

# ECG신호의 잡음 제거를 위한 디지털 필터의 시간 영역 해석

남현도\* · 안동준\* · 이철희\*\*

= Abstract =

## Time Domain Analysis of Digital Filters for Noise Cancelling in ECG Signals

Hyun-Do Nam\*, Dong-Jun Ahn\*, Cheol-Heui Lee\*\*

Time domain analysis as well as frequency domain analysis of signal conditioning filters is very useful for practical applications. Time domain analysis of digital filters for noise cancelling in ECG signals is presented. Several band pass and band reject filters are designed for the analysis. Computer simulations are performed to compare the distortions of the Butterworth type filters and linear phase optimal FIR filters which are widely used for ECG signal processing. Band reject filters are applied to power line interference cancelling in ECG signals.

### 1. 서 론

인체 표면에 전극을 부착하여 심근의 수축에 관련된 전기적인 변화를 시간에 따라 측정하여 규격 용지에 기록한 심전도(ECG)는 전기적으로 봐서 심근의 수축에 따른 임펄스의 발생, 이에 대한 반응과 전파, 그리고 전기적 상태의 복원에 과정을 반복하게 되는데, P파는 심방 수축의 전기적 변화이고 QRS complex는 심실근의 전기적인 변화이며 T파는 전기적인 변화이며 T파는 전기적 복원의 상태를 나타낸다.[1], [2]

ECG 신호의 취득은 저주파, 고주파 성분의 잡음과 같은 배경 잡음이 섞이게 되므로 ECG 측정기에서 신호를 기록할 때 과도한 DC 전위가 나타나

는 것을 방지하고 저주파, 고주파 성분의 잡음을 제거하기 위한 아날로그 대역 통과(band pass) 필터를 사용한다.

이렇게 얻어진 ECG 파형의 형태에 근거하여 morphological analysis와 pace maker analysis 같은 의학적 진단이 이루어지므로 원래의 올바른 파형 취득은 중요한 문제이며, ECG 진단을 위한 base line 안정화, QRS complex 검출, 근잡음 제거등을 위해(원하는 파형 감지) 디지털 신호 처리 기법에 의한 signal conditioning 필터를 사용한다.[3] 디지털 필터는 주로 A/D 변환시에 섞여들어 오는 고주파 잡음의 제거를 위한 저역 통과 필터와 60Hz의 전력선 간섭을 제거하기 위하여 대역 저지(band reject) 필터등이 사용된다.

그러나 이러한 디지털 필터들은 원하지 않는 주파수 성분의 신호들을 제거하는 것 뿐만 아니라 원하는 파형 성분에 왜곡(distortion)을 가하게 되기 때문에 ECG신호와 같이 짧은 시구간동안에 존재하는 과도현상적인 신호의 왜곡은 심각한 문제이다. 이와 같은 왜곡 현상은 주파수의 왜곡, 진폭

(접수 : 1993년 3월 3일)

\* 단국대학교 전기공학과

\*\* 강원대학교 전기공학과

\* Dept. of Electrical Eng. Dankook Univ.,

\*\* Dept. of Electrical Eng. Gangwon Univ.

의 왜곡으로 나누어 생각할 수 있으며 ECG 신호의 QRS complex가 순간 변화율이 크므로 QRS complex의 왜곡현상은 한층 더 심하게 나타날 것이다.

본 논문에서는 ECG 신호의 고주파 잡음과 전력선 간섭 제거를 위하여 사용하는 디지털 대역 통과 필터와 대역 저지 필터를 주파수 영역에서의 응답 특성만 고려해서는 불충분하므로 이들 필터들의 주파수 및 진폭의 왜곡 현상을 시간 영역에서 분석하여 적절한 필터 대역의 선정 기준을 제시하고자 한다. 필터구조로는 Chebyshev 필터나 Bessel 필터에 비해 좋은 과도 특성을 보이는 Butterworth 필터와 선형 위상(linear phase) FIR 필터를 사용했다.

## 2. 디지털 필터

디지털 필터를 설계하기 위해서는 원하는 아날로그 필터를 설계한 다음에 적절한 변환 기법을 이용하여 이산계로 변환시키면 되므로 이와 같은 과정을 정리하면 다음과 같다.[4]

(1) 1 rad/s에서 차단 주파수를 가지는 저역 통과 아날로그 필터 전달함수  $H(s)$ 를 구한다.

(2) 원하는 디지털 필터의 라디안 값으로 표현되는 표준화된 차단 주파수  $\omega_c$ 를 계산한다.

$$\Omega_c = \tan\left(\frac{\omega_c}{2}\right) = \tan(\pi f_c T) \quad (2.1)$$

여기서 T는 표본화 시간이다.

