
 論 文

大韓造船學會論文集
 제 30 卷 第1號 1993年 2月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 30, No.1, February 1993

얇은 면재를 갖는 샌드위치 평판의 진동해석

박인규*, 김익태**, 손충열*

Vibration Analysis of the Sandwich Plates with very thin faces

by

In-Kyu Park*, Ik-Tai Kim** and Choong-Yul Son*

요 약

샌드위치 구조는 두층의 얇고 밀도가 크며 높은 강도와 강성을 갖고 있는 면재와 이에 비해 상대적으로 두껍고 밀도, 강도, 강성이 낮은 심재로 구성되어 서로의 단점을 보완하는 경량의 특수한 형태이다.

본 연구에서는 등방성의 심재에 2장의 면재가 대칭으로 적층된 샌드위치 평판 모델에 대해 Rayleigh-Ritz 방법으로 해석한 후, 고유진동수를 구하였다. 면재는 G.R.P.의 일종인 E-glass Woven Roving 외에 2종류를 사용하였고 심재는 foam core로서 P.V.C. 외에 3종류를 사용하여 면재와 심재의 종류, 두께, 지지조건 등의 변화에 따른 각 모우드의 고유진동수와 모우드 형상들을 구하고 각 조건들이 고유진동수에 미치는 영향을 비교 분석하였다.

본 연구의 해석결과를 유한요소 program인 ADINA의 결과와 비교하였다.

Abstract

Sandwich plate is consisted of equal two isotropic, thin, stiff and strong sheets of dense material separated symmetrically by an isotropic thick layer which may be much less stiff and strong.

This study analyzed the dependency of the natural frequencies and mode shapes of sandwich plates on material properties, thicknesses of faces and cores, and various boundary conditions using Rayleigh-Ritz method.

E-glass Woven Roving and another two kinds of materials were selected as a face, P.V.C. and another kinds of materials were selected as a core.

Natural frequencies and mode shapes obtained by Rayleigh-Ritz method were compared with F.E.M. solutions using ADINA program.

발표 : 1992년도 대한조선학회 춘계연구발표회('92. 4. 18)

접수일자 : 1992년 5월 20일, 재접수일자 : 1992년 9월 8일

* 정회원, 인하대학교 선박해양공학과

** 정회원, 홍익대학교 조선해양공학과

1. 서 론

샌드위치 구조는 높은 굽힘강성과 방진 및 방음의 우수성때문에 항공기, 헬리콥터, 우주선, 화물선, 군함의 내장재 및 소형선과 요트 등 수많은 분야에서 이용되고 있고, 경량재료라는 점에서 국내외의 관심이 모아지고 있다.

역사적으로 볼때 샌드위치 type의 시도는 기원전부터 시작되나 샌드위치 평판의 진동에 대한 연구는 Yu[3]가 샌드위치 평판에서 심재와 면재의 전단변형과 회전관성효과를 포함하는 Mindlin[4]의 굽힘이론을 사용하여 탄성 샌드위치 평판의 진동문제를 해석하였고, Lue등[5]은 전단변형과 경계조건을 포함하는 샌드위치 평판의 비선형 진동이론을 수행하였으며, Ueng[6]은 고정된 경계 조건을 만족하는 Lagrangian급수에 에너지 방법을 사용하여 샌드위치 평판의 진동해석을 행하였다. 최근에 들어서 Reddy등 [8]은 cross-ply된 복합적층직사각 평판의 진동수를 구하는데 Lévy method와 유한요소법을 사용하여 결과를 비교하는 등 샌드위치 구조에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

이상의 연구 결과들은 각 분야별로 많은 진전을 이룩했으나, 선박에 대한 응용의 시도는 보이지 않고 있다. 본 연구에서는 honeycomb core나 corrugate core가 아닌 선박용으로 쓰일 수 있는 from core로써 P.V.C외에 3종류를 사용하고 face 재료로써 G.R.P의 일종인 E-glass woven roving외에 2종류를 사용하였다.

샌드위치 평판의 모델은 등방성의 심재에 2장의 면재가 대칭으로 적층된 형태이고, 처짐함수를 Rayleigh-Ritz방법으로 해석한 후, 진동해석을 하였다.

분석대상은 면재와 심재의 종류, 두께, 지지조건 등의 변화에 따른 각 모우드의 고유진동수와 모우드형상들을 구하는 것이며, 각 조건들이 고유진동수에 미치는 영향을 비교 분석하였다.

2. 가정 및 재료물성치

Fig.1과 같은 샌드위치 평판의 진동해석을 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

- 1) 면재와 심재의 접착은 완벽하다.
- 2) 면재와 심재는 등방성이며, 중립축의 거리에 상관없이 일정한 전단력을 갖는 antiplane core이다.

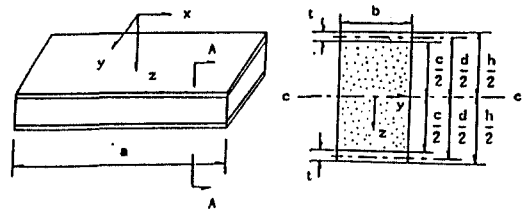


Fig. 1 Dimension of Sandwich panel

Table 1 Mechanical properties of faces

Materials	Modulus of Elasticity (kg/cm ²)	Density (g/cm ³)	Poisson's ratio
Ⓐ E-glass Woven roving	183,600	2.60	0.1300
Ⓑ Graphite Woven	703,070	1.54	0.1000
Ⓒ Graphite Unidirectional	1,406,140	1.54	0.1000

Table 2 Mechanical properties of cores

Materials	Modulus of Elasticity (kg/cm ²)	Density (g/cm ³)	Poisson's ratio	Modulus of Shear (kg/cm ²)
① P.V.C	208.800	0.06567	0.1000	94.910
② Phenolic	70.300	0.05606	0.1000	31.960
③ Polyurethane	189.800	0.07208	0.1414	83.140
④ Polystyrene	112.500	0.04165	0.1414	49.280

3) 면재는 얇으므로($t/c=1/70\sim 1/100$) 회전관성은 무시한다.

4) 고정지지된 경계조건에서는 면재의 membrane force로 인한 membrane 효과를 고려한다.

5) 면재는 얇기때문에 면재 자신축에 대한 굽힘은 무시한다.

6) 심재는 면재에 비해서 굽힘강성이 매우작기 때문에 굽힘효과는 없고 전단효과만 고려한다.

본 논문에서 사용한 면재와 심재의 재료 물성치를 table 1과 table 2에 나타내었으며 평판의 x, y방향 차원은 Smith[9]가 선루의 높이로 사용한 값을 채택하였다.

