

## 퍼지 가변 스텝 크기 LMS 알고리즘

이 철 회\* · 김 관 준\*\*

### A LMS Algorithm with Fuzzy Variable Step Size

Chul - Heu Lee \* · Koan - Jun Kim \*\*

#### ABSTRACT

In this paper, a new LMS algorithm with a fuzzy variable step size (FVS LMS) is presented. The change of step size  $\mu$ , at each iteration which is increases or decreases according to the misadaptation degree, is computed by a propotional fuzzy logic controller. As a result the algorithm has very good convergence speed and low steady-state misadjustment. As a measure of the misadaptation degree, the norm of the cross correlation between the estimation error and input signal is used.

Simulation results are presented to compare the performance of the FVSS LMS algorithm with the normalized LMS algorithm.

#### I. 서 론

LMS (Least Mean Squares) 알고리즘은 gradient search 알고리즘의 일종인 최대 경사법 (steepest descent method)을 시계신형의 순환 알고리즘으로 변형한 것으로서 그 구조가 간단하고 구현이 용이하며 강인한 동작 특성을 지닐 뿐만 아니라 계산량이 작다는 장점으로 인해 적응잡음제거 (Adaptive Noise Cancelling : ANC), ALE (Adaptive

Line enhancement), equalizer, 시스템식별 등 적응 신호 처리 분야에서 가장 널리 사용되고 있다. <sup>1,2)</sup>

그러나 LMS 알고리즘은 대부분의 gradient search 알고리즘이 안고 있는 공통적인 문제점으로 LS (Least Squares) 계열의 알고리즘들에 비해 수렴특성이 나쁘다는 단점을 갖고 있다. 즉 LMS 알고리즘은 수렴속도가 느리며 에이타에 상당히 종속적인 경향을 보인다. <sup>1,2)</sup>

그런데 LMS의 수렴특성은 스텝크기와 밀접하게 관련되어 있으므로 이의 적절한 선정

\* 강원대학교 전기공학과 조교수

\*\* 강원대학교 전기공학과 석사과정

을 통하여 수렴 속도를 개선할 수 있으나, 스텝크기는 동시에 알고리즘의 misadjustment에 영향을 미친다. 또한 스텝크기의 적절한 선정을 위해서는 데이터 신호의 통계적 성질 등 사전 정보가 필요하므로 스텝크기의 선정은 LMS 알고리즘의 수렴성 및 추정 성능과 관련하여 매우 중요하고 민감한 문제이다.<sup>3,4)</sup>

알고리즘의 수렴속도는 스텝크기에 대체로 반비례의 관계를 지니나, 이와 달리 misadjustment는 스텝크기에 비례하는 상반된 양상을 나타낸다. 즉 스텝크기를 크게 할 경우 수렴속도는 빨라지지만 misadjustment는 커지며, 스텝크기를 작게 할 경우 misadjustment는 줄어들지만 수렴속도가 느려진다. 그러므로 LMS 알고리즘의 효과적인 스텝크기의 선정에 관하여 많은 연구가 수행되었다.<sup>3-11)</sup>

그런데 LMS 알고리즘의 안전성을 보장하면서 빠른 수렴속도와 작은 misadjustment를 만족시킬 수 있는 최적 스텝크기는 필터계수의 수, 필터계수, 계수의 초기화, 데이터의 수 등의 복잡한 비선형 함수가 되므로,<sup>12)</sup> LMS 알고리즘을 실제 문제에 적용할 때처럼 충분한 사전 정보가 주어지지 않는 경우에는 스텝크기의 최적 선정은 거의 불가능하다. 즉 고정 스텝크기로서는 수렴속도와 misadjustment 사이의 상충되는 요구 조건을 충족시킬 수 없게 된다.

