한국수학교육학회지 시리즈 A 〈수학교육〉
1993. 6. 제 32권 제 3호 151-157

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
Series A : June 1993, Vol. 32. No. 3, 151-157

퍼지이론과 수학교육

박 창 균(미 코넬대)

1. 서 론

퍼지이론은 퍼지 카메라, 퍼지 진공 청소기, 퍼지 세탁기 등 가전제품을 통하여 이제 많은 사람들에게 그렇게 낯설지 않은 이름이 되었다. 학문의 분화가 심화되어 소위 '독수리식'이 아닌 '두더지식'학문을 하고 있는 오늘날과 같은 현실에서 수학, 공학(전자, 전산 …), 의학, 경영학 등 여러분야 학자들에 의해 광범위한 연구가 수행되고 있는 퍼지이론은 과연 어떤 학문적 성격을 지니고 있으며 수학교육학에 있어서는 어떠한 의미를 가질 수 있는가? 또한 퍼지이론의 중심개념을 학생들에게 어떻게 효과적으로 설명할 것인가?

어떠한 수학이론이든지 그것을 따져볼때 수리철학과 수학사적인 조명과 수학교육학적 연관성을 검토하여야 입체적이고 온전한 분석이 된다고 본다. 따라서 위의 물음에 답하기 위해 우선 퍼지이론을 개관한후 수리철학적, 수학사적 그리고 수학교육학적인 관점을 적용하고 또한 퍼지개념을 학생들에게 소개하기 위하여 세가지 예를 제시하기로 한다.

2. 퍼지이론

퍼지이론은 1965년에 Zadeh교수가 「Fuzzy Sets」라는 논문을 발표한 것을 효시로 보고 있는데 수학에서는 기존의 수학을 퍼지화하여 Fuzzy Topology, Fuzzy Group, Fuzzy Analysis, Fuzzy Graphs, Fuzzy Logic 등의 이름을 낳았다. 일반적으로 퍼지이론이라고 하면 Fuzzy Set Theory, Fuzzy Measure, Fuzzy Logic을 중심으로 하는 이론이라고 할 수 있는데 애매모호함을 수학적으로 다룬다는 것이 그 기본 발상이라고 하겠다.

2.1 퍼지집합

'아름다운 사람들의 모임'이라든가 '키가 큰 사람들의 모임'은 우리가 흔히 알고 있는 보통집합(Crisp Set)은 될 수 없으나 퍼지집합은 될 수 있다. 만약 A가 보통집합이라면 전체집합 X의 부분집합 A는 특성함수 $\chi_A : X \rightarrow \{0, 1\}$로써 표시할 수 있는데, 이는 X의 한 원소가 A에 들어가든가 들어가지 않든가 두 가지 경우 중 어느 한 가지이다. 그런데 퍼지집합 A는 소속함수(membership function)$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$로 정의되고 $\mu_A(x)$는 $x \in A$가 퍼지집합 A에 소속되는 정도를 나타낸다. {0, 1}을 [0, 1]로 대치하는 것은 논리적으로 말한다면 이치논리에서 무한치논리로의 확장을 의미하고 보통집합은 퍼지집합의 특수한 경우가 된다. 퍼지집합에서는 다양한 연산이 가능하지만 보통집합과 같은 개념으로 연산을 정의하면 - 전체 집합 X에서 퍼지집합 A, B에 대하여

$A \cap B \leftrightarrow \mu_{AUB}(x) = \max \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \ \forall x \in X,$

$A \cup B \leftrightarrow \mu_{AUB}(x) = \max \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \ \forall x \in X,$

A^C(complement of A) $\leftrightarrow \quad \mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \ \forall x \in X$

본 논문의 2장과 3장은 졸고 [14]를 대부분 인용한 것임.

- 퍼지집합 A와 A의 여집합 A^c에 대해 $A \cap A^c \neq \emptyset$, $A \cup A^c \neq X$이 되는데 곧 모순률이나 배증률이 성립하지 않음을 알 수 있다. 또한 1967년 Goguen은 퍼지집합의 소속함수의 공역 [0, 1]을 Lattice(격자)로 바꾸어 L-퍼지집합을 만들었다.

