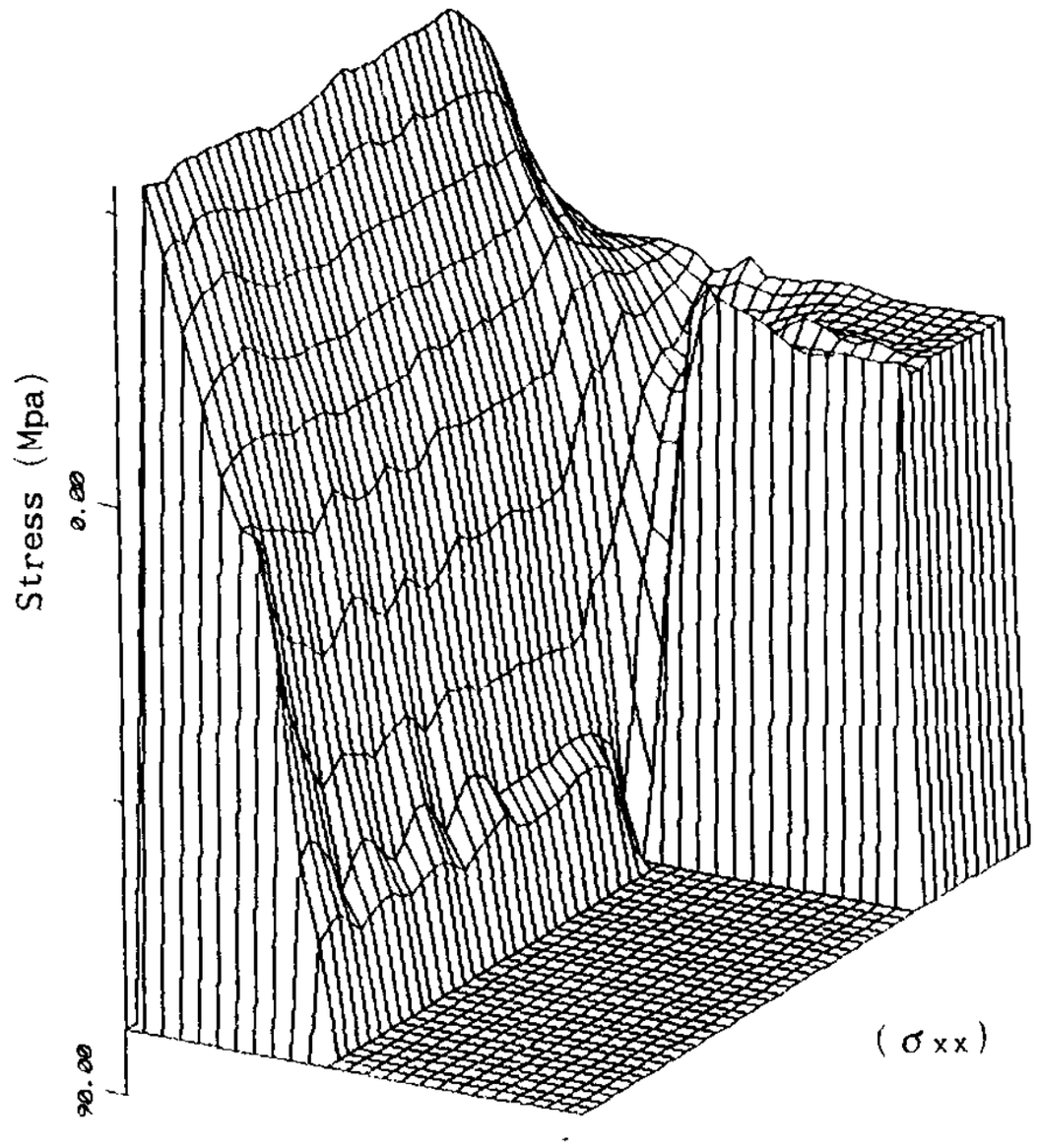
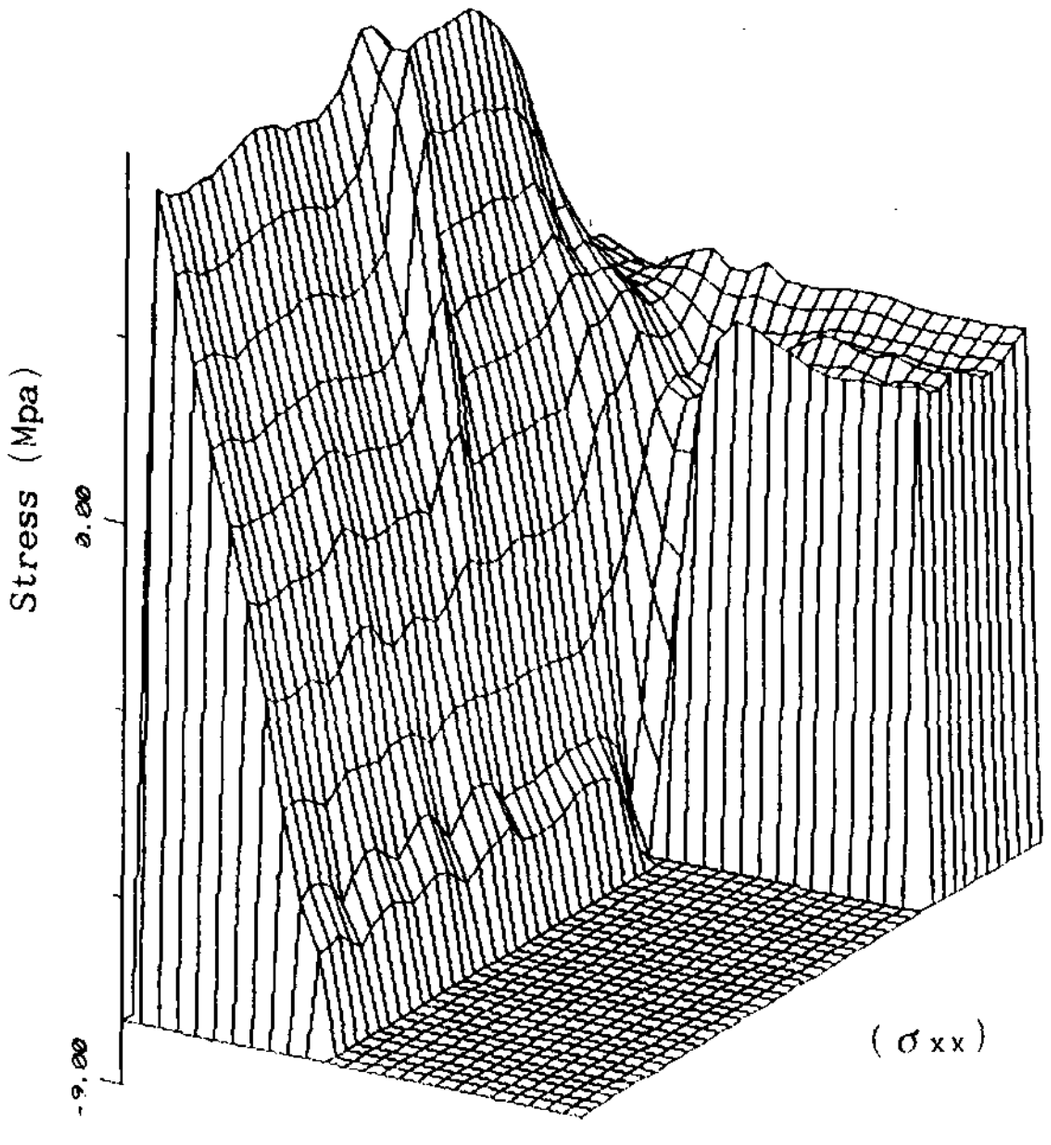
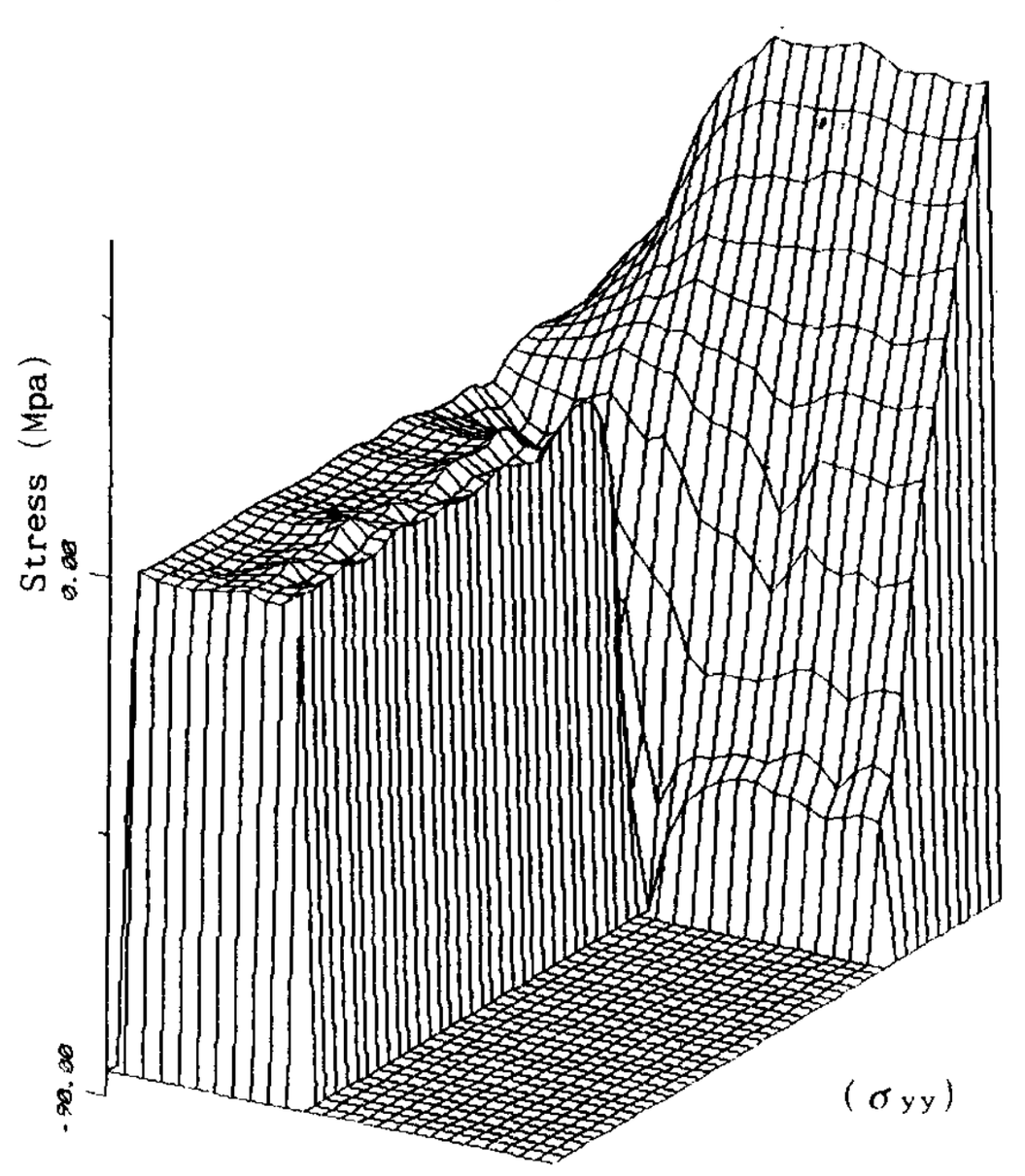


