

단계별 보증제도에서 응급수리 모형에 관한 보증비용 분석 - Cost analysis for minimal repair model in stepdown warranty policy -

김재중*
김원중**

Abstract

This article is concerned with cost analysis in stepdown warranty policy.

The repair of item is divided into two policies. First, perfect repair can be considered that the failure rate is the same as new item. Second, minimal repair is shown that the failure rate is the same as just before the item failure. In this paper, the minimal repair model is introduced. And it is assumed that manufacturers repair the item failure within the warranty period. But warranty period is not renewed at all. At this point, the warranty cost is analyzed in manufacturer's and customer's point of view.

1. 서론

現代에 들어 급속한 製造技術의 발달은 더욱 다양한 機能과 性能을 갖춘 고급의 제품 생산을 가능케 하였다. 또한 消費者들의 要求도 더욱 다양해져 이제는 제품의 目的하는 바 機能의 완벽한 발휘는 물론이고 使用하기에 便利하면서도 使用中의 故障 可能性을 최대한 억제한 고신뢰도의 제품을 선호하게 되었다. 이와같은 요구에 부응하고 적극적인 品質保證을 위하여 製造業者側에서는 事後 保證制度를 마련하고 있다.

保證制度는 製造업자가 판매된 제품에 대하여 제품 판매후 일정기간 동안에 발생하는 고장에 대하여 그 修理 또는 交替에 필요한 비용의 전부나 일부를 부담하는 일종의 消費者와의 契約이며 이러한 사후 보증제도는 製造業者 立場에서 소비자의 購買意慾을 증진시키는 Promotional한 측면과 소비자가 제품 구입후 제품보증기간 이후에 부담한 補償을 요구할 때 製造업자의 제품에 대한 책임을 명확히 Protective한 면으로서 현재 適用되고 있다.

현재까지 연구되어온 보증제도는 無料, 比率, 混合形 保證制度가 사용되고 있으며 Kim(1988)은 단계별 보증제도를 제안하고 이들 保證制度和 保證費用을 비교분석 하였다.

Mamer(1982)는 제품에 대한 보증제도를 비율 보증제도와 무료 보증제도하에서 보증 비용분석을 하였으며 Nguyen과 Murthy(1984)는 제품에 대한 보증비용 분석과 아울러 修理가능한 제품에 대한 保證費用 추정을 위한 일반 모델 研究에 관한 문제를 다루었다.

본 연구에서는 Kim(1988)이 제안한 段階別 事後保證制度에서 제품 고장후 수리되어진 후 발생하는 保證更新 政策을 설정하고 이 보증 갱신 정책하에서 발생하는 製造업자 부담의 기대 비용을 계산하고 현재 사용되고 있는 무료보증제도, 비율보증제도, 혼합형 보증제도에서도 製造업자 보증비용의 기대 비용을 산출하였다. 또한 동일한 保證更新 政策下에서 소비자가 부담해야되는 기대 보증비용도 산출하였으며 단계별 보증제도와 무료, 비율, 혼합형 보증제도에서 比較 分析 하였다.

* 여주공업전문대학 공업경영과

** 아주대학교 산업공학과

접수 : 1993년 4월 16일

확정 : 1993년 4월 27일

2. 보증비용분석

2.1 기호 및 가정

記號

- c, c_1, \dots, c_n : 修理費用
- N : 保證期間 內的 修理回數
- $Q(X)$: 時間 x 에서 故障난 製品에 對한 供給者負擔 修理費用
- $R(Y)$: W_1 이후에 첫번째 故障이 y 에서 發生하였을 時 供給者負擔 修理費用
- $h(t)$: 故障率函數
- $H(t)$: 累積故障率函數
- S_n : $\sum_{i=1}^n X_i$
- T_n : $H(S_n)$
- A^S : 供給者負擔 修理費用
- $A^C(T)$: 時間 T 까지의 消費者負擔 修理費用
- W : 보증기간
- A^S_0 : 無料保證政策에서의 供給者負擔 修理費用
- $A^C(T)_0$: 無料保證政策에서의 時間 T 까지 消費者負擔 修理費用
- A^S_1 : 比率保證政策에서의 供給者負擔 修理費用
- $A^C(T)_1$: 比率保證政策에서의 時間 T 까지 消費者負擔 修理費用
- A^S_B : 混合保證政策에서의 供給者 負擔 修理費用
- $A^C(T)_B$: 混合保證政策에서의 時間 T 까지 消費者負擔 修理費用

假 定 保證期間 後에 發生한 모든 故障에 對하여 消費者는 供給者에게 修理를 의뢰한다.