2.2 퍼지측도(Fuzzy Measure)

Fuzzy Measure는 애매성의 양상을 취급함에 있어서 종래의 확률측도에서 가법성 ($P(A) + P(A^C) = 1$)을 완화한 것이라 할 수 있으며 Sugeno에 의해 제안되었다.

퍼지집합이 경계가 모호한 집합이라면 퍼지측도 $g_x(A)$는 어떤 원소 x가 어떤 보통집합 A에 소속되는 정도를 나타낸다. 이 개념에는 원소 x가 어느 보통집합에 속하게 되는 정도의 불확실성이 전제되어 있다. 예를 들어 여기 흐려진 한장의 여자 사진이 있다고 하자. 여자 전체의 집합을 X라 하고 여고생의 집합을 A_1, 여대생의 집합을 A_2, 20代 여성의 집합을 A_3라고 할 때 $g(A_1) = 0.4$, $g(A_2) = 0.8$, $g(A_3) = 0.7$등으로 표시할 수 있으며 각 측도의 합은 반드시 1일 필요가 없다.

2.3 퍼지논리(Fuzzy Logic)

Fuzzy Logic은 다치논리에 퍼지집합이론이 적용된 것이라 할 수 있는데 모호한 문장에 표준적인 논리를 적용하는 어려움을 비형식적 논의를 고전논리에 알맞게 고치기 보다는 고전논리를 비형식적인 논의에 맞게 고친 것이라 할 수 있다. Black은 자연언어는 전적으로 모호하다고 주장했는데[1] 퍼지논리의 특징은 바로 이 자연언어를 취급할 수 있다는 것이다. 퍼지논리에서는 메타언어적 술어인 '참이다'라는 말 자체도 모호하게 취급되며 퍼지진리치를 갖는다. Zadeh에 의하면 퍼지논리는 "퍼지 진리치, ··· 부정확한 진리표 그리고 정확하기 보다는 근사한 타당성을 가진 추리규칙들"을 가진다[13]. Klir와 Folger는 퍼지논리를 정의하면서 퍼지논리는 다치논리의 확장이고 그것의 궁극적 목표는 퍼지집합이론을 중요한 도구로 사용하여 부정확한 명제도 근사적 추론(approximate reasoning)을 하도록 하는 기초를 제공하는 것이라고 하였다[7]. Approximate reasoning은 fuzzy reasoning이라고도 하는데 이것은 기존의 추론 규칙이 융통성이 결여되어 있다는 점을 보완하여 불확실하고 부정확한 상황에서도 인간이 수행하는 추론의 근사성을 반영한 것이다. 예컨대 토마토가 붉으면 익었다는 것을 알 때 토마토가 '매우'붉다는 정보에 대해 토마토는 '매우'익었다는 결론에 도달하는 것이다. 이런 형태의 추론을 GMP(Generalized Modus Ponens)라 하며 일상 생활에서 만나는 모호한 개념을 포함한 가정과 사실을 가지고 추론한다. 일반 논리학에서 사용하는 다른 추론규칙에 대해서도 유사한 제안이 이루어져 있다.

2.4 퍼지이론의 응용

퍼지이론은 여러 분야에서 응용되고 있지만 그 중 가장 활발한 분야는 역시 퍼지 제어분야이다. 1974년 영국의 런던대학의 Mamdani박사가 스팀엔진의 자동운전에 퍼지추론을 응용하여 좋은 결과를 얻었고 이것은 퍼지추론을 제어에 응용한 효시가 되었다. 그 후 1980년에 Smidth社가 개발한 cement kiln용의 제어기에 실용화되었고 일본에서는 퍼지 운전장치가 개발되어 센다이市의 지하철 운전제어에 이용되었다. 현재 일본에서는 300여개 이상의 퍼지제품이 성공적으로 팔리고 있고 우리나라에서도 10여개의 퍼지 제품개발에 성공하였다. 퍼지이론은 공장 자동화, 전문가 시스템, 음성인식, 문자인식, 인공지능 로보트, 퍼지 컴퓨터, 퍼지 헬리콥터 등에 응용되고 있으며 인간과 기계의 interface를 보다 원활하게 해 주고 있다. 비단 이러한 공학뿐만 아니라 의사결정, 정보처리, 경영, 관리 등 애매모호하고 불확실성이 내재되어 있는 곳에는 퍼지이론은 마치 물이 틈이 난 곳으로 스며들 듯이 자연스러운 방법론으로 인식되고 있는 것이다.