Fig. 4. Typical mesh according to elasto-plastic behaviour for stress distribution (10sec. after pouring).

鑄型의 材質이 彈塑性的인 擧動을 하는 것으로 設定한 경우, 시간의 경과에 따른 鑄型 외







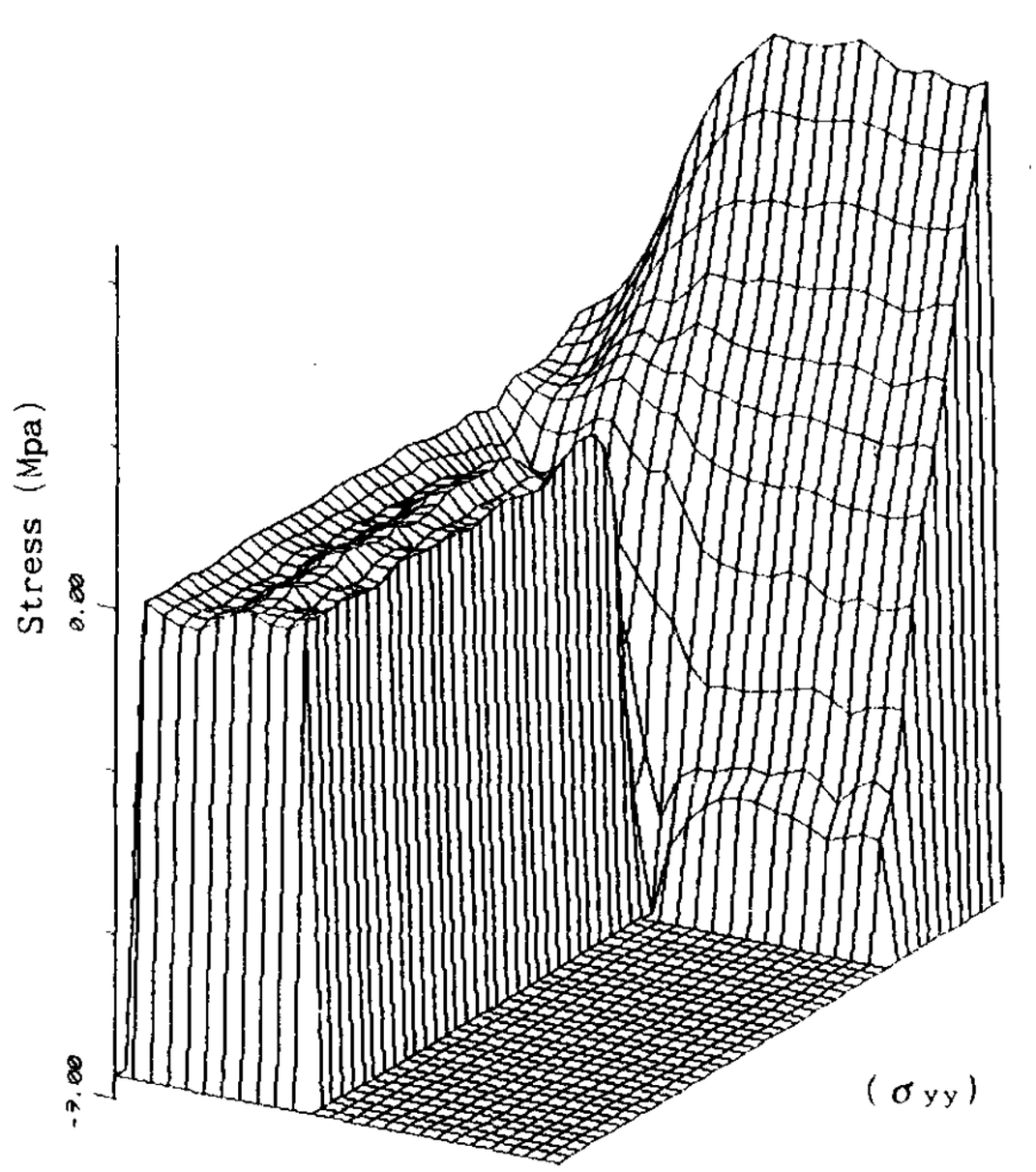
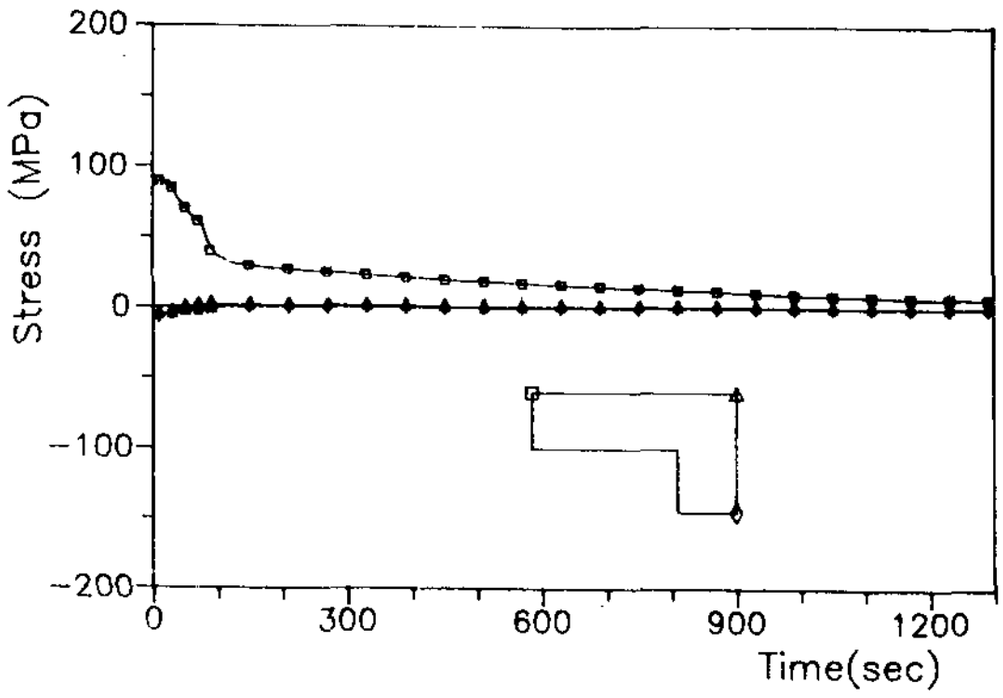