그러므로 고정 스텝크기를 사용하는 대신에 스텝크기를 가변시켜서 알고리즘의 초기 동작 시점에서는 스텝크기를 크게하여 빠른 수렴속도를 달성하고 정상상태시에는 작은 스텝크기를 사용하여 misadjustment를 줄이는 가변 스텝크기 알고리즘들이 많이 연구되었다.<sup>8-11)</sup> 가변 스텝크기를 사용할 경우 고정 스텝크기의 경우와는 달리 비정상(non-stationary) 신호의 추정에도 잘 동작하게 된다. 그런데 스텝크기를 가변시키는 데 있어서 일률적인 규칙은 없으며 스텝크기와 수

렴속도 및 misadjustment의 정성적인 관계를 토대로 하여 대부분의 가변 스텝크기 알고리즘에서는 스텝크기를 알고리즘의 적용도에 따라서 적절히 변화시키게 된다. 이러한 알고리즘의 적용도의 척도로는 추정 오차의 크기, 추정오차의 부호 변화, 입력 데이터와 추정 오차간의 상호상관(cross-correlation) 등이 주로 사용되고 있다.<sup>6,7,9,11)</sup>

본 논문에서는 LMS 알고리즘의 성능 개선을 위하여 퍼지 논리를 이용하여 스텝크기를 가변시키는 방법을 제시하였다. 퍼지 논리는 애매모호한 인간의 주관적 판단이나 정성적 개념을 표현하고 처리할 수 있으므로,<sup>12,13)</sup> 스텝크기의 가변에 적용되는 개념적 원리를 적절히 구현할 수 있어서 스텝크기를 가변시키는데 유용하게 사용할 수 있다.

본 논문에서 제안한 퍼지 가변 스텝크기(Fuzzy Variable Step Size : FVSS) LMS 알고리즘에서는 간단한 비례 퍼지 논리 제어기(Fuzzy Logic Controller : FLC)를 사용하였으며 LMS 알고리즘의 오적응도(misadaptation)의 정도에 따라 적절히 스텝크기의 변화량을 결정하게 된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 우선 II절에서는 LMS 알고리즘의 특성을 간략히 살펴보고, III절에서는 퍼지 논리 제어를 이용한 새로운 가변 스텝크기 LMS 알고리즘(FVSS LMS)을 제시하였다. 그리고 IV절에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 방식의 타당성 및 유효성을 입증하였다. 마지막으로 V절에서 결론을 제시하였다.

## II. LMS 알고리즘의 고찰

LMS 알고리즘은 대표적인 gradient search 알고리즘인 최대 경사법에서 gradient 계산 과정을 데이터벡터를 이용해 근사화시킴으로써 축차 알고리즘을 순환 알고리즘으로 변형시킨 것이다.<sup>1,2)</sup>

신호처리에서 가장 일반적인 Wiener 필터링 문제를 생각해 보자. Wiener 필터링에서는 원하는 신호  $d(n)$ 을 transversal 필터를 이용하여 데이터 신호  $\{x(\cdot)\}$ 로부터 평균자승 오차를 최소화하도록 추정하게 된다.

이러한 문제는 다음과 같은 형태로 수식화할 수 있다.

$$d(n) = X^T(n)W^*(n) + \varepsilon(n) \quad (2.1)$$

여기서  $X(n)$ 과  $W^*(n)$ 은 각각 데이터 벡터와 최적 필터계수 벡터로서

$$X(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-P)]^T \quad (2.2)$$

$$W^*(n) = [W_0^*(n) \ W_1^*(n) \ \dots \ W_p^*(n)]^T \quad (2.3)$$

그리고  $\varepsilon(n)$ 은  $x(n)$ 에 대해 독립인 영평균 Guss분포 독립 시퀀스(gussian independent sequence)이다.

식 (1)에서  $W^*(n)$ 은  $d(n)$ 이 정태(stationary) 신호이면 상수이고 비정태 신호이면 시변으로서, 이의 추정에는 다음과 같은 형태의 LMS 알고리즘이 널리 사용되고 있다.<sup>1,2)</sup>

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n) \quad (2.4)$$

$$W(n+1) = W(n) + \mu e(n)X(n) \quad (2.5)$$

LMS 알고리즘은 최대 경사법과는 달리 매 시간 스텝마다 새로운 데이터 신호가 들어옴에 따라 그 정보를 이용하여 계수벡터를 갱신하는 순환 알고리즘이다.

