

스테레오 비전의 양자화 오차분석

(Analysis of Quantization Error in Stereo Vision)

金 東 玄*, 朴 來 弘**

(Dong Hyun Kim and Rea-Hong Park)

要 約

영상을 화소단위로 양자화하는 과정에서 생기는 양자화 오차는 컴퓨터 비전이 갖는 피할 수 없는 문제다. 특히 스테레오 비전에서는 2차원의 양자화 오차가 복원된 3차원좌표의 오차를 유발하기 때문에 이에 대한 수학적 분석이 요구된다. 본 논문에서는 선분단위 정합으로 복원된 3차원 정보의 오차 확률밀도함수(pdf)를 분석하였다. 선분단위정합으로 복원된 3차원 위치정보의 이론적인 pdf를 계산하여 기존의 화소단위 정합에 대한 연구결과보다 일반적인 형태임을 보였고, 컴퓨터 모의 실험을 통해 이론적인 분포를 확인하였다.

Abstract

Quantization error, generated by the quantization process of an image, is inherent in computer vision. Because, especially in stereo vision, the quantization error in a 2-D image results in position errors in the reconstructed 3-D scene, it is necessary to analyze it mathematically. In this paper, the analysis of the probability density function (pdf) of quantization error for a line-based stereo matching scheme is presented. We show that the theoretical pdf of quantization error in the reconstructed 3-D position information has more general form than the conventional analysis for pixel-based stereo matching schemes. Computer simulation is observed to support the theoretical distribution.

1. 서론

스테레오 비전은 2장의 2차원 영상신호에서 3차원 정보를 얻기 위한 방법으로서 인간의 시각구조와 비슷하고 간단한 삼각법으로 3차원 정보를 구할 수 있는 장점이 있어 많이 연구되고 있다. 삼각법을 이용하기 위해서는 왼쪽과 오른쪽, 두장의 영상에서 일치점을 찾는 일치성문제 (correspondence problem)

가 해결되어야 하는데 일치하는 부분이 잘못 정합될 경우 삼각법으로 복원된 3차원 정보가 매우 큰 오차를 갖게되므로 대부분의 연구는 이 문제 해결에 중점을 두고있다.^{1,2,6}

그러나, 정합이 제대로 된 경우라도 복원된 3차원 정보는 오차를 갖는데, 이는 주로 영상이 화소단위로 양자화되어 화소위치에 양자화 오차가 포함되어 나타나기 때문이다. 이런 양자화 오차는 정합오차에 비하면 상대적으로 크기가 작지만 이를 토대로 복원되는 3차원 정보는 매우 큰 오차를 가질 수도 있으므로 이에 대한 분석이 필요하다. 다시 말하면, 양자화로 인해 2차원 평면위의 한 점이 3차원 공간위의 여러 점

* 準會員, ** 正會員, 西江大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Sogang Univ.)
接受日字 1992年 12月 16日

을 나타내므로, 스테레오 정합에서는 정합이 제대로 된 경우라도 디지털 영상에 내재된 위치오차가 나타난다. 따라서 이를 분석하여 스테레오 비전으로 얻은 3차원 정보에 이에 해당하는 신뢰도를 주어 보다 신뢰성있는 판단을 내리도록 해야 한다.

양자화오차에 관한 내용은 사각형 모양의 화소를 가정한 초기의 논문^{17,18)}에서 볼 수 있고 본격적인 연구는 Blostein과 Huang¹⁹⁾에 의해 시작되었다. 이들은 화소단위 정합으로 구한 3차원 정보와 원래값의 차이가 갖는 백분율 오차의 확률을 계산했다. Rodriguez와 Aggarwal¹⁰⁾은 3차원 거리값 Z 자체의 오차 확률밀도함수를 계산하였다. 그 이후로 화소단위 정합의 오차를 분석한 비슷한 연구 결과들이 발표되었다.^{11,12)} 화소단위 정합의 경우 왼쪽과 오른쪽 영상에서 정합된 두 점의 양자화오차 확률밀도함수가 같은 형태를 갖고, 결과적으로 복원된 3차원 좌표의 오차 확률밀도함수는 오차 0에서 최대값을 갖고 오차값이 커질수록 감소하는 삼각형 형태가 된다.

하지만 실제 스테레오 정합에서는 이웃한 화소의 연결성을 고려하거나 선분단위로 정합하는 예가 많고,¹⁴⁾ 일반적인 물체에서 점보다는 선분이 더 물리적인 의미가 있으므로 화소보다 한단계 상위특징인 선분단위 정합의 오차 분석이 요구된다. 그리고, 그 결과는 화소단위 정합의 경우와 다른 형태로 나타날 것을 예상할 수 있다.

본 논문에서는 양자화로 얻은 화소가 연결되어 나타나는 디지털 선분의 특성을 이용하여, 화소단위 정합의 경우보다 확장된 형태의 양자화오차의 영향을 분석하고, 이로부터 복원된 3차원 위치정보의 오차를 분석하였다. 화소의 형태를 일반적으로 많이 가정하는 정사각형으로 하고¹³⁾, 선분에 속하는 화소가 정합될 경우 화소의 x좌표 오차 확률밀도함수가 선분의 기울기에 의존함을 보였다. 이를 이용하여 변위(disparity) 오차의 확률밀도함수를 계산하고 결과적으로 복원된 3차원 좌표오차의 확률밀도함수를 계산하였다. 계산된 확률밀도함수가 화소단위 정합오차의 확률밀도함수를 포함하는 형태로서, 보다 일반적임을 알 수 있었고 컴퓨터 모의실험을 통해 그 형태를 확인하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 II장에서 양자화 오차로 인한 선분의 오차를 분석하고, III장에서 그 결과를 이용하여 선분단위 정합으로 복원된 3차원 좌표의 오차분포를 계산한다. 이론적인 오차분포와 모의 실험을 통해 얻은 오차분포를 비교하였으며 마지막으로 IV장에서 결론을 맺는다.

