韓國海岸・海洋工學會誌
第5卷 第1號, pp. 39~44, 1993年 3月

境界 damper를 利用한 港灣 波浪應答 解析
Analysis of Wave Responses in Harbor Using Boundary Damper Techniques

鄭遠武* · 朴佑善**
Weon Mu Jeong* and Woo Sun Park**

要 旨 : 本 論文에서는 境界 damper를 이용하여 波浪의 港內 浸入으로 인한 水面攪亂 現象을 豫測할 수 있는 有限要素 數値模型에 대해서 연구하였다. 支配方程式으로는 緩傾斜方程式을 사용하였으며, 固體境界面에서의 에너지 損失 效果를 고려하기 위하여 部分反射 境界條件을 도입하였다. 放射 境界條件은 Bando 等(1984)이 開發한 2次元 境界 damper로 처리하였다. 港內 領域은 8節點 等媒介變數要素를 사용하여 模型化하였으며, 境界面의 境界條件은 3節點 線要素로 처리하였다. 本 數値模型의 檢證을 위하여 完全 開放된 直四角形 模型港灣에 대해 數値實驗을 수행하였다. 또한, 固體境界面에서의 反射率 變化 및 境界 damper의 종류에 따른 解析도 수행하여 相互 比較하였다.

Abstract : This paper is concerned with developing a finite element model incorporating boundary damper techniques which is applicable to the prediction of wave agitations in harbors. Based on the linear wave theory, a mild-slope equation is used. In order to consider the wave energy dissipations on solid boundary, the partial reflecting boundary condition is introduced. Radiating boundary condition is modeled by using the second-order boundary damper developed by Bando *et al.* (1984). The near field region in harbor is discretized using 8-noded isoparametric elements, the boundary conditions are presented using 3-noded line elements. The numerical model is applied to a fully open rectangular harbor to prove its validity. Numerical experiments are also performed to investigate the effects of the wave reflection coefficients of solid boundary and the types of the dampers.

1. 緖 論

波浪의 港內 浸入·變形을 解析할 수 있는 數値模型은 주로 解析的으로 接近하는 方法(高山, 1981), 有限差分法(Copeland, 1985 ; 磯部 等, 1987 ; 科學技術處, 1989 ; 郭 等, 1990 ; 科學技術處, 1991) 및 有限要素法(Bando *et al.*, 1984 ; Chen, 1986 ; Chen, 1990 ; 鄭 等, 1992)에 기초한 방법 등으로 區分하여 생각할 수 있다. 解析的으로 接近하는 方法은 水深이 일정하거나 港灣의 形態가 단순한 경우에 대해서만 適用이 가능하고, 有限差分法에 기초한 방법은 境界面의 처리에 어려운 점이 있다. 이와는 달리 有限要素法은 解析할 領域을 적절한 有限要素로 분할하여야 한다는 번거로움과 計算時間이 많이 소요되는 短點은 있으나 一般的으로 港灣의 形態, 境界條件 等에 크게 제한을 받지 않고 適用이 가능하다. 本 論文에서는 港灣 形象의 표현에 유리한 有限要素法에 근거한 方法에 대해서 연구하였다.

有限要素法에 근거한 方法은 無限遠方에서 주어지는 放射 境界條件의 處理 方法에 따라 크게 다음의 3가지로 분리할 수 있다. 첫째는 外海側에 任意의 假想 境界面을 設定하여 이를 적절한 종류의 damper로 처리하는 方法(Zienkiewicz and Newton, 1969 ; Bando *et al.*, 1984 ; Tekmarine Inc., 1988a, b), 둘째는 外海 領域을 解析的 解로 처리하는 방법(Behrendt, 1985 ; Chen, 1986 ; Lee, 1989 ; 鄭, 1991), 세

*韓國海洋研究所 沿岸工學研究室 (Coastal Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O. Box 29, Seoul, 425-600, Korea)
**韓國海洋研究所 海洋工學研究室 (Ocean Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O. Box 29, Seoul, 425-600, Korea)

째는 無限要素를 이용하는 방법(Chen, 1990) 등이다. 本 硏究에서는 비교적 손쉽게 처리할 수 있는 damper를 이용하는 첫번째 방법을 選擇하였다.