LMS 알고리즘의 안정성 및 수렴성을 보장하기 위해서는  $\mu$ 의 선정이 중요하며 기본적으로 다음과 같은 2가지 형태의 수렴성이 만족되도록  $\mu$ 를 택하여야 한다.<sup>2,3)</sup>

1) 평균적 수렴 (Convergence in the mean)

$$E\{W(n)\} = W^* \text{ as } n \rightarrow \infty$$

2) 자승 평균적 수렴 (Convergence in the mean square)

$$J(\infty) = E\{e^2(\infty)\} \text{ is finite}$$

independence theory에 의한 안정도 해석에 따르면 LMS 알고리즘의 평균적 수렴은 다음 조건이 만족되면 된다.

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}\{R\}} \quad (2.6)$$

여기서  $\lambda_{\max}\{R\}$ 은  $R$ 의 최대 고유치이다. 평균자승적 수렴은 다음의 조건을 만족하면 된다.

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}\{R\}} \quad (2.7)$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} \frac{\mu \lambda_i\{R\}}{2(1 - \mu \lambda_i\{R\})} < 1 \quad (2.8)$$

여기서  $\lambda_i\{R\}$ 은  $R$ 의 고유치이며,  $m+1$ 은 필터 계수의 수이다.

한편 최소 평균 자승 오차  $J_{\min}$ 에 대한 초과 평균 자승 오차  $J_{\text{ex}}(\infty)$  ( $=J(\infty) - J_{\min}$ )의 비로 misadjustment를 정의하면 다음과 같이 된다.

$$M = \frac{J_{\text{ex}}(\infty)}{J_{\min}} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m+1} \mu \lambda_i (1 - \mu \lambda_i)}{1 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m+1} \mu \lambda_i (1 - \mu \lambda_i)} \quad (2.9)$$

misadjustment는 LMS 알고리즘의 실제 동작과 최적 동작 사이의 적용도를 판단하는

속도로 유용하다.

만약  $\mu$ 가 (2.7)의 조건을 충분히 만족하는 경우, 즉  $\mu \ll 2/\lambda_{\max}(R)$ 의 경우 (2.8)는 다음과 같이 바꿀 수 있으며

$$0 < \mu < \frac{2}{\sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i} = \frac{2}{\text{tr}\{R\}} \\ = \frac{2}{\text{total input power}} \quad (2.10)$$

따라서 LMS 알고리즘의 평균적 수렴 및 자승 평균적 수렴이 보장되기 위해서는 (2.10)의 조건을 만족해야 한다.

이때 LMS 알고리즘의 평균시정수를 다음과 같이 정의하자.

$$\tau_{\text{mse, av}} \cong \frac{1}{2\mu\lambda_{\text{av}}} \quad (2.11)$$

여기서  $\lambda_{\text{av}}$ 는 R의 고유치의 평균값이다. 그러면 misadjustment는 다음과 같이 된다.

$$M \cong \frac{\mu(m+1)\lambda_{\text{av}}}{2} = \frac{m+1}{4\tau_{\text{mse, av}}} \quad (2.12)$$

LMS 알고리즘의 수렴속도는 (2.11)에 정의된 평균시정수로 판단할 수 있는데 (2.11)에서 볼 수 있듯이  $\tau_{\text{mse, av}}$ 는  $\mu$ 에 반비례하므로 수렴속도는  $\mu$ 에 비례하므로 수렴속도를 빨리 하려면  $\mu$ 를 크게 해야 한다. 반면 (2.12)에서 보듯이 misadjustment는  $\mu$ 에 비례하므로 misadjustment를 줄이기 위해서는  $\mu$ 를 작게 잡아야 한다.

### III. 퍼지 가변 스텝크기 LMS (FVSS LMS) 알고리즘

2절에서 살펴본 바와 같이 LMS 알고리즘의 스텝크기 선정은 수렴속도와 misadjustment간의 요구조건의 상충이 발생하므로 고정 스텝크기를 사용해서는 만족스런 성능을

얻기가 어렵다. 또한 고정 스텝크기를 사용할 경우 최적의 스텝크기를 선정하기가 매우 힘들다. 따라서 본 논문에서는 비례 퍼지 논리 제어기 (FLC)를 사용하여 알고리즘의 오적응도의 정도에 따라 스텝크기를 적절히 가변시키는 퍼지 가변 스텝크기 LMS (FVSS LMS) 알고리즘을 제안하였다.