- 1) x-방향차원(a) : 230cm
- 2) y-방향차원(b) : 115cm

3. 이론식 전개

3.1 변위와 변형도

Fig.2는 sandwich 평판의 zx -평면에 대한 단면을 보여주고 있으며, A점이 하중에 의해서 A'로 이동했을 때 w 는 AA'의 수직이동 거리이다. 심재는 약하고 얇은 면재라는 가정때문에 A점으로부터 거리 z 만큼 떨어진 임의의 B점은 심재의 전단 변형 때문에 B'점으로 이동하고 A'B'는 더 이상 원래의 중립축과 수직을 유지할 수 없다.

x -방향에 대한 B'점의 변위는

$$u = -z \cdot \lambda \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3-1)$$

유사한 방법으로 y -방향에 대한 B'점의 변위는

$$v = -z \cdot \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3-2)$$

여기서 λ 와 μ 는 sandwich 평판의 면재와 심재에 대한 구성비율과 경계조건에 따르는 양이고, u, v, w 는 미분과정에서 x, y 에 대하여 독립적으로 취급할 수 있다. 이때의 변형도는 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_x = -z \cdot \lambda \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3-3)$$

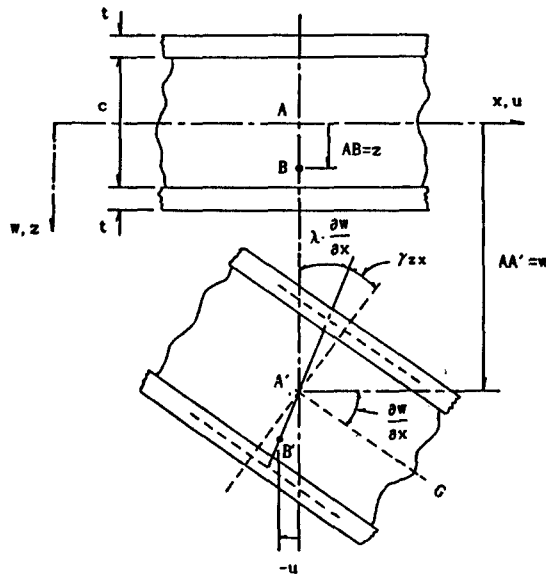


Fig.2 Section of deflected sandwich panel in zx -plane

$$\epsilon_y = -z \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3-4)$$

$$\gamma_{xy} = -z \cdot (\lambda + \mu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \quad (3-5)$$

$$\gamma_{yz} = (1 - \mu) \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3-6)$$

$$\gamma_{zx} = (1 - \lambda) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3-7)$$

또한, 면재의 membrane 효과에 의한 변위와 변형도는 다음과 같다.

$$u = \pm \left(\frac{c}{2} \cdot \lambda + \frac{t}{2} \right) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3-8)$$

$$v = \pm \left(\frac{c}{2} \cdot \mu + \frac{t}{2} \right) \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3-9)$$

$$\epsilon_x = \pm \left(\frac{c}{2} \cdot \lambda + \frac{t}{2} \right) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3-10)$$

$$\epsilon_y = \pm \left(\frac{c}{2} \cdot \mu + \frac{t}{2} \right) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3-11)$$

$$\gamma_{xy} = \pm \left(\frac{c}{2} \cdot \lambda + \frac{t}{2} \right) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \quad [S-F] \quad (3-12)$$

$$\gamma_{xy} = \pm \left(\frac{c}{2} \cdot \lambda + \frac{c}{2} \cdot \mu + t \right) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \quad [F-F] \quad (3-13)$$

여기서, S-F는 경계조건의 두변(X축)이 단순지지이고 나머지변(Y축)은 고정지지로 조합된 지지상태를 말하고 F-F는 경계조건의 4변이 고정지지인 경우이다.

3.2 변형 에너지

1) Simply-Supported인 경우

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (m, n \text{ 은 odd}) \quad (3-14)$$

단순지지된 점에서의 처짐 w 는 0이며 또한 전 굽힘 모멘트도 0이다.

$$(U_c)_{mn} = G_c A_1 \left\{ (1 - \lambda_{mn})^2 \frac{m^2}{a^2} + (1 - \mu_{mn})^2 \frac{n^2}{b^2} \right\} \cdot a_{mn}^2 \quad (3-15)$$

$$(U_b)_{mn} = E_f A_2 \left\{ (\lambda^2_{mn} \frac{m^4}{a^4} + \mu^2_{mn} \frac{n^4}{b^4} + 2\nu_f \lambda_{mn} \cdot \right.$$

$$\mu_{mn} \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} (\lambda_{mn} + \mu_{mn})^2 \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} \} a_{mn}^2 \quad (3-16)$$

여기서,

$$A_1 = \frac{\pi a b d}{8}, \quad A_2 = \frac{\pi^4 t d^2}{16 g} a b$$

이고, U_c : 심재의 탄성에너지

U_b : 굽힘에 의한 면재의 탄성에너지
 m, n : (m, n) th의 mode를 나타낸다.

2) Simple-Fixed edge인 경우

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (a_{mn}/2) \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot (1 - \cos \frac{2n \cdot \pi \cdot y}{b}) \quad (3-17)$$

단순지지점에서는 처짐과 굽힘모멘트가 0이고 고정지지점에서는 처짐과 경사각이 0이다.

$$(U_c)_{mn} = G_c A_1 \{ (1 - \lambda_{mn})^2 \frac{3m^2}{a^2} + (1 - \mu_{mn})^2 \frac{4n^2}{b^2} \} \cdot a_{mn}^2 \quad (3-18)$$

$$(U_b)_{mn} = E_f A_2 \{ \lambda_{mn}^2 \frac{3m^4}{16a^4} + \mu_{mn}^2 \frac{n^4}{b^4} + 2\nu_f \lambda_{mn} \mu_{mn} \cdot \frac{m^2 n^2}{4a^2 b^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} (\lambda_{mn} + \mu_{mn})^2 \frac{m^2 n^2}{4a^2 b^2} \} a_{mn}^2 \quad (3-19)$$

$$(U_m)_{mn} = E_f A_3 \{ [\frac{c}{2} \lambda_{mn} + \frac{t}{2}]^2 \cdot \frac{3m^4}{4a^4} + \frac{(1-\nu_f)}{2} [\frac{c}{2} \lambda_{mn} + \frac{t}{2}]^2 \cdot \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} \} a_{mn}^2 \quad (3-20)$$

여기서,

$$A_1 = \frac{\pi^2 a b d}{32}, \quad A_2 = \frac{\pi^4 t d^2}{4 g} a b, \quad A_3 = \frac{\pi^4 a b t}{4 g}$$

이고, U_m 은 membrane에 의한 면재의 탄성에너지이다.