II. 위치양자화에 의한 선분의 오차 분석

여기서 고려되는 점, 선, 영상들은 모두 디지털화된 것으로 그림 1과 같이 나타낼 수 있다. 가로, 세로축이 각각 영상의 x, y좌표축에 해당한다. 실선으로 표시된 선분은 3차원 좌표계의 선분이 2차원 평면에 투영된 것을 의미하고 이 선분이 지나는 모든 화소를 다 칠한 것을 디지털 선분이라 정의한다. 즉 정해진 화소영역 내부에 투영된 점들은 모두 하나의 화소로 표시되므로 양자화로 인한 양자화 오차가 나타난다. 반대과정을 생각한다면 디지털 선분에서 가능한 실제 선분을 구할 경우 무수히 많은 경우가 생긴다. 여기서 실제 선분이 존재할 수 있는 영역을 구하여 양자화 오차의 분포를 계산하고 복원된 3차원 좌표값의 오차분포를 추정한다.

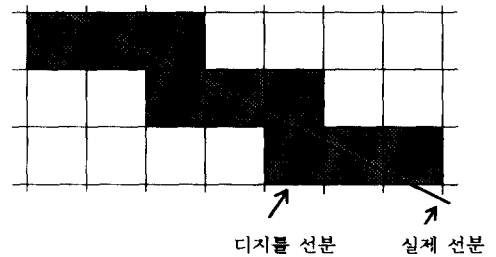


그림 1. 디지털 선분
Fig. 1. Digital line.

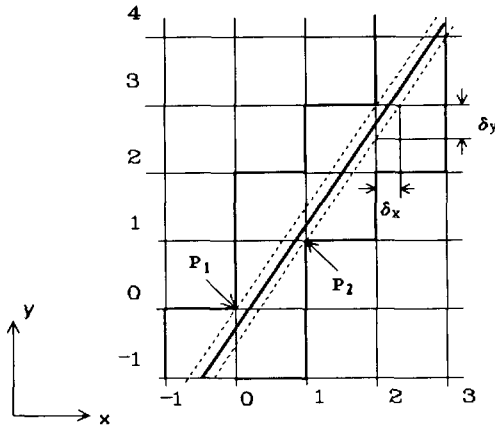
변위값은 정합된 왼쪽과 오른쪽 두점의 x좌표값의 차이므로 선분을 $x = a + by$ 의 방정식으로 표현한다. 예를 들면 그림 2(a)는 굵은 테두리 선으로 표시한 디지털 선분을 나타내는데, 이 때 실선으로 표현된 선분의 방정식 계수는 원점을 P1으로 할 때 $a = 1/3$, $b = 2/3$ 이다. 여기서 테두리 선안에 있는 여러 개의 실제 선분이 모두 같은 방정식으로 표현됨을 알 수 있다. 따라서 정해진 y값에 대하여 x값의 오차구간 x는 화소 너비의 1/3이 된다. 이와 같은 성질은 다음과 같이 정리할 수 있다.

정리

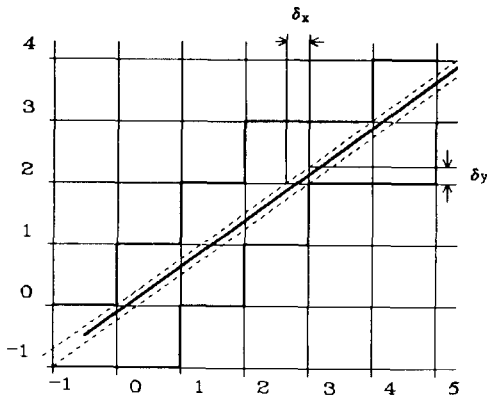
$x = a + by$ ($b = n/m$, n과 m은 서로 소)로 나타낼 수 있는 디지털 선분에 대해, 실제 선분이 존재할 수 있는 영역에서 x값의 오차구간은 $1/m$ 이다.

증명)

1) 경우 1 : $0 < n < m$



(a)



(b)

그림 2. 기울어진 선분

(a) y축으로 기울어진 선분

(b) x축으로 기울어진 선분

Fig. 2. Slant line.

(a) slant line toward the y axis.

(b) slant line toward the x axis.

그림 2(a)에서 수평, 수직 격자선과 왼쪽 점선이 만나는 점 P1을 원점으로 하고, 왼쪽 점선의 방정식을 $x = b \cdot y$ 라 하자. y값이 1씩 증가하면 x값은 $0, n/m, 2 \cdot n/m, \dots, (m-1) \cdot n/m, m \cdot n/m, \dots$ (그림 3(a)에서는 $0, 2/3, 4/3, 6/3, \dots$)으로 변한다. $m \cdot n/m = n$ 이므로 소수점 아래 값이 m을 주기로 반복되는 것을 알 수 있다. 만약 이 m개 중에서 둘 이상의 값이 같다면 n과 m은 서로 소가 아니다. 따라서 가능한 소수점 아래 값은 $0, 1/m, 2/m, \dots,$

$(m-1)/m$ (그림 3(a)에서는 $0, 1/3, 2/3$)이 된다. 여기서 x값의 오차구간이 1보다 작고, 하나의 디지털 선분을 나타내기 위해 두 점선사이의 영역은 P1, P2와 같이 수평, 수직 격자선이 만나는 격자점을 포함할 수 없음을 주의한다. 오른쪽 점선이 격자점과 만날 때, 왼쪽 점선이 가질 수 있는 m개의 소수점 아래 값중 $(m-1)/m$ 이 가장 큰 것이므로, x값의 오차구간 δ_x 는 $1 - (m-1)/m = 1/m$ (그림 3(a)에서 오른쪽 점선이 P2를 지날 때 $1/3$)이 된다.