#### 3.1 FVSS LMS 알고리즘

LMS 알고리즘에서 스텝크기에 대한 misadjustment간의 요구조건의 상충은 고정 스텝크기를 사용하는 것보다 스텝크기를 적절히 가변시키므로써 해결할 수 있다.  $\mu$ 를 가변시킬 경우, 논리적인 관점에서 생각해 볼 때 (2.10)이 만족되는 범위 내에서 다음의 규칙을 따르도록 해야 한다.

- 수렴속도 향상 : IF adaptation is LOW, THEN  $\mu$  must be HIGH
- misadjustment 감소 : IF adaptation is HIGH, THEN  $\mu$  must be LOW

위의 규칙은 정성적인 개념이므로 이를 실행하는 방법으로 퍼지 논리를 생각할 수 있다. 왜냐하면 퍼지 논리는 애매모호한 주관적 판단이나 정성적 개념을 표현하고 처리하는데 적합하므로, <sup>12,13)</sup> 위의 규칙에 의거한 스텝크기의 가변에도 유용하게 이용될 수 있기 때문이다.

따라서 본 논문에서는 다음과 같이 퍼지 논리를 이용하여 알고리즘의 오적응도의 정도에 따라 스텝크기를 적절히 가변시키는 FVSS LMS 알고리즘을 제안하였다.

$$e(n) = d(n) - X^T(n)W(n) \quad (3.1)$$

$$\mu'(n) = \mu(n-1) + \rho gn(V\mu e^2(n))\Delta\mu(n) \quad (3.2)$$

$$\nabla\mu e^2(n) = \frac{\partial e^2(n)}{\partial \mu} = \frac{\partial e^2(n)}{\partial W(n)} \cdot \frac{\partial W^2(n)}{\partial \mu} \\ = -2e(n-1)X^T(n-1) \cdot e(n)X(n) \quad (3.3)$$

$$W(n+1) = W(n) + \mu(n)e(n)X(n) \quad (3.4)$$

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_{\max} & \text{if } \mu'(n) > \mu_{\max} \\ \mu_{\min} & \text{if } \mu'(n) < \mu_{\min} \\ \mu'(n) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.5)$$

FVSS LMS 알고리즘에서 제일 중요한 부분은 (3.2)이다. (3.2)에서  $\Delta\mu(n)$ 은 뒤에서 상세히 설명하겠지만, 알고리즘의 오적응도에 근거해서 비례 FLC를 이용해 계산된 스텝크기의 변화량이고,  $\rho$ 는  $\mu(n)$ 의 적응 동작을 제어하는 작은 양의 상수이며,  $gn(\cdot)$ 은 다음과 같은 부호 함수로서 스텝크기의 증가 또는 감소를 결정하게 된다.

$$gn(X) = \begin{cases} +1 & \text{if } X > 0 \\ -1 & \text{if } X < 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

(3.5)의  $\mu_{\max}$ 는 알고리즘의 안정성과 수렴성을 보장하기 위한 스텝크기에 대한 제한으로서 (2.10)의 조건이 충분히 만족되도록 선정하며,  $\mu_{\min}$ 은 알고리즘의 적응력을 보장하는 요소로서 최소한의 추종성을 갖도록 선정한다. FVSS LMS 알고리즘의 초기 스텝크기  $\mu(0)$ 는 보통  $\mu_{\max}$ 를 선정한다.

FVSS LMS 알고리즘에서는 스텝크기를 가변시켜서 수렴속도와 misadjustment에 대해 만족스런 성능을 얻을 수 있는 대신, 스텝크기를 가변시키기 위한 계산량의 부담이 추가되나, LMS 알고리즘의 장점인 계산량이 작다는 특징을 침해할 정도로 과도한 것은 아니다.

### 3.2 FLC에 의한 $\Delta\mu(n)$ 의 계산

FVSS LMS 알고리즘에서 (3.2)의 스텝크기 변화량  $\Delta\mu(n)$ 은 퍼지 논리를 이용한 퍼지 논리 제어기(FLC)에 의하여 계산된다.