3. 퍼지이론의 수리철학 및 수학사적 조명

3.1 20세기 후반의 철학과 '고립된 수학'

서구 유럽에서는 2차대전의 상처가 거의 아물어 가던 60년대에 들어서서 철학사적으로 주목할 만한 강력한 운동이 전개되기 시작했는데 이 운동의 소용돌이는 기존의 대부분의 철학이 전제하고 있던 이성의 절대성과 자아의 명증성, 언어의 도구성 등을 비판하고 과학의 객관성과 합리성을 거부하는, 근대 철학의 기초를 흔드는 것이었다. 이 소용돌이의 중심에는 철학적 해석학, 후기 구조주의, 새로운 과학철학이 자리잡고 있었으며 서양 근대문화에 대한 기존의 패러다임을 반성, 해체하고 전통적인 과학관을 뿌리채 뽑아 뒤엎는 '반 데카르트적'[12]인 경향을 띄고 있었다.

특히 새로운 과학 철학의 대두는 곧 전통적 과학관 곧 과학이 객관성과 합리성을 가지고 있다는 것에 대한 도전이었다. 1958년 Hanson은 「발견의 패턴」에서 순수한 관찰이란 존재하지 않고 관찰은 오히려 이론 의존적이라고 주장했다. 뿐만 아니라 1962년 Kuhn은 그의 「과학혁명의 구조」에서 패러다임이라는 용어로 통상과학의 성격을 설명했으며 패러다임 간에는 공통점이 없기 때문에 통약불가능(incommensurable)하다고 했는데 이러한 견해는 과학이 누적적으로 진보하며 객관적이고 합리적이라는 주장과는 정반대의 것이었다.

20세기들어와서 수학에서는 수학 기초론의 문제를 논리주의, 직관주의, 형식주의의 프로그램을 가지고 극복하려고 했지만 Gödel의 불완전성 정리는 특히 형식주의의 작업에 치명타를 가한 셈이 되었고 가장 엄밀한 학문으로서 권위를 자랑하던 수학에는 '불확실성'이라는 어두운 그림자가 드리워졌다. 이러한 비관적 상황을 20세기의 지도적 수학자의 한사람이라고 할 수 있는 H.Weyl은 다음과 같이 말한다[9].

『수학에 있어서 궁극적 기초와 궁극적 의미에 관한 질문은 미해결인 문제로 남아있다. 이러한 문제에 대한 해답이 어느 방향에서 찾아질 것인지, 또는 최종적인 객관적 답변을 기대할 수 있을 것인지 조차도 우리는 알지 못한다.』

수학에서마저 야기된 불확실성은 결국 수학자들을 위축시킨 결과를 낳았고 타학문과 단절하여, 자연과 현실의 문제보다 수학 자체내의 문제에 몰두하게 한 것 같다. 이러한 다른 학문과의 장벽이 높아지는 현상은 결국 수학자의 창의성과 동기유발을 자극하는 데에도 부정적으로 작용한 것으로 여겨진다. 1957년 Courant가 Rellich를 위한 추도문에서[6] 만약에 현재의 경향이 계속된다면 『미래의 '응용' 수학은 물리학자나 공학자에 의해 발전될 것이며 직업 수학자의 지위는 새로운 발전과 아무런 연관이 없게 될 위험이 있다.』고 경고했는데(Courant는 순수수학과 응용수학을 구분하지 않았음) 이러한 경고는 공학자 Zadeh에 의해서 퍼지이론이 탄생한 것을 생각한다면 적중한 감이 있다.

지금까지 살펴본 바와 같이 1960년대는 그 이전에 축적되어 온 '반데카르트적 경향'성 지류가 한 곳에 모여 큰 강을 형성한 시기였다고 볼 수 있다. 이 '불확실성의 시대', '탈이성의 시대'에 퍼지이론은 그 모습을 드러낸다. 이러한 시대적 배경에서 애매모호함을 대상으로 하는 학문의 등장은 결코 우연만은 아니라고 생각한다.