(3) 새로운 전달함수  $H(s)$ 를 구한다(주파수 scaling).

$$\hat{H}(s) = H(s) \Big|_{s=s/\Omega_c} = H\left(\frac{s}{\Omega_c}\right) \quad (2.2)$$

(4) 원하는 필터 구조를 대입한다.(표 2.1)

(5) 쌍선형 변화(bilinear transform)을 이용하여 z-영역으로 변환한다.

$$S = \frac{z-1}{z+1} \quad (2.3)$$

### 2.1 Butterworth 필터

통과 대역에 따른 필터 구조의 선정도 중요한 문제이나, 어떤 형태의 필터를 선택하느냐도 매우 중요한 문제이다. 필터의 형태로는 Bessel형과 Butterworth형, 그리고 Chebyshev형이 많이 사용

표 2.1 필터 구조의 대입

Table 2.1 Substitution of filter type

필터 구조	대 입
고역 통과	$s \leftarrow \frac{1}{s}$
대역 통과	$s \leftarrow \frac{s^2 + \Omega_0^2}{Ws}$
대역 저지	$s \leftarrow \frac{1}{s}$ $s \leftarrow \frac{s^2 + \Omega_0^2}{Ws}$

단,  $W = \Omega_H - \Omega_L$

$$\Omega_0 = \sqrt{\Omega_L \Omega_H}$$

$\Omega_L, \Omega_H$ : 대역 통과, 대역 저지 필터의 low edge, high edge

되는데, Bessel형은 차단 특성은 나쁘나 주파수의 변화에 따라 거의 일정한 위상 특성을 가지도록 한 것이다. Butterworth형은 통과 대역에서의 전달 특성을 균일하게 하기 위한 것으로 감쇄 대역에서의 전달 특성은 n차 필터의 경우 대략  $\pm 6n$ [dB/oct]의 특성을 가지고 있으며 Chebyshev형은 차단 특성을 예리하게 하기 위한 것으로 동일특성의 감쇄특성을 가지는 필터로 설계할때 다른 필터들 보다 적은 차수로 구성이 가능한 장점이 있으나 통과 대역에서의 전달 특성 ripple이 차수의 증가에 따라 심해지고 위상 특성도 불균일하다.[5] 그림 2.1에서 알 수 있듯이 우수한 과도 상태 특성이 요구되는 생체 신호와 같은 예에서는 Butterworth 필터 구조가 유리하다.

표준화된(normalized) Butterworth 필터의 응답은 식(2.4)와 같다.[4]

$$|H(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\Omega^2)^n} \quad (2.4)$$

단, n: 필터 차수

식 (2.4)를 다시 쓰면

$$H(s)H(-s) = \frac{1}{1 + (-s^2)^n} \quad (2.5)$$

따라서 식(2.5)에서의 극점은 s-평면의 단위원 내에 존재하게 되고 좌반 평면에 위치한 안정한 극점들만 선택하면 식(2.6)과 같다.

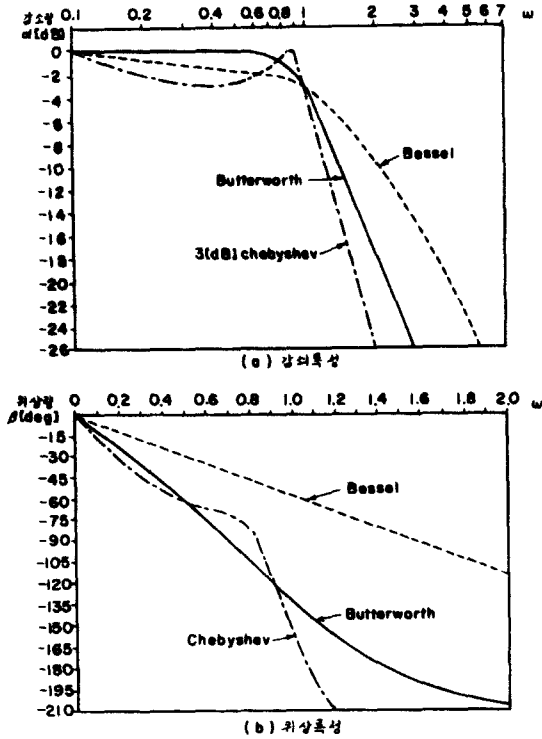


그림 2.1 3차 Bessel, Butterworth 및 Chebyshev 저역통과 필터의 감쇄 특성 및 위상 특성

Fig. 2.1 Attenuation and phase characteristics of 3th order Bessel, Butterworth and Chebyshev low pass filters