퍼지 논리 제어기의 기본적인 구조는 퍼지 규칙기반과 퍼지 추론기관을 중심으로 보통의(crisp) 수치적 변수 값을 퍼지집합 변수 값으로 바꾸거나 그 반대의 작용을 하는 퍼

지화기와 비퍼지화기로 구성되어 있으며 그림 3.1과 같다.<sup>[2, 13]</sup>

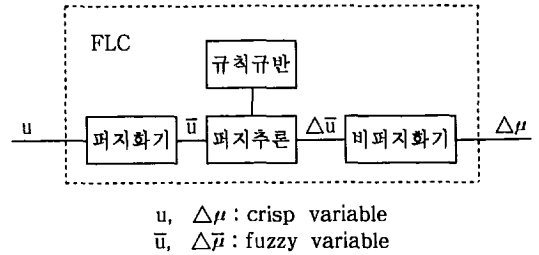


Fig 3.1 The scheme of FLC for  $\Delta\mu(n)$

FLC의 입력과 출력은 각각 보통의 수치값을 갖는 오적응도의 정량적 측도  $u(n)$ 과 스텝크기 변화량  $\Delta\mu(n)$ 이며, FLC 내부에서는 이들 값이 퍼지 변수화되어 취급된다.

스텝크기 변화량  $\Delta\mu(n)$ 을 계산하기 위한 FLC의 입력인 오적응도의 정량적 측도  $u(n)$ 으로는 다음과 같이 주어지는 입력 데이터와 추정 오차간의 상호상관의 norm을 사용한다.

$$u(n) = \|e(n)X(n)\| \quad (3.7)$$

(3.7)에서 보면  $e(n)X(n) = -\frac{1}{2}\nabla wJ(n)$ 이므로  $\|e(n)X(n)\|$ 은  $J(n)$ 의 gradient 벡터의 크기가 되므로 gradient search형 알고리즘의 적응도를 판단하는 적절한 기준이라 할 수 있다.

퍼지추론과 비퍼지화에 의해 얻어진 비례 FLC의 출력  $\Delta\mu(n)$ 은 기존의 가변 스텝크기 알고리즘에서와는 달리 추론과정과 비퍼지화 방법의 비선형성으로 인해 오적응도의 측도  $u(n)$ 에 대해 비선형 함수로 주어지게 된다.

#### 3.2.1 퍼지화

퍼지화에서는 보통의 수치값을 갖는 입력을 퍼지 변수로 변환하게 되는데 본 논문에서는 오적응도  $u(n)$ 의 보통 수치값을 바로 특수한 퍼지수로 취급하는 퍼지 단일값법(singleton method)을 채택하였으며, 충분

히 크게 잡은  $u(n)$ 의 상한값에 대해 정규화하였다.

### 3.2.2 퍼지 규칙 기반

$\Delta\mu(n)$ 을 계산하기 위한 언어적 규칙 기반으로는 3.1절의 가변 규칙을 토대로 계산 과정의 복잡성을 피하기 위하여 다음의 간단한 비례 규칙들을 채택하였다.

- $R_1$  : IF  $u$  is ZERo (ZE) THEN  $\Delta\mu$  is ZERo (ZE)
- OR  $R_2$  : IF  $u$  is Small (S) THEN  $\Delta\mu$  is Small (S)
- OR  $R_3$  : IF  $u$  is Medium (M) THEN  $\Delta\mu$  is Medium (M)
- OR  $R_4$  : IF  $u$  is Large (L) THEN  $\Delta\mu$  is Large (L)
- OR  $R_5$  : IF  $u$  is eXtra Large (XL) THEN  $\Delta\mu$  is eXtra Large (XL)

여기서 ZE, S, M, L, XL 등은 언어변수로서 이에 대한 퍼지입력  $u$ 와 퍼지출력  $\Delta\mu$ 의 소속함수를 결정해야 하는데 그림 3.2와 같은 삼각형 형태를 사용하였다. 이러한 제어규칙은 OR로 결합되어 있으므로 전체 제어규칙은 다음과 같이 표현된다.