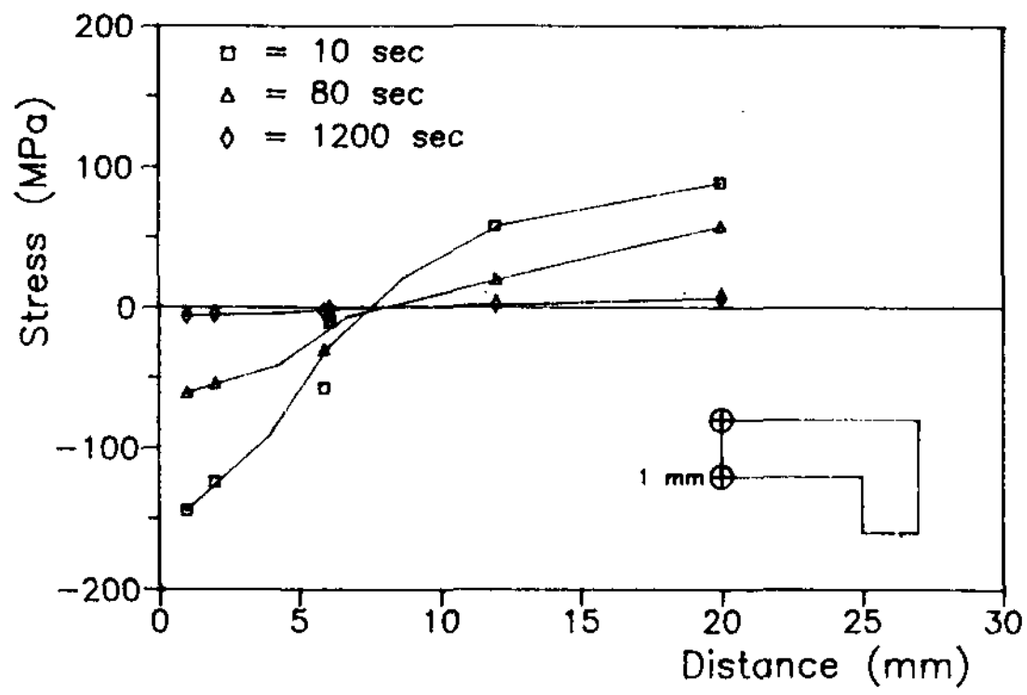
Fig. 5. Typical mesh according to elasto－plastic behaviour for stress distribution (80sec. after pouring).

Fig. 6. Typical mesh according to elasto－plastic behaviour for stress distribution (1200sec. after pouring).

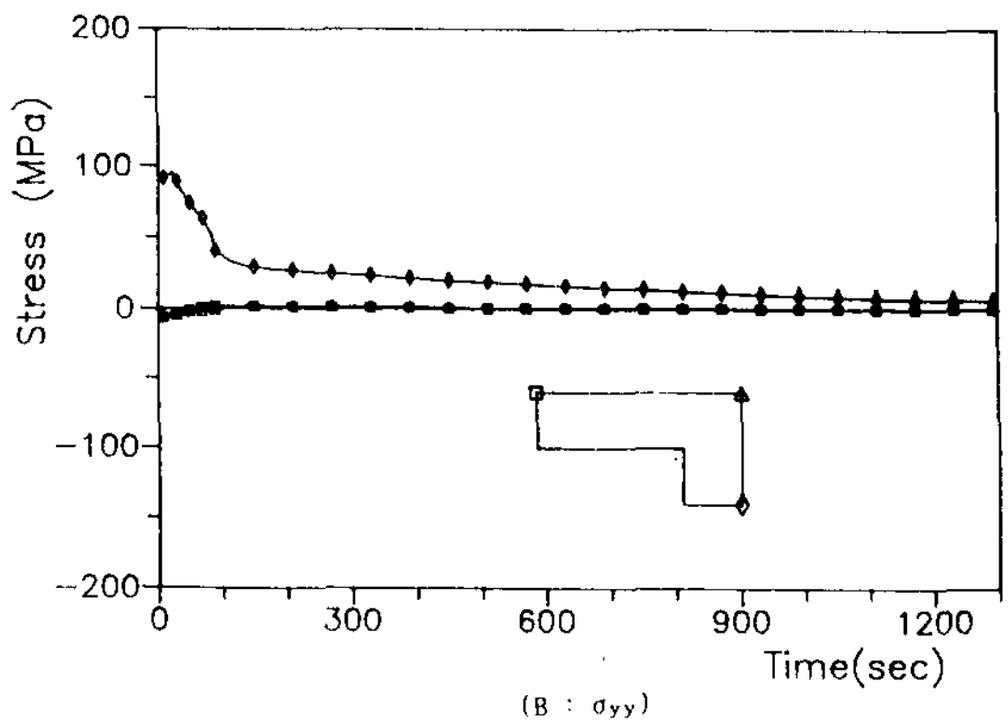
측부의 장변, 모서리 및 단변부의 應力變化를 타나낸 Fig. 7은 σ_{xx}나 σ_{yy} 모두 長邊部에서는 冷却初期에 최고 약 100MPa 정도의 引張應力을 보여주며 주입후 80초가 경과했을때 급격한 應力弛緩이 일어나 약 40MPa정도로 감소하며 그 이후는 線形的으로 應力이 감소되는 樣相을 보여준다.