3) Fix-Fixed인 경우

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} (1 - \cos \frac{2m \cdot \pi \cdot x}{a}) (1 - \cos \frac{2n \cdot \pi \cdot y}{b}) \quad (3-21)$$

고정지지된 점에서의 처짐 w 는 0이며 경사각 $\partial w / \partial x$ 와 $\partial w / \partial y$ 는 0이다.

$$(U_c)_{mn} = G_c A_1 \{ (1 - \lambda_{mn})^2 \frac{m^2}{a^2} + (1 - \mu_{mn})^2 \frac{n^2}{b^2} \} a_{mn}^2 \quad (3-22)$$

$$(U_b)_{mn} = E_f A_2 \{ \lambda_{mn}^2 \frac{3m^4}{a^4} + \mu_{mn}^2 \frac{3n^4}{b^4} + 2\nu_f \lambda_{mn} \mu_{mn} \cdot \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} (\lambda_{mn} + \mu_{mn})^2 \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} \} a_{mn}^2 \quad (3-23)$$

$$(U_m)_{mn} = E_f A_3 \{ [\frac{c}{2} \lambda_{mn} + \frac{t}{2}]^2 \cdot \frac{3m^4}{a^4} + [\frac{c}{2} \mu_{mn} + \frac{t}{2}]^2 \cdot \frac{3n^4}{b^4} + 2\nu_f [\frac{c}{2} \lambda_{mn} + \frac{t}{2}] [\frac{c}{2} \mu_{mn} + \frac{t}{2}] \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} [\frac{c}{2} \lambda_{mn} + \frac{c}{2} \mu_{mn} + \frac{t}{2}]^2 \cdot \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} \} a_{mn}^2 \quad (3-24)$$

여기서,

$$A_1 = \frac{3\pi^2 a b d}{2}, \quad A_2 = \frac{\pi^4 t d^2}{g} a b, \quad A_3 = \frac{4\pi^4 a b t}{g}$$

이다.

3.3 운동에너지

조화운동을 하는 sandwich 평판의 처짐함수를 다음과 같이 가정하였다.

$$W(x, y, t) = w(x, y) \cdot \sin(\omega t)$$

2장의 등방성인 면재와 심재로 구성된 sandwich 평판의 운동에너지는

$$T = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b m(x, y) \cdot [\frac{\partial W(x, y, t)}{\partial t}]^2 dy dx = \frac{1}{2} (2\rho_f t + \rho_c c) \cdot \int_0^a \int_0^b \omega^2 \cdot w(x, y)^2 dy dx \quad (3-25)$$

로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

1) Simply-Supported인 경우

$$W(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \cdot \sin(\omega_{mn} t) \quad (3-26)$$

$$T = \frac{a b}{8} (2\rho_f t + \rho_c c) \omega_{mn}^2 a_{mn}^2$$

2) Simple-Fixed인 경우

$$W(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (a_{mn}/2) \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot (1 - \cos \frac{2n \cdot \pi \cdot y}{b}) \cdot \sin(\omega_{mn}t)$$

$$T = \frac{3ab}{32} (2\rho_f t + \rho_c c) \omega_{mn}^2 a_{mn}^2 \quad (3-27)$$

3) Fix-Fixed인 경우

$$W(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{2m \cdot \pi \cdot x}{a}) \cdot (1 - \cos \frac{2n \cdot \pi \cdot y}{b}) \cdot \sin(\omega_{mnt})$$

$$T = \frac{9ab}{8} (2\rho_f t + \rho_c c) \omega_{mn}^2 a_{mn}^2 \quad (3-28)$$

3.4 전체 에너지의 최소화

S-S sandwich 평판의 전체 에너지는 $L=U-T$ $T=U_c+U_b-T$ 이며, S-S를 제외한 모든 경계조건에 대해서는 membrane 변형에너지항이 부가되므로 $L=U-T=U_c+U_b+U_m-T$ 이다.

Rayleigh-Ritz의 energy 방법을 사용하여 (m, n)th mode에서의 sandwich 평판의 전체 에너지를 최소화시키려면 (m, n)th mode의 전체 에너지 $(L)_{mn}$ 은 3개의 미지변수(λ_{mn} , μ_{mn} , a_{mn}) 각각에 대한 미분값이 0이 되어야 한다. 즉,

$$\frac{\partial(L)_{mn}}{\partial \lambda_{mn}} = \frac{\partial(L)_{mn}}{\partial \mu_{mn}} = \frac{\partial(L)_{mn}}{\partial a_{mn}} = 0 \quad (3-29)$$

일반적으로 S-S와 F-F인 경우에 있어서는 면재와 심재가 중립축에 대해서 대칭이고 등방성 물질로 이루어져 있으므로 $\mu_{mn}=\lambda_{mn}$ 로 정의되지만, S-F의 경계조건에 대해서는 $\mu_{mn} \neq \lambda_{mn}$ 으로 정의되어지며 연립 방정식으로부터 μ_{mn} , λ_{mn} 값을 얻은 후에 ω_{mn} 을 구한다. 그리고 a_{mn} 은 문제를 static으로 가정해서 얻을 수 있다.

$$(L)_{mn} = (K_1 \lambda_{mn}^2 + K_2 \mu_{mn}^2 + K_3 \lambda_{mn} \mu_{mn} + K_4 \lambda_{mn} + K_5 \mu_{mn} + K_6) a_{mn}^2 \quad (3-30)$$

1) Simply-Supported인 경우

$$K_1 = \{G_c A_1 \frac{m^2}{a^2} + E_f A_2 \frac{m^2}{a^2} \cdot [\frac{m^2}{a^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} \cdot \frac{n^2}{b^2}]\}$$

$$K_2 = \{G_c A_1 \frac{n^2}{b^2} + E_f A_2 \frac{n^2}{b^2} \cdot [\frac{n^2}{b^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} \cdot \frac{m^2}{a^2}]\}$$

$$K_3 = E_f A_2 \frac{(1+\nu_f)}{2} \cdot \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2}, K_4 = -G_c A_1 \frac{m^2}{a^2},$$

$$K_5 = -G_c A_1 \frac{n^2}{b^2}$$

$$K_6 = K_7 + \frac{ab}{8} (2\rho_f t + \rho_c c) \omega_{mn}^2,$$

$$K_7 = G_c A_1 \{ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \}$$

로 정의하면

$$\lambda_{mn} = \mu_{mn} = - \frac{K_4}{K_1 + K_3}$$

$$\omega_{mn} = [\frac{8[K_4 + K_5] \lambda_{mn} + K_7}{ab(2\rho_f t + \rho_c c)}]^{1/2}$$