2.2 不完全 修理 模型

사후 보증제도에서 제품의 수리가 가능한 경우에 대하여 비용을 부담하며 품질 고장에 대한 수리는 흔히 완전수리와 불완전 수리로 대별되는바 완전수리 (Perfect Repair)란 제품이 수리될 경우 고장률이 신제품과 동일해지는 경우이고 불완전 수리는 제품이 열화 되는 경우를 나타내며 製品에 故障이 發生하여 수리를 하여도 그 故障率이 新製品과 같아지지 않는 경우를 말한다. 본 研究에서는 不完全修理模型 중 修理후의 故障率이 故障發生直전과 동일하게 간주되는 應急修理 (Minimal repair)模型에 關於하여 다루고자 한다. 그런데 이러한 應急修理模型은 컴퓨터나 자동차와 같이 크고 복잡한 製品의 部品修理에 적합한 것이므로, 保證期間 內에 應急修理후 保證契約을 更新한다는 것은 비현실적이므로 본 節에서는 다음과 같은 政策에 關於한 費用分析을 行하고자 한다.

保證政策 : 보증기간내에 발생한 고장은 제조업자가 수리하나 보증계약의 갱신은 이루어지지 않는다.

$N(t)$ 를 時間 t 까지 發生한 故障回數, $h(t)$ 를 製品의 故障率函數, $H(t)$ 를 累積故障率函數라고 하자. 이 경우 應急修理의 定義에 依하여 Barlow와 Hunter(1960)는 다음과 같은 補助定理을 얻었다.

補助定理 1 應急修理模型에서 時間 t 까지의 故障發生數 $N(t)$ 는

$$P\{N(T)=n\} = \frac{H(t)^n e^{-H(t)}}{n!}, \quad n=0,1,2,\dots,$$

인 非正常 포아손過程(nonstationary Poisson process)를 따른다.

또 Parzen(1962)은 이와같은 경우에 다음과 같은 補助定理가 성립함을 證明하였다.

補助定理 2 X_1, X_2, \dots 등을 故障이 發生하는 時間間隔이라 하고 $S_n = \sum_{i=1}^n X_i, T_n = H(S_n)$ 이라고 하자.

이 경우 $N(T)=n$ 이라는 조건에서 確率變數 벡터(T_1, \dots, T_n)는 均等分布 $U(0, H(T))$ 에서 추출된 크기 n 의 確率標本의 順序統計量과 같은 分布를 따른다.

이와같은 사실들을 이용하면 政策 VI에서 供給者가 부담하여야 하는 費用들은 다음과 같다.

定理 1 應急修理가 가능한 경우에 販賣된 製品에 대하여 供給者가 지불하여야 할 費用은

$$A^s = \sum_{i=1}^k c_i(H(W_i) - H(W_{i-1})) \quad \text{----- (1)}$$

이다.

證明

$$\begin{aligned} A^s &= E\left(\sum_{i=1}^{N(W)} Q(S_i)\right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^n E(Q(S_i) \mid N(W)=n) \cdot P(N(W)=n) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^n E(Q(H^{-1}(T_i)) \mid N(W)=n) \cdot P(N(W)=n) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{1}{H(W)} \int_0^{H(W)} Q(H^{-1}(t)) dt \cdot \frac{(H(W))^n e^{-H(W)}}{n!} \\ &= \int_0^{H(W)} Q(H^{-1}(t)) dt \\ &= \int_0^W Q(t)h(t) dt \\ &= \sum_{i=1}^k c_i(H(W_i) - H(W_{i-1})) \end{aligned}$$

한편 時間 T까지 消費者가 支拂하여야 하는 費用은 다음과 같이 된다.

定理 2 應急修理가 가능한 경우 時間 T까지 消費者가 負擔하여야 하는 費用은

$$A^c(T) = cH(T) - \sum_{i=1}^k c_i(H(W_i) - H(W_{i-1})) \quad \text{----- (2)}$$

이 된다.

證明 $N(t)$ 는 非正常 포아손分布를 따르므로, $E(N(t))=H(t)$ 임을 알 수 있다. 따라서,

$$\begin{aligned} A^c(T) &= c \cdot E(N(T)) - A^s \\ &= cH(T) - \sum_{i=1}^k c_i(H(W_i) - H(W_{i-1})) \end{aligned}$$

이 성립한다.

製品의 故障分布函數가 母數 λ, β 를 갖는 와이불 分布인 경우, 즉

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t^\beta}, \quad X > 0$$

인 경우에는

$$h(t) = f(t)/(1-F(t)) = \lambda \beta t^{\beta-1}, H(t) = \lambda t^\beta$$

이므로 供給者의 費用은

$$A^s = \sum_{i=1}^k c_i (\lambda W_i^\beta - \lambda W_{i-1}^\beta)$$

이며, 消費者의 時間 T까지의 費用은

$$A^c(T) = C \lambda T^\beta - \sum_{i=1}^k c_i (\lambda W_i^\beta - \lambda W_{i-1}^\beta)$$

이 된다.