(A : σ_{xx})

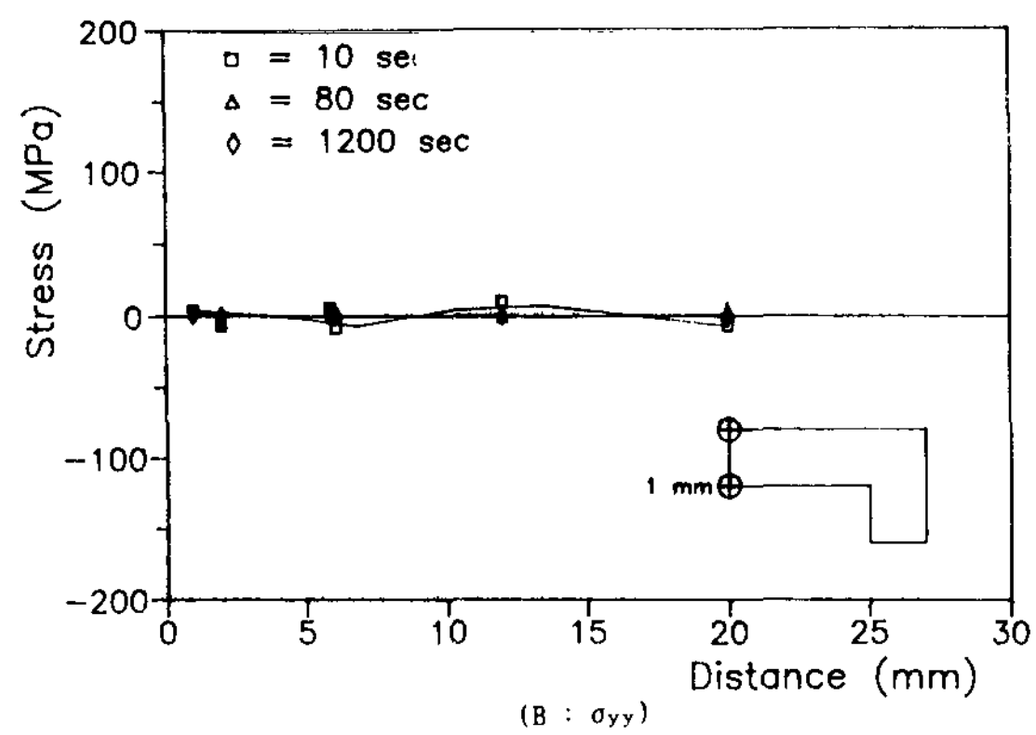


(A : σ_{xx})



(B : σ_{yy})

Fig. 7. Comparison of thermal stress variation by elasto−plastic behabiour according to the cooling time at out side of mould.



(B : σ_{yy})

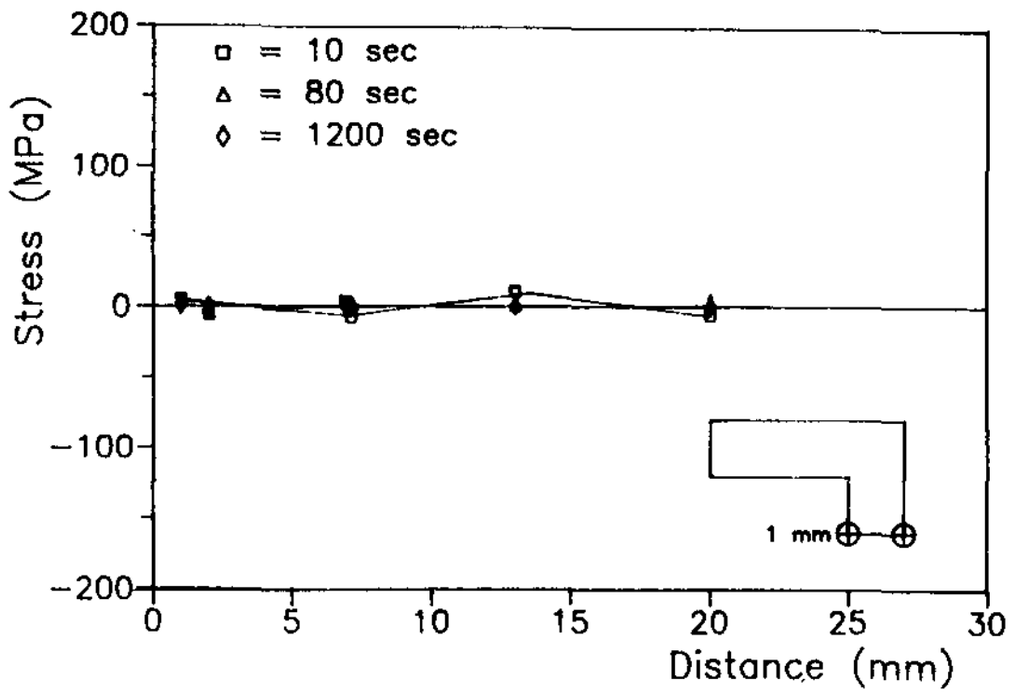
Fig. 8. Comparison of thermal stress distribution of the mould at wide face.

Fig. 8은 鑄型 長邊部에 있어서 鑄型과 鑄物의 境界面으로부터 거리가 멀어질수록 주입후 10초, 80초 및 1200초의 응력 변화를 σ_{xx}와 σ_{yy}에 대하여 나타낸 것으로 (A)그림에서 鑄型 내부의 壓縮應力(−150～5MPa)에서 引張應力(+5～60MPa)으로 변화하고 있다. 장변의 경우 應力反轉 位置는 주형의 내면으로 부터 8㎜정도에 존재하고 있음을 명확하게 보내준다.