$$a_{mn} = [\frac{2gab}{\pi^2 mn [(K_4 + K_5) \lambda_{mn} + K_7]}]$$

2) Simple-Fixed인 경우

$$K_1 = \{G_c A_1 \frac{3m^2}{a^2} + E_f A_2 \frac{m^2}{a^2} \cdot [\frac{3m^2}{16a^2} + \frac{(1-\nu_f)}{8} \cdot \frac{n^2}{b^2}]\} + \frac{1}{4} E_f A_3 c^2 \frac{m^2}{a^2} \cdot [\frac{3m^2}{4a^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} \cdot \frac{n^2}{b^2}]\}$$

$$K_2 = \{G_c A_1 \frac{4n^2}{b^2} + E_f A_2 [\frac{n^2}{b^2} + \frac{(1-\nu_f)}{8} \cdot \frac{m^2}{a^2}]\}$$

$$K_3 = E_f A_2 \frac{(1+\nu_f)}{8} \cdot \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2}$$

$$K_4 = \{-G_c A_1 \frac{3m^2}{a^2} + \frac{1}{4} E_f A_3 \cdot c \cdot t \frac{m^2}{a^2} [\frac{3m^2}{4a^2} + (1-\nu_f) \frac{n^2}{b^2}]\}$$

$$K_5 = -G_c A_1 \frac{4n^2}{b^2}, K_6 = K_7 - \frac{3}{32} ab(2t+c) \omega_{mn}^2$$

$$K_7 = \{G_c A_1 [\frac{3m^2}{a^2} + \frac{4n^2}{b^2}] + \frac{1}{4} E_f A_3 t^2 \frac{m^2}{a^2} [\frac{3m^2}{4a^2} + 2(1-\nu_f) \frac{n^2}{b^2}]\}$$

로 정의하면

$$\lambda_{mn} = \frac{(K_5 \cdot K_1 \cdot K_3 - K_3^2 \cdot K_4)}{(K_1^2 \cdot K_2 - K_1 \cdot K_2^2)} - \frac{K_4}{K_1}$$

$$\mu_{mn} = \frac{(K_4 \cdot K_3 - K_5 \cdot K_1)}{(K_1 \cdot K_2 - K_3^2)}$$

$$\omega_{mn} = \left[\frac{32(K_4\lambda_{mn} + K_7\mu_{mn} + K_7)}{9ab(2\rho_f t + \rho_c c)} \right]^{1/2}$$

$$a_{mn} = \frac{gab}{2(K_4\lambda_{mn} + K_7\mu_{mn} + K_7)}$$

3) Fix-Fixed인 경우

$$K_1 = \left\{ G_c A_1 \frac{m^2}{a^2} + E_f A_2 \frac{m^2}{a^2} \left[\frac{3m^2}{a^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} \cdot \frac{n^2}{b^2} \right] + \frac{1}{4} E_f A_3 c^2 \frac{m^2}{a^2} \left[\frac{3m^2}{a^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} \cdot \frac{n^2}{b^2} \right] \right\}$$

$$K_2 = \left\{ G_c A_1 \frac{n^2}{b^2} + E_f A_2 \frac{n^2}{b^2} \left[\frac{3n^2}{b^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} \cdot \frac{m^2}{a^2} \right] + \frac{1}{4} E_f A_3 c^2 \frac{n^2}{b^2} \left[\frac{3n^2}{b^2} + \frac{(1-\nu_f)}{2} \cdot \frac{m^2}{a^2} \right] \right\}$$

$$K_3 = \left\{ E_f A_2 \frac{(1+\nu_f)}{2} \cdot \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} + E_f A_3 c^2 \frac{(1+\nu_f)}{8} \cdot \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} \right\}$$

$$K_4 = \left\{ -G_c A_1 \frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{4} E_f A_3 \cdot c \cdot t \cdot \frac{m^2}{a^2} \cdot \left[\frac{3m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] \right\}$$

$$K_5 = \left\{ -G_c A_1 \frac{n^2}{b^2} + \frac{1}{4} E_f A_3 \cdot c \cdot t \cdot \frac{n^2}{b^2} \cdot \left[\frac{3n^2}{b^2} + \frac{m^2}{a^2} \right] \right\}$$

$$K_6 = K_7 - \frac{9ab}{8} (2\rho_f t + \rho_c c) \omega_{mn}^2$$

$$K_7 = \left\{ G_c A_1 \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] + \frac{1}{4} E_f A_3 t^2 \left[\frac{3m^4}{a^4} + \frac{3n^4}{b^4} + \frac{2m^2 n^2}{a^2 b^2} \right] \right\}$$

로 정의하면

$$\lambda_{mn} = \mu_{mn} = -\frac{K_4}{K_1 + K_3}$$

$$\omega_{mn} = \left[\frac{8[(K_4 + K_5)\lambda_{mn} + K_7]}{9ab(2\rho_f t + \rho_c c)} \right]^{1/2}$$

$$a_{mn} = \left[\frac{gab}{\pi^2 mn [(K_4 + K_5)\lambda_{mn} + K_7]} \right]$$

4. 유한요소법 (ADINA)에 의한 해석

Rayleigh-Ritz 방법을 사용한 본 연구의 진동해석 결과를 유한요소 Program인 ADINA를 이용하여 해석하고 비교하였다.

이때 총 363개의 절점을 사용하였고 ADINA에서

의 모델링 기법 중 면재는 3절점을 갖는 등방성 선형 탄성(isotropic linear elastic)요소로서 400개의 삼각형 PLATE요소로 모델링하였고 탄성계수와 poisson 비는 등방성 재료값인 E_f 와 ν_f 를 사용하였으며, 심재는 8절점을 갖는 등방성 선형 탄성 요소로서 200개의 3-D SOLID요소로 모델링하였고 탄성계수와 poisson 비는 등방성 재료값인 E_c 와 ν_c 를 사용하였다.

한편 절점의 자유도는 x-, y-, z- 방향으로 3개의 병진자유도와 3개의 회전자유도를 줄 수 있는데 모델로 사용한 3-D SOLID요소는 회전자유도가 구속되어 있고 또, 평판의 처짐만을 고려하기 위하여 z- 방향의 병진자유도만을 고려하였다.

5. 계산 결과 및 고찰

386-PC를 사용한 Rayleigh-Ritz방법의 프로그램 수행시간은 30초-40초가 소요되나 유한요소법 (ADINA)의 경우 프로그램 수행시간이 30-35분이 나 소요된다. 또한, ADINA 해석시 even mode까지 계산되어 나와 본 연구에서 계산한 특정 모우드를 찾기 위해서는 모우드 형상을 일일이 검토해야만 했다.