$$H(s) = \frac{k_0}{\prod_{k=1}^n (s - s_k)} \quad (2.6)$$

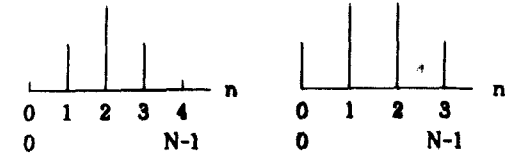
단,  $k_0$ : 표준화 상수

$$s_k : \exp[j\pi(1/2 + (2k-1)2n)]; k=1, 2, \dots, n$$

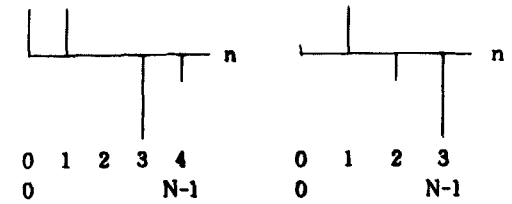
이같이 구해진 아날로그 Butterworth 필터를 앞에서 언급한 디지털 필터 설계 과정을 거쳐 디지털 필터로 구현한다.

## 2.2 선형 위상 FIR 필터

FIR 필터는 전달 함수가 영점만(all-zero transfer function)가지기 때문에 IIR(Butterworth) 필터의 경우와 같이 불안정한 극점에 대한 고려가 필요없으며, 영점이 안정하다면 절대적인 안정도가 보장된다. 선형 위상 FIR 필터는 FIR 필터의 전달 함수가 해석적이고 연속성을 가지도록 정의함으로



(a) 기수, 대칭인 경우 (b) 우수, 대칭인 경우



(c) 기수, 비대칭인 경우 (d) 우수, 비대칭인 경우

그림 2.2 선형 위상 FIR 필터의 4가지 형태  
Fig. 2.2 4 Types of linear phase FIR filters

써 위상 특성이 선형성을 유지하여 비선형 필터 구조에 비해 유리한 특성을 가진다. 선형 위상 FIR 필터의 형태는 그림 2.2와 같이 필터의 차수가 기수, 우수인 경우와 임펄스 응답의 형태가 대칭, 비대칭인 4가지로 분류된다.[6], [7]

4가지 형태의 선형 위상 필터의 주파수 응답은 식(2.7)과 같다

$$H(e^{jw}) = \exp[-jw(N-1)/2] \exp[j(\pi/2)L] H^*(e^{jw}) \quad (2.7)$$

여기서  $L$ 의 값과  $H^*(e^{jw})$ 의 형태는 표 2.2에 주어져 있다.

표 2.2에서  $H^*(e^{jw})$ 의 형태는 삼각함수의 간단한 공식에 의해  $w$ 의 고정된 함수  $Q(e^{jw})$ 의 곱 형태로 바뀌어지고 코사인의 합들을  $P(e^{jw})$ 라고 하면 표 2.3과 같이 정리할 수 있다.

선형 위상 FIR 필터의 설계 방법으로는 윈도우를 사용하는 방법과 주파수 샘플링 방법, 그리고 최적 설계법으로 나누어 볼 수 있는데, 본 논문에서는 Chebyshev의 근사화법(Chebyshev approximation methods)을 이용하여 선형 위상 최적 FIR 필터를 설계하였다[8]. 표 2.2에서  $D(e^{jw})$ 를 필터의 원하는 주파수 응답이라고 하고,  $W(e^{jw})$ 를 근사화 오차의 비중 함수라고 하면 근사화된  $E(e^{jw})$ 는 식(2.8)와 같다.

$$E(e^{jw}) = W(e^{jw}) [D(e^{jw}) - H^*(e^{jw})] \quad (2.8)$$

표 2. 2 L과 H\*(e<sup>jw</sup>)의 형태

Table 2. 2 Types of L and H\*(e<sup>jw</sup>)

Case	필터의 차수와 임펄스 응답	L	H*(e <sup>jw</sup> )
1	N : odd, symmetrical impulse response	0	$\sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n)$
2	N : even, symmetrical impulse response	0	$\sum_{n=0}^{N/2} b(n) \cos[\omega(n - \frac{1}{2})]$
3	N : odd, anti-symmetrical impulse response	1	$\sum_{n=0}^{(N-1)/2} c(n) \sin(\omega n)$
4	N : even, anti-symmetrical impulse response	1	$\sum_{n=0}^{N/2} d(n) \sin[\omega(n - \frac{1}{2})]$

표 2. 3 H\*(e<sup>jw</sup>)의 정리

Table 2. 3 Arrangement of H\*(e<sup>jw</sup>)

Case	Q(e <sup>jw</sup> )	P(e <sup>jw</sup> )
1	1	$\sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n)$
2	$\cos(\frac{\omega}{2})$	$\sum_{n=0}^{(N/2)-1} b(n) \cos(\omega n)$
3	$\cos(\omega)$	$\sum_{n=0}^{(N/3)-2} c(n) \cos(\omega n)$
4	$\sin(\frac{\omega}{2})$	$\sum_{n=0}^{(N/2)-1} d(n) \cos(\omega n)$

