

구조물의 동특성추정을 위한 개선된 주파수영역 기법

Improved Structural Identification Method in Frequency Domain

홍규선* · 윤정방**

Hong, Kyu Seon · Yun, Chung Bang

Abstract

Frequency response functions(FRF) are the most fundamental data for the frequency domain identifications of structural systems. In this paper, an improved method for estimating FRF's is presented. The new FRF estimator takes the weighted average of two conventional estimators, $H_1(f)$ and $H_2(f)$, utilizing the fact that $H_2(f)$ gives more accurate estimate at resonance, while $H_1(f)$ yields better results at antiresonances. Based on the estimated FRF's, the modal parameters of the structures, such as, natural frequencies, damping ratios and mode shapes, are also estimated. The effectiveness of the proposed method is investigated through numerical and experimental studies. The estimated results indicate that the proposed estimator gives more accurate results than other estimators.

요 지

주파수응답함수는 주파수영역에서 구조물의 동특성을 추정하는데 있어 가장 중요하고 기본이 되는 것이다. 본 논문에서는 주파수응답함수의 추정을 위한 개선된 방법을 제안하였다. 제안된 주파수응답함수는 종래의 주파수응답함수 산정방법인 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 의 가중평균으로 구성되었다. 이것은 $H_2(f)$ 가 공진주파수영역에서 더 정확한 결과를 주는 반면, $H_1(f)$ 는 비공진주파수영역에서 더 좋은 결과를 주는 특성을 이용한 것이다. 본 논문에서 제안한 방법의 타당성을 검증하기 위하여, 수치모의실험과 함께 실제 실험을 수행하여 얻어진 데이터를 분석하였다. 해석결과로 부터, 새로이 제안된 주파수응답함수가 다른 주파수응답함수에 비해 좀 더 정확한 결과를 줄 수 있음을 확인할 수 있었다.

1. 서 론

기존 구조물에 장래 적용될 것이 예상되는 주요 외력에 대하여 구조물의 거동을 예측하거나,^(1,3) 기존 구조물의 안전성을 평가하기 위하여 구조물의 현재 상태를 추정^(4,6)하는 것과 관련하여, System Identifi-

cation은 구조공학의 영역에서 점점 중요성이 인식되어지고 있다. 구조계의 System Identification은 측정된 입력하중과 거동응답의 시간이력을 바탕으로 수행되는데, 이에는 시간이력기록을 그대로 사용하는 시간영역기법과 이를 Fourier변환하여 분석하는 주파수영역기법이 있다. 본 연구에서는 주파수영역 기법에 대하여 연구하였는데, 주파수응답함수는 주파수영역에서 구조물의 동특성을 나타내는 가장 기

* 정회원 · 주식회사 삼우기술단
** 정회원 · 한국과학기술원 교수

본적인 자료이다. 주파수응답함수는 초기에는 정현 파입력을 사용한 방법으로 구해졌는데, Fast Fourier Transform(FFT) Analyzer의 출현 이후로는 주로 FFT를 기초로 한 스펙트럼 분석기법을 이용하여 구해지고 있다. 이 기법의 장점은 구조물의 거동특성이 전 주파수영역에 대해 동시에 조사된다는 점이다. 이 때에는 무작위(Random)하중이나 충격하중과 같은 넓은 주파수영역에 걸쳐 고르게 입력이 분포된 하중을 사용하는 것이 효과적이다.

주파수응답함수는 입력과 응답의 Power-스펙트럼과 Cross-스펙트럼사이의 관계로부터 구해지는데, 재래의 주파수응답함수의 산정방법에는 $H_1(f)^{(7,8)}$ 와 $H_2(f)^{(9)}$ 가 있다. $H_1(f)$ 는 응답측정오차의 편기효과(Bias Effect)를 최소화하는 주파수응답함수로, 그 결과가 응답측정오차에 대해 덜 민감한 장점이 있으며, $H_2(f)$ 는 입력기록의 오차에 덜 민감한 장점이 있다. 최근에 Fabunmi⁽¹⁰⁾는 입력과 응답기록의 측정오차를 동시에 최소화하는 과정을 거쳐, 주파수응답함수를 추정하는 방법을 제안한 바 있다.

본 논문에서는 주파수응답함수의 추정을 위하여, 새로운 방법을 제안하였다. 제안된 주파수응답함수는 재래의 주파수응답함수인 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 의 가중평균⁽¹¹⁾으로 구성된다. $H_2(f)$ 가 공진주파수영역에서 더 정확한 반면, $H_1(f)$ 는 비공진주파수영역에서 더 좋은 결과를 주는 특성을 감안하여, 추정된 주파수응답함수가 공진주파수영역에서는 $H_2(f)$ 에 접근하고, 비공진주파수영역에서는 $H_1(f)$ 에 접근하도록 하였다. 이 때에 가중함수는 지수함수의 형태를 사용하였다. 추정된 주파수응답함수로 부터, 구조물의 모우드 매개변수, 즉 구조물의 고유진동수, 감쇠비, 모우드 형상치 등을 극대치방법(Peak Amplitude Method)과 복소지수방법(Complex Exponential Method)⁽¹²⁾으로 추정하였다. 본 논문에서 제안한 방법의 타당성을 검증하기 위하여, 수치모의실험과 실제 실험을 수행하여 얻어진 데이터를 분석하였다. 해석결과로부터, 제안된 방법으로 구한 주파수응답함수가 다른 방법으로 구한 결과에 비하여 좀 더 정확함을 확인할 수 있었다.