Fig.3은 단순지지인 경우에 면재로 E-Glass Woven Roving을 사용하고 심재로 P.V.C.를 사용한 경우에 대하여 두 해석방법에 의한 고유진동수를 비교한 것이고 결과치가 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다.

샌드위치 평판의 고유진동수 계산에서 지지조건을 기준으로 했을 때 Table 3은 단순지지에 대하여,

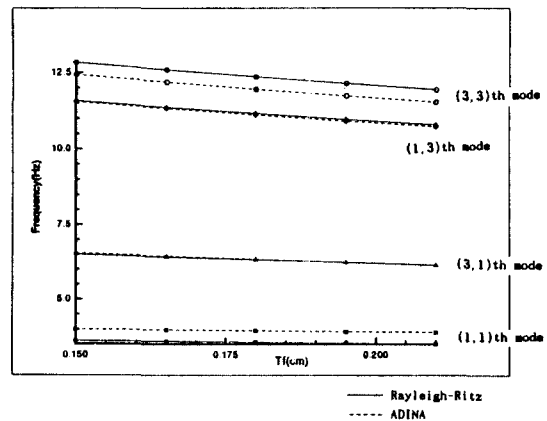


Fig.3 Comparison of natural frequencies obtained from Rayleigh-Ritz method and ADINA depend on T_f (Face : E.W.R., Core : P.V.C., T_c = 15cm)

Table 3 Natural frequencies obtained from Rayleigh-Ritz Method($t_c=15\text{cm}$)

면재	모심	면재의 두께(t_f) cm					
		0.150	0.165	0.180	0.195	0.210	
E	11	frequency (Hz)					
		①	3.61	3.59	3.56	3.53	3.50
		②	2.47	2.43	2.39	2.35	2.31
		③	3.36	3.34	3.31	3.28	3.25
W	31	④	3.17	3.12	3.06	3.01	2.96
		①	6.50	6.41	6.32	6.23	6.14
		②	4.16	4.07	3.99	3.92	3.85
		③	5.98	5.90	5.82	5.74	5.66
R	13	④	5.46	5.34	5.22	5.11	5.01
		①	11.57	11.36	11.16	10.96	10.78
		②	7.15	6.99	6.85	6.71	6.58
		③	10.58	10.40	10.22	10.05	9.89
G	33	④	9.48	9.25	9.03	8.83	8.63
		①	12.83	12.95	12.36	12.14	11.93
		②	7.90	7.73	7.56	7.41	7.27
		③	11.73	11.52	11.32	11.13	10.94
U	11	④	10.49	10.23	9.98	9.75	9.54
		①	4.57	4.52	4.47	4.42	4.38
		②	2.90	2.86	2.82	2.78	2.74
		③	4.17	4.13	4.09	4.05	4.00
W	31	④	3.90	3.84	3.77	3.71	3.65
		①	7.63	7.53	7.43	7.34	7.24
		②	4.74	4.66	4.59	4.52	4.46
		③	6.94	6.85	6.77	6.69	6.61
R	13	④	6.42	6.29	6.18	6.07	5.95
		①	13.07	12.88	12.70	12.52	12.36
		②	8.04	7.91	7.78	7.66	7.54
		③	11.86	11.70	11.54	11.40	11.25
G	33	④	10.91	10.70	10.49	10.30	10.12
		①	14.44	14.23	14.02	13.83	13.65
		②	8.87	8.72	8.58	8.45	8.32
		③	13.10	12.92	12.75	12.58	12.42
U	11	④	12.04	11.81	11.58	11.37	11.17
		①	4.70	4.64	4.58	4.53	4.47
		②	2.93	2.89	2.84	2.80	2.76
		③	4.28	4.23	4.18	4.13	4.08
W	31	④	3.95	3.89	3.82	3.75	3.69
		①	7.72	7.61	7.51	7.41	7.31
		②	4.76	4.68	4.61	4.54	4.47
		③	7.01	6.92	6.83	6.74	6.66
R	13	④	6.46	6.33	6.21	6.10	5.99
		①	13.13	12.93	12.75	12.57	12.40
		②	8.05	7.92	7.79	7.62	7.65
		③	11.90	11.74	11.58	11.43	11.28
G	33	④	10.94	10.72	10.51	10.32	10.14
		①	14.49	14.27	14.07	13.87	13.68
		②	8.88	8.73	8.59	8.46	8.33
		③	13.14	12.95	12.78	12.61	12.45
U	11	④	12.07	11.83	11.60	11.38	11.18

E, W, R : E-glass Woven Roving
 G, W : Graphite Woven
 G, U : Graphite Unidirectional
 ① : P, V, C.
 ② : Phenolic
 ③ : Polyurethane
 ④ : Polystyrene

[S-S]

Table 4 Natural frequencies obtained from Rayleigh-Ritz Method($t_c=15\text{cm}$)

면재	모심	면재의 두께(t_f) cm					
		0.150	0.165	0.180	0.195	0.210	
E	11	frequency (Hz)					
		①	4.80	4.73	4.66	4.59	4.52
		②	3.02	2.96	2.91	2.85	2.80
		③	4.41	4.34	4.28	4.22	4.16
W	31	④	3.99	3.90	3.81	3.73	3.66
		①	8.09	7.94	7.79	7.66	7.52
		②	4.95	4.84	4.75	4.65	4.57
		③	7.39	7.26	7.13	7.01	6.89
R	13	④	6.58	6.42	6.27	6.13	6.00
		①	13.77	13.52	13.28	13.05	12.84
		②	8.43	8.26	8.10	7.96	7.83
		③	12.57	12.35	12.14	11.95	11.77
G	33	④	11.20	10.93	10.69	10.46	10.25
		①	15.21	14.92	14.65	14.39	14.15
		②	9.28	9.09	8.92	8.76	8.61
		③	13.88	13.63	13.39	13.17	12.96
U	11	④	12.35	12.05	11.77	11.52	11.28
		①	5.54	5.47	5.40	5.34	5.27
		②	3.43	3.38	3.33	3.28	3.24
		③	5.03	4.97	4.92	4.86	4.80
W	31	④	4.65	4.56	4.48	4.41	4.34
		①	9.04	8.92	8.80	8.69	8.58
		②	5.56	5.48	5.40	5.33	5.26
		③	8.20	8.10	8.00	7.90	7.81
R	13	④	7.54	7.40	7.27	7.15	7.04
		①	15.40	15.21	15.04	14.88	14.73
		②	9.54	9.44	9.35	9.28	9.22
		③	13.97	13.82	13.68	13.55	13.43
G	33	④	12.89	12.68	12.50	12.34	12.20
		①	16.96	16.75	16.55	16.37	16.20
		②	10.49	10.38	10.28	10.20	10.13
		③	15.38	15.21	15.05	14.90	14.77
U	11	④	14.18	13.96	13.75	13.57	13.41
		①	5.59	5.52	5.45	5.38	5.31
		②	3.45	3.40	3.35	3.30	3.26
		③	5.07	5.01	4.95	4.89	4.84
W	31	④	4.67	4.59	4.51	4.43	4.36
		①	9.07	8.95	8.83	8.73	8.62
		②	5.59	5.51	5.44	5.38	5.33
		③	8.23	8.13	8.03	7.94	7.85
R	13	④	7.57	7.44	7.31	7.20	7.10
		①	15.51	15.34	15.20	15.07	14.96
		②	9.69	9.63	9.60	9.58	9.59
		③	14.08	13.95	13.84	13.74	13.66
G	33	④	13.03	12.87	12.73	12.62	12.54
		①	17.07	16.88	16.71	16.57	16.45
		②	10.66	10.60	10.55	10.54	10.54
		③	15.49	15.35	15.22	15.11	15.02
U	11	④	14.34	14.15	14.00	13.87	13.78

