

## 第 5次 高등학교 數學教育과정에서 命題부분의 誤謬에 관한 연구<sup>11)</sup>

김도상(강원대학교)

이제 설문조사를 병행하여 검토하고자 한다.

### Astract

The purpose of this study is to point out and improve problems about proposition in the fifth curriculum and to present the direction of revision for the sixth curriculum. The method taken in this study was the analysis of written questions.

### I. 서론

第 3次 教育과정에서부터 集合의 記號가 導入됨과 同時에 論理에 관한 內容이 登場하게 되었다. 論理에 관한 것을 취급하게 된 動機는 數學教育現代化의 영향이라 할 수 있겠다.

第 4次 教育과정에서는 全칭기호와 존재기호에 관한 것을 삭제하고 다시 第 5次 教育과정에서는 기호를 대폭 줄이고 내용을 근본적으로 달리한 것이다. 즉, 命題에서 시작하여 必要條件과 充分條件 및 對偶의 개념을 지도하는 것을 목표로 하는 것으로 생각된다. 그런데 第 5次 教育과정의 命題부분에서 사용한 記號는 많은 문제점을 갖고 있다는 것이다. 그리고 內容面에 있어서도 再考해야 할 점이 많다는 것이다.

11) 이 논문은 1993년도 강원대학교 연구 조성비의 지원으로 연구되었음.

### II. 設問 調査 內容과 結果

현행 고등학교 수학과 교육과정에서 일반수학의 명제에 관한 부분은 기호와 용어에 있어서 많은 문제점을 갖고 있다고 생각합니다. 다음의 설문에서 각 문항에 대하여 의견을 조사함으로써 교육과정 개정의 필요성에 대한 근거 자료를 만드는데 목적이 있습니다. 설문에 대한 해답은 반드시 현행 교육과정에 의하여 판단하기 바라며 긍정이면 O표, 부정이면 X표, 판단하기 어려우면 공란으로 하시기 바랍니다.

1.  $p \rightarrow q$ 에서  $p, q$ 가 명제인 경우가 있는가?
2.  $\sim p$ 에서  $p$ 는 명제인가?
3.  $\sim p$ 를 "p가 아니다"로 정의하는 것은 옳은가?
4.  $x = 1 \rightarrow x^2 = 1$ 은 명제인가?
5.  $x = 1 \leftrightarrow x^2 = 1$ 은 명제인가?
6.  $\sim(x = 1)$ 과  $x \neq 1$ 은 개념에 있어서 같다고 할 수 있는가?
7. " $x = 1 \rightarrow x$ 는 정수이다"라는 표현은 같은 것인가?
8. 위의 문항에서 右는 左이기 위한 필요조건이라 할 수 있는가?
9. 「 $x \in A \rightarrow x \in B$ 」 $\rightarrow A \subset B$ 인 표현은 의미가 있는가?
10. 「 $x \in A \leftrightarrow x \in B$ 」 $\rightarrow A \subset B$ 인 표현

은 의미가 있는가?

11. 「 $x \in A \rightarrow x \in B$ 」 $\leftrightarrow A \subset B$  인 표현

은 의미가 있는가?

12. 「 $x \in A \leftrightarrow x \in B$ 」 $\leftrightarrow A \subset B$  인 표현도 의미가 있는가?

13. “p이면 q이다”는 “p가 성립하면 q가 성립한다”라는 의미로 생각할 수 있는가?

14. 현행 교육과정에서는 “p이면 q이다”를 기호로  $p \rightarrow q$  로 표시하고, 명제가 참일때  $p \leftrightarrow q$  로 표시하였다. 그러나 “p이면 q이다”를 개념으로 보아서는  $p \leftrightarrow q$ 로 나타내는 것이 합리적이라고 생각하는 것은 옳은가?

15. '조건' 과 '조건명제' 는 같은 것인가?

다음은 고등학교 수학교사(약 500명)를 대상으로 위의 설문지에 의하여 실시한 설문조사의 결과이다. 但, 숫자는 百分率(%)을 나타낸다.