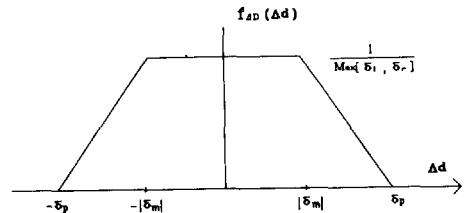


그림 3. 좌, 우 선분의 x오차구간이 다른 경우의 변위오차 확률밀도함수

Fig. 3. Probability density function of disparity error in case of different x error range in the left and right line.

2) 경우 2 : $n > m > 0$

경우 2는 경우 1과 비슷한데 x와 y가 바뀐 형태다. 따라서 y값의 오차구간 δ_y 가 $1/n$ 이 되고 x값의 오차구간은 $n/m \cdot 1/n = 1/m$ 이 된다. 그림 3(b)는 $m = 3, n = 4$ 인 경우의 예를 보여준다.

3) 경우 3 : $n \cdot m < 0$

이 경우는 위의 두 경우를 이용하여 쉽게 증명된다.

이 정리에 의하면 $x = a + by$ ($b = n/m$)의 방정식으로 표현된 선분에서 x값의 오차구간 δ_x 는 $1/m$ 로 선분 기울기의 함수가 된다. 따라서 선분단위 정향에서는 왼쪽과 오른쪽의 x값 오차구간이 다를 수 있다.

이와 같은 오차구간에서 변위오차의 확률분포는 다음과 같이 계산한다. 왼쪽과 오른쪽 x좌표의 오차를 e_l, e_r 이라 하고, 두 오차가 서로 독립적이고 구간안에서 균일한 분포임을 가정하면, ¹⁰⁾ 각각의 확률밀도함수는 식 (1)과 같이 왼쪽과 오른쪽의 오차구간이 δ_l 과 δ_r 인 형태로 쓸 수 있다. 또, 변위 d는 두 x좌표 값의 차이므로 변위 오차 Δd 를 $e_l - e_r$ 로 정의할 때, 위 두 함수의 컨볼루션으로 식 (2)와 같이 Δd 의 확률밀도함수를 구할 수 있다. 여기서 δ_m 과 δ_p 는 각각 $(\delta_l - \delta_r)/2$ 와 $(\delta_l + \delta_r)/2$ 를 나타내고 $\text{Max}[\cdot]$ 는 인

수중 최대값을 의미한다. 함수의 형태는 그림 3과 같은 사다리꼴이 되는데, 이로부터 계산되는 3차원 좌표오차의 확률밀도함수가 비슷하게 사다리꼴이 될 것을 예상할 수 있다.

$$f_{E1}(e_1) = \begin{cases} \frac{1}{\delta_l}, & -\frac{\delta_l}{2} \leq e_1 \leq \frac{\delta_l}{2} \\ 0, & \text{그 외의 경우.} \end{cases} \quad (1a)$$

$$f_{E2}(e_r) = \begin{cases} \frac{1}{\delta_r}, & -\frac{\delta_r}{2} \leq e_r \leq \frac{\delta_r}{2} \\ 0, & \text{그 외의 경우.} \end{cases} \quad (1b)$$

$$f_{\Delta d}(\Delta d) = \begin{cases} \frac{1}{\delta_l \delta_r} (\Delta d + \delta_p), & -\delta_p \leq \Delta d \leq -|\delta_m| \\ \frac{1}{\text{Max}[\delta_l, \delta_r]}, & -|\delta_m| \leq \Delta d \leq |\delta_m| \\ \frac{-1}{\delta_l \delta_r} (\Delta d + \delta_p), & |\delta_m| \leq \Delta d \leq \delta_p \end{cases} \quad (2)$$

기존의 화소단위 정합에서는 정합된 두 점의 좌표가 갖는 오차구간이 한 화소 간격으로 같다고 가정한다. x좌표의 오차구간에 대해 생각하면 x값의 오차구간이 두 영상에서 같고 각각의 확률밀도함수도 같은 경우는, 선분단위 정합에서 정합된 두 선분의 기울기가 같은 특수한 경우로 볼 수 있다. 여기서 파생되는 변위 오차도 비슷한 관계가 성립한다. 화소단위 정합의 경우, 변위 오차의 확률밀도함수는 정합된 화소의 x좌표 오차구간이 같아서 삼각형 모양이 되는데 이것은 식 (2)에서 δ_m 이 0인 특수한 경우와 같다. 그리고 선분단위 정합으로 계산된 3차원 좌표값의 오차가 식 (3)에 의한 것이므로 3차원 좌표값의 오차분포 사이에도 이와 비슷한 관계가 있음을 알 수 있다.

III. 3차원 좌표값 오차의 확률밀도함수

이 장에서는 II장에서 구한 2차원 오차분포를 이용하여 스테레오 정합으로 복원된 3차원 좌표의 오차를 분석한다. 스테레오 영상 취득시 epipolar line이 수평선과 평행하도록 하고 정해진 y값에서 변위를 계산한다고 하면 y값의 오차는 없는 것으로 간주할 수 있다. 따라서 3차원 좌표 Y의 오차는 2차원의 x값 오차에서 나타나는 것으로 가정한다. 이와 같은 조건에서 2차원 좌표의 오차를 어떤 확률분포를 갖는 불규칙변수로 보고, 그에 따른 3차원 좌표의 오차를 불규칙변수의 함수로서 고려하면, 3차원 좌표의 오차확률분포를 계산할 수 있다.