2. 재래의 주파수응답함수

구조계의 실제 주파수응답함수 $H(f)$ 는 다음과 같이

정의되어 진다.

$$H(f) = S_{uv}(f) / S_{uu}(f) \quad (1)$$

여기서, $S_{uu}(f)$ 는 실제 입력의 Power 스펙트럼이고, $S_{uv}(f)$ 는 실제 입력과 실제 응답의 Cross 스펙트럼이며 (그림 1), f 는 주파수를 나타낸다.

실제적인 입력과 응답의 측정과정에서는 측정오차(Measurement Noise)가 수반되므로, 측정된 데이터로부터 주파수응답함수를 계산할 때에는 보통 다음과 같은 방법을 사용하게 된다.^(7,8)

$$H_1(f) = S_{xy}(f) / S_{xx}(f) \quad (2)$$

여기서, $S_{xx}(f)$ 는 측정된 입력의 Power 스펙트럼이고, $S_{xy}(f)$ 는 측정된 입력과 응답의 Cross 스펙트럼이다. 입력과 응답의 측정오차가 확률적으로 상관관계가 없다고 가정을 하면, 식 (2)는 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$H_1(f) = H(f) / (1 + S_{mm}(f) / S_{uu}(f)) \quad (3)$$

여기서, $S_{mm}(f)$ 는 입력오차(Input Noise)의 Power 스펙트럼이다. $H_1(f)$ 는 응답오차(Response Noise)의 편기효과를 최소화하는 주파수응답함수임을 증명할 수 있으며,^(7,8) 따라서 그 결과는 응답측정기록의 오차에 덜 민감하다.

주파수응답함수는 또한 다음과 같이 계산되어질 수 있다.⁽⁹⁾

$$\begin{aligned} H_2(f) &= S_{yy}(f) / S_{yx}(f) \\ &= H(f) (1 + S_{nn}(f) / S_{vv}(f)) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $S_{yy}(f)$ 와 $S_{yx}(f)$ 는 각각 측정된 응답의 Power 스펙트럼과 측정된 응답과 입력의 Cross 스펙트럼이며, $S_{nn}(f)$ 는 응답오차의 Power 스펙트럼이다. 위에서 구한 $H_2(f)$ 는 입력오차의 편기효과를 최소화하는 주파수응

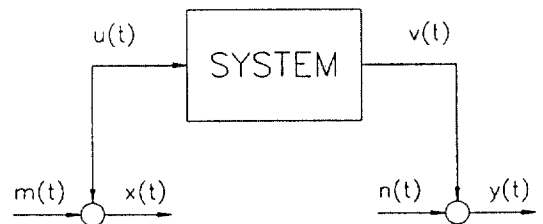


그림 1. System model for measuring FRF.

답함수임을 보일 수 있으며⁽⁹⁾, 따라서 이 결과는 입력 측정기록의 오차에 덜 민감한 특성이 있다.

입력하중과 응답저동기록의 Coherence Function은 다음과 같이 정의되어 진다.⁽¹³⁾

$$\begin{aligned} \gamma_{xy}^2(f) &= |S_{xy}(f)|^2 / (S_{xx}(f)S_{yy}(f)) \\ &= H_1(f)/H_2(f) \end{aligned} \quad (5)$$

만약 Coherence가 1 이라면 주파수응답함수를 계산하는 위의 두 방법은 같은 결과를 주게 된다. 그러나 실제에서는 입력이나 응답기록에 포함된 측정오차로 인하여 Coherence는 1 보다 작게 되고, $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 의 결과는 다르게 된다.

구조물에 대한 실험과정에서는 입력 Power 스펙트럼이 공진주파수영역에서 급격히 떨어지는 현상이 흔히 나타나는데,⁽⁹⁾ 이 현상은 하중이 무작위(Random)하중일 경우에 현저하다.⁽⁹⁾ 따라서 입력 Power 스펙트럼의 값이 낮을 경우에는, 식 (3)에서 알 수 있듯이, $H_1(f)$ 가 공진주파수영역에서 실제 주파수응답함수보다 훨씬 작게 산출되는 결과를 야기시킨다. 반면에 공진주파수영역에서 응답 Power 스펙트럼이 응답오차의 Power 스펙트럼에 비해 상당히 크기 때문에, $H_2(f)$ 는 이 영역에서 좋은 추정치를 준다. 그러나 비공진주파수영역에서는 응답의 Power 스펙트럼이 오차스펙트럼 수준으로 급격하게 떨어지기 때문에, $H_2(f)$ 는 $H_1(f)$ 에 비해 상당히 좋지 않은 결과를 줄 수 있다.

측정오차만이 주파수응답함수의 산정에 있어 오차를 초래하는 요인은 아니다. 해상도편기오차(Resolution Bias Error)⁽¹³⁾에 의해 스펙트럼의 극대치(Peak)는 과소 추정되며, 스펙트럼의 극소치(Trough)는 과대 추정된다. Cawley^(14,15)는 무작위하중과 충격하중이 작용되는 경우에 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 의 해상도에 의한 오차의 영향을 조사하였다. Schmidt^(16,17)는 Power 스펙트럼, 주파수응답함수, Coherence Function에 대한 해상도오차를 분석하였다. 해상도에 의한 오차의 영향으로, $H_1(f)$ 는 공진주파수영역에서 과소추정한 결과를 주나, 비공진주파수영역에서는 좋은 결과를 준다는 사실과, 이에 반하여 $H_2(f)$ 는 공진주파수영역에서는 정확한 결과를 주나, 비공진주파수영역에서는 좋지 않은 결과를 준다는 것이 밝혀 졌다. 주파수응답함수에 대한 해상도오차의 영향을 감소시키기 위하여는 긴 측정기록을 사용해야 하며, 감쇠비가 작은 구조물의 경우에는 특히 긴 측정

기록이 필요하다. 그러나, 확률적인 오차의 영향을 줄이기 위하여는 평균에 사용될 측정기록의 경우수를 증가시킬 필요가 있으며, 이를 위하여 전체 기록을 여러 구간으로 나누어 분석하기도 한다. 제한된 측정기록을 바탕으로 분석하여야 하는 현실적인 여건에서, 위의 해상도오차와 확률적인 오차를 줄이는 적절한 선을 택하여야 한다.