$$R = R_1 \cup R_2 \dots \cup R_5 = \bigcup_{i=1}^5 R_i \quad (3.8)$$

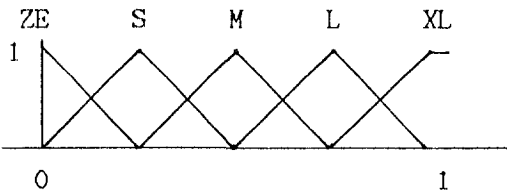


Fig 3.2 The scheme of FLC의 구조

### 3.2.3 퍼지 추론

언어적인 규칙과 소속함수로부터 출력값

을 얻으려면 추론과정을 거쳐야 한다. 퍼지 추론은 퍼지 규칙기반을 이용하여 퍼지 입력에 대한 퍼지 출력을 추론해 내는 과정으로 다음과 같은 형태의 generalized modus ponens을 이용한다.<sup>12)</sup>

$$\begin{array}{l} \text{전제 : } X \text{ is } A' \qquad A' \\ \text{함의 : } \text{If } X \text{ is } A \text{ THEN} \\ \qquad Y \text{ is } B \qquad A \rightarrow B \\ \hline \text{추론 : } Y \text{ is } B' \qquad B' = A' \circ (A \rightarrow B) \end{array}$$

본 논문에서는 generalized modus ponens에 의한 결론을 얻기 위한 합성연산법으로 가장 널리 사용되고 있는 Mamdani의 최대-최소 합성 연산<sup>12, 13)</sup>을 사용하였다. 이 방법은 함의와 합성연산을 모두 cartesian 곱으로 단순화시켜 처리하는 방법으로서

$$B' = A' \circ (A \rightarrow B) = A' \times (A \times B) \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \mu_{B'}(y) &= \max_x \{ \mu_{A'}(x) \wedge [ \mu_A(x) \\ &\qquad \qquad \qquad \wedge \mu_B(y) ] \} \\ &= \max_x \{ \min \{ \mu_{A'}(x), \mu_A(x), \\ &\qquad \qquad \qquad \mu_B(y) \} \} \quad (3.10) \end{aligned}$$

비례 FLC의 퍼지 입력이  $u^\circ$ 이면 퍼지 출력  $\Delta\mu^\circ$ 는

$$\Delta\mu^\circ = R \circ u^\circ \quad (3.11)$$

$$m_{\Delta\mu^\circ}(\Delta\mu) = \max_{\Delta\mu} \{ \min \{ m_u(u), m_R(u, \Delta\mu) \} \} \quad (3.12)$$

$$m_R(u, \Delta\mu) = \max \{ \min \{ m_u(u), m_{\Delta\mu}(\Delta\mu) \} \} \quad (3.13)$$

위의 최대-최소 합성 연산을 그림으로 표시하면 그림 3.3과 같다.

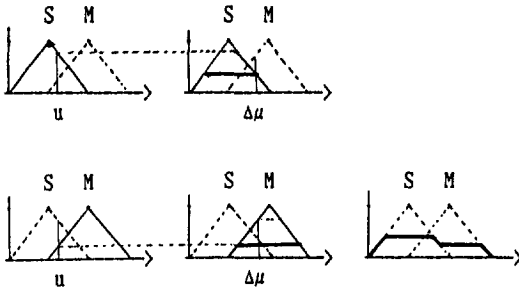


Fig 3.3 Fuzzy inference by Max-Min method.

### 3.2.4 비퍼지화

퍼지 추론과정을 거쳐 얻어진 출력은 퍼지 변수이고 FLC의 실제 출력은 보통의 수치값을 갖는  $\Delta\mu(n)$ 이 되어야 하므로 비퍼지화 과정이 필요하다. 비퍼지화는 퍼지값으로부터 보통의 수치값을 얻는 변환장치로서 본 논문에서는 다음과 같은 무게 중심법 (Center Of Gravity : COG)을 사용한다.<sup>12,13)</sup>

$$\Delta\mu(n) = \frac{\int \Delta\mu m_{\Delta\mu}(\Delta\mu) d(\Delta\mu)}{\int m_{\Delta\mu}(\Delta\mu) d(\Delta\mu)} \quad (3.14)$$

## IV. 컴퓨터 시뮬레이션 및 검토

제안된 FVSS LMS 알고리즘의 유효성을 검증하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. Mikhael et al. [5]이 고정스텝크기  $\mu = 0.5$ 인 정규화 LMS (Normalized LMS : NLMS)가 고정 스텝크기를 갖는 모든 Gradient Search형 알고리즘 중에서 가장 빠른 수렴 속도를 나타냄을 보였으므로 같은 예제에 대해 FVSS LMS와 NLMS를 사용하여 얻은 결과를 비교하였다.