ΔY , ΔZ 는 식 (3), (4)와 같이 Δd 의 함수로 쓸

수 있다. 여기서 아래 첨자 0가 붙은 것은 실제값들을 나타내고 아래 첨자가 붙지 않은 것은 그에 해당하는 계산으로 구한 값들을 나타낸다. Δ 는 실제 값과 계산된 값의 차를 뜻한다.

$$\Delta Y = Y_0 - Y = \frac{b y}{d_0 - \Delta d} - \frac{b y}{d_0} = \frac{b y \Delta d}{d_0(d_0 - \Delta d)} \equiv \alpha(\Delta d) \quad (3)$$

$$\Delta Z = Z_0 - Z = \frac{b f}{d_0 - \Delta d} - \frac{b f}{d_0} = \frac{b f \Delta d}{d_0(d_0 - \Delta d)} \equiv \beta(\Delta d) \quad (4)$$

p와 q를 불규칙 변수라 하고 h(p)를 p에 대한 함수라 할 때 두 변수 사이의 관계가 $q = h(p)$ 라 하면 두 변수의 확률밀도함수 $f_p(p)$ 와 $f_q(q)$ 는 식 (5)와 같은 관계가 있으므로^[14]

$$f_q(q) = f_p(p) \cdot \left| \frac{dp}{dq} \right| \quad (5)$$

이 관계식을 이용하여 ΔY 와 ΔZ 의 확률밀도함수를 구하면 식 (6), (7)을 얻는다. 이 식에서 δ_m 과 δ_p 는 각각 $(\delta_l - \delta_r)/2$, $(\delta_l + \delta_r)/2$ 를 의미하고 $\alpha(\cdot)$, $\beta(\cdot)$ 는 식 (3), (4)에서 정의된 값이다.

$$f_{\Delta Y}(\Delta Y) = \begin{cases} \frac{1}{\delta_l \delta_r} \frac{\delta_p Y + (d_0 + \delta_p) \Delta Y}{(Y + \Delta Y)^3} d_0 |Y|, & \alpha(-\delta_p) \Delta Y \leq \alpha(-|\delta_m|) \\ \frac{1}{\text{Max}[\delta_l, \delta_r]} \frac{d_0 |Y|}{(Y + \Delta Y)^2}, & \alpha(-|\delta_m|) \leq \Delta Y \leq \alpha(|\delta_m|) \\ \frac{1}{\delta_l \delta_r} \frac{\delta_p Y - (d_0 - \delta_p) \Delta Y}{(Y + \Delta Y)^3} d_0 |Y|, & \alpha(|\delta_m|) \Delta Y \leq \alpha(\delta_p) \end{cases} \quad (6)$$

$$f_{\Delta Z}(\Delta Z) = \begin{cases} \frac{1}{\delta_l \delta_r} \frac{\delta_p Z^2 + (b f + \delta_p Z) \Delta Z}{Z(Z + \Delta Z)^3} b f, & \beta(-\delta_p) \Delta Z \leq \beta(-|\delta_m|) \\ \frac{1}{\text{Max}[\delta_l, \delta_r]} \frac{b f}{(Z + \Delta Z)^2}, & \beta(-|\delta_m|) \leq \Delta Z \leq \beta(|\delta_m|) \\ \frac{1}{\delta_l \delta_r} \frac{\delta_p Z^2 - (b f + \delta_p Z) \Delta Z}{Z(Z + \Delta Z)^3} b f, & \beta(|\delta_m|) \Delta Z \leq \beta(\delta_p) \end{cases} \quad (7)$$

ΔX 는 식 (8)과 같이 Δd 및 e_1 의 함수이므로 e_1 , e_r 의 함수가 되어 가능한 경우의 수가 많아진다. 확률밀도함수는 식 (9)와 같이 계산된다. 여기서 적분 구간을 나타내는 L, U는 경우에 따라 달라진다. (부록 참고)

$$\Delta X = X_0 - X = \frac{b(x - e_1)}{d_0 - \Delta d} - \frac{b x}{d_0} = \frac{x(e_1 - e_r) - d_0 e_1}{d_0(d_0 - \Delta d)} b, \quad (8)$$

$$f_{\Delta X}(\Delta X) = \int_{L'}^{U'} \frac{1}{\delta_l \delta_r} \frac{|x e_1 - d_0 X|}{(X + \Delta X)^2} d e l \quad (9)$$

$$= \begin{cases} \frac{U(bU - 2d_0X) - L(bL - 2d_0X)}{2\delta_1\delta_2(X + \Delta X)^2}, & U \leq \frac{d_0X}{b} \\ \frac{U(bU - 2d_0X) + 2(d_0X)^2/b + L(bL - 2d_0X)}{2\delta_1\delta_2(X + \Delta X)^2}, & L(\frac{d_0X}{b}) < U \\ \frac{L(bL - 2d_0X) - U(bU - 2d_0X)}{2\delta_1\delta_2(X + \Delta X)^2}, & \frac{d_0X}{b} \leq L \end{cases}$$

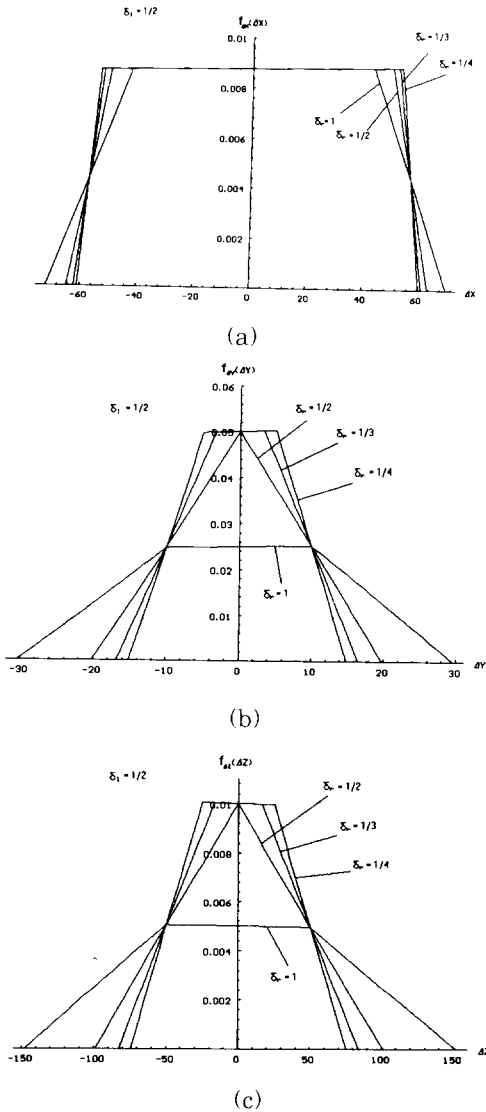


그림 4. 3차원 위치오차의 확률밀도함수
 (a) ΔX, (b) ΔY, (c) ΔZ
 Fig. 4. Probability density function of 3-D position error.
 (a) ΔX, (b) ΔY, (c) ΔZ.