최근에 주파수응답함수를 추정하는 새로운 방법⁽¹⁰⁾이 제안되었다. 이는 입력 및 응답의 측정오차를 함께 최소화하는 방법을 사용하여 구해졌으며, 그 결과는 다음과 같다.

$$H_3(f) = \frac{H_2(f)[\gamma_{xy}^2(f)F(f)/|H_1(f)|^2 + 1]}{F(f)/|H_1(f)|^2 + 1} \quad (6)$$

여기서 $F(f)$ 는 Normalizing Function으로서, 제안된 주파수응답함수, $H_3(f)$ 가 비공진주파수에서는 $H_1(f)$ 에 접근하고, 공진주파수에서는 $H_2(f)$ 에 접근하도록 하기 위한 함수이다. 이와 같은 특성을 갖기 위해서는 $F(f)/|H_1(f)|^2$ 는 공진주파수에서 1 보다 충분히 작아야 하며, $\gamma_{xy}^2(f)F(f)/|H_1(f)|^2$ 는 비공진주파수에서 1 보다 상당히 커야 한다. 이러한 목적으로 $F(f)$ 는 아래와 같이 제안되었다.

1) 변위 및 가속도 응답의 경우

$$F(f) = -((S_{yy}(f) - S_{yx}(f))/2S_{yy}(f))^2 \quad (7)$$

2) 속도 응답의 경우

$$F(f) = ((S_{xy}(f) + S_{yx}(f))/2S_{yy}(f))^2 \quad (8)$$

그러나 위의 $F(f)$ 는 측정기록의 Power 스펙트럼과 Cross 스펙트럼의 형태에 따라 효율성이 떨어질 수 있다. 본 논문의 예제해석 결과는 이러한 문제점을 보여주고 있다.

3. 개선된 주파수응답함수

본 연구에서는 새로운 주파수응답함수를 제안하고자 한다. 그것은 다음과 같이 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 의 가중평균⁽¹¹⁾으로 구성되었다.

$$H_4(f) = (1 - W(f))H_1(f) + W(f)H_2(f) \quad (9)$$

여기서 $W(f)$ 는 가중함수(Weighting Function)이다. 식 (9)의 새로운 주파수응답함수는 비공진주파수에

서는 $H_1(f)$ 에 접근하고, 공진주파수에서는 $H_2(f)$ 에 접근하도록 설계되었다. 따라서, 가중함수 $W(f)$ 는 공진주파수에서는 1이고 비공진주파수에서는 0이나 0에 가까운 값을 갖는 형태로, 다음과 같은 지수함수 형태의 가중함수를 선택하였다.

$$W(f) = \exp\left(-\left(\frac{f/f_0 - 1}{\alpha}\right)^2\right) \quad (10)$$

여기서 f_0 는 구조계의 고유진동수이며, α 는 가중함수의 매개변수이다. 가중함수의 형상은 매개변수의 값에 따라 달라지며, 이 매개변수의 값은 $H_4(f)$ 의 해상도오차를 최소화하는 방법으로 결정되어진다.

단일자유도계의 경우에는 하나의 가중함수만을 진주파수영역에 대하여 사용한다. 반면, 다자유도계의 경우에는 여러 공진주파수에서의 스펙트럼 극대(Peaks)에 대하여 일련의 가중함수를 적용한다. 각각의 스펙트럼 극대에 적용된 가중함수의 주파수영역은 인접한 스펙트럼 극대와의 사이에 있는 극소(Trough)까지로 선택하였다(그림 2).

새로이 제안된 주파수응답함수 $H_4(f)$ 의 해상도 편기오차는 다음과 같이 구할 수 있다.

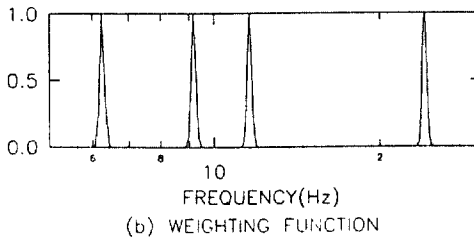
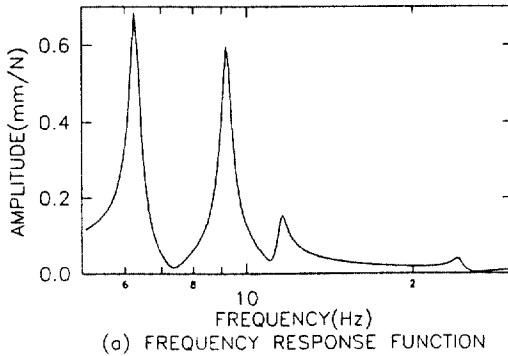


그림 2. Example frequency response function and weighting function for MDOF system.