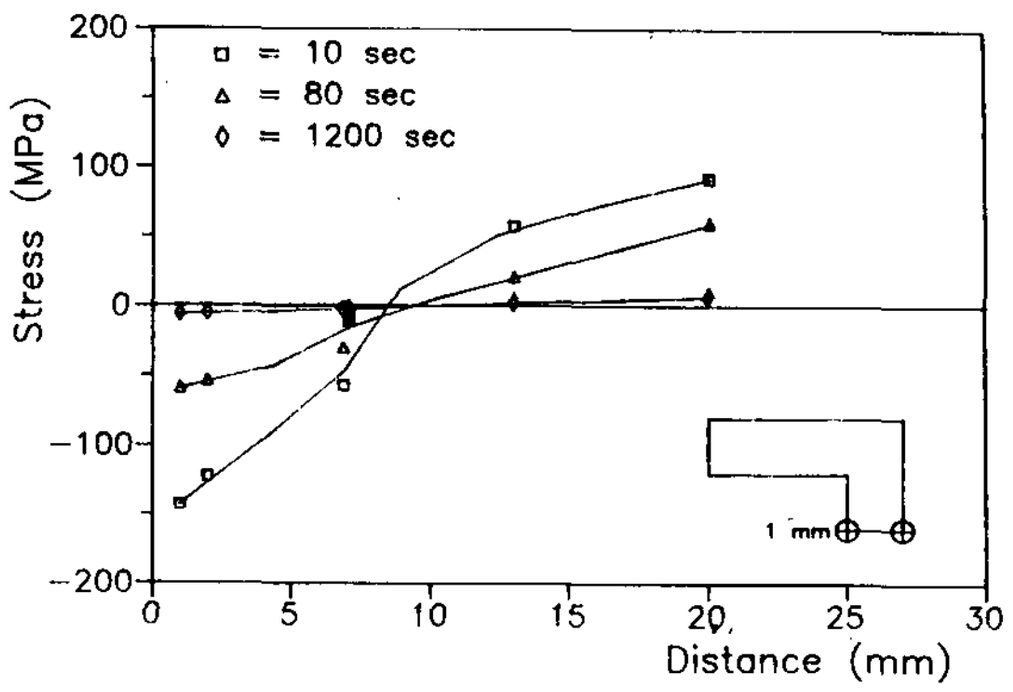
주형의 단변부에 대하여 σ_{xx}와 σ_{yy}의 거동을 나타낸 Fig. 9는 σ_{xx}의 경우 거의 0에 가깝고 (B)그림과 같이 σ_{yy}는 鑄物과 鑄型의 境界面으로부터 9㎜ 위치까지는 壓縮應力이 최고 150MPa 정도 작용하고, 이후는 引張應力이 최고 100MPa까지 발생하고 있다.

Fig.10은 Fig. 8 및 Fig. 9와 같은 조건에 대하여 鑄型의 모서리부에서 발생하고 있는 應力擧動을 나타낸 그림이다. 주입후 10초, 80초 및 1200초 모두 應力反轉 位置가 장변과 단변에 비하여 鑄型두께의 中央部 위치로 이동하고 있다. 아울러 압축응력과 인장응력의 절대값의 크기는 相異하나 응력발생 거리가 인장응력의 경우가 압축응력에 비교하여 크기 때문에 응력평형에 의한 전체량의 크기는 균형을 이룰 것으로 사료된다.

Fig. 11는 鑄型 長邊部의 外側面에서는 σ_{xx}와 σ_{yy}가 發生하고 있는데 σ_{yy}는 거의 0에 수렴하고 있으나 σ_{xx}는 時間의 경과에 따라 다양하게 變化하였다. 주입 초기에는 彈塑性體로 設定한 應力이 거의 90MPa 이상의 引張應力을 보여주며 實測의 結果는 65MPa 정도를 나타내고 있다. 이후 100초가 경과할 무렵에는 3가지 결과 모두 약 50MPa 정도를 기록하고 150초 이후에는 反轉이 발생하여 오히려 實測의 結果가 약 7～10MPa 정도 큰 결과를 보여준다. 이것은 冷却 초기에 발생하는 급격한 溫度變化 및 應力擧動을 測定裝

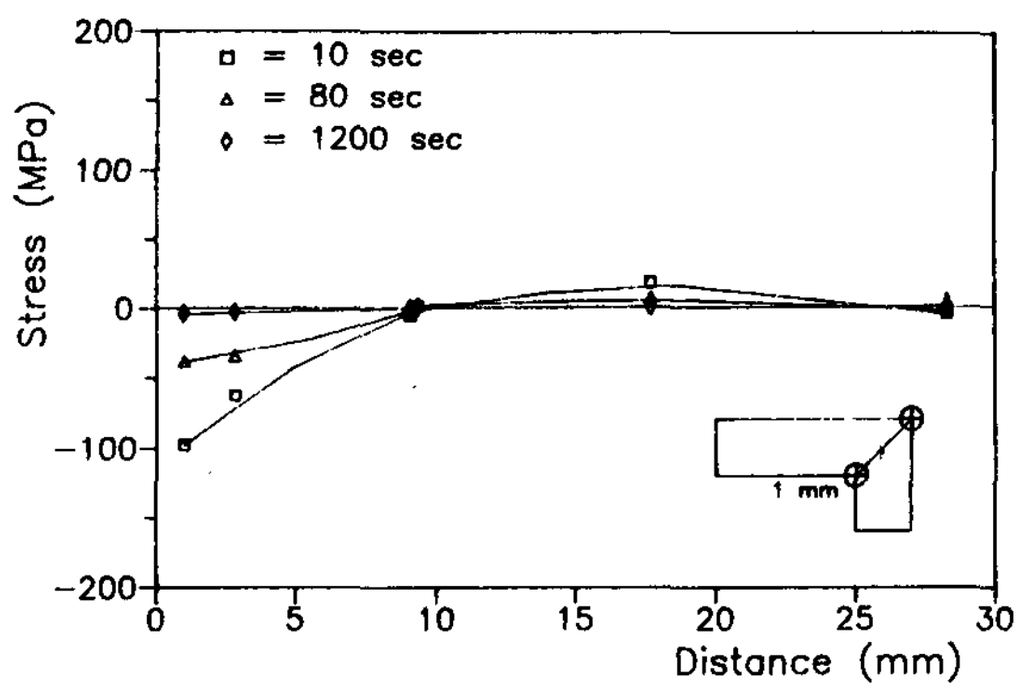


(A : σ_{xx})

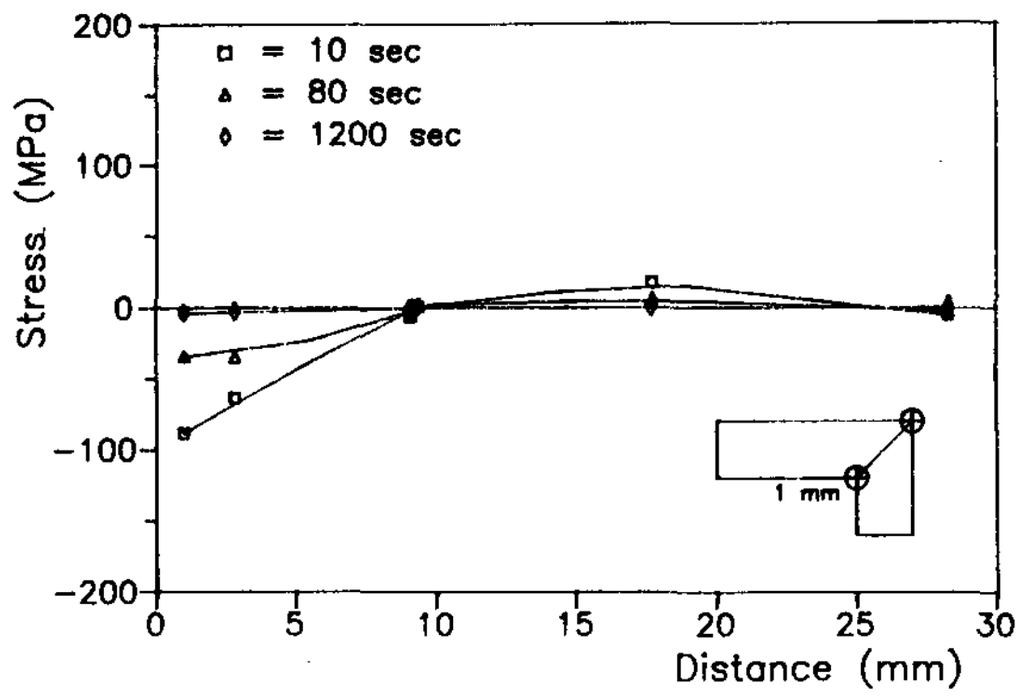


(B : σ_{yy})

Fig. 9. Comparison of thermal stress distribution of the mould at narrow face.