이상의 확률밀도함수의 형태는 그림 4와 같다. 왼쪽의 x변화폭 δ₁을 1/2로 하고 오른쪽의 변화폭 δ₂을 1, 1/2, 1/3, 1/4로 변화시켜 얻은 것을 함께 그렸는데 기본적인 형태는 사다리꼴이고, δ₁과 δ₂이 같을 때, ΔX의 경우를 제외하면 삼각형 모양이 됨을 알 수 있다. 삼각형 모양은 기존의 방법에서 화소단위 정합을 고려할 때 나타나는 것으로서, 화소단위 정합

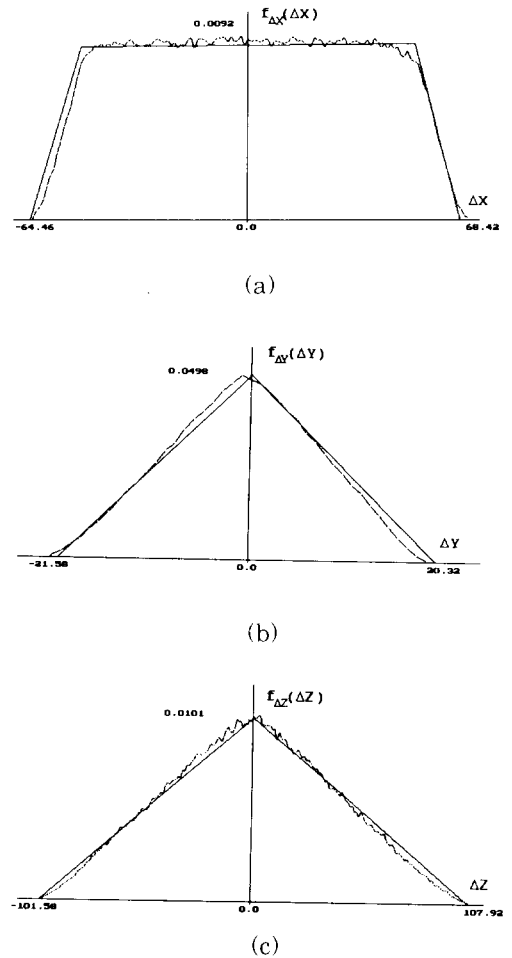
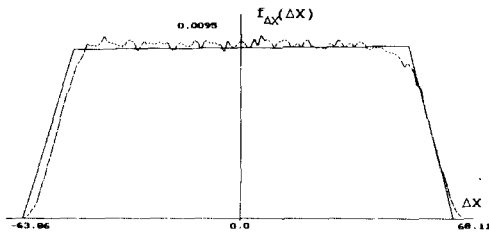
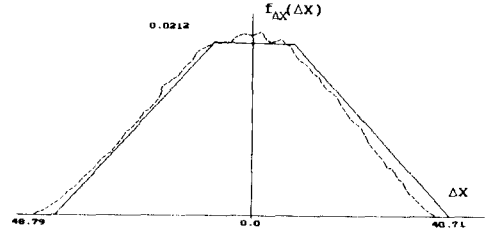


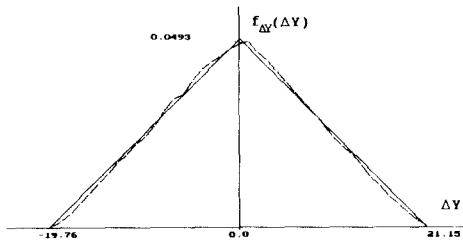
그림 5. 위치오차 확률밀도함수 (δ₁=1/2, δ₂=1/2, s₁=1/2, s₂=1/2, 점선과 실선은 각각 실험값과 이론값을 나타냄)
 (a) ΔX, (b) ΔY, (c) ΔZ
 Fig. 5. Probability function of position error (δ₁=1/2, δ₂=1/2, s₁=1/2, s₂=1/2, the dashed and lines denote exprimental and the-oretical pdfs, respectively.
 (a) ΔX, (b) ΔY, (c) ΔZ.



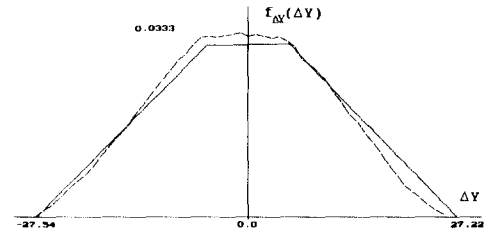
(a)



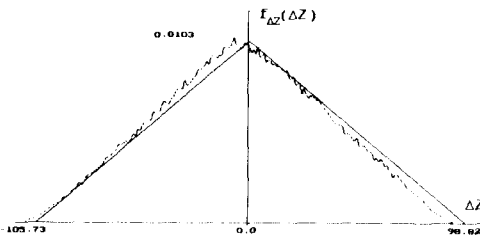
(a)



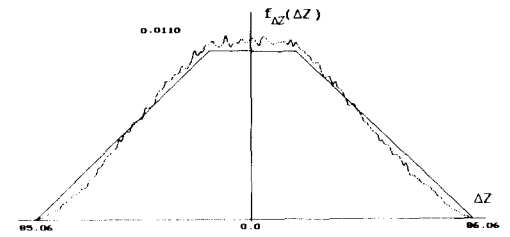
(b)



(b)



(c)



(c)

그림 6. 위치오차 확률밀도함수 ($\delta_i=1/2, \delta_r=1/2, s_i=-1/2, s_r=-1/2$, 점선과 실선은 각각 실험값과 이론값을 나타냄)

(a) ΔX , (b) ΔY , (c) ΔZ

Fig. 6. Probability function of position error ($\delta_i=1/2, \delta_r=1/2, s_i=-1/2, s_r=-1/2$, the dashed and lines denote experimental and theoretical pdfs, respectively.