$$\begin{aligned} e[|H_4(f)|] &= |H_4(f)| - |H(f)| \\ &= (1-W(f))|H_1(f)| + W(f)|H_2(f)| \\ &\quad - |H(f)| \\ &= (1-W(f))e[|H_1(f)|] + W(f)e[|H_2(f)|] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $e[|H_1(f)|]$ 와 $e[|H_2(f)|]$ 는 각각 $|H_1(f)|$ 와 $|H_2(f)|$ 의 해상도 편기오차이다. 이 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 의 해상도 편기오차에 대한 식은 Boxcar Window나 Hanning Window에 대해 각각 구조시스템의 감쇠비와 해상도의 함수식으로 유도되어지며,^(11,16,17) 따라서 $H_4(f)$ 의 해상도오차에 대한 계산이 가능하게 된다. 가중함수의 매개변수는 $H_4(f)$ 의 해상도오차에 관련된 아래와 같은 적분값이 최소가 되는 값으로 결정하였다.

$$J = \int_0^{2f_0} e[|H_4(f)|]^2 df \quad (12)$$

식 (12)를 사용하여 구한 가중함수의 매개변수 α 를 구조물의 감쇠비에 대하여 보인 것이 그림 3이다. Boxcar와 Hanning Window의 두 경우에 대하여, 매개변수 α 가 감쇠비에 거의 선형적인 관계를 가지는 것은 매우 주목할 만한 결과이다.

4. 예제해석 및 분석

새로운 주파수응답함수의 효용성을 검증하기 위

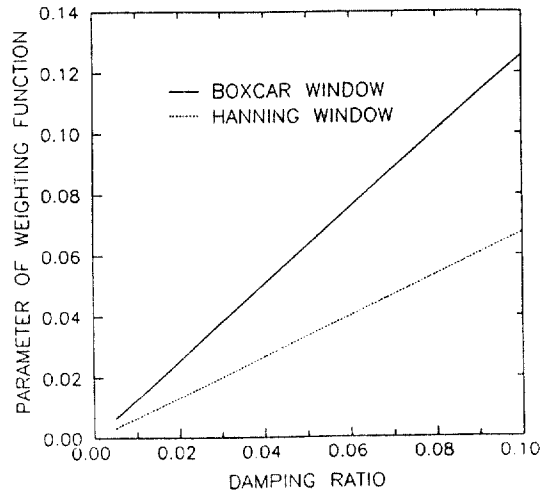


그림 3. Parameter of exponential weighting function vs Damping ratio.

하여 일련의 예제해석을 수행하였다. 수치모의실험을 단일자유도계와 다자유도계에 대해 수행하였으며, 굴대(Rotor) 시스템에 대하여 전자기 입력장치로 무작위하중을 작용시켜 변위를 측정하는 실험을 수행하고 이로부터 얻어진 데이터를 분석하였다.

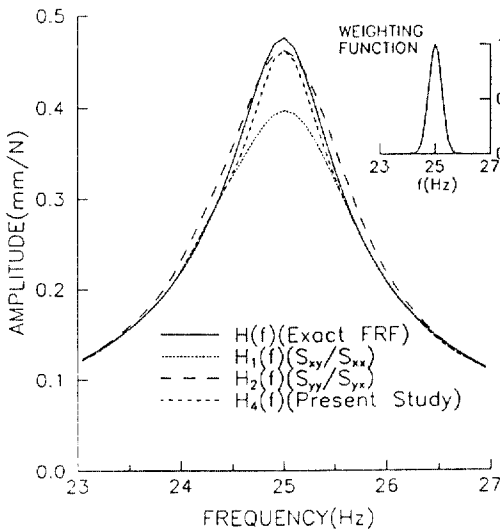
(1) 단일자유도계에 대한 수치모의실험

단일자유도계에 대하여 입력기록과 응답기록을 수치모의기법으로 발생시켜 얻어진 데이터를 분석하였다. 수치모의과정에서 사용한 구조계의 정확한 고유진동수는 25 Hz, 감쇠비는 0.02이며, 모우드 상수(이 경우에는 질량의 역수로 정의됨)는 3이다. 응답기록은 수치모의기법으로 발생시킨 무작위입력에 대하여, 구조계의 운동방정식(연속시간모형)에 상응하는 이산시간모형⁽¹⁸⁾을 사용하여 구하였다. 입력과 응답시계열에의 측정오차의 영향은 고려되지 않았다. 모의실험에서 입출력기록의 시간간격은 0.005초로 하였다. 각 기록은 512개의 데이터로 구성되어 있으며, 기록의 뒷부분에 0을 덧붙여 2048개의 데이터로 확장하여 이를 분석하였다. 확률적인 오차의 영향을 소거하기 위하여 400개의 기록을 사용하여 평균(Ensemble Averaging)값을 구하였다.

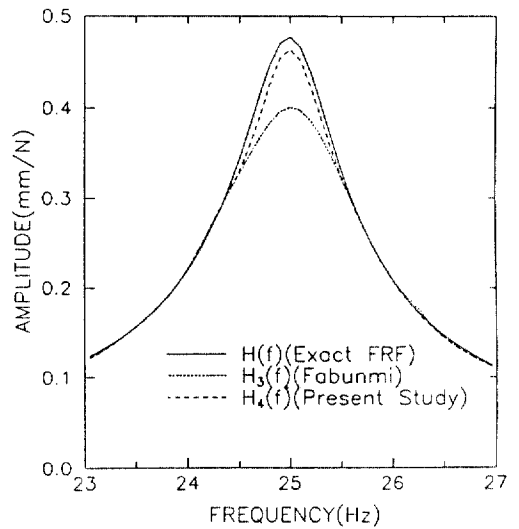
정확한 주파수응답함수 $H(f)$ 와 추정된 주파수응답함수 $H_1(f)$, $H_2(f)$, $H_4(f)$ 를 그림 4(a)에 보이고 있다.