<예제>  $d(n)$ 과  $X(n)$ 이 다음과 같이 주어지는 경우를 생각하자.

$$d(n) = \sum_{i=0}^4 w_i X(n-1) + v(n) \quad (4.1)$$

$$x(n) = \sum_{i=0}^3 w_i X(n-1) + \zeta(n) \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \{w_0 \ w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4\} &= \\ &= \{0.1, 0.3, 0.5, 0.3, 0.1\} \\ \{a_1 \ a_2 \ a_3\} &= \{1.5, -1, 0.25\} \end{aligned}$$

이고  $v(n)$ 과  $\zeta(n)$ 은 각각  $\sim N(0, 1)$ ,  $\sim N(0, 0.01)$ 의 분포를 갖는 백색잡음 신호이다. 식 (4.1)의 입력 데이터  $x(n)$ 은 상관행렬의 eigenvalue spread가 140이 넘는 ill-conditioned 경우이다.

성능 비교를 위한 지표로서 다음과 같이 정의되는 계수 벡터 추정 오차의 파워를 사용할 수 있다.

$$P(n) = [W(n) - W_{opt}]^T [W(n) - W_{opt}] \quad (4.3)$$

그림 4.1에서는 각각 데이터 갯수가 1000개

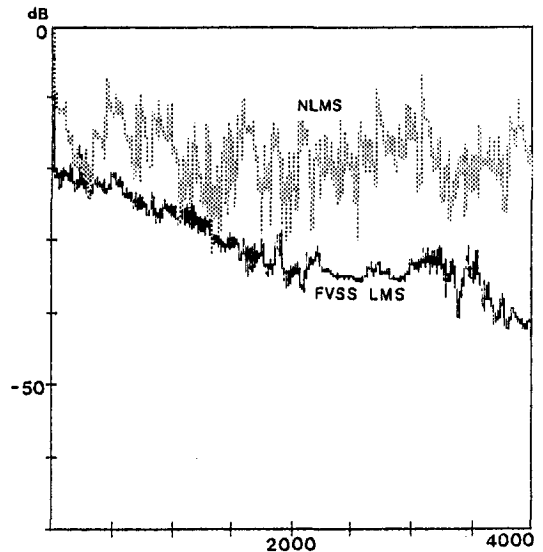


Fig 4.1 The power of the estimation-error of the filter coefficients by FVSS LMS and NLMS

일 경우의 FVSS LMS와 NLMS에 의한 계수 추정시의  $P(n)$  값이 나타나 있다. 그리고 그림 4.2에는 FVSS LMS의 스텝크기를 나타내었다. FVSS LMS에서는  $\mu(0) = 0.06$ ,  $\rho = 0.0008$ 의 값을 사용하였다. 그림 4.1에서 볼 수 있듯이 FVSS LMS가 NLMS의 경우보다 좋은 성능을 보임을 알 수 있다. 그리고 그림 4.2를 보면 스텝크기  $\mu$ 는 점점 감소하여  $\mu_{\min}$ 으로 감을 알 수 있다.