(A : σ_{xx})



(B : σ_{yy})

Fig. 10. Comparison of thermal stress distribution of the mould at corner.

置가 效果的으로 測定하지 못하였고 스트레인 게이지를 高溫用 시멘트로 고정시켰으나 시멘트의 耐熱限度가 200℃～300℃정도 밖에 유지 못한 結果로 思料된다.

그러므로 鑄造金型의 열적거동을 彈塑性體로 設定하여 해석하여도 무방할 것으로 思料되지만 鑄型의 內面部에서는 고온에서 노출되는 시간이 비교적 길기 때문에, 보다 실제 현상과 근사한 결과를 도출하기 위해서는 향후 粘彈塑性體로 設定하여 연구하는 것이 보다 妥當性 있을 겻으로 생각된다.

4.2 熱變形 解析

鑄型의 재료가 彈性的 擧動을 하는 것으로 가장한 경우 주물의 주입후 10초가 경과 하였을때 熱變形量의 변화를 나타낸 것이 Fig.12(A)이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 鑄型의 X방향으로는 0.17㎜정도가 변화하고 Y방향으로는 0.09㎜정도가 增加한다. X方向의 變形量이 Y방향의 변형량보다 약 47%정도 큰 것을 알 수 있으며 그림에 나타낸 변형량의 크기는 실제 변형량보다 20배 擴大한 것이다.

또한 주입후 80초가 지났을 때 鑄型의 熱變形量을 나타낸 Fig.12(B)에서 X방향으로는 0.29㎜, Y방향으로는 0.16㎜정도의 변형량을 보여주고 있다. 이것은 주입후 10초가 경과한 경우보다 변형량의 약 0.12㎜ 정도가 증가한 것이며, 즉 주형이 最高溫度에 도달하는 시점에서 발생하는 열변형량은 주입초기가 冷却後期보다 65～70%정도 증가함을 알 수 있다.

鑄型 및 鑄物의 冷却後期인 1200초가 지난 후 熱變形量은 X방향이 0.18㎜, Y방향은 0.1㎜정도를 보여주고 鑄型의 모서리부에서는 0.21㎜정도의 變形量을 나타내고 있는 것을 Fig.12(C)에서

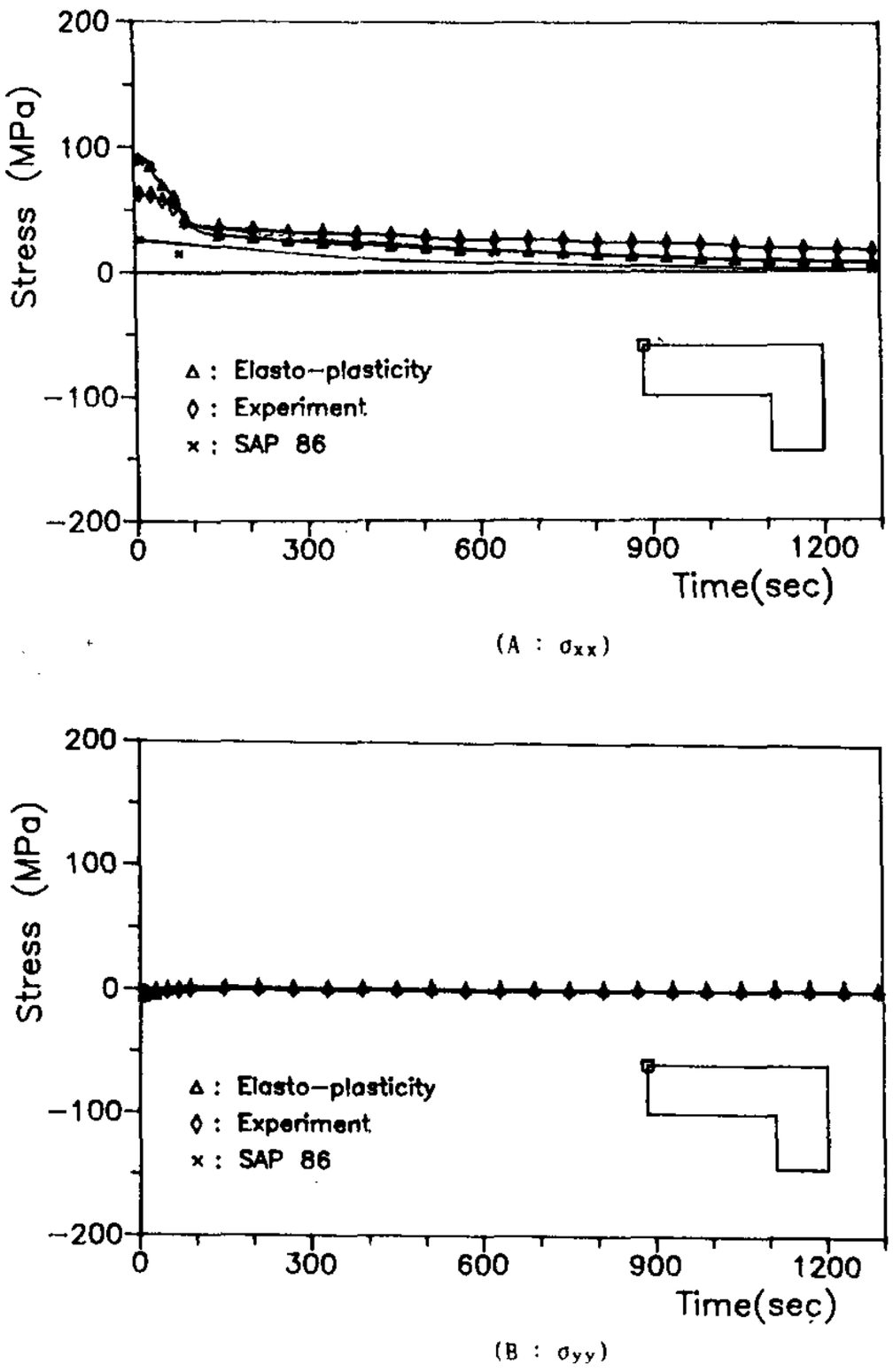


Fig. 11. Comparison of stress distribution at the out side of wide face according to materials properties.