측정한 시계열을 Hanning Window를 적용하여 처리하였으며, 이 경우의 가중함수는 그림 4(a)에 삽입시켜 보이었다. 그림에서 $H_1(f)$ 는 공진주파수에서 상당히 낮은 결과를 주고 있고, 반면에 $H_2(f)$ 는 비공진주파수에서 $H(f)$ 보다 큰 값을 주고 있음을 확인할 수가 있으며, 이것은 앞에서 해상도오차의 영향에 대해 분석한 사실과 잘 일치하고 있다. $H_1(f)$ 나 $H_2(f)$ 에 비하여 본 논문에서 제안된 $H_4(f)$ 는 공진주파수나 비공진주파수나 모두 더 정확한 결과를 주고 있다. 유사한 경향은 Boxcar Window를 사용한 결과에서도 발견된다. 그림 4(b)에서는 $H_4(f)$ 와 $H_3(f)$ 을 비교하였다. 이 예제의 경우, $H_3(f)$ 는 $H_1(f)$ 와 유사하게 공진주파수에서 상당히 낮은 결과를 주어서 $H_4(f)$ 에 비하여 좋지 않은 결과를 줌을 보여주고 있다.

이 구조계의 모우드 매개변수를 각각의 주파수응답함수에 대해 극대치방법(Peak Amplitude Method)과 복소지수방법(Complex Exponential Method)으로 산출하였다(표 1). 4개의 다른 주파수응답함수에 대해 추정된 고유진동수의 값은 모두 정확한 값을 보이고 있다. 그러나 감쇠비와 모우드 상수의 경우 추정된 값들 사이에 상당한 차이를 발견할 수 있으며, $H_4(f)$ 가 가장 정확한 결과를 줌을 알 수 있다.



(a) $H(f)$, $H_1(f)$, $H_2(f)$ and $H_4(f)$



(b) $H(f)$, $H_3(f)$ and $H_4(f)$

그림 4. Estimated frequency response functions of a SDOF system(using Hanning window).

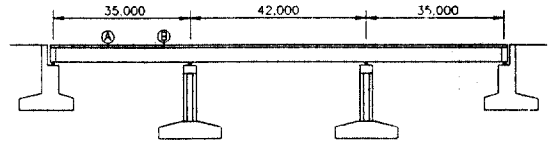
표 1. Estimated model parameters of SDOF system

FRF	$f_0(\text{Hz})$		$\zeta(\%)$		$A(1/\text{kg})$	
	P.A.	C.E.	P.A.	C.E.	P.A.	C.E.
Exact	25.00	25.00	2.00	2.00	3.00	3.00
$H_1(f)$	25.00	25.01	2.74	2.20	2.50	2.96
$H_2(f)$	25.00	25.01	2.40	2.03	2.91	3.10
$H_3(f)$	25.00	25.01	2.72	2.19	2.52	2.96
$H_4(f)$	25.00	25.00	1.99	2.11	2.91	3.02

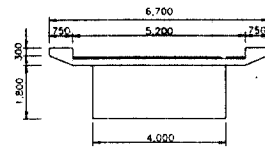
A is the modal constant. P.A. is the peak amplitude method and C.E. is the complex exponential method.

(2) 교량모형에 대한 수치모의실험

다자유도계인 경우에 대해서 $H_4(f)$ 의 적용성 및 효용성을 검증하기 위하여, 시간길이 35-42-35 m 인 3-경간연속교 모형에 대해 수치모의실험을 수행하였다(그림 5). 교량은 강합성상자형교로 가정하였다. 입력점(A)은 왼쪽 교대에서 15 m 떨어진 지점이며, 응답의 측정점(B)은 왼쪽 교대에서 30 m 떨어진 지점으로 하였다. 처음 8 개의 고유진동수의 정확한 값은 구조물의 유한요소모델에 기초하여 산출되었다. 측정점(B)에서의 응답에 관련된 모드 상수는 입력점(A)과 응답측정점(B)에서의 질량 정규화된 모



(a) Side elevation

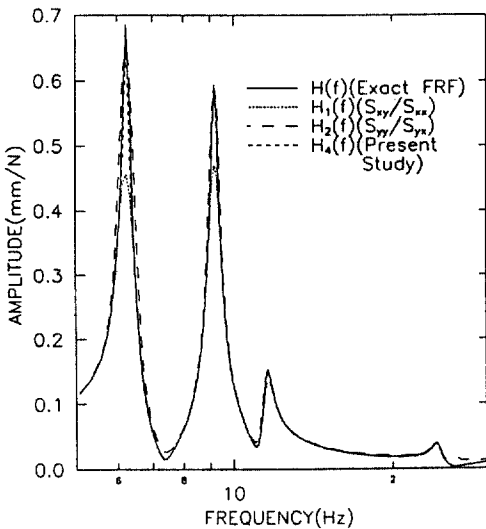


(b) Typical cross section

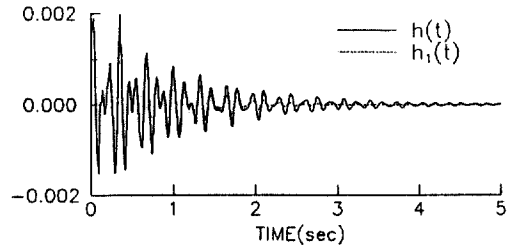
그림 5. Sketch of a continuous 3-span bridge model(in mm).

우드형상의 곱으로 정의되어 지며, 이의 이론적인 값은 구조물의 고유진동해석결과로부터 구하였다. 감쇠비는 각 모드에 대하여 0.02로 가정하였다. 입력점(A)에 무작위하중을 작용시킨 각 경우에 대하여 응답측정점(B)에서의 변위기록을 계산하였다. 입력과 응답기록에 Root-Mean-Square(RMS)수준으로 원래 기록의 10%의 측정오차를 포함시켰다.