여기서 H\*(e<sup>jw</sup>)를 표 2.3과 같이 P(e<sup>jw</sup>)와 Q(e<sup>jw</sup>)로 분할하고 Q(e<sup>jw</sup>)가 주파수에 고정된 함수이므로 식(2.8)을 다시 쓰면

$$E(e^{j\omega}) = W(e^{j\omega}) Q(e^{j\omega}) \left[ \frac{D(e^{j\omega})}{Q(e^{j\omega})} - P(e^{j\omega}) \right] \quad (2.9)$$

이제 Chebyshev의 근사화 문제는 (2.10)과 같이 주파수 대역에서 E(e<sup>jw</sup>)가 최대의 절대값을 가지도록 하는 계수 집합들 [a(n), b(n), c(n), d(n)]의 최소값을 찾는 것으로 귀결된다.

$$\| E(e^{j\omega}) \| = \min_{\{계수\}} [\max_{\omega \in A} | E(e^{j\omega}) |] \quad (2.10)$$

단, A는 모든 대상 주파수 대역의 disjoint union

### 3. 시뮬레이션 결과 및 검토

ECG 신호에서 P파와 T파의 주파수는 비교적 낮은 편이므로 왜곡 현상이 심하게 나타나지 않을 것이다. 따라서 그림 3.1과 같이 왜곡이 심하게 일

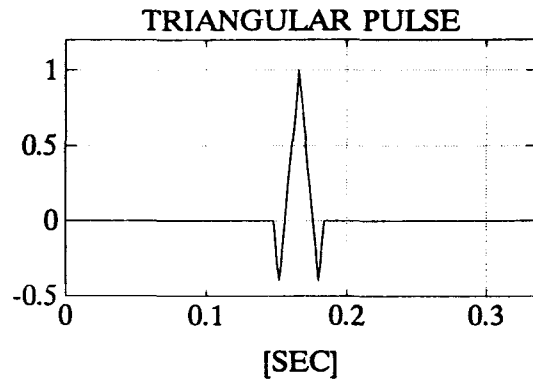


그림 3. 1 Triangular burst

Fig. 3. 1 Triangular burst

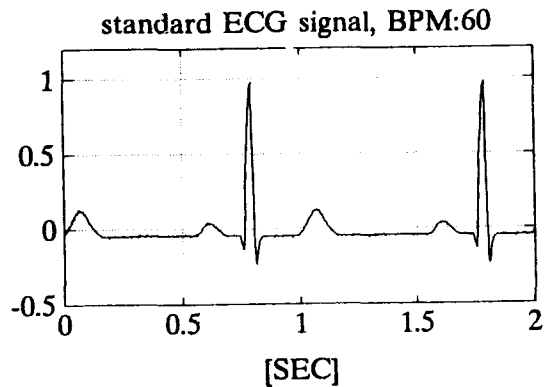
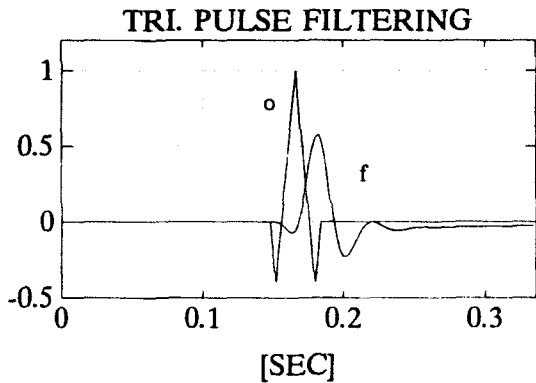


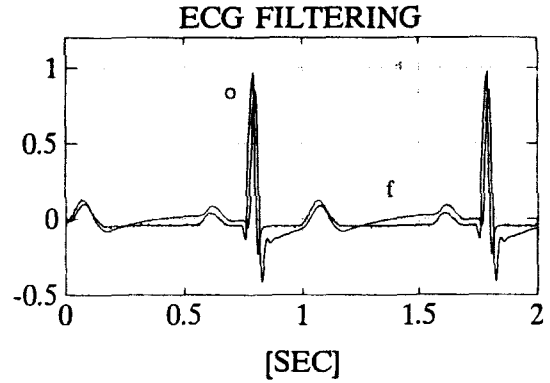
그림 3. 2 표준 ECG 신호(BPM: 60)

Fig. 3. 2 Standard ECG signal(BPM: 60)