境界 damper를 이용하는 方法은 假想의 境界에 散亂波를 적절히 吸收할 수 있는 境界條件을 附加하는 방법으로 境界條件의 形態에 따라 解의 正確度가 달라지게 된다. 本 硏究에서는 Bando 等(1984)이 제시한 2次元 damper를 이용하였다. 支配方程式으로는 緩傾斜方程式을 사용하였으며, 固體 境界面에서의 에너지 損失效果를 적절히 고려하기 위하여 部分反射 境界條件을 導入하였다. 流體 領域은 8節點 等媒介變數要素를 사용하여 분할하였으며, 境界條件은 3節點 要素를 사용하여 模型化하였다. 本 數値模型의 檢證을 위하여 完全 開放된 直四角形 模型港灣에 대해 數値實驗을 수행하였다. 數値解析 結果를 實驗値 및 複合要素 數値模型에 의한 결과와 비교하여 상당히 良好하게 일치함을 확인하였다. 固體 境界面에서의 反射率 變化의 영향을 보기 위한 解析과 境界 damper의 종류에 따른 解의 正確度 檢討도 수행하여 相互 比較하였다.

2. 支配方程式 및 境界條件

振幅이 ζ_a이고 振動數가 ω인 規則波가 變水深上을 전파하는 경우의 境界値 問題를 數式化하기 위하여 Fig. 1에 보인 바와 같이 直交座標系를 정의하였으며, 同一한 원점을 갖는 圓筒形 座標系도 사용하였다. 非粘性 및 非壓縮性 流體에서 非回轉流라는 假定을 사용하면 완만한 傾斜를 갖는 海底面上을 전파하는 微小振幅의 單調 入射波에 의한 波動場은 다음 式을 만족하는 速度포텐셜 φ(x, y)로 나타낼 수 있다(Chen, 1986).

$$\nabla\cdot(CC_g\nabla\phi)+\frac{C_g}{C}\omega^2\phi=0 \tag{1}$$

여기서, $\nabla=\partial(\cdot)/\partial x\vec{i}+\partial(\cdot)/\partial y\vec{j}$, C_g는 群速度, C는 波速으로 다음과 같이 나타내진다.

$$C_g=\frac{C}{2}\left(1+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right) \tag{2}$$

$$C^2=\frac{g}{k}\tanh kh \tag{3}$$

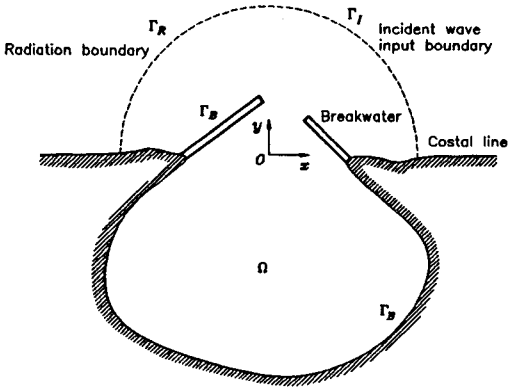

Fig. 1. Definition sketch for a boundary value problem.

여기서, $k(=2\pi/L)$는 波數를 나타내며, h는 水深을 의미한다.

防波堤, 海岸線 等은 일반적으로 波浪에너지의 吸收體이므로 이러한 현상을 적절히 고려해야 좀더 나은 결과를 기대할 수 있다. 一般的으로 波浪에너지의 吸收效果를 고려하지 않은 數學的 模型은 실제의 값보다 과도한 結果를 豫測하게 된다. 특히, 長週期波를 대상으로 하는 경우에는 共振周波數 부근의 결과가 더욱 과장되게 된다(Chen and Mei, 1974 ; Behrent, 1985 ; Lee, 1989 ; 鄭, 1991).

本 硏究에서는 이러한 에너지 損失效果를 고려하기 위하여 Mei와 Chen(1975)이 제시한 다음과 같은 部分反射 境界條件을 導入하였다.

$$\frac{\partial\phi}{\partial n}=\alpha\phi \tag{4}$$

여기서,

$$\alpha=ik\frac{1-K_R}{1+K_R} \tag{5}$$

이며, K_R은 半經驗的으로 決定되는 複素 反射係數로 波浪의 周波數와 振幅, 海岸線 또는 防波堤의 形態 및 空隙率 等의 函數이다. 式 (5)를 살펴보면, 完全反射인 경우($K_R=1.0$)는 境界面에서의 法線 方向의 流速이 零(0)이 되며, 完全 吸收인 경우($K_R=0.0$)는 無限遠方에서 주어지는 放射 境界條件과 같은 형태를 취하게 됨을 알 수 있다.