그림 6(a)에는 응답측정점(B)에서의 정확한 주파수 응답함수 $H(f)$ 와 추정된 주파수 응답함수 $H_1(f)$, $H_2(f)$, $H_4(f)$ 를 보이었다. 해석결과들은 단일자유도계의



(a) FREQUENCY RESPONSE FUNCTIONS



(b) IMPULSE RESPONSE FUNCTIONS

그림 6. Frequency and impulse response functions of a 3-span bridge model at Point B(using Hanning window).

것과 유사한 경향을 보여준다. 즉, $H_1(f)$ 는 공진주파수에서 상당히 낮은 결과를 주며, $H_2(f)$ 는 비공진주파수영역에서 크게 추정된 결과를 주고 있음에 비하여, $H_4(f)$ 는 두 영역에서 모두 정확한 주파수 응답함수에 가까운 결과를 주고 있음을 알 수 있다 (그림에서 $H_4(f)$ 는 $H(f)$ 와 거의 일치된 모습으로 보이고 있다). $H_3(f)$ 는 공진주파수에서 상당히 낮은 결과를 주며, $H_1(f)$ 와 매우 유사한 형상을 보이고 있다.⁽¹¹⁾ 각각의 주파수응답함수에 해당하는 충격응답함수 $h(t)$, $h_1(t)$, $h_4(t)$ 를 그림 6(b)에 보였다. 그러나 $h_2(t)$ 의 결과는 상당히 좋지 않아 생각하였다. $h_4(t)$ 의 결과가 다른 것들에 비하여 더 우수함을 알 수 있다. 복소지수방법을 사용하여 각 주파수응답함수에 대한 모우드 매개변수를 산출하여, 그 결과를 표 2에 보였다. 전반적으로 $H_4(f)$ 가 다른 것들에 비해 정확한 결과를 주며, $H_2(f)$ 에 의해 산정한 결과는 감쇠비 값과 모우드상수 값이 정확한 값보다 크게 산출되었음을 알 수 있다.

(3) 굴대 구조계에 대한 실험

굴대(Rotor)구조계에 대하여 도식화한 그림과 실험장치를 그림 7에 보였다. 굴대는 길이가 0.85 m이고 직경이 3 cm인 축과 3개의 회전판으로 구

성되어 있다. 전자기 입력장치에 의해 무작위하중을 유추 회전판에 작용시켜 축의 수평변위를 측정하였다. 측정주파수(Sampling Frequency)는 345 Hz 이다. 각 기록은 2,048개의 데이터로 구성되었으며, 24개의 기록이 평균(Ensemble Averaging)에 사용되었다.

가중함수의 형상을 결정하기 위하여 처음 두개의 고유진동수와 감쇠비를 $H_1(f)$ 를 사용하여 근사적으로 추정하였다: $f_1=50$ Hz, $f_2=106$ Hz, $\zeta_1=0.25\%$, $\zeta_2=1.5\%$. 가중함수는 각 스펙트럼 극대값에 대해 구해진 감쇠비를 적용하여 구하였다. Hanning Window를 사용하여 추정된 $H_1(f)$, $H_2(f)$, $H_3(f)$, $H_4(f)$ 의

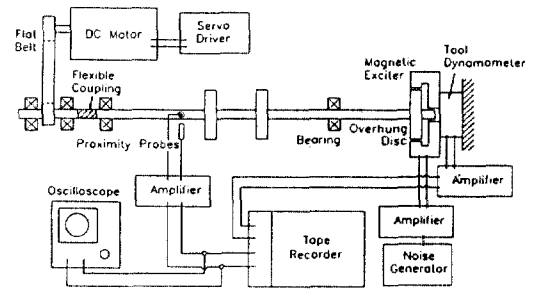
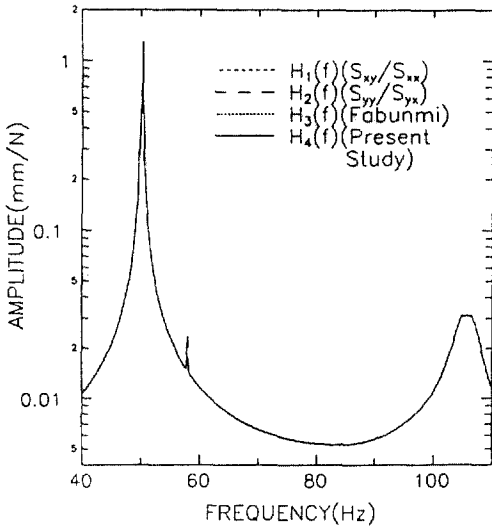


그림 7. Schematic diagram of a rotor system and experimental set-up.

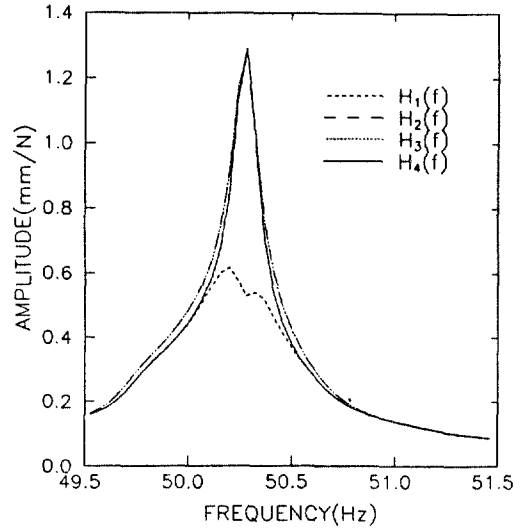
표 2. Estimated modal parameters of 3-span bridge model