E, W, R : E-glass Woven Roving
 G, W : Graphite Woven
 G, U : Graphite Unidirectional
 ① : P, V, C.
 ② : Phenolic
 ③ : Polyurethane
 ④ : Polystyrene

[F-F]

Table 5 Natural frequencies obtained from Rayleigh-Ritz Method ($t_c = 15\text{cm}$)

면재	모심	면재의 두께(t_f) cm					
		0.150	0.165	0.180	0.195	0.210	
E	11	①	4.59	4.52	4.46	4.39	4.33
		②	2.92	2.86	2.80	2.75	2.70
		③	4.22	4.16	4.10	4.04	3.99
		④	3.84	3.75	3.67	3.59	3.52
	31	①	7.12	7.01	6.89	6.78	6.67
		②	4.44	4.35	4.26	4.18	4.10
		③	6.53	6.42	6.32	6.22	6.13
		④	5.88	5.74	5.61	5.49	5.37
	W	①	13.62	13.35	13.09	12.84	12.61
		②	8.30	8.11	7.93	7.77	7.62
		③	12.43	12.19	11.97	11.75	11.55
		④	11.05	10.76	10.50	10.25	10.03
	R	①	14.70	14.41	14.13	13.87	13.62
		②	8.96	8.76	8.57	8.40	8.24
		③	13.41	13.16	12.92	12.69	12.48
		④	11.93	11.62	11.34	11.08	10.38
G	11	①	5.35	5.28	5.21	5.14	5.08
		②	3.32	3.26	3.21	3.16	3.12
		③	4.86	4.80	4.74	4.68	4.63
		④	4.49	4.41	4.32	4.25	4.18
	31	①	8.13	8.02	7.92	7.82	7.72
		②	5.02	4.94	4.87	4.80	4.73
		③	7.38	7.29	7.20	7.03	7.11
		④	6.81	6.68	6.56	6.44	6.34
	W	①	15.14	14.91	14.70	14.49	14.30
		②	9.27	9.12	8.97	8.83	8.70
		③	13.72	13.53	13.35	13.17	13.01
		④	12.60	12.35	12.11	11.87	11.68
	33	①	16.35	16.11	15.88	15.67	15.46
		②	10.03	9.87	9.72	9.57	9.44
		③	14.82	14.62	14.43	14.25	14.07
		④	13.62	13.35	13.10	12.87	12.65
U	11	①	5.40	5.33	5.25	5.18	5.12
		②	3.33	3.27	3.22	3.17	3.13
		③	4.90	4.84	4.78	4.72	4.66
		④	4.52	4.43	4.35	4.27	4.19
	31	①	8.19	8.07	7.97	7.86	7.76
		②	5.04	4.96	4.89	4.82	4.76
		③	7.43	7.33	7.24	7.15	7.07
		④	6.84	6.71	6.59	6.47	6.37
	13	①	15.16	14.93	14.71	14.51	14.31
		②	9.28	9.12	8.98	8.84	8.71
		③	13.74	13.55	13.36	13.19	13.02
		④	12.61	12.36	12.12	11.90	11.69
	33	①	16.38	16.14	15.92	15.70	15.50
		②	10.05	9.89	9.75	9.61	9.49
		③	14.85	14.65	14.46	14.28	14.11
		④	13.64	13.38	13.14	12.91	12.70

E, W, R : E-glass Woven Roving
 G, W : Graphite Woven
 G, U : Graphite Unidirectional
 ① : P, V, C.
 ② : Phenolic
 ③ : Polyurethane
 ④ : Polystyrene [F, F]