	긍정 (0)	부정 (x)	공란
(문항1)	75	21	4
(문항2)	70	23	7
(문항3)	90	7	3
(문항4)	88	9	3
(문항5)	78	18	4
(문항6)	77	22	1
(문항7)	70	28	2
(문항8)	68	27	5
(문항9)	24	69	7
(문항10)	45	45	10
(문항11)	24	67	9
(문항12)	69	23	8
(문항13)	48	47	5
(문항14)	30	62	8
(문항15)	29	64	7

### III. 設問 調査의 結果 分析

#### (문항1)

新과정에서는  $p \rightarrow q$ 인 표현에서 p, q가 명제인 경우는 없다. 즉 p이면 q이다를  $p \rightarrow q$ 로 표시할 뿐이다.

그런데 많은 응답자가 0로 하였다 것은 舊과정에서의 명제의 합성으로 생각한 결과로서 기호 사용이 문제이다.

#### (문항2)

新과정에서는  $\sim p$ 에서 p가 명제인 경우의 문제는 사실상 하나도 없는데 大部分의 교과서가 p가 명제라고 하여  $\sim p$ 를 설명하였으므로 0 응답자가 많았다.

#### (문항3)

$\sim p$ 의 읽는 방법이 “p가 아니다.” 즉 not p인 것이다. 이것을 정의로 채택하는 것은 잘못이다.

舊과정에서의 眞理表에 의하여 정의할 수 밖에 없는 것을 新과정에서 무리하게 기호를 소개하는 것이다.

#### (문항4)

$x = 1 \rightarrow x^2 = 1$ 은 舊과정에서는 조건명제의 합성일 뿐이다.

그러나 新과정에서는 “ $x = 1$  이면  $x^2 = 1$ 이다.”를  $x = 1 \rightarrow x^2 = 1$ 로 표시한다고 하고  $x = 1 \rightarrow x^2 = 1$ 의 眞僞를 판별하는 方法을 제시한 교과서가 있으므로 명제로 생각한다.

그러나 조사결과에서는 12%정도가 x로 한 것은 舊과정에서의 조건명제와 혼동이 있다는 것이다.

#### (문항5)

新과정에서  $x = 1 \rightarrow x^2 = 1$ 가 眞인 경우에  $x = 1 \leftrightarrow x^2 = 1$ 로 표시한다고 하였으니 명제로 생각하는 것은 당연하다.

그러나 문항4보다  $x$ 로 한 응답자가 많다는 것은 기호  $\rightarrow$ 의 설명방법에 원인이 있는 것 같다.

(문항6)

이것은 문항 2및 3과 직접 관련된 것으로서 新과정에서  $\sim(x = 1)$ 의 意味를 문항3에서와 같이 " $x=1$ 가 아니다."로 정의하는 것은 잘못이다.

이것은 극히 애매한 표현으로서 수학적인 표현이 아니다. 이와 같은 意味에서는  $x = 2$ 로 해석할 수도 있다.

다른 例로서  $\sim(x$ 는 사람이다)를 " $x$ 는 사람이 아니다"라는 해석을 한다면 " $x$ 는 동물이다" " $x$ 는 식물이다" 등의 극히 애매한 것이 된다.

이와 같이 애매한 정의로는  $\sim(x = 1)$ 가  $x \neq 1$ 과 같게 된다는 보장이 없다.

더구나 일상용어에서의 긍정과 부정 또는 反對語를 연상하여  $x \neq 1$ 을 생각하기 쉬우나  $x \neq 1$ 은 부정의 개념이라기보다는  $x < 1, 1 < x$ 로 생각하면 되는 것이다.

그런데 舊과정의 조건명제의 개념으로서는  $\sim(x = 1)$ 과  $x \neq 1$ 은 같은  $x$ 에 대하여 眞理值가 같다. 물론 眞理集合도 같다. 이것이 그 自體가 같은 것으로 착각하도록 한 원인이 된 것이다.

$\sim(x = 1)$ 은 眞僞의 문제일 뿐이다. 이것은 新과정에서는 정의되지 않는 것이다.

그런데 新과정에서 집합과 연관시켜 무리하게 사용하는 것이 문제이다.

(문항7)

문항4와 마찬가지로 구과정에서는 조건명제의 합성일 뿐이다.

그러나 新과정에서는 " $x = 1$ 이면  $x$ 는 정수"라는 것을 옳게 표현한 것이다.