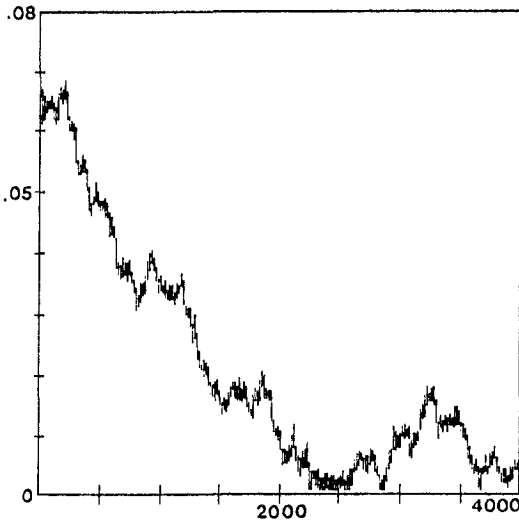


Fig 4.2 The Step-Size of FVSS LMS

## V. 결 론

LMS 알고리즘은 계산량이 작다는 장점으로 인해 적응 신호 처리 등에서 가장 널리 사용되고 있으나 수렴특성이 나쁜 단점이 있다. LMS 알고리즘의 수렴특성은 알고리즘의 스텝크기와 연관되어 있는데, 스텝크기를 크게 하면 수렴속도는 개선되나 misadjustment가 증가되어 추정 성능이 나빠지게 된다. 이러한 수렴속도와 misadjustment간의 상충은 고정 스텝크기로는 만족스럽게 해결하기가 쉽지 않다. 그러므로 스텝크기를 가변시켜서 초기에는 큰 스텝크기로 빠른 수렴속도를 달성하고 정상상태에 들어가게 되면 작은

스텝크기로 작은 misadjustment를 얻는 것이 더욱 바람직하다.

따라서 본 논문에서는 퍼져 논리를 이용하여 스텝크기를 가변시키는 FVSS LMS 알고리즘을 제안하였다. FVSS LMS 알고리즘에서는 간단한 비례 FLC를 사용하여 알고리즘의 오적응도에 따라 알고리즘의 안정도와 적응성이 보장되는 범위 내에서 스텝크기를 적절히 가변시키게 된다. 오적응도의 측도로는 입력 데이터와 추정오차간의 상호상관, 즉 평가함수의 gradient 벡터의 norm을 사용하였다. FVSS LMS 알고리즘은 약간의 계산량의 추가 부담이 생기지만 과도한 정도는 아니며, 컴퓨터 시뮬레이션에서 볼 수 있듯이 좋은 성능을 보인다.

FVSS LMS 알고리즘은 ANC, ALE, Equalizer, 시스템 식별 등 적응 신호 처리의 여러 분야에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

FVSS LMS 알고리즘에서 추후 연구되어야 할 문제는 independence theory에 입각한 수렴성 및 안정성이 이론적 해석 등이다.

## 참 고 문 헌

1. B. Widrow and S. D. Stearns, Adaptive Signal Processing, Englewood Cliffs, NJ., Prentice-Hall, (1985.)
2. S. haykin, Adaptive Filter Theory, 2nd ed., Englewood Cliffs, NJ., Prentice-Hall, (1991.)
3. B. Widrow et al., "Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filters," Proc. IEEE, Vol. 64, No. 8, pp. 1151-1162, Aug. (1976.)
4. A. Feuer and E. Weinstein, "Convergence analysis of LMS filters with uncorrelated Gaussian data," IEEE



- Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-33, No. 1, pp. 222-230, Feb. (1985.)
5. N. J. Bershad, "On the optimum gain parameter in LMS adaptation," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. Assp-35, pp. 1065-1068, July. (1987.)
  6. R. W. Harris, D. M. Chabries, and F. A. Bishop, "A variable step (VS) adaptive filter algorithm," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-34, No. 2, pp. 309-316, Apr. (1986.)
  7. W. B. Mikhael et al., "Adaptive filters with individual adaptation of parameters," IEEE Trans. Circuits Syst., Vol. CAS-35, No. 7, pp. 677-685, July. (1986.)
  8. S. Karni and G. Zeng, "A new convergence factor for adaptive filters," IEEE trans. Circuits Syst., Vol. CAS-36, No. 7, pp. 1011-1012, July. (1989.)
  9. R. H. Kwong and E. W. Johnston, "A Variable Step Size LMS Algorithm," IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 40, No. 7, pp. 1633-1642, July. (1992.)
  10. Joseph B. Evans, P. Xue and B. Liu, "Analysis and Implementation of Variable Step Size Adaptive Algorithms," IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 41, No. 8, pp. 2517-2535, Aug. (1993.)
  11. V. John Mathews and Z. Xie "A Stochastic Gradient Adaptive Filter with Gradient Adaptive Step Size," IEEE Trans., Signal Processing, Vol. 41, No. 6, pp. 2075-2087, June. (1993.)
  12. 이광형, 오길록, 펴지 이론 및 응용 I · II, 홍릉과학출판사, (1991.)
  13. W. Pedrycs, Fuzzy Control and Fuzzy Systems, Research Studies Press Ltd, Toumton, U. K. (1989.)