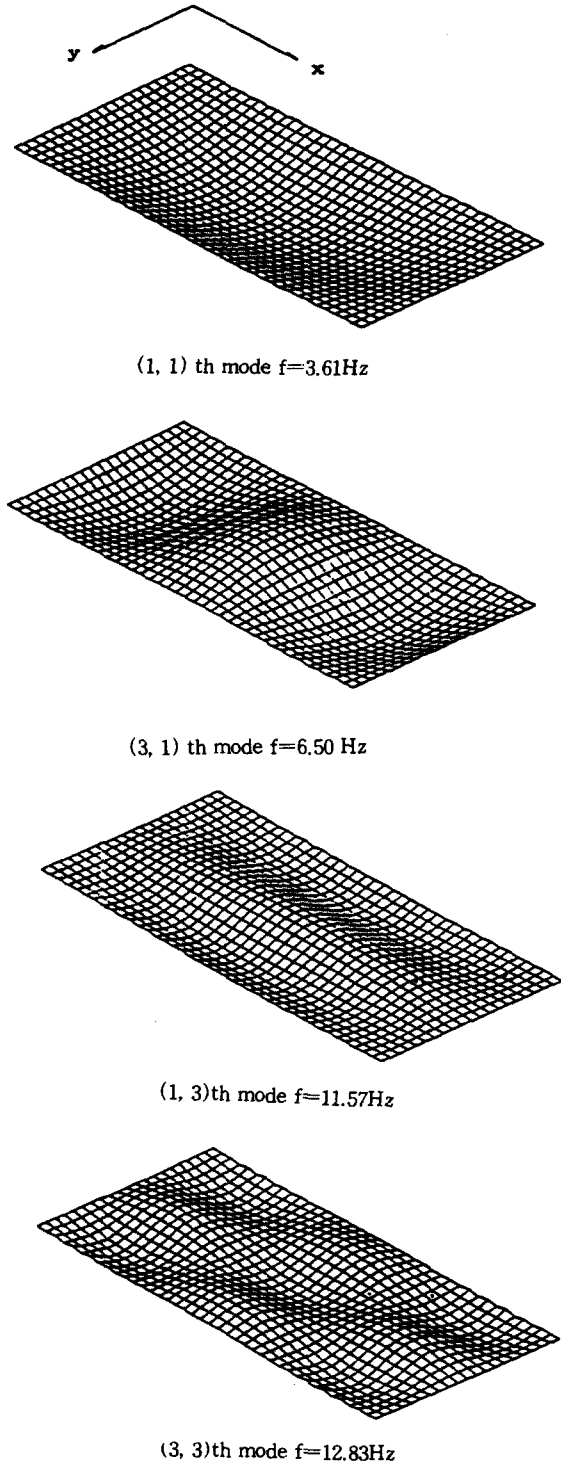


Fig.4 Each mode shapes of sandwich plate
 <Face : ②, Core : ①, $T_f = 0.15\text{cm}$, $T_c = 15\text{cm}$ >

Table 4는 4변 보수를 고정지지로 한 것이며, Table 5는 4변 중 마주보는 두 변은 단순지지이고 나머지 두 변은 고정지지된 경우이다.

그리고, Fig.1의 좌표에 따라서 x방향의 길이(a)는 230cm이고 y방향의 길이(b)는 115cm인 직사각형 평판이다. 여기서, x, y 방향의 길이는 Smith[9]의 선루의 높이인 230cm를 기준한 것이고, Table 1.2의 물성치는 참고문헌[1]의 평균값을 선택하였다. Table 3, 4, 5를 종합하면 면재와 심재의 탄성계수가 높을수록 고유진동수는 증가하고, 지지조건에서도 고정지지인 경우가 단순지지일때보다 진동수가 증가함을 보여주고 있다.

샌드위치 평판의 면재와 심재에 대해서 두께가 증가하면 고유진동수도 따라서 증가한다. 두께를 기준

으로 하면, 일정한 심재의 두께에 대해서 면재의 두께가 증가하면 고유진동수는 감소하나 반대로 심재의 두께가 증가하면 고유진동수는 증가한다. Fig.5와 Fig.6은 E-glass W.R.의 면재와 P.V.C. 심재에 대해서 지지조건과 면재와 심재의 두께를 달리하였을 때의 고유진동수를 나타내고 있다. Fig.7은 E-glass W.R.의 면재에 대해 일정한 심재의 두께를 기준으로 면재의 두께와 심재의 종류를 달리했을 경우의 고유진동수를 나타내고 Fig.8은 P.V.C심재에 대해 일정한 면재의 두께를 기준으로 심재의 두께와 면재의 종류를 달리했을 경우의 고유진동수를 나타낸다. mode shape에 대해서는 많은 data가 있으나 [S-S]에서 대표적으로 면재는 E-glass W.R.로, 심재는 P.V.C를 사용하였으며 면재의 두께가 0.15cm일때의 처짐을

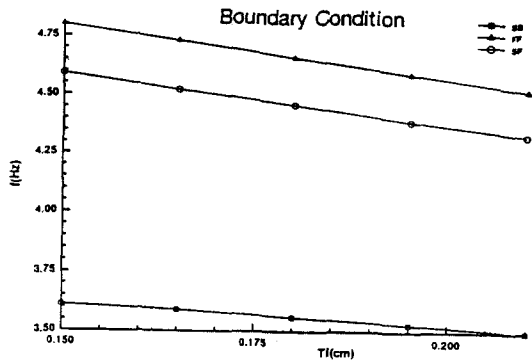


Fig.5 Natural frequency for the face thickness and boundary condition
 <<(1, 1)th mode, Face : E.W.R., Core : P.V.C., Tc = 15cm>

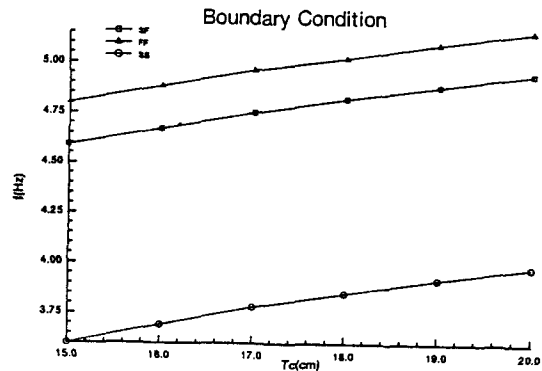


Fig.6 Natural frequency for the core thickness and boundary condition
 <<(1, 1) th mode, Face : E.W.R., Core : P.V.C., Tc = 15cm>

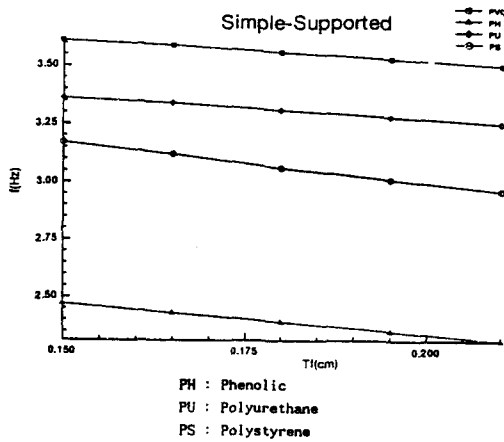


Fig.7 Natural frequency for the various type of core materials
 <<(1, 1)th mode : E.W.R., Tc=15cm>

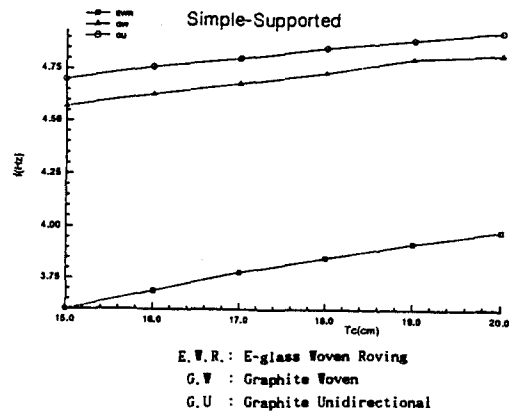


Fig.8 Natural frequency for the various type of face materials
 <<(1, 1) th mode, Core : P.V.C., Tf=15cm>