3.2 퍼지이론의 수학사적 의의

20세기 전반의 과학을 물리학이 주도했다면 20세기 후반은 생명과학과 정보과학의 시대라고 한다. 21세기를 목전에 두고 정보과학의 영역은 점점 넓어져가고 일상적인 삶과 분리할 수 없는 것으로 자리잡고 있다. 퍼지이론은 공학, 경영학, 의료진단, 컴퓨터 관련분야 등에서 널리 응용이 되고 있다. 과거의 수학이 주로 물리학과 천문학, 광학 등과 더불어 발전해 온 것을 고려한다면 퍼지이론(퍼지수학)이 공학과 함께 발전된다는 것은 시대의 요청이고 당연한 것인지 모른다. 김용운 교수는 수학발전의 단계를 희랍시대 이전을 무시하면 다음과 같이 볼 수 있다고 했다[13].

(1) 희랍의 관념적 수학, 희랍 기하학의 특성에 나타나 있는 것

(2) 르네상스까지의 '양'을 중심으로 하는 수학, 산술적인 것과 대수학, 미적분학의 기초

(3) 우연의 문제에 대한 관심, 확률 및 통계학

또 이러한 세 단계의 분류는 관념적인 것, 결정론적인 것 그리고 우연적인 것으로 대상이 이동되어 간다고 했는데 '우연적인 것' 다음에 '애매모호한 것'이 오는 것은 자연스러운 일이라 생각되며 어떠한 역사적 필연성마저도 엿보이는 일이다. 따라서 퍼지이론의 출현은 수학사적으로 요청되는 단계라고 할 수 있으며 기존의 그물로는 잡아 올리기에 한계를 느낀 '애매모호함'이라는 물고기를 낚기 위한 새로운 그물에 비유될 수 있을 것이다. 그러나 퍼지이론은 애매모호한 것을 대상으로 하는 거대이론의 일부일 것이므로 계속 구조와 체계를 다듬고 영역을 넓혀야 하는 과제를 안고 있다고 하겠다.

4. 퍼지이론과 수학교육

4.1 수학교육에 있어서 퍼지이론

유클리드식의 연역적 수학교육은 여러가지 장점에도 불구하고 답이 미리 정해져 있는 '퍼즐풀이'를 학생들에게 강요함으로써 수학의 다른면을 드러내지 못하게 방해하여 수학적 사고의 경직화를 초래한 면이 없지 않다. '퍼즐풀이'에서는 답을 얻지 못한 책임은 문제를 푸는 학생에게 지워지기 때문에 이는 가뜩이나 어렵게 생각하는 수학에 대한 관심자체를 원천적으로 봉쇄할 소지가 있다. 한편 '퍼즐풀이'에 익숙한 학생들도 문제를 해결함에 있어서 수학적 사고력과 응용력에 기초하기 보다는 '유형맞추기'에 남들보다 빠른 능력을 과시한 것으로 간주되는 측면이 있다. 마치 축구경기에서 정황을 잘 분석·종합하고 축구공을 다루어야 함에도 불구하고 축구공만을 쫓아 다니는 것과 마찬가지라고 할 수 있다. 그러면 퍼지이론을 교육한다면 어떠한 이점을 살릴 수 있는가 ?

첫째로, 퍼지집합은 보통집합의 일반화로서 이해할 수 있으므로 학습자들에게 일반화하는 과정을 스스로 찾아가게 함으로써 수학적 대상에 대한 인식의 지평을 넓힐 수 있다는 점이다.

둘째로, 퍼지이론의 강점은 애매모호한 것을 처리하는 것인데 생활과 밀접한 예를 비교적 용이하게 채택할 수 있기 때문에 학습자들에게 동기를 부여하기가 쉽고 호기심을 자극할 수 있다는 것이다.

마지막으로, 이러한 실생활에 널려 있는 예들을 통하여 수학적 연산의 의미를 깨닫게 하고 또 이러한 연산을 스스로 만드는데 참여시키며 문제해결능력을 심화시킬 수 있게 한다는 점이다.