그런데 30%정도가  $x$ 로 한 것은 " $1$ 은 정수이다"라는 명제를 변수를 사용하여 기호로 표현한 것에 대하여 거부감을 느끼는 결과이다.

(문항8)

문항7의 결과분석에서와 같게 右가 必要條件인 것은 분명하다.

그러나 記號化하지 않고 " $x = 1$ 이면  $x$ 는 정수이다."로 표현하였다면 0로 응답한 수가 많아졌을 것이다.

(문항9~12)

$A = \{1,2\}$   $B = \{1,2,3\}$  에서  $x \in A \rightarrow x \in B, x \in A \rightarrow x \in B$ 인 표현은 모두 명제이다.

그런데  $p \rightarrow q$  또는  $p \rightarrow q$ 에서  $p, q$ 가 명제인 경우는 新과정에서는 없다. 따라서 모두의 의미를 부여할 수 없다.

그런데 조사결과에서는 O, X의 비율이 비슷한 경우도 있다.

(문항13)

가장 本質的인 것은 " $p$ 이면  $q$ 이다"의 意味인 것이다.

이 意味를 파악하지 않고는 명제의 眞僞를 判別할 수 없다. 바로 이 意味는 " $p$ 가 成立하면  $q$ 가 成立한다"라는 것이다.

그런데 O, X의 비율이 같다는 것은 문제가 아닐 수 없다. 이것은 " $p$ 이면  $q$ 이다"를 舊과정에서의  $p \rightarrow q$ 와 혼돈하고 있는 것이다.

(문항14)

위의 문항에서 " $p$ 이면  $q$ 이다"의 意味를 분명히 하였다.

그런데 필자는 이것을 記號化하는 것은 불필요하다고 생각한다.

그러나 굳이 記號化 한다면  $p \rightarrow q$ 로 표시하는 것이 合理的이라는 주장이다.

理由は " $p$ 가 成立하면  $q$ 가 成立한다"라는 內容이 사실상  $p \rightarrow q$ 라는 表現인 것이다.

이것은 구과정에서의  $p(x) \rightarrow q(x)$  와도 관련이 있다.

따라서  $p \rightarrow q$  자체가 명제로서 眞僞를 判別

하면 된다.

그러면  $x^2 = 1 \rightarrow x = 1$  은 곧 眞인 명제이다. 이것은  $1 = 2$  가 眞인 명제인 것과 같은 이치이다.

O가 30%라는 것은 주목할 일이다.

(문항15)

조건명제는 舊과정에서 사용한 公式的인 用語이다. 물론 조건과는 다르다.

조사결과에서도 X로 응답한 수가 大部分이다.

조건은 非公式的인 용어지만 新 과정에 적합하게 정의한다면 다음과 같다.

“p이면 q이다”라는 表現에서 p, q를 條件이라 하고 특히 이 명제가 眞일때 p를 充分條件, q를 必要條件이라 한다.

IV. 第 5次 교육과정의 問題點 및 誤謬에 대한 고찰

설문조사의 결과분석에서 이미 문제점이 제기되었다.

여기서는 구체적으로 열거한 다음에 해설을 첨부하고자 한다.

1. “p이면 q이다” 를  $p \rightarrow q$  로 표시한 점
2.  $p \rightarrow q$ 가 眞일때  $p \rightarrow q$ 로 표시한다고 한 점
3.  $p \rightarrow q$ 의 정의라고 하여 眞偽인 경우를 기술한 점
4. “p이면 q이다”의 意味를 명시하지 않은 점
5. 條件의 意味를 명시하지 않은 점
6.  $\sim p$  를 “p가 아니다”로 정의한 점
7.  $\sim p$  에서 p를 명제라고 한 것과 그렇지 않은 것이 혼용된 점
8.  $\sim q \rightarrow \sim p$  와 같은 표현이 명제의 부정에 대해서만 언급된 경우에도 사용된 점

(해설1)

舊과정을 돌이켜 보면  $p(x) \rightarrow q(x)$  는 조건 명제의 합성으로서 眞理值를 나타낼 뿐이다. 그리고 기호  $\rightarrow$  은 “이면” 이라는 연결사 대신에 사용한 것이 아니다.