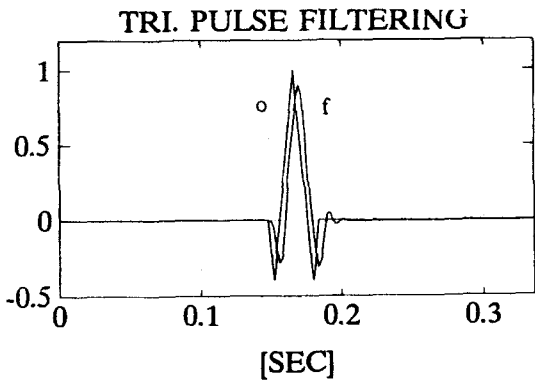
어날 것으로 생각되는 QRS complex 파형과 유사한 형태의 triangular burst를 만들고 8차의 Butterworth 필터와 64차의 선형 위상 최적 FIR 필터 공히 대역 통과 필터(통과 대역: 0.5-30Hz, 0.05-100Hz)와 대역 저지 필터(저지 대역: 55-65Hz)를



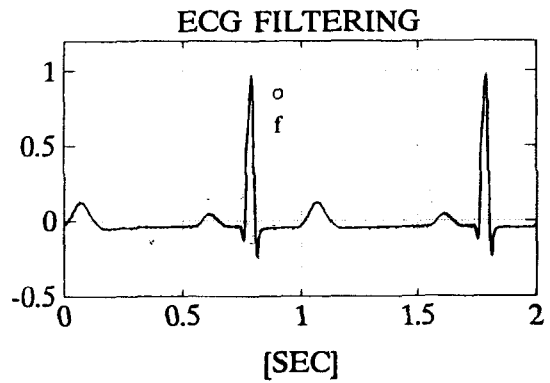
(a) triangular burst의 경우(0.5-30Hz)



(b) 표준 ECG 신호의 경우(0.5-30Hz)



(c) triangular burst의 경우(0.05-100Hz)



(d) 표준 ECG 신호의 경우(0.05-100Hz)

그림 3. 3 Butterworth 대역통과 필터(차수:8, 통과대역:0.5-30Hz, 0.05-100Hz)

Fig. 3. 3 Butterworth band reject filter(tap:8, pass band:0.5-30Hz, 0.05-100Hz)

디지털 필터로 설계하였고 왜곡 현상을 분석하였다. 대역 통과 필터의 통과 대역은 진단용에 적합하도록 정하였고 필터들의 차수를 각각 8차와 64차로 정한 것은 필터의 차수를 더 증가시켜도 특성이 별로 좋아지지 않았기 때문이다. 그림 3.2는 표준 ECG 신호 발생기에서 발생시킨 분당 맥박수(BPM: Beat Per Minute)가 60이고 발생 전압이 1 V[p-p]인 표준 ECG 신호를 표본화 주파수 500 [Hz]로 A/D 변환하여 디지털 데이터로 저장하고, 필터들의 표본화 주파수는 공히 500[Hz]로 하였다.

그림 3.3은 Butterworth 필터구조를 가지는 대역 통과 필터의 왜곡현상을 보인 것이고(차수: 8, 통과 대역: 0.5-30Hz, 0.05-100Hz), 그림 3.4는 선형 위상 최적 FIR 필터의 구조를 가지는 대역 통

과 필터의 왜곡 현상을 보인 것이다.(차수: 64차, 통과 대역폭: 0.5-30Hz, 0.05-100Hz) 통과대역을 0.5-30Hz, 0.05-100로 한것은 이 대역들이 모니터링용과 진단용으로 쓰이기 때문이다(그림에서 'o'는 원 파형이고, 'f'는 필터링 결과이다.).

그림 3.5는 Butterworth 필터구조를 가지는 대역 저지 필터의 왜곡현상을 보인 것이고(차수: 8, 저지 대역폭: 55-65Hz), 그림 3.6은 선형 위상 최적 FIR 필터의 구조를 가지는 대역 저지 필터의 왜곡현상을 보인 것이다(차수: 64, 대역폭은 55-65Hz)

대역 통과 필터의 경우에 그림 3.3(b)와 그림 3.4(b)에서 P파 및 T파, 그리고 base line 왜곡도 발생하고 있음을 볼 수 있다.