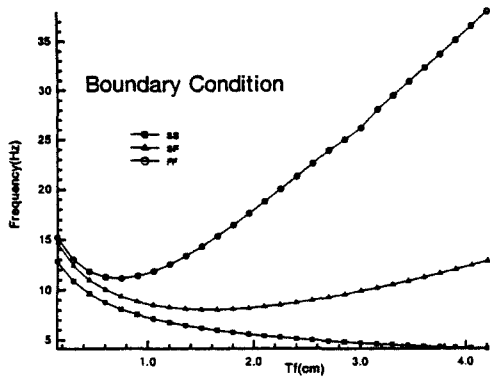


Fig.9 Natural frequency for the face thickness and boundary condition
 <<(3, 3) th mode, Face : E.W.R., Core : P.V.C., $T_c = 15\text{cm}$ >>

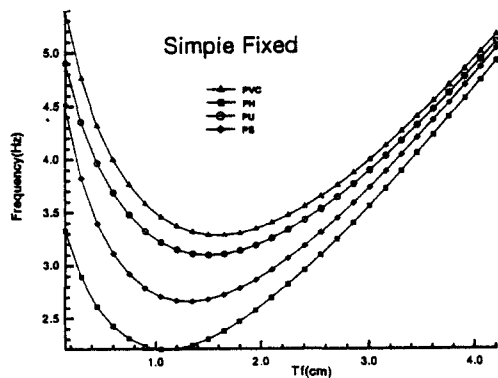


Fig. 10 Natural frequency for the face thickness and various type of core materials
 <<(1, 1) th mode, Face : G-U, $T_c = 15\text{cm}$ >>

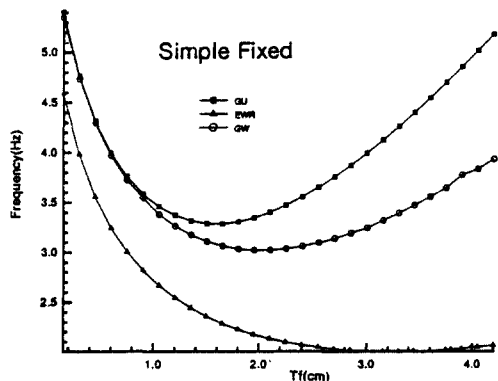


Fig.11 Natural frequency for the face thickness and various type of face materials
 <<(1, 1) th mode, Core : P.V.C., $T_c = 15\text{cm}$ >>

각각의 점으로 나누어 Fig.4에 나타내었다.

또한 계산과정을 더욱 세밀히 조사하기 위해서 면재의 심재의 두께를 두꺼운 면재쪽으로 확장시켰다. 그 결과는 면재의 두께를 $t/c=1/20$ 이상으로 증가시켰을 때 단순지지인 경우는 고유진동수가 두께의 증가에 영향을 받지않고 계속 감소하나 단순지지와 고정지지의 합성이나 고정지지만인 경우는 어느 한계 즉, $t/c=1/10$ 정도와 $t/c=1/20$ 정도까지 고유진동수가 감소하다 이 한계를 지나면서 계속 증가하고 있음을 알 수 있었고 이것을 Fig.9에 나타냈다. 이 결과는 memberane force의 영향때문이라고 사료된다.

그리고 단순-고정지지의 합성이나 고정지지에서의 고유진동수는 심재의 탄성계수가 큰 순서에 따라 변곡점, 즉 t/c 가 큰쪽에 나타나고, 면재는 t/c 가 작은쪽에서 나타나고 있다. 그 단순-고정지지의 합성인 경우의 결과를 Fig.10와 Fig.11에 나타내었다.

결 론

본 연구에서 사용된 샌드위치 평판모델은 등방성의 심재에 2장의 면재가 대칭으로 적층된 형태에 대해서 면재와 심재의 종류, 두께, 지지조건등의 변화에 따른 각 모드들의 고유진동수와 모드형상들을 구하여 보았는데 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 샌드위치 평판도 일반평판과 마찬가지로 면재와 심재의 탄성계수가 증가하면 고유진동수가 증가하고 또한, 면재의 두께와 관계없이 심재의 두께가 증가할수록 고유진동수가 증가함을 알 수 있었다.
- 2) 얇은 면재($t/c=1/70\sim 1/100$)의 경우 두께가 증가하면 고유진동수가 감소한다.
- 3) 본 연구결과를 두꺼운 면재($t/c=1/20$ 이상)에 대해서도 확장하여 사용할 수 있도록 면재를 두껍게 해보았는데 단순지지인 경우는 고유진동수가 감소하나, 단순-고정지지의 합성이나 고정지지인 경우는 고유진동수가 감소하다 증가함을 알 수가 있었다.

후 기

이 연구는 인하대학교 산업과학기술연구소 '92학년도 자체학술연구비의 지원에 의해 수행되었음을 후기한다.

참고문헌

- [1] Allen, H.G., "Analysis and design of Structural Sandwich Panels", *Pergamon Press*, 1969.
- [2] Ugural, A.G., "Stress in Plates and Shells", McGraw Hill, Inc., 1981.
- [3] Yu, Yi-Yuan., "Flexural Vibrations of Elastic Sandwich Plate", *J. Aerospace Sci.*, 27, pp.272-282, 1960.
- [4] Mindlin, R.D., "An Introduction to the Mathematical Theory of Vibration of Elastic Plates", A monograph prepared for U.S. Army Signal Corps Engineering Laboratories, 1965.
- [5] Yu, Yi-Yuan., Jai-Lue., "Influence of transverse Shear and Edges Condition on Nonlinear Vibration and dynamic Buckling of Homogeneous and Sandwich Plates", *J. Appl. Mech.*, pp.934-936, Dec. 1966.
- [6] Ueng, C.E.S., "Natural Frequencies of Vibration of an All Clamped Rectangular Sandwich Panel", *J. Appl. Mech.*, pp.683-684, Sept, 1966.
- [7] Lin, D.X., G.G. Ni: R.D. Adams., "The Vibration Analysis of Carbon fiber-Glass fiber Sandwich Hybrid Composite Plates", *J. AIAA.* pp.120-125, 1985.
- [8] Reddy, J.N., A.A. khdeir., "Buckling and Vibration of Laminated Composite Plates Using Various Plate Theories", *J. AIAA.*, Vol. 27, pp.1808-1817, 1989.
- [9] Smith, C.S., Chalmers, D.W., "Design of Ship Superstructures in Fiber-Reinforced Plastic", *The Royal Institution of Naval Arch. Apr.*, 16, 1986.
- [10] Szilard, R., "Theory and Analysis of Plates", Prentice-Hall, inc., 1974.