이러한 이점들은 "기본적인 수학적 지식과 기능을 바탕으로 수학적 사고력을 길러 창의적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기른다"는 수학교육의 목표를 추구하는 데에 도움을 줄 수 있다고 본다.

4.2 퍼지이론 학습의 예

퍼지이론을 소개하기 위해 다음과 같은 예를 구성해 볼 수 있을 것이다.

<u>예 1</u> (퍼지집합의 기본개념을 대화체로 엮었음. 선생님은 T로, 학생은 S로 표시했음)

T : 오늘은 집합의 개념에 대해 생각해 보기로 하겠습니다. 자연수 2는 짝수의 집합의 한 원소라는 것을 잘 알고 있을 것입니다. 그리고 물론 자연수 3은 짝수의 집합의 원소가 아닙니다. 짝수의 집합은 짝수들 만의 모임입니다. 아름다운 사람의 모임은 집합이 될 수 있나요 ?

S : 아름다운 사람의 집합은 짝수의 집합과 같이 명확하지 않으니까 집합이 될 수 없습니다.

T : 그렇지요. 그런데 우리가 어떤 원소가 어떤 집합에 소속되면 1이라는 값을 주고 소속되어 있지 않으면 0이라는 값을 주기로 한다면 ···

S : 그러면 2는 짝수의 집합에 소속되니까 짝수의 집합에 대해 1이라는 값을 가지고 3은 소속이

되지 않으니까 0을 값으로 갖습니다.

T : 옳습니다. 그러면 학생은 스스로 생각하기에 아름답다고 생각하는지요 ?

S : 좀 잘 생겼다고 생각하는 부분도 있지만 그렇지 않은 곳도 있고 단정적으로 말씀드리기가 곤란합니다.

T : 이러한 판단의 애매함은 우리의 언어가 가지는 특성이기도 하고 우리 주변에서 흔히 만나는 상황입니다. 그러면 아까 문제로 돌아가서 우리가 어떤 원소의 한 집합에 대한 소속정도를 꼭 0과 1로써 표현함으로써 상황을 제한할 필요가 있을까요.

S : 아 ! 그럼 애매함을 반영하여 소속정도가 높으면 1에 가까운 숫자를, 소속정도가 낮으면 0에 가까운 수를 배치하면 되겠네요.

T : 그렇습니다. 우리가 지금까지 소속정도를 표시한 0과 1을 확장하여 0과 1을 포함한 0과 1사이의 수로 나타내면 어떨까요 ?

S : 그러면 소속정도 0.5가 제일 애매할 것 같습니다.

T : 옳습니다. 우리가 지금까지 대화한 것을 종합하면 0과 1로써만 소속정도를 표시한 경우가 보통집합이고 닫힌구간 [0, 1]로 소속정도를 나타낸 경우가 퍼지집합입니다.

그러면 [0, 1]은 {0, 1}을 포함하니까 퍼지집합은 보통집합의 확장 또는 일반화라고 할 수 있습니다. 보통집합의 합집합, 교집합, 여집합 등의 연산이 퍼지집합에서 어떻게 정의되어야 할까요? 소속정도를 나타내는 수를 중심으로 생각해 보세요.

S : 보통집합 A, B에서 만약 x가 A 또는 B에 소속되어 있다면 x가 A∪B에 속하는 값은 1이고 x는 A 또는 B에 적어도 한 집합에는 소속되어 있으니까 A 또는 B에 대해 적어도 한 집합에 대해 1의 값을 가지고 있겠고, x가 A와 B 모두에 소속되어 있다면 x는 양집합 A, B에 대해 1이라는 값을 가지며 x는 A∩B에 대해서도 1이라는 값을 가지게 되는데, 좀 복잡한 것 같은데요?