(a) ΔX , (b) ΔY , (c) ΔZ .

의 오차 확률밀도함수가 선분단위 정합의 특수한 경우임을 알 수 있다. ΔX 의 경우 δ_i 과 δ_r 이 같아도 삼각형 모양이 되지 않는 것은 주목할만한 사실로서, ΔX 는 δ_i 과 δ_r 이 모두 1인 경우에만 삼각형 모양이 된다. 이것은 X값의 오차가 대부분의 경우 그림과 같이 균일한 분포 - 거의 모든 범위의 오차가 비슷한 확률값을 갖는다 - 에 가까움을 의미하므로 X값의

그림 7. 위치오차 확률밀도함수 ($\delta_i=1/3, \delta_r=1/2, s_i=1/3, s_r=1/2$, 점선과 실선은 각각 실험값과 이론값을 나타냄)

(a) ΔX , (b) ΔY , (c) ΔZ

Fig. 7. Probability function of position error ($\delta_i=1/3, \delta_r=1/2, s_i=1/3, s_r=1/2$, the dashed and lines denote experimental and theoretical pdfs, respectively.

(a) ΔX , (b) ΔY , (c) ΔZ .

신뢰도가 다른 좌표값에 비해 떨어진다. 이와 같은 균일한 분포는 X값의 오차가, 인수가 하나 (Δd)인 Y나 Z의 경우와 달리 인수가 두개 (e_i, e_r)이므로 나타나는 특성으로 생각할 수 있다. Y의 오차 확률밀도 함수에 비해 Z값의 경우 오차 범위가 더 큰 것을 볼 수 있는데 이것은 Z값이 대개의 경우 Y보다 크기 때문이다. 이것으로 Z값의 오차가 다른 값의 오차보다

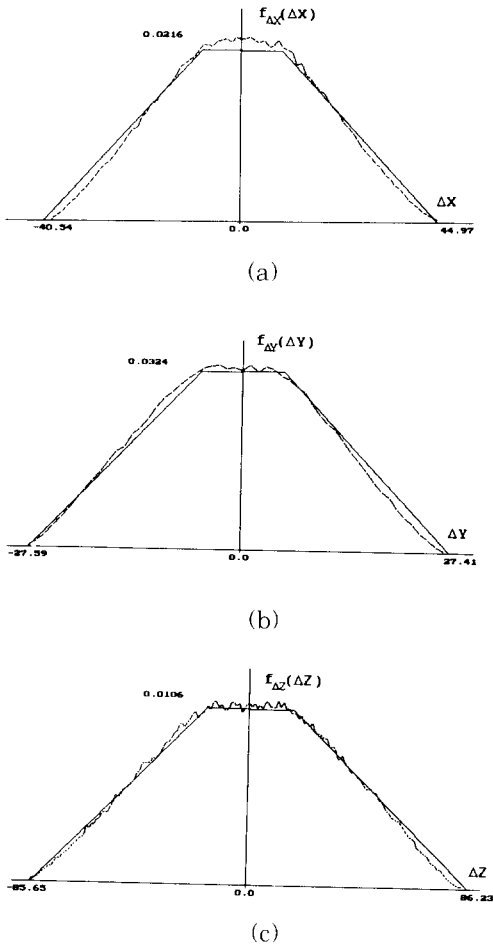


그림 8. 위치오차 확률밀도함수 ($\delta_l=1/3, \delta_r=1/2, s_l=4/3, s_r=3/2$. 점선과 실선은 각각 실험값과 이론값을 나타냄)

Fig. 8. Probability function of position error ($\delta_l=1/3, \delta_r=1/2, s_l=4/3, s_r=3/2$, the dashed and lines denote experimental and theoretical pdfs, respectively.

(a) ΔX , (b) ΔY , (c) ΔZ .

크게 나타나는 경우가 많음을 알 수 있다. 하지만 각각의 경우에 원래 값에 대한 상대적인 오차는 비슷하다.

이러한 확률밀도함수를 컴퓨터 모의실험으로 확인해 보았다. 3차원 좌표계의 임의의 직선에 대해 왼쪽과 오른쪽 영상에 투영된 선분을 구하고, 이 선분이 미리 정해놓은 선분과 일치할 경우 정수인 y 값에서 변위를 구하여 3차원 좌표값을 계산하고 원래의 좌표

값과의 차를 내어 오차의 빈도수를 계산하였다. 약 3×10^5 개의 오차값을 하나의 통계에 이용하였고 각 상수의 값은 $b = 10000, f = 50$ 화소이다. 3차원 좌표값 X_0, Y_0, Z_0 는 그림 5, 6의 경우에 각각 1400, 2000, 10000 화소이고, 그림 7, 8의 경우에는 각각 5000, 3200, 10000이다.