上記의 速度 포텐셜 φ에서 入射波 成分 ϕ_I를 제외한 포텐셜 $\phi_S(=\phi-\phi_I)$는 無限遠方에서 다음의 放射 境

界條件을 만족하여야 한다.

$$\lim_{r\to\infty}\sqrt{r}\left(\frac{\partial\phi_S}{\partial r}-ik\phi_S\right)=0 \tag{6}$$

여기서, ϕ_S는 散亂波의 速度 포텐셜이다.

3. 有限要素法에 의한 解의 導出

3.1 凡函數

有限要素法을 이용하여 支配方程式 (1), 部分吸收境界條件式 (4)와 無限遠方에서의 放射 境界條件式 (6)을 만족하는 速度 포텐셜 ϕ를 구하기 위하여 Fig. 1에 보인 바와 같이 波浪이 入射하는 外海에 假想의 境界 Γ_R을 設定하여 有限要素로 模型化할 領域을 이 境界를 포함한 港內로 제한하였다. 設定된 假想境界 Γ_R을 따라서는 散亂波를 적절히 吸收할 수 있도록 다음과 같이 second-order damper를 사용한 境界條件을 附加하였다(Bando *et al.*, 1984).

$$\frac{\partial\phi}{\partial n}=A\phi-B\frac{\partial^2\phi}{\partial\Gamma_R^2} \tag{7}$$

여기서,

$$A=\frac{\dfrac{3}{4r_A^2}-2k^2+\dfrac{2ik}{r_A}}{\dfrac{2}{r_A}+2ik} \tag{8}$$

$$B=\frac{1}{\dfrac{2}{r_A}+2ik} \tag{9}$$

여기서, r_A는 座標 原點에서부터 假想境界 Γ_R까지의 거리를 의미하며, Γ_R은 散亂波를 적절히 吸收하는 假想의 境界를 나타낸다. 한편, plane damper는 假想境界面 Γ_R에 直接 式 (6)의 放射 境界條件을 부가하는 方法[즉, $A=-ik$, $B=0$; 式 (7) 參照]이며, cylindrical damper는 이 보다 改善된 條件을 附加하는 方法(즉, $A=(1/2r_A-ik$, $B=0$)이다.

波浪의 入射境界도 假想境界 Γ_R로 同一하게 設定하였다. 따라서, 이 境界를 따라서는 다음과 같은 境界條件이 追加的으로 부가되어야 한다.

$$\frac{\partial\phi}{\partial n}=-\left(\frac{\partial\phi_I}{\partial n}+\frac{\partial\phi_S}{\partial n}\right) \tag{10}$$

變分法을 이용하면 式 (1), (4), (7), (10)을 만족하는 速度 포텐셜은 다음과 같이 표시되는 凡函數를 最小化함으로써 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\Pi(\phi)=&\int_\Omega\frac{1}{2}\left(CC_g(\nabla\phi)\cdot(\nabla\phi)-\frac{C_g}{C}\omega^2\phi^2\right)d\Omega\\&-\int_{\Gamma_B}\alpha\phi^2\,d\Gamma_B\\&+\int_{\Gamma_R}\frac{1}{2}\left[A\phi^2+B\left(\frac{\partial\phi}{\partial\Gamma_R}\right)^2\right]d\Gamma_R\\&+\int_{\Gamma_I}CC_g\frac{\partial\phi}{\partial n}\phi\,d\Gamma_I\end{aligned} \tag{11}$$

여기서, Ω는 外海를 제외한 港灣 內部領域, Γ_B는 防波堤 및 海岸線의 部分反射 境界, Γ_I는 入射波를 附加하는 境界를 나타낸다.

3.2 有限要素 近似

有限要素法에 근거하여 流體 領域을 模型化하기 위해서는 分割된 各 要素內의 速度 포텐셜을 다음과 같이 節點 포텐셜 $\{\phi^e\}$와 形象函數 $\{N^e\}$로 나타내야 한다.

$$\phi=\{N^e\}^T\{\phi^e\} \tag{12}$$

이를 式 (11)의 凡函數에 代入한 후 各 要素의 節點 포텐셜에 대해서 最小化하고, 이들을 조합하면 다음과 같은 線形 對數方程式을 얻게 된다.

$$\begin{aligned}\sum_e\left(\frac{\partial\Pi(\{\phi^e\})}{\partial(\{\phi^e\})}\right)&=\sum_e([K^e]\{\phi^e\}-\{P^e\})\\&=\{0\}\end{aligned} \tag{13}$$

여기서, $[K^e]$는 各 要素의 시스템 行列로 式 (11)의 右邊의 처음 3개항에 관련되며, $\{P^e\}$는 荷重 벡터로 右邊의 네번째 항에 관련하여 構成된다.