(해설2)

舊과정을 돌이켜 보면  $p(x) \rightarrow q(x)$ 는 “p(x)가 眞이 되는 x에 대하여 q(x) 眞이다”라는 意味이다.

한편 新과정에서는  $p \rightarrow q$  를 “p가 성립하면 q가 성립한다.”라는 意味로 생각하면 된다.

(해설3)

$p \rightarrow q$  의 정의라고 하여 眞偽인 경우를 集合의 包含關係로서 설명하고 있으나 이것보다  $p \rightarrow q$  자체의 意味를 설명하는 것이 우선 필요한 것이다.

(해설4)

“p이면 q이다”의 意味를 설명한 것이 없다. 가장 本質的인 문제를 설명하지 않았다는 것이다.

이제 다음 4개의 표현에서 (1)과 (2), (2)와 (3), (3)과 (4)는 같은 것인가를 생각할 필요가 있다.

- (1)  $p \rightarrow q$
- (2) p이면 q이다
- (3) p를 만족하는 것은 q를 만족한다
- (4)  $p \rightarrow q$

(2), (3), (4) 사이의 관계는 문항 13과 14의 결과 분석에서 언급한 내용과 동일함을 밝혀둔다.

(해설5)

條件의 意味를 설명하고 있지 않다는 것이다.

條件을 條件命題로서 정의 하려고 한 것이 있는데 이것은 크게 잘못된 생각으로서 마치 集合을 眞理集合으로 정의 하려고 하는 것과 같다. 이제 조건의 의미는 문항 15의 결과 분석에서 언급한 바와 같다.

(해설6)

$\sim p$ 의 의미를 “p가 아니다”로 설명한다는 것은 기호  $\sim$ 을 부정어 대신으로 사용하는 것이 된다.

“p가 아니다”는 읽는 방법일 뿐이지 意味가 될수 없다.  $\sim p$  라는 기호는 退場시키고 교과서에서 “ $\sim p$ 이면  $\sim q$ 이다”라는 이상한 표현도 하지말아야 한다. 여기서 “p가 아니면 q가 아니다”의 意味를 명시하는 것이 중요하다. 이 意味는 “p가 成立하지 않으면 q가 成立하지 않는다”라는 것이다.

(해설7)

$\sim p$  에서 p를 명제라고 한것과 그렇지 않은 것이 있다는 것은 舊과정과 新과정 사이에서 혼돈을 일으키고 있다는 것이다

(해설8)

$\sim p$  에서 p를 명제라고 한 경우  $\sim p$  도 명제이다.

그런데 新과정에서는  $p \rightarrow q$ 에서 p, q가 명제인 경우에 대하여는 언급한 바도 없는데  $\sim q \rightarrow \sim p$  와 같은 表記를 하였다라는 것은 오류가 아닐 수 없다.

V. 結 論

第 5次敎育과정의 命題부분에 관한 내용은 論理代數의 관점에서 취급한 舊과정에서 벗어

나 최소한도로 필요한 몇가지 用語를 소개하는데 主眼點을 둔 것이다.

그러나 이 의도와는 달리 方法論에 있어서 舊과정에서 사용한 논리기호를 남겨 두었고 또한 지나치게 集合에 의존 하였으며 그리고 명제라는 用語에 너무 집착한 것이 문제점을 야기시킨 원인이 된것이다.

다시 말하면 舊과정의 記號의 개념을 잘못 인식하여 新과정에 무리하게 사용한 것이 근본 원인이다.

이제 문제점의 해결방안을 말하면 i) 新과정에서는 논리기호를 사용한 표현  $p \rightarrow q, p \leftrightarrow q, \sim p$  은 바람직하지 않으므로 이들 記號의 사용은 금한다.

ii) “p이면 q이다” 와 “p가 아니면 q가 아니다” 라는 표현의 意味를 명시하고 이 두가지만 활용하면 된다.

결론적으로 말하면 敎育과정의 개념에는 교과서도 포함된다. 그러나 記號를 제공한 것은 원천적으로 敎育과정의 문제라는 것이다.

참 고 문 헌

金道相 (1964). 數學敎育에 있어서 새로운 사상. 한국수학敎育학회지.  
 문교부 (1989). 數學科敎育과정해설.  
 高等學校 일반수학 교과서 (1992)