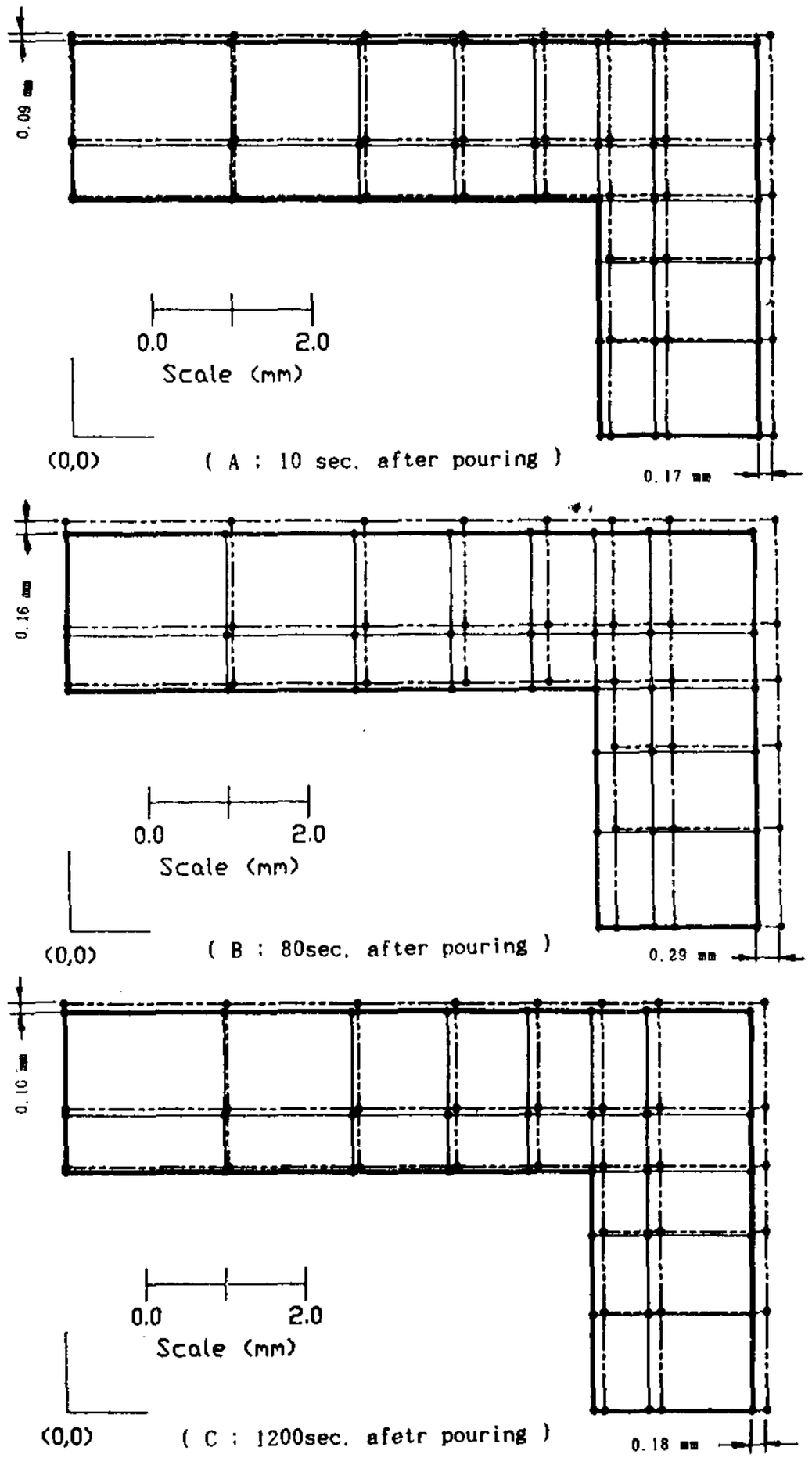


Fig. 12. Deformation distributions behaviour of elastic materials in mould.

보여주고 있다. 변형량을 비교해보면 鑄型이 最高溫度에 도달하는 주입후 80초 보다는 주입초기인 10초를 경과하였을때의 變形量과 비슷한 크기를 가지고 있다.

鑄型이 彈塑性體의 거동을 하는 경우 주입후 10초가 경과하였을때 鑄型의 熱變形量을 나타낸 그림이 Fig. 13(A)이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 X방향과 Y방향의 변형량은 0.11㎜와 0.05㎜ 정도이며 Y방향의 變形量은 X방향의 변형량에 비교하여 55%정도가 적게 나타나는데 이것은 같은 條件의 彈性體에 비교하여 약 8%정도가 증가하는 결과이다. 주물 주입후 鑄型의 溫度가 最高溫度에 도달하는 80초의 경우는 X방향의 변형량이 0.32㎜이고 Y방향의 變形量이 0.17㎜이다. 그리고 모서리부의 변형량은 0.36㎜를 나타내는데 이것은 10초가 경과했을 때와 비교하여 약 0.24㎜가 증가한 것이다. 그러한 경향은 (B) 그림에서 잘 알 수 있고, 주입후 1200초가 경과하였을때 鑄型에 分布하는 熱變形 擧動을 (C) 그림에 나타냈다. 이 그림에서 알 수 있듯이 주입초기인 10초가 경과하였을 때 보다는 X 및 Y방향 모두 0.03㎜ 정도 변형량이 증가하였다.

이와같이 주형을 彈性體로 가정한 경우보다 彈塑性體로 가정하면 변형량이 증가하는 이유는 負荷로 주어지는 熱荷重에 대한 재료의 時間 및 溫度依存性이 函數의 형태로 構成方程式에 적용되었기 때문이며 粘性을 고려한 경우는 이러한 경향이 더욱 현저할 것으로 사료된다.