4. 數値解析 및 結果 分析

境界 damper를 이용한 波浪應答 解析方法의 妥當性 및 適用性을 立證하기 위하여 例題 解析을 수행하였다. 流體領域을 模型化하기 위한 有限要素는 Fig.

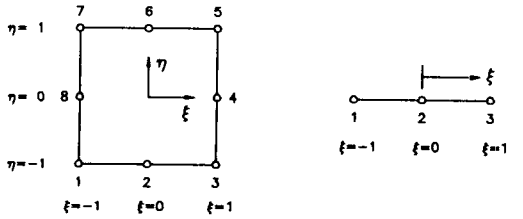

Fig. 2. Definition of element coordinate systems.

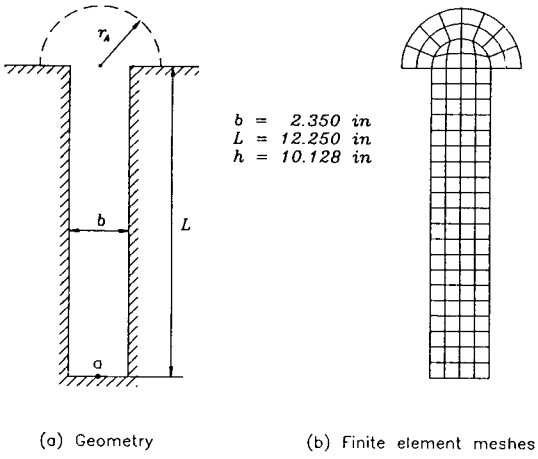

Fig. 3. Geometry and element meshes for a fully open rectangular harbor.

2에 보인 바와 같이 8節點 및 3節點 等媒介變數要素를 사용하였다. 8節點 要素는 港內 波動場을 模型化하기 위한 것이고 3節點 要素는 吸收 境界 및 damper가 위치하는 假想의 境界 Γ_R을 처리하기 위한 것이다.

例題 解析用 對象 港灣으로는 水理模型實驗 結果가 存在하는 完全 開放된 直四角形 模型港灣을 택하였다. 이 港灣의 諸元은 Fig. 3(a)에 보인 바와 같이 幅(b)이 2.35 inch, 길이(L)가 12.25 inch, 水深(h)이 10.128 inch이다. Damper가 위치하는 假想의 境界 Γ_R의 半徑 r_A는 기존의 複合要素法을 사용한 數値模型[HEM ; (鄭, 1991)]으로 계산된 結果와 同一한 條件에서의 비교를 위하여 2.38 inch로 設定하였다. Fig. 3(b)에 나타낸 것은 解析에 사용한 有限要素 格子網으로써 總 369개의 節點과 112개의 要素로 구성되어 있다.

Fig. 4는 波浪이 港灣에 垂直한 方向(θ_I=270°)으로 入射한 경우 港灣의 가장 內側 中央點(Fig. 3(a)에서

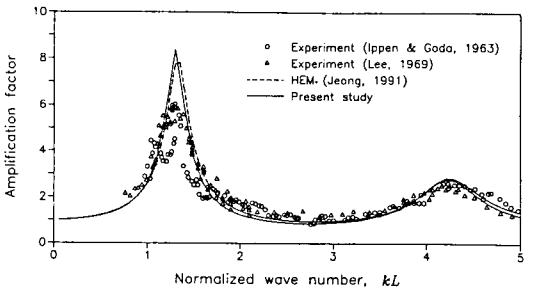

Fig. 4. Comparison of reponse curves for a fully open rectangular harbor.

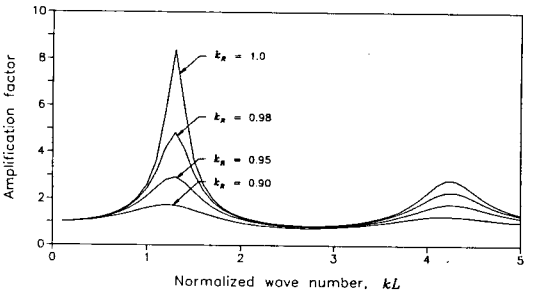

Fig. 5. Response curves for various values of reflection coefficient.