T : 자 그러면 각 경우를 한번 따져 봅시다. 혹자는 수학을 기호의 학문이라고 했는데 이것은 여러가지 상황을 간결하게 표현하는 데에 매우 유익하기 때문입니다. $X_A(x)$를 x가 A에 소속된 정도를 나타낸다고 하면 x가 A 또는 B에 소속되었다는 것은 $X_A(x) = 1$ 또는 $X_B(x) = 1$ 이라는 것이고 다음 세가지 경우 어느 한가지라는 뜻이지요 (i) $X_A(x) = 1$ 이고 $X_B(x) = 0$, (ii) $X_A(x) = 0$ 이고 $X_B(x) = 1$, (iii) $X_A(x) = 1$ 이고 $X_B(x) = 1$ 따라서 이 경우 $X_{A\cap B}(x) = 1$ 이므로 x가 A에 속한 정도와 x가 B에 속한 정도의 어떤 값을 취한 결과일까요 ?

S : (1,0), (0,1), (1,1) 세 경우에서 1을 취하니까 두 값중 최대값을 취하면 되겠네요. 또 x가 A와 B 어느 곳에도 소속되지 않은 경우 소속값은 모두 0이므로 최대값을 취해도 0이 되니까 맞아 떨어집니다.

T : 그렇습니다. 교집합인 경우는 어떤가요.

S : 혹시 최소값을 취하면 안됩니까? x가 A ∩ B에 소속된다면 x는 A와 B에 모두 속하므로 각각의 집합에 소속정도는 1인데 두 수의 최소값을 취해도 1이고 x가 적어도 어느 한 쪽에 소속이 안되었으면 적어도 하나의 값은 0이므로 두 수의 최소값을 취하면 0이 되는 것 같은데요?

T : 아주 훌륭합니다. 이렇게 연산을 필요에 따라 이모저모로 따져보는 것은 아주 중요합니다. 그래서 퍼지집합의 합집합은 소속정도의 최대값으로 교집합은 최소값으로 정의합니다. 그러면 여집합은 어떻습니까?

S : 여집합은 어떤 원소가 A에 속하면 A^c에는 속하지 않으니까 A의 여집합에 소속된 정도는

A에 소속된 정도를 1에서 빼면 됩니다. 퍼지집합의 여집합도 이렇게 정의합니까?

T : 그렇지요. 그런데 퍼지집합의 연산을 이런 방식으로 정의하면 보통집합에서 성립하는 연산공식이 다 성립하는데 문제가 성립하지 않는 두 가지 공식이 있습니다. 다음 시간까지 한 번 생각해 보기 바랍니다. 이제 보통집합의 기본개념을 잘 이해하고 있다고 생각되고 보통집합을 확장하여 퍼지집합의 성격을 잘드러내었다고 봅니다. 끝으로 혹시 이조초기에 명재상이었던 황희 정승의 이야기를 기억하는지 모르겠습니다.

S : 아 ! 그 이야기 말씀이십니까. 어느날 두 하인이 서로 옳다고 다투고 있었는데 한 하인에게 그 까닭을 묻고 답변을 듣고 난 후 네가 옳다고 하고 또 다른 하인의 이야기를 듣고 너도 옳다고 했는데 옆에 있던 부인이 어떻게 둘 다 옳다고 할 수 있는가 하고 항의하자 자네말도 옳다고 한 그 이야기 말씀이십니까 ?

T : 바로 그 이야기입니다. 비록 이것이 모든 이해 당사자를 진정시키려는 재치였는지는 몰라도 어쩌면 이것이 옳으면 이것이 아닌 저것은 그르다는 이분법적인 논리를 극복하여 현실에 있는 애매함을 그대로 드러내 보다 총체적으로 문제를 해결하려는 시도의 하나라고도 볼 수 있습니다. 그리고 바로 이 예가 다음시간까지 생각해 보라는 보통집합의 연산에서는 성립하나 퍼지이론에서는 성립하지 않는 연산과 관련이 있습니다.
수고했습니다.

<u>예 2</u> (관계에 의한 퍼지집합의 확장)

A를 전염병에 걸린 사람들의 집합이라 하고 B를 전염병에 걸린 사람과 접촉한 사람들의 집합이라 하면 A는 퍼지집합이 되고 B는 보통집합이다. 이 때 집합 A, B와 접촉한 관계가 다음과 같다면 보통집합 B는 집합 A에 의해 퍼지화된다. 이때 학생들에게 연산을 직관에 맞게 찾도록 할 수 있다.