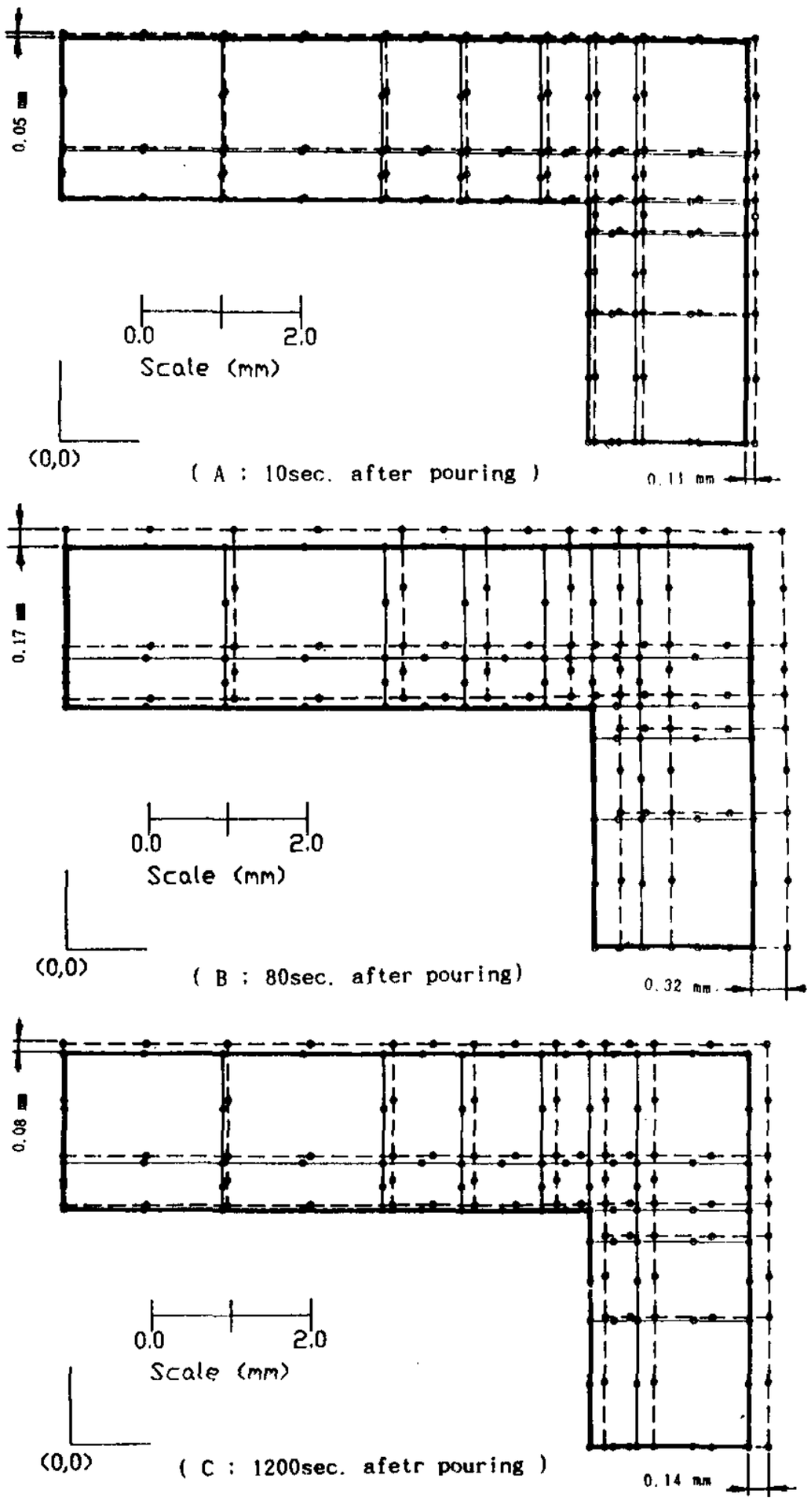


Fig. 13. Deformation distributions behaviour of elasto-plastic materials in mould.

5. 結論

鑄鐵製 鑄鐵金型에 응용 알루미늄을 주입 냉각하는 과정에 있어서 주형을 彈塑性體로 설정하여 時間 및 위치에 따라 鑄型 각부의 熱應力 및 變形量을 유한요소법으로 해석하고, 타당성을 검토하기 위하여 實驗과 商用프로그램 SAP.86으로 熱應力과 熱變形의 거동을 비교 및 검토 하였다. 以上과 같은 解析과 實驗에서 얻은 結論을 要約하면 다음과 같다.

1. 鑄型의 長邊部 내면에서 주물의 주입 10초후 σ_{xx}응 -190MPa, 80초후는 -80MPa, 1200초후는 -8MPa로 변화하고 단변부의 σ_{yy}는 -200MPa, -85MPa, -8.5MPa로 감소하고 있다. 또한 공기와 접촉하는 장변의 외면부 應力擧動은 σ_{xx}가 10초후 +70MPa, 80초후 +50MPa, 1200초후 +5~6MPa를 나타내고, 단변의 경우 외면에서는 σ_{yy}가 +100MPa, +80MPa 및 +8MPa정도를 보여준다.

2. 壓縮應力과 引張應力의 反轉은 장변과 단변의 경우 鑄物과 鑄型의 境界面으로부터 7~8㎜ 부근에서 발생하고 모서리부는 10㎜부근에서 일어난다. 아울러 시간의 경과에 따라 應力反轉의 위치가 주형의 내면에서 외면으로 약간씩 이동하고 있음을 알수 있다.

3. 鑄型이 彈塑性 거동을 한다고 가정하였을 때 열변형량은 주형이 최고온도에 도달하는 주입후 80초를 기준으로 10초후는 X 및 Y방향의 변형이 34%, 29%이고 1200초 후는 43%, 47%정도로 나타났다.

4. 彈性과 彈塑性 擧動의 차이점은 彈性의 경우가 주입초기인 10초후와 후기인 1200초에서 0.02~0.06㎜정도의 큰 변형량을 보여 20~40%증가된 변형량을 나타내지만 주물의 주입후 80초에서는 彈塑性의 경우가 탄성에 비교하여 X방향은 0.03㎜, Y방향은 0.01㎜, 즉 9% 및 6% 정도 더 크게 증가하였다.

향후 주형과 주물의 斷面積 比를 一定하게 하고, 兩邊의 두께를 단계적으로 변화시키면서 熱應力의 발생이 最少化 되는 형상을 결정하는 노력과, 높이 방향을 포함하는 3次元的 解析에 관한 연구등이 이루어져야 할 것으로 思料되는 바이다.

후　기

본 연구는 1991년 교육부 학술연구조성비에 의하여 수행된 연구결과로 이의 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. K.Minami, A.kanalya, "Relation between Structure of Aluminum Ingot and Heat Transfer Behavior at Mold-Metal Interface", J. of Casting, Vol.52, No.1, pp.347~353.(1981)

2. 矢川元基, 宮崎則辛, "熱應力 クリキプ 熱傳導解析" サイエソス社, pp.256～305.(1987)
3. M.Isotani, K.Yasuo, "Thermal Stresses Analysis of the Die for Metal Mould Casting by F.E.M.", J. of casting, Vol.54. No.8, pp.542～548, (1982)
4. J.R. Williams, R.W.Lewis and K.Morgan, "An Elasto−Viscoplastic Thermal Stress Model with Applications to The Continuous Casting of Metals", Int. J.Num. Meth. Engrg., Vol.14, pp.1～9. (1979)
5. Richard B. Hethnarkski, "Thermal Stress", North−Holland, pp.100～137.(1986)
6. T.Hiratani, "Analysis of Thermal Stress in Ingot Mould", J. of Iron Steel, No. 9, pp.789～795. (1969)
7. T.Namai, M.Kikuchi, "Thermal Deformation Characteristics of Permanent Mould Materials With Various Surface Conditions", J. of Casting. Vol.52, No.1, pp.3～9.(1979)
8. 閔壽泓, 具本權, 金鈺三 "金型 모서리부 形狀이 熱應力 分布에 미치는 影響", 大韓機械學會 論文集, 第15卷, 第2號, pp.567～574. (1991)
9. 閔壽泓, 具本權, 金鈺三 "鑄造金型의 溫度分布에 관한 硏究", 韓國鑄造工學會 論文集, 第11卷, 第1號, pp.79～84.(1991)
10. 閔壽泓, 曺義一, 金鈺三 "境界要素法을 이용한 鑄鐵製 鑄型의 溫度解析에 관한 硏究", 大韓機械學會 論文集 제16권, 제3호, pp.485～496.(1992)
11. Kinoshita, Y. Shinazk, "Opitimizing of Dimentsions of Flat Ingot Mould on the Basis of Thermal Stress Analysis." J. of Iron Steel, No.9, pp.2182～2183.(1975)
12. O.C.Zienkiewicz, I.C. Cormeau, "Visco−Elasto−Plasticity and Creep in Elastic solids−A Unified Numerical Solution Approach", Int. J. Num. Meth. Engrg., Vol 8, pp.821～845.(1974)
13 I.Cormeau, "Numerical Stability in Quasi−Static /Elasto−Visco plasticity", Int.J.Num. Meth. Engrg., Vol.9, pp.109～127.(1975)
14. 井上達雄, "相變態を伴する金屬材料の力學的擧動と連成効果", 日本機械學會論文集(A編), 50卷, 451號, pp.285～290.(1984)
15. 竹內洋一郎, 野田直剛 : "熱應力解析の問題点と硏究の動向", 機械の硏究, 第34卷, 第7號, 第34卷, 第8號, pp.768～776.(1982)
16. E.Hinton, D.R.J.Owen, "An Introduction to Finite Element Computation", Pineridge Press Ltd., pp.173～241.(1979)
17. J.M.M.C. Marques, D.R.J.Owen, "Implict−Explict time Integration in Quasistatic Elasto−viscoplasticity Using Finite and Infinite Elements", Compt. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 42, pp.167～182.(1984)
18. M.B.Kanchi, O.C.Zienkiewicz and D.R.J.Owen, "The Visco−Plastic Approach to Problems of Plasticity and Creep Involving Geometric Nonlinear Effect", Int. J. Num. Meth. Engrg., Vol.12, pp.169～181.(1978)