a점)에서의 增幅比를 Ippen과 Goda(1963), Lee(1969)의 水理模型實驗 結果와 HEM에 의한 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 가로축은 入射波의 波數 k에 港의 길이 L을 곱한 無次元 波數(kL)를 나타내며, 세로축은 增幅比로 入射波高($2\zeta_a$)에 대한 水面變位의 比인 振幅比(amplitude ratio)를 나타낸다. 數値解析에 사용한 岸壁에서의 反射率 K_R은 完全反射로 假定하여 1.0을 사용하였다. 2 경우의 水理模型實驗 結果와 本 數値模型에 의한 결과를 비교하여 볼 때 第1 共振週期 附近의 增幅比가 약간 과장되게 豫測된 것을 제외하고는 비교한 모든 조건에서 良好한 一致를 보이고 있음을 알 수 있으며, HEM에 의한 결과와도 상당히 잘 一致하고 있음을 알 수 있다. 數値模型이 第1 共振週期帶에서의 增幅比를 水理模型實驗 結果보다 크게 豫測하고 있는 것은 境界面에서 波가 完全反射하고 海底面에서의 摩擦로 인한 에너지 損失이 없는 것으로 가정한 것에서 起因된 것으로 판단된다.

Fig. 5는 境界面에서의 反射率이 변하는 경우 second-order damper를 사용하여 港內 波浪應答을 解

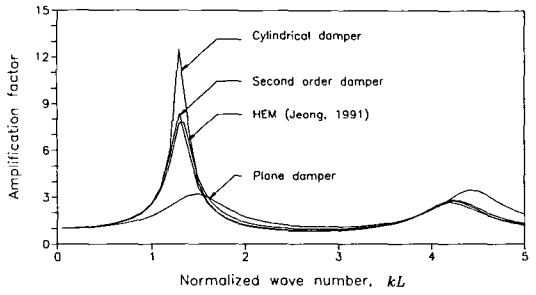

Fig. 6. Comparison of response curves obtained by three different dampers and HEM.

析한 結果를 나타낸 것으로서 反射率의 變化에 따라 共振週期帶에서 增幅比가 아주 敏感하게 변화함을 알 수 있다. 이러한 現象은 HEM을 이용한 경우(鄭, 1991) 및 解析的 解(科學技術處, 1992)의 경우에도 거의 동일하게 나타나고 있는 점으로 미루어볼 때 妥當한 것으로 思料된다. 따라서, Fig. 4에 보인 第1 共振週期帶에 대한 波浪應踏의 과장은 境界面에서의 反射率을 실제에 맞게 選定하면 改善될 수 있을 것으로 判斷된다.

Fig. 6은 既存의 有限要素 數値模型에서 채택되고 있는 境界 damper의 종류에 따른 解析 結果를 비교하여 나타낸 것이다. 比較 結果를 살펴보면, plane damper의 경우 상당히 좋지 않은 결과를 나타냄을 알 수 있으며, cylindrical damper의 경우는 共振週期의 豫測面에서는 비교적 良好한 結果를 제시하나 共振週期 附近의 增幅比가 상당히 誇張됨을 알 수 있다. 반면, 앞에서도 보인 바 있지만 本 研究에서 채택한 second-order damper[式 (7)~(9) 參照]를 사용한 경우는 HEM의 結果와 거의 같음을 볼 수 있다. 따라서, second-order damper를 使用하는 경우가 가장 良好한 結果를 제시하며, plane damper나 cylindrical damper를 使用하여 解析하는 경우에는 假想 境界를 外海쪽으로 더욱 擴張(r_A를 增加)할 필요가 있다.

5. 結論 및 討議

完全 開放된 直四角形 模型港灣에 대한 例題解析 結果, 水理模型實驗 結果에 비하여 第1 共振週期 附近의 增幅比가 약간 과장되게 豫測된 것을 제외하고는 비교한 모든 波浪條件에서 良好한 一致를 보였으며, HEM에 의한 結果와는 모든 波浪條件에 대해서 아주 잘 일치함을 보였다. 固體 境界面의 反射率 變化에 따른 解析 結果, 共振週期 부근의 波浪應答은 反射率의 變化에 대단히 敏感하게 반응하였다. 따라서, 反射率을 적절히 선택하면 波浪 增幅現象을 보다 실제에 가깝게 豫測할 수 있을 것으로 사료되나 그 값의 選擇時에는 水理模型實驗이나 現場觀測資料의 利用等을 통하여야 될 것으로 생각된다.