표 3.1은 그림 3.3에서 3.6까지의 결과에 대하여

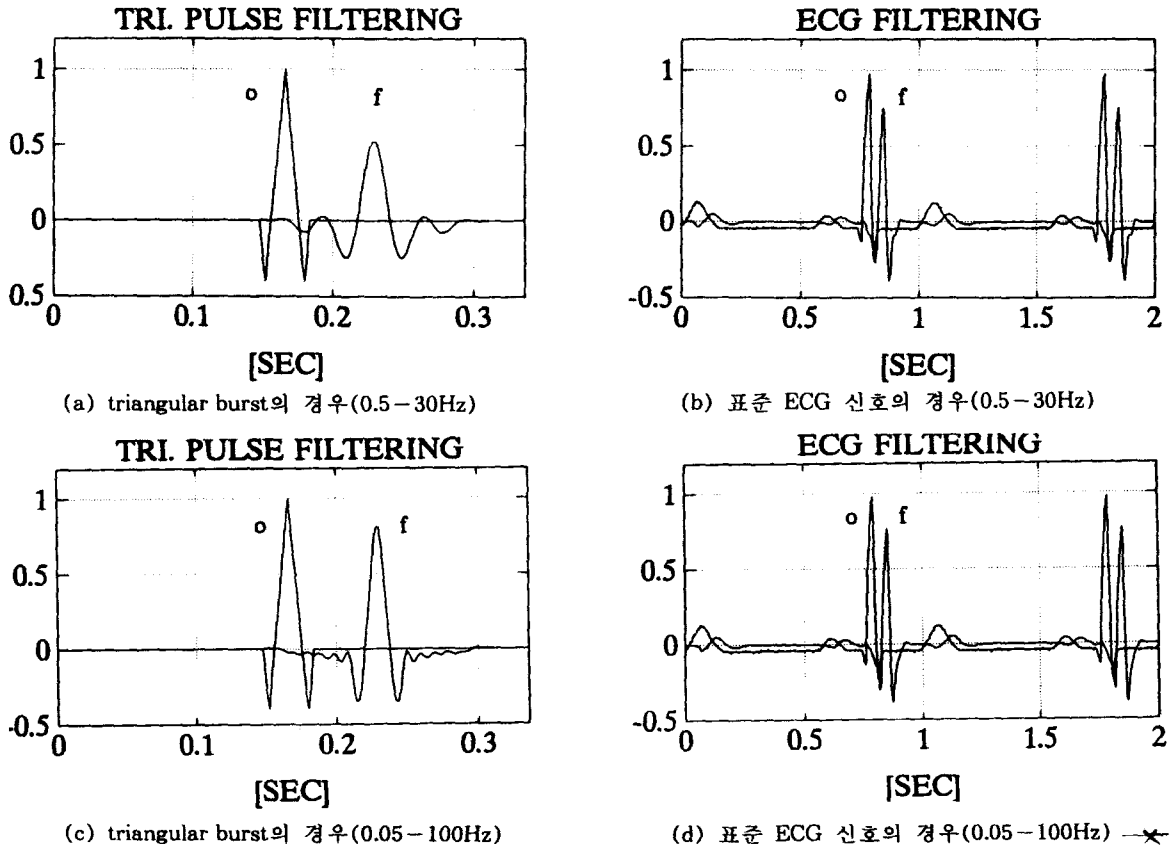


그림 3. 4 선형위상 최적 FIR 필터(차수:64, 통과대역:0.5-39Hz, 0.05-100Hz)  
 Fig. 3. 4 Linear phase optimal filter(tap:64, pass band:0.5-30Hz, 0.05-100Hz)

주파수의 왜곡과 진폭의 왜곡을 분석한 것으로 대역 통과 필터의 경우 대역 통과 대역 폭이 넓을수록 왜곡 현상이 감소함을 알 수 있다.

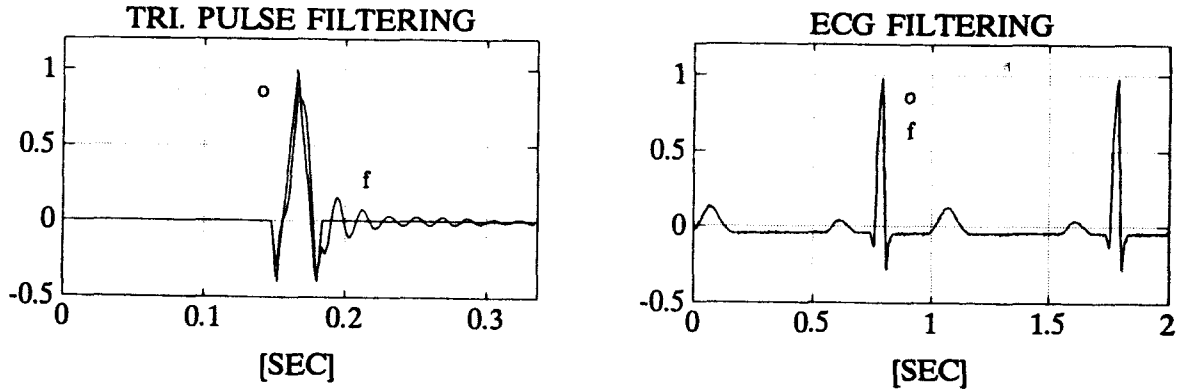
그림 3.7은 그림 3.2의 표준 ECG 신호에 60Hz의 전력선 간섭을 포함시킨 것이고, 그림 3.8의 (a)는 8차 Butterworth 대역 통과 필터(0.5-30Hz)의 필터링 결과이고 (b)는 8차 Butterworth 대역 저지 필터(55-65Hz)의 필터링 결과이다. 그리고 (c)는 64차 선형 위상 최적 FIR 대역 통과 필터(0.5-30Hz)의 필터링 결과이고 (d)는 선형 위상 최적 FIR 대역 저지 필터(55-65Hz)의 필터링 결과로서 전력선 간섭 제거시에는 Butterworth 대역 저지 필터가 가장 왜곡이 적으며 양호한 특성을 보이고 있다.