$A = \{(a_1, 0.4), (a_2, 0.5), (a_3, 0.9), (a_4, 0.6)\}$

$B = \{b_1, b_2, b_3\}$

$R = \{(a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_1), (a_4, b_2), (a_4, b_3)\}$

R

a_1 이때 $\mu_B(y) = \max\ \{\mu_A(x)\}$에 의해

b_1

a_2 퍼지집합 B를 다음과 같이 만들 수

b_2

a_3 있다.

b_3

a_4 $B = \{(b_1, 0.9), (b_2, 0.6), (b_3, 0.6)\}$

<u>예 3</u> (퍼지 관계방정식)

어떤 사람이 사용하는 자동차에 문제가 생겨 자동차 수리소에 갔다고 하자. 그런데 그 자동차 수리공은 오랜 경험에 의해 나름대로의 진단 모델을 가지고 있다고 하고 자동차의 문제의 원인을 찾는다고 할 때 다음과 같은 조건하에서 그 원인은 무엇이겠는가 ?

x_1 : 밧데리의 오래됨 y_1 : 시동걸기의 어려움

x_2 : 엔진오일의 불량 y_2 : 배기가스의 나쁜 정도

y_3 : 파워부족의 정도

$$R = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 & 0.2 \\ 0.6 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$B = 0.9/y_1 + 0.1/y_2 + 0.2/y_3$

$A = a_1/x_1 + a_2/x_2$ 라 할때 a_1과 a_2를 구하면 된다.

$$[0.9\ \ 0.1\ \ 0.2] = [a_1,\ a_2] \cdot \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 & 0.2 \\ 0.6 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$ 이고

$$\begin{aligned} & 0.1 = (a_1 \wedge 0.9) \vee (a_2 \wedge 0.6) \\ \Rightarrow\ & 0.9 = (a_1 \wedge 0.1) \vee (a_2 \wedge 0.5) \\ & 0.2 = (a_1 \wedge 0.2) \vee (a_2 \wedge 0.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow\ & 0.9 = 0.9 \wedge a_1 \qquad \Rightarrow 0.9 \le a_1 \le 1.0 \\ & 0.1 = 0.5 \wedge a_2 \qquad\quad 0 \le a_2 \le 0.1 \end{aligned}$$

따라서 시동불량의 원인은 주로 밧데리의 기능저하에 있다고 할 수 있다.

참고 문헌

1. Black, Max. 「Vagueness」, Philosophy of Science 4, 1937.
2. Brown, Harold. 「Perception, Theory and Commitment: The New Philosophy of Science」, The University of Chicago Press, 1977.
3. Feyerabend, P. 「Against Method: Outline of an Anarchistic Theory of Knowledge」, New Left Books, 1975.
4. Haak, Susan.「Philosophy of Logics」, Cambridge University Press, 1979.
5. Hacking, Ian, ed. 「Scientific Revolutions」, Oxford University Press, 1981.
6. Kline, Morris. 「Mathematics: The Loss of Certainty」, Oxford University Press, 1980.
7. Klir, George, and Folger, Tina. 「Fuzzy Sets, Uncertainty and Imformation」,rentice Hall, 1988.
8. Kuhn, Thomas. 「The Structure of Scientific Revolutions」, The University of Chicago, 1970.
9. Nickel, James. 「Mathematics : Is God Silent?」, Ross House Books, 1990.
10. Popper, Karl. 「Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge」, Routledge and Kegan Paul, 1978.
11. Putnam, Hilary. 「Reason, Truth and History」, Cambridge University Press, 1981.
12. Zadeh, L. 「Fuzzy Sets」, Information and Control 8, 1965.
13. Zadeh, L. 「Fuzzy Logic and approximate reasoning」, Synthese 30, 1975.
14. Zadeh, L. 「Semantic Inference from Fuzzy Premises」, Proceedings of the Sixth International Symposium on Multi-valued Logic, Utah State University, 1976.

12\. 강영안, 「현대 철학의 반데카르트적 경향」, 철학문화 연구소, 1991 봄.

13\. 김용운, 「수학사학과 수학교육」, 한국수학사 학회지 제 3권 제1호, 1986. 9.

14\. 박창균, 「퍼지이론의 배경과 수학사적 의의」, 한국수학사학회지 제9권 제1호, 1992. 10.