Damper를 이용한 放射 境界條件 處理方法中 damper의 종류에 따른 解析 結果를 비교해본 결과, 放射境界條件과 같은 形態를 갖는 plane damper나 이보다는 改善된 cylindrical damper를 사용하여 解析할 경우 假想 境界를 外海쪽으로 더욱 擴張해야 타당한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

本 數値模型은 8節點 四角形 要素를 사용하므로 鄭等(1992)이 제시한 複合要素 數値模型(HEM)보다는 수치계산시 컴퓨터의 記憶容量을 작게 사용한다. 그러나, 大規模 港灣을 對象으로 할 경우에는 여전히 커다란 記憶容量을 필요로 하므로 實際 港灣에 대한 適用은 小規模 港灣으로 제한된다.

謝 辭

本 研究는 韓國海洋研究所의 1992年度 基本研究費로 수행된 研究 結果이다.

參考文獻

科學技術處, 1989. 海岸構造物 適正設計條件 決定技法의 體系化研究(III), 研究機關 韓國海洋研究所, BSPG 00088-243-2, 363 pp.

科學技術處, 1991. 港灣靜穩度 維持對策 樹立에 관한 研究(I), 研究機關 韓國海洋研究所, BSPG 00135-373-2. 194 pp.

科學技術處, 1992. 港灣靜穩度 維持對策 樹立에 관한 研究(II), 研究機關 韓國海洋研究所, BSPG 00153-481-2. 183 pp.

郭文秀, 洪吉杓, 片宗根, 1990. 時間依存 緩傾斜方程式을 利用한 港內 波高分布 計算, 韓國海岸・海洋工學會誌, 2(1): 18-27.

鄭遠武, 1991. 複合要素法에 의한 港內 波浪 侵入・變形 研究, 明知大學校 工科大學 土木工學科, 工學碩士 學位論文, 169 pp.

鄭遠武, 片宗根, 鄭信澤, 鄭景太, 1992. 複合要素法을 利用한 港內 波浪 應答 數値解析, 韓國海岸・海洋工學會誌, 第4卷 第1號, pp. 34-44.

Bando, K., Bettess, P. and Emson, C., 1984. The effectiveness of dampers for the analysis of exterior scalar wave diffraction by cylinders and ellipsoids. *Intern. J. for Numerical Methods in Fluids*, **4**: 599-617.

Behrendt, L., 1985. A finite element model for water wave diffraction including boundary absorption and bottom friction, Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, Series Paper No. 37, 188 pp.

Chen, H.S., 1986. Effects of bottom friction and boundary absorption on water wave scattering, *Applied Ocean Research,* **8**(2): 99-104.

Chen, H.S., 1990. Infinite elements for water wave radiation and scattering. *Intern. J. for Numerical Methods in Fluids,* **11**: 555-569.

Chen, H.S. and Mei, C.C., 1974. Oscillations and wave forces in an offshore harbor. Ralph M. Parsons Lab., Report No. 190, MIT.

Copeland, G.J.M., 1985. A practical alternative to the "mild-slope" wave equation. *Coastal Engineering,* **9**: 125-149.

Ippen, A.T. and Goda, Y., 1963. Wave induced oscillations in harbor: The solution for a rectangular harbor connected to the open-sea. Report No. 59, Hydrodynamic Lab., M.I.T.

Lee, J.J., 1969. Wave induced oscillations in harbors of arbitrary shape. Ph. D. Thesis, California Institute of Technology.

Lee, J.W., 1989. Hybrid element analysis of water waves for harbor design. Ph.D. Thesis, University of Hawaii, 242 pp.

Mei, C.C. and Chen, H.S., 1975. Hybrid-element method for water wave. Proceeding of Symposium on Modeling Techniques, San Fransisco.

Tekmarine, Inc. 1989b. Finite element model for harbor resonance and ship hydrodynamics. Progress Report, Tekmarine Project No. TCN-134.

Tekmarine, Inc. 1986a. Computer program for moored ship response at berth. Progress Report, Tekmarine Project No. TCN-150.

Zienkiewicz, O.C. and Newton, R.E., 1969. Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid. Proc. Symp. Finite Element Techniques, Univ. of Stuttgart, Germany.

磯部雅彦, 佐藤典之, 杉浦淳, 泉宮尊司, 1987. 港内波高分布の數値計算における境界條件に關する研究. 第34回 海岸工學講演會論文集, pp. 86-90.

高山知司, 1980. 波の回折と港内波高分布に關する研究. 港灣技研資料 No. 367, 運輸省 港灣技術研究所, 140 pp.