#### 4. 결 론

ECG 신호를 취득할 때 수반되는 배경 잡음의

제거시에 사용되는 signal conditioning 필터의 시간 영역에서의 왜곡현상을 분석하였다. Signal conditioning 디지털 필터중 IIR 필터와 FIR 필터에서 ECG 신호에 적용이 적절한 Butterworth 필터와 선형 위상 최적 FIR 필터를 고려하였다. 대역 통과 필터의 경우에, 통과 대역 폭이 클수록 왜곡 현상이 줄어들음을 볼 수 있었으며 Butterworth 필터와 선형 위상 최적 FIR 필터의 왜곡현상을 비교하였다. 또한 P파 및 T파, 그리고 base line 왜곡이 발생하므로 이에 대한 연구가 더 행해져야 될 것이다. 전력선 간섭 제거시에 Butterworth 대역 저지 필터가 왜곡현상이 가장 적었으며 간섭 제거 특성이 가장 뛰어났다.

본 연구는 한국과학재단 목적기초 연구과제 91-01-00-04의 지원에 의하여 이루어졌음.

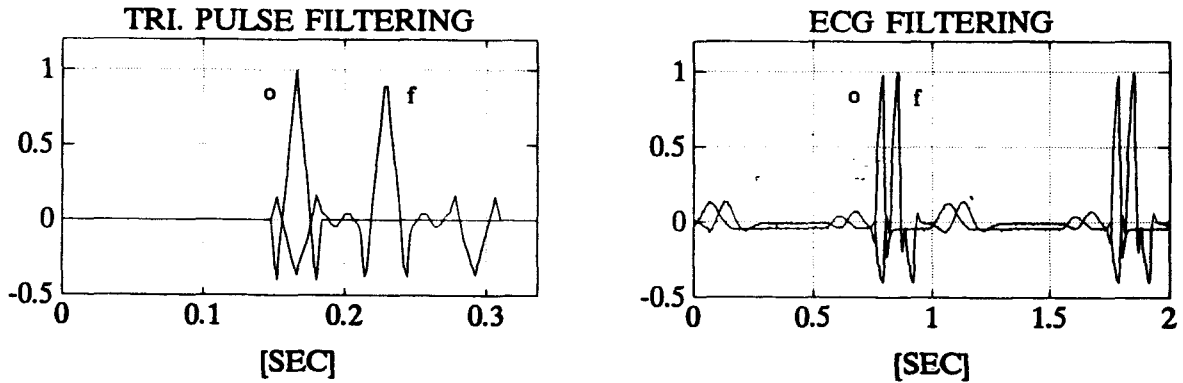


(a) triangular burst의 경우

(b) 표준 ECG 신호의 경우

그림 3. 5 Butterworth 대역저지 필터(차수:8, 저지대역:55-65Hz)

Fig. 3. 5 Butterworth band reject filter(tap:8, reject band:55-65Hz)



(a) triangular burst의 경우

(b) 표준 ECG 신호의 경우

그림 3. 6 선형위상 최적 FIR 필터(차수:64, 저지대역:55-65Hz)

Fig. 3. 6 Linear phase optimal filter(tap:64, reject band:55-65Hz)

표 3. 1 파수 왜곡과 진폭 왜곡의 분석

Table 3. 1 Analysis of frequency's and amplitude's distortions

필터 구조	Butterworth 필터(8차)			선형 위상 최적 FIR 필터(64차)		
	대역 통과 필터		대역 저지 필터	대역 통과 필터		대역 저지 필터
대역 폭	0.5-30Hz	0.05-100Hz	55-65Hz	0.5-30Hz	0.05-100Hz	55-65Hz
주파수 왜곡	+0.008	+0.012	+0.010	+0.0074	+0.016	+0.130
진폭 왜곡	+0.1486	+0.0168	-0.091	+0.0409	+0.0185	-0.0088

표준 ECG 신호의 QRS complex 진폭 : 1.121

표준 ECG 신호의 QRS complex 주기 : 0.044[sec]