각각의 경우에 점선은 실험값을 나타내고 실선은 이론값을 나타낸다. 수평축은 오차값을 나타내고 수직축은 확률밀도함수를 나타내며 실험값중 최대, 최소값을 수치로 표현하였다. 왼쪽과 오른쪽 선분의 기울기는 s_l, s_r 로 표시하였다. 그림 5, 6는 두 영상에서 오차구간이 같은 경우 ($\delta_l = \delta_r = 1/2$)이고 그림 7, 8은 각각 다른 경우 ($\delta_l = 1/3, \delta_r = 1/2$)이다. 그림 5, 6에서 두 선분의 기울기는 $s_l = s_r = 1/2$ 과 $s_l = s_r = -1/2$ 로 같고 그림 7에서는 $s_l = 1/3, s_r = 1/2$, 그림 8에서는 $s_l = 4/3, s_r = 3/2$ 로 다르다. 그림을 보면, 앞서 언급한대로 ΔZ 의 오차구간이 가장 넓은 것을 볼 수 있는데 상대적인 오차는 ΔY 의 경우와 비슷하다. 그림 5, 6에서는 상대오차의 최대값이 약 0.85%이고 그림 7, 8에서는 약 1.0%가 된다. 또한 δ_l 과 δ_r 이 같은 경우에 확률밀도함수의 형태가 ΔX 의 경우를 제외하고 삼각형이 됨을 알 수 있다.

이와 같이 이론적인 형태와 컴퓨터 모의실험으로 얻은 형태가 어느 정도 비슷함을 볼 수 있는데 다른 여러 경우의 결과에서도 두 형태가 비슷함을 볼 수 있었다. 이와 같이 통계적인 오차분포와 이론적인 오차분포가 비슷하므로 이론적인 분포로 선분단위 정합의 오차를 표현할 수 있고, 오차의 분포에 따라 정합 결과에 신뢰도를 줄 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 기존의 화소단위 정합의 경우와 비교하여, 보다 확장된 형태인 선분단위정합에서 양자화오차로 인해 나타나는 3차원 좌표의 오차에 관해 분석하였다. 실제 영상의 화소는 서로 연결되어 선분 형태로 존재하고, 스테레오 정합에서도 화소단위로 정합하기보다는 좀 더 강한 특징인 선분을 많이 이용하므로 본 연구의 결과가 좀 더 실제적이라고 할 수 있다. 또한 기존의 연구에서는 화소단위의 정합만 고려하였기 때문에 왼쪽과 오른쪽의 x좌표 오차구간이 같고 이에 따른 오차의 확률분포는 본 연구에서 계산한 확률분포의 특수한 형태가 된다.

본 연구 결과의 응용은 스테레오 정합의 응용에 관계된 것으로서 선분단위 정합으로 얻은 좌표값의 신뢰도를 수식적으로 표현하였으므로 그 결과를 바탕으로

로 다른 작업을 수행할 경우 보다 효율적인 처리를 할 수 있을 것으로 생각된다. 예를 들면 특정 기반 정합의 다음 단계로서 보간을 할 경우에 계산된 거리값을 통하여 다른 부분의 거리값을 추정하는데^[15,16] 계산된 거리값이 갖는 오차에 따라 기여하는 정도를 다르게 할 수 있다. 여기서 만일 선분단위로 정합되어 나온 결과를 삼각형 분포를 보이는 화소단위 정합의 오차로 해석한다면 실제로 사다리꼴 분포를 보이는 오차의 특성을 제대로 반영하지 못하여 적절하지 못한 보간 결과를 얻게 될 것이다.

부록. X 값의 오차 확률밀도함수

ΔX 는 식 (8)과 같이 두 불규칙변수 e_l , e_r 의 함수이므로 확률밀도함수는 다음과 같이 구할 수 있다.

불규칙변수 e_l , e_r 의 확률밀도함수를 $f_{El}(e_l)$, $f_{Er}(e_r)$ 이라 하고 e_r 과 ΔX 의 관계를 $e_r = g(\Delta X)$ 로 놓으면 이들 간에는 식 (10)과 같은 관계가 있다.^[14]

$$f_{\Delta X}(\Delta X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{El}(e_l) f_{Er}(g(\Delta X)) \left| \frac{de_r}{d\Delta X} \right| de_l \quad (10)$$

식 (8)에서 e_r 을 구하고 스테레오영상 취득구조에 의해 X 를 X_{d0} / b 로 치환하면^[11] 식 (11)이 되고

$$e_r(\Delta X) = \frac{(X + \Delta X - b)e_l - d_0 \Delta X}{X + \Delta X} \quad (11)$$

미분하여 $de_r/d\Delta X$ 을 구하면 식 (12)를 얻는다.

$$\frac{de_r}{d\Delta X} = \frac{b e_l - d_0 X}{(X + \Delta X)^2} \quad (12)$$

식 (11), (12)를 식 (10)에 대입하고 식 (1)의 조건을 고려하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f_{\Delta X}(\Delta X) = \int_L^U \frac{1}{\delta_l \delta_r} \left| \frac{b e_l - d_0 X}{(X + \Delta X)^2} \right| de_l \quad (13)$$

여기서 L, U는 식 (1)의 $f_{El}(e_l)$ 과 $f_{Er}(e_r)$ 이 모두 0이 아닌 구간을 의미한다. e_l 이 0이 아닌 구간을 생각하면 식 (11)에서

$$\left| \frac{(X + \Delta X - b)e_l - d_0 \Delta X}{X + \Delta X} \right| \leq \frac{\delta_r}{2} \quad (14)$$

로 나타낼 수 있다. 이 관계식은 $X + \Delta X$ 의 부호에 따라 두가지 경우를 갖는다. 그리고 각 경우에서 e_l 의 조건을 구하면 다음과 같이 4가지로 나눌 수 있다.