		Exact	$H_1(f)$	$H_2(f)$	$H_3(f)$	$H_4(f)$
1st peak	$f_1(\text{Hz})$	6.271	6.263	6.484	6.263	6.264
	$\zeta_1(\%)$	2.00	2.73	4.64	2.73	2.50
	$A_1(\times 10^{-2})$	4.227	4.307	6.017	4.303	4.527
2nd peak	$f_2(\text{Hz})$	9.190	9.182	9.436	9.182	9.182
	$\zeta_2(\%)$	2.00	2.24	3.97	2.24	2.11
	$A_2(\times 10^{-2})$	7.910	7.622	11.53	7.628	7.928
3rd peak	$f_3(\text{Hz})$	11.56	11.61	—	11.60	11.60
	$\zeta_3(\%)$	2.00	2.31	—	2.32	2.22
	$A_3(\times 10^{-2})$	2.785	2.738	—	2.746	2.796
4th peak	$f_4(\text{Hz})$	24.28	24.30	23.97	24.30	24.30
	$\zeta_4(\%)$	2.00	2.07	4.43	2.07	2.00
	$A_4(\times 10^{-2})$	3.389	3.313	7.726	3.313	3.344

A_1 , A_2 , A_3 and A_4 are the modal constants associated with the response at B and the excitation at A (its unit is 1/kg).



(a) FRF's over wide frequency range



(b) FRF's near f_1

그림 8. Frequency response functions of a rotor system(using Hanning window).

표 3. Estimated modal parameters of rotor system

		$H_1(f)$	$H_2(f)$	$H_3(f)$	$H_4(f)$
1st peak	$f_1(\text{Hz})$	50.23	50.24	50.24	50.24
	$\zeta_1(\%)$	0.25	0.20	0.19	0.21
	$A_1(1/\text{kg})$	1.213	1.368	1.361	1.322
2nd peak	$f_2(\text{Hz})$	105.84	105.82	105.84	105.83
	$\zeta_2(\%)$	1.55	1.48	1.55	1.55
	$A_2(1/\text{kg})$	0.717	0.693	0.718	0.716

A_1 and A_2 are the modal constants.

결과를 그림 8(a)에 보이었다. 비록 이 그림에서는 여러 주파수응답함수들 사이에 차이가 크게 나타나지 않지만, 그림 8(b)에서 보여주는 바와 같이 첫번째 고유진동수 부근에서 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 사이에서 커다란 차이를 발견할 수 있다. 두번째 고유진동수부근에서는 추정된 모든 주파수응답함수들이 거의 같다. 그림 8(a)의 60 Hz 부근에서의 작은 극대값은 공급전원의 주파수에 따른 영향으로 생각된다. 추정된 주파수응답함수들에 대해 복소지수방법으로 모우드 상수를 산출하였다(표 3). 추정된 고유진동수의 값은 각 주파수응답함수에 대하여 거의 비슷한 결과를 보여주고 있으며, 감쇠비와 모우드 상수에 대한 값은

약간의 차이를 보여주고 있다. $H_4(f)$ 에 의한 결과가 대체적으로 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 에 의한 결과의 중간값을 취하고 있다. 그림에서 $H_4(f)$ 는 의도한 대로 공진주파수에서는 $H_2(f)$ 에 접근하고 비공진주파수에서는 $H_1(f)$ 에 접근하는 경향을 관측할 수 있었다. 그러나 $H_3(f)$ 는 첫번째 고유진동수부근을 포함하여 거의 전 주파수대에 걸쳐 $H_2(f)$ 와 거의 같은 결과를 주고 있다. 그림 8(b)에서는 $H_2(f)$ 와 $H_3(f)$ 의 선이 합쳐져 2점쇄선으로 보이고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 주파수응답함수의 추정을 위한 개선된 방법을 제안하였다. 새로운 주파수응답함수 $H_4(f)$ 는 두개의 재래의 주파수응답함수 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 의 가중평균으로 구성되었다. 이것은 공진주파수에서는 $H_2(f)$ 가 $H_1(f)$ 보다 정확한 반면, 비공진주파수에서는 $H_1(f)$ 가 더 정확한 특성을 이용한 것이다. 지수형태의 가중함수를 사용하였으며, 가중함수의 매개변수는 공진주파수를 포함한 주요 주파수영역에 대해 해상도에 의한 오차를 최소화하는 과정을 거쳐 결정하였다. 단일자유도계와 3-경간연속교 모형에 대한 수치실험의 결과는 본 논문에서 제안된 주파수응답함