定理 3

1) 無料保證政策에서의 供給者의 費用은

$$A^s = cH(W)$$

이고, 消費者의 費用은

$$A^c(T) = c(H(T) - H(W))$$

이다.

2) 比率保證政策에서의 供給者의 費用은

$$A^s(T) = \frac{c}{W} \int_0^W H(t) dt$$

이며 時間 T까지 消費者의 費用은

$$A^c(T) = c \left\{ H(T) - \frac{1}{W} \int_0^W H(t) dt \right\}$$

이다.

3) 混合保證政策에서의 供給者의 費用은

$$A^s = \frac{c}{W - W_i} \int_{W_i}^W H(t) dt$$

이며, 時間 T까지의 消費者의 費用은

$$A^c(T) = c \left\{ H(T) - \frac{c}{W - W_i} \int_{W_i}^W H(t) dt \right\}$$

證 明

1) 無料保證政策 은 (1),(2)에 각각 k=1을 代入하면 된다.

2) 比率保證政策에서는

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k c_i (H(W_i) - H(W_{i-1})) &= c \int_0^W \frac{W-t}{W} dH(t) \\ &= \frac{c}{W} \int_0^W dH(t) \end{aligned}$$

이므로, 이를 (1), (2)에 代入하면 제조업자 費用은

$$A^s = \frac{c}{W} \int_0^W H(t) dt$$

이며, 時間 T까지의 消費者 費用은

$$A^c(T) = c(H(T) - \frac{1}{W} \int_0^W H(t) dt) \text{ 가 된다.}$$

3) 混合保證政策에서는

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k c_i(H(W_i) - H(W_{i-1})) &= cH(W_1) + \frac{c}{W-W_1} \int_{w_1}^{W_1} (W-t) dH(t) \\ &= \frac{c}{W-W_1} \int_{w_1}^W H(t)dt \end{aligned}$$

이므로, 이를 (1),(2)에 代入하여 정리하면 製造업자 費用은

$$A_B^S = \frac{c}{(W-W_1)} \int_{w_1}^W H(t)dt$$

가 산출되며 이때 時間 T까지의 消費者 費用은

$$A_B^C(T) = c(H(T) - \frac{c}{(W-W_1)} \int_{w_1}^W H(t)dt) \text{ 가 된다.}$$

3. 결론

본 논문에서는 제품의 고장이 발생하여 수리가 가능한 경우의 소비자, 製造업자立場의 보증비용을 분석하였다.

제품의 수리가 가능한 경우 그 수리 모형은 완전수리와 불완전수리 모형으로 대별되는바 본 연구에서는 불완전 수리모형중 제품 수리후의 고장률이 고장 발생직전과 동일하게 간주되는 용급수리 모형에 관하여 다루었다.

또한 단계별 보증제도와 일반적인 기존의 보증정책인 무료보증제도, 비율보증제도, 혼합형보증제도에 서의 비용을 하였다.

추후 연구방향은 제품 수리의 형태가 완전수리 모형의 경우의 보증비용 분석도 가능하리라 사료된다.

참고문헌

1. Abdel-Hameed, M. S., Cinlar, E. and Quinn, J. (1984). *Reliability Theory and Models*, Academic Press.
2. Barlow, R.E. and Proschan, R.(1965). *Mathematical Theory of Reliability*, Wiley.
3. Barlow, R.E. and Proschan, R.(1975). *Statistical Theory of Reliability and Life Testing, Probability Models*, Holt, Rinehart and Winston.
4. Blischke, W. R. and Scheuer, E. M.(1981). "Application of Renewal Theory in Analysis of the Free-Replacement Warranty," *Naval Research Logistics Quarterly*, 28, 193~205.
5. Jardine, A. K. S.(1973). *Maintenance, Replacement and Reliability*, Wiley.
6. Karlin, S. and Taylor, H.M.(1975). *A First Course in Stochastic Processes*, Academic Press.
7. Mamer, J. W.(1982). "Cost Analysis of Prorata and Free Replacement Warranties," *Naval Research Logistics Quarterly*, 29, 345~356.
8. Menke, W.W.(1969). "Determination of Warranty Reserves," *Management Science*, 15, 542~549.
9. Nguyen, D.G. and Murthy, D.N.P.(1984). "Cost Analysis of Warranty Policies," *Naval Research Logistics Quarterly*, 31, 525~541.
10. Nguyen, D.G. and Murthy, D.N.P.(1984). "A General Model for Estimating Cost of Repairable Products," *IIE Trans.*, 16, 379~386.
11. Park, K.S. and Yee, S.R. (1984). "Present Worth of Service Cost of Consumer Product Warranties," *IEEE Trans. Reliability*, R-33, 424~426.
12. Park, K.S.(1985). "Optimal Use of Product Warranties." *IEEE Trans. Reliability*, R-34, 519~521.
13. 朴景洙(1984). 信賴度工學 및 整備理論, 善重堂.