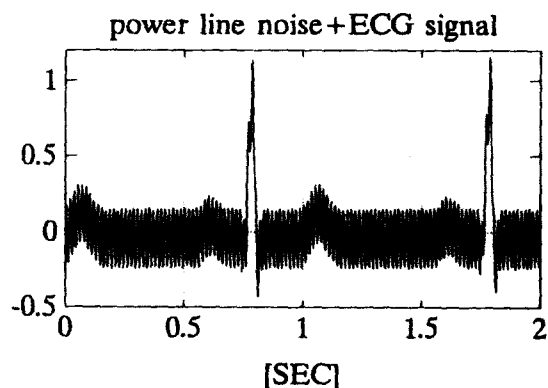
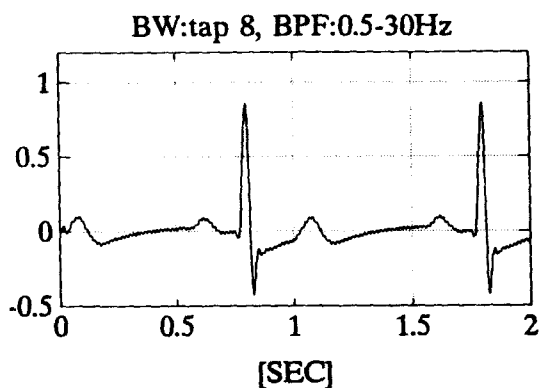
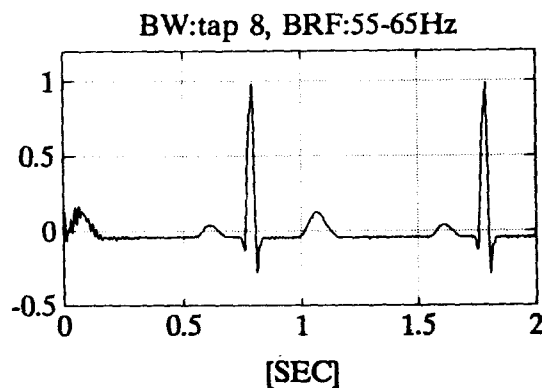


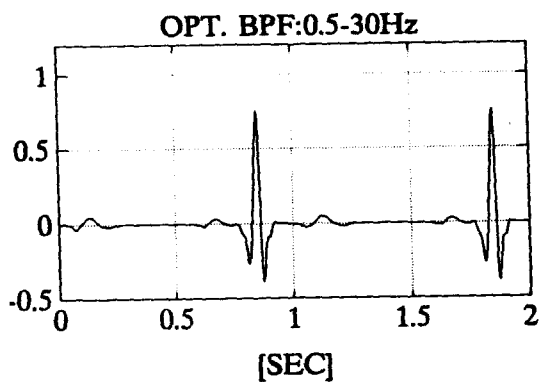
그림 3. 7 전력선 간섭이 포함된 표준 ECG 신호(BPM:60)  
 Fig. 3. 7 Standard ECG signals with power line interference



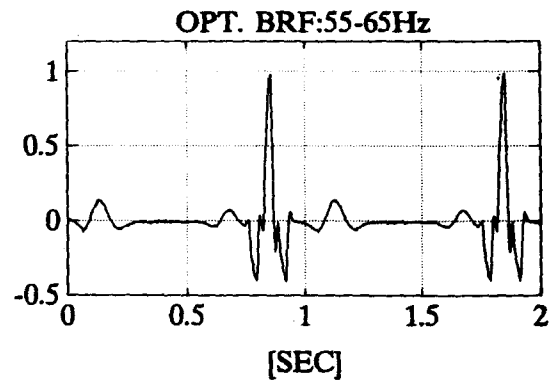
(a) Butterworth 대역통과 필터(차수:8, 0.5-30Hz)



(b) Butterworth 대역저지 필터(차수:8, 55-65Hz)



(c) 선형 위상 최적 FIR 대역통과 필터(차수:64, 0.5-30Hz)



(d) 선형 위상 최적 FIR 대역저지 필터(차수:64, 55-65Hz)

그림 3. 8 각종 필터들의 전력선 간섭 제거 효과 및 왜곡 현상  
 Fig. 3. 8 Power line interference cancelling effect and distortion phenomena of various filters



### 참고문헌

- 1) John R. Hampton, *The ECG made easy*, Churchill Livingstone, 1986.
- 2) Michael L. Armstrong, *ElectroCardiograms a systematic method of reading them*, John Wright & Sons Limited, 1985.
- 3) 장태규, 조재희, 양원형, "EEG신호의 파형 감지를 위한 Signal Conditioning 필터에 관한 연구", 1992년도 전기학회 하계 학술대회 논문집, pp. 311-313.
- 4) Samuel D. Sterns and Ruth A. David, *Signal Processing Algorithms*, Prentice Hall Inc., 1988.
- 5) Athanasios Papoulis, *Circuit and Systems a modern approach*, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1980.
- 6) T. W. Parks and C. S. Burrus, *Digital Filter Design*, John Wiley & Sons, Inc. 1987.
- 7) Oppenheim, A. V. and R. W. Schaffer, *Digital Signal Processing*, Prentice Hall Inc. 1975.
- 8) Lawrence R. Rabiner and Bernard Gold, *Theory and application of Digital Signal Processing*, Prentice Hall Inc., 1975.