결과를 그림 8(a)에 보였다. 비록 이 그림에서는 여러 주파수응답함수들 사이에 차이가 크게 나타나지 않지만, 그림 8(b)에서 보여주는 바와 같이 첫번째 고유진동수 부근에서 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 사이에서 커다란 차이를 발견할 수 있다. 두번째 고유진동수부근에서는 추정된 모든 주파수응답함수들이 거의 같다. 그림 8(a)의 60 Hz 부근에서의 작은 극대값은 공급전원의 주파수에 따른 영향으로 생각된다. 추정된 주파수응답함수들에 대해 복소지수방법으로 모우드 상수를 산출하였다(표 3). 추정된 고유진동수의 값은 각 주파수응답함수에 대하여 거의 비슷한 결과를 보여주고 있으며, 감쇠비와 모우드 상수에 대한 값은 약간의 차이를 보여주고 있다. $H_4(f)$ 에 의한 결과가 대체적으로 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 에 의한 결과의 중간값을 취하고 있다. 그림에서 $H_4(f)$ 는 의도한 대로 공진주파수에서는 $H_2(f)$ 에 접근하고 비공진주파수에서는 $H_1(f)$ 에 접근하는 경향을 관측할 수 있었다. 그러나 $H_3(f)$ 는 첫번째 고유진동수부근을 포함하여 거의 전 주파수대에 걸쳐 $H_2(f)$ 와 거의 같은 결과를 주고 있다. 그림 8(b)에서는 $H_2(f)$ 와 $H_3(f)$ 의 선이 합쳐져 2점쇄선으로 보이고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 주파수응답함수의 추정을 위한 개선된 방법을 제안하였다. 새로운 주파수응답함수 $H_4(f)$ 는 두개의 재래의 주파수응답함수 $H_1(f)$ 와 $H_2(f)$ 의 가중평균으로 구성되었다. 이것은 공진주파수에서는 $H_2(f)$ 가 $H_1(f)$ 보다 정확한 반면, 비공진주파수에서는 $H_1(f)$ 가 더 정확한 특성을 이용한 것이다. 지수형태의 가중함수를 사용하였으며, 가중함수의 매개변수는 공진주파수를 포함한 주요 주파수영역에 대해 해상도에 의한 오차를 최소화하는 과정을 거쳐 결정하였다. 단일자유도계와 3-경간연속교 모형에 대한 수치실험의 결과는 본 논문에서 제안된 주파수응답함수가 다른 재래의 주파수응답함수 즉, $H_1(f)$, $H_2(f)$, $H_3(f)$ 보다 정확한 결과를 줄 수 있었다. 유사한 경향은 추정된 모우드 상수에서도 발견되었다. 굴대구조계에 대한 실험에서도 제안된 $H_4(f)$ 가 의도한 대로 공진주파수에서는 $H_2(f)$ 에 접근하고 비공진주파수에서는 $H_1(f)$ 에 접근하는 경향을 관측할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 1992년도 목적기초연구과제로 수행되었음을 밝히며, 동 재단의 연구비 지원에 깊은 감사를 표하는 바이다.

참 고 문 헌

1. Lee, C-G. and Yun, C-B. "Parameter Identification of Linear Structural Dynamic Systems", *Comput. Struct.*, Vol. 40, No. 6, 1991, pp. 1475-1487.
2. Imai, H., Yun, C-B., Maruyama, O., and Shinozuka, M. "Fundamentals of System Identification in Structural Dynamics", *J. of Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 4, No. 4, 1989, pp. 162-173.
3. 윤정방, Shinozuka, M. "구조물의 동특성 추정방법에 관한 연구", *한국전산구조공학회 논문집*, 제2권 제2호, 1989, pp. 113-119.
4. 민진기, 김형기, 홍규선, 윤정방 "구조물 손상의 추정을 위한 Inverse Modal Perturbation 기법", *대한토목학회 논문집*, 제10권 제4호, 1990, pp. 35-42.
5. Yun, C-B., Kim, W-J. and Ang, A. H-S. "Damage Assessment of Bridge Structures by System Identification", *Proc. 5th ICOSSAR*, San Francisco, CA, 1989, pp. 2179-2186.
6. DiPasquale, E. and Cakmak, A. S. "Detection and Assessment of Seismic Structural Damage", NCEER Tech. Report NCEER-87-0015, Dept. of Civil Engineering, Princeton University, 1987.
7. Bendat, J. S. and Piersol, A. G. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, John Wiley & Sons, New York, 1971.
8. Bendat, J. S. and Piersol, A. G. *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1980.
9. Mitchell, L. D. "Improved Methods for the Fast Fourier Transform(FFT) Calculation of the Frequency Response Function", *J. Mech. Design*, ASME, Vol. 104, 1982, pp. 277-279.
10. Fabunmi, J. A. and Tasker, F. A. "Advanced Techniques for Measuring Structural Mobilities" *J. Vib. Acous. Stress Reliability in Design*, ASME, Vol. 110, 1988, pp. 345-349.
11. Hong, K-S. and Yun, C-B. "Improved Method for Frequency Domain Identifications of Structures~*Engineering Structures*, in press.

12. Ewins, D. J. *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press, Letchworth, England, 1984.
13. Braun, S. (Eds) *Mechanical Signature Analysis: Theory and Applications*, Academic Press, London, England, 1986.
14. Cawley, P. "The Reduction of Bias Error in Transfer Function Estimates Using FFT-Based Analyzers", *J. Vib. Acous. Stress Reliability in Design, ASME, Vol. 106*, 1984, pp. 29-35.
15. Cawley, P. "The Accuracy of Frequency Response Function Measurements Using FFT-Based Analyzers with Transient Excitation", *J. Vib. Acous. Stress Reliability in Design, ASME, Vol. 108*, 1986, pp.44-49.
16. Schmidt, H. "Resolution Bias Errors in Spectral Density, Frequency Response and Coherence Function Measurements, III: Application to Second-Order Systems (White Noise Excitation)", *J. Sound Vib., Vol. 101, No. 3*, 1985, pp. 377-404.
17. Schmidt, H. "Resolution Bias Errors in Spectral Density, Frequency Response and Coherence Function Measurements, V: Comparison of Different Frequency Response Estimators", *J. Sound Vib., Vol. 101, No. 3*, 1985, pp. 413-418.
18. Fassois, S. D., Eman, K. F. and Wu, S. M. "Sensitivity Analysis of the Discrete-to-Continuous Dynamic System Transformation", *J. Dyn. Sys. Measur. Control, ASME, Vol. 112*, 1990, pp.1-9.

(接受：1992. 9. 3)