가) $X + \Delta X > 0$ 인 경우

$$d_0 \Delta X - \frac{\delta_r}{2}(X + \Delta X) \leq (X + \Delta X - b)e_l \leq d_0 \Delta X + \frac{\delta_r}{2}(X + \Delta X) \quad (15)$$

i. $X + \Delta X - b > 0$ 일 때

$$\gamma(-\delta_r) \leq e_l \leq \gamma(\delta_r) \quad (16a)$$

ii. $X + \Delta X - b < 0$ 일 때

$$\gamma(\delta_r) \leq e_l \leq \gamma(-\delta_r) \quad (16b)$$

나) $X + \Delta X < 0$ 인 경우

$$d_0 \Delta X + \frac{\delta_r}{2}(X + \Delta X) \leq (X + \Delta X - b)e_l \leq d_0 \Delta X - \frac{\delta_r}{2}(X + \Delta X) \quad (17)$$

i. $X + \Delta X - b > 0$ 일 때

$$\gamma(\delta_r) \leq e_l \leq \gamma(-\delta_r) \quad (18a)$$

ii. $X + \Delta X - b < 0$ 일 때

$$\gamma(-\delta_r) \leq e_l \leq \gamma(\delta_r) \quad (18b)$$

여기서

$$\gamma(\delta_r) = \frac{d_0 \Delta X + \delta_r (X + \Delta X) / 2}{X + \Delta X - b}$$

그런데 이중 식 (18a)의 경우는 baseline b 가 음수일 수 없으므로 고려 대상에서 제외된다. 따라서 나머지 3가지 경우와 식 (1a)에서 $f_{El}(e_l)$ 이 0이 아닌 조건을 비교하여 합당한 구간을 구해야 한다. 위 3가지 경우에서 e_l 이 갖는 구간을 A, B로 나타낼 경우 식 (1a)의 조건과 조합하여 나타나는 조건식은 다음과 같은 4가지가 된다.

i. $A \leq \frac{\delta_l}{2}$ 이고 $B \leq \frac{\delta_l}{2}$ 인 경우.

ii. $\frac{\delta_l}{2} < A$ 이고 $B \leq \frac{\delta_l}{2}$ 인 경우.

iii. $\frac{\delta_l}{2} < A$ 이고 $\frac{\delta_l}{2} < B$ 인 경우.

iv. $A \leq \frac{\delta_l}{2}$ 이고 $\frac{\delta_l}{2} < B$ 인 경우.

그러므로 위 3가지 경우와 식 (1a)에 의한 경우의

수는 12가지가 된다. 그리고 식 (10)의 적분계산에는 절대값이 포함되어 있으므로 절대값의 부호가 바뀌는 것을 고려해야 한다. 이 절대값의 부호를 결정하는 것은 분자의 $|be_0 - d_0X|$ 이므로 변수인 e_0 과 $d_0 X / b$ 의 크기 관계에 따라 다음의 세가지로 나눌 수 있다. $d_0 X / b$ 는 x 와 같으므로

- i. $x < L$
- ii. $L < x < U$
- iii. $U < x$

로 구분할 수 있고 따라서 3가지 형태의 적분을 해야하므로 총 36가지의 경우가 나온다. 이중에서 중복되는 것을 제외하고 정리하면 다음과 같다. 여기서 $\text{Min} [\cdot]$ 과 $\text{Max} [\cdot]$ 는 각각 인수중 최소값과 최대값을 의미하고 v_1, v_2, v_3, v_4 를 다음과 같이 정의한다.

$$v_1 = \frac{\delta_m X - \delta_1 b}{d_0 - \delta_m}, \quad v_2 = \frac{-\delta_m X + \delta_1 b}{d_0 + \delta_m},$$

$$v_3 = \frac{-\delta_p X + \delta_1 b}{d_0 + \delta_p}, \quad v_4 = \frac{\delta_p X - \delta_1 b}{d_0 - \delta_p}.$$

i. $\text{Max} [v_1, v_2] \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_3, -X]$ 또는 $\text{Max} [v_3, b-X] \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_1, v_2]$ 일 때

$$L = -\frac{\delta_1}{2}, \quad U = \gamma(\delta_1)$$

ii. $\text{Max} [v_1, v_4] \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_2, v_3, -X]$ 또는 $\text{Max} [v_2, v_3, b-X] \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_1, v_4]$ 일 때

$$L = \gamma(-\delta_1), \quad U = \gamma(\delta_1)$$

iii. $v_4 \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_1, v_2, -X]$ 또는 $\text{Max} [v_1, v_2, b-X] \leq \Delta X \leq v_4$ 일 때

$$L = \gamma(-\delta_1), \quad U = \frac{\delta_1}{2}$$

iv. $v_2 \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_1, -X]$ 또는 $\text{Max} [v_1, b-X] \leq \Delta X \leq v_2$ 일 때

$$L = -\frac{\delta_1}{2}, \quad U = \frac{\delta_1}{2}$$

v. $\text{Max} [v_3, v_4, -X] \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_2, b-X]$ 일 때

$$L = -\frac{\delta_1}{2}, \quad U = \gamma(-\delta_1)$$

vi. $\text{Max} [v_1, v_4, -X] \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_2, v_3, b-X]$ 일 때

$$L = \gamma(\delta_1), \quad U = \gamma(-\delta_1)$$

vii. $\text{Max} [v_1, -X] \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_3, v_4, b-X]$ 일 때

$$L = \gamma(\delta_1), \quad U = \frac{\delta_1}{2}$$

viii. $\text{Max} [v_3, -X] \leq \Delta X \leq \text{Min} [v_4, b-X]$ 일 때

$$L = -\frac{\delta_1}{2}, \quad U = \frac{\delta_1}{2}$$

參考文獻

- [1] U. R. Dhond and J. K. Aggarwal, "Structure from stereo- A review," *IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics*, vol. SMC-19, pp. 1489-1510, Nov./Dec. 1989.
- [2] 최 우영, 박 래홍, "스케일 공간에서 동적 계획 기법을 이용한 스테레오 정합," 전자공학회 논문지, 제 29권 B편, 제 8호, pp. 44-53, 1992년 8월.
- [3] Y. Ohta and T. Kanade, "Stereo by intra- and inter-scanline search using dynamic programming," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-7, pp. 139-154, Mar. 1985.
- [4] G. Medioni and R. Nevatia, "Segment-based stereo matching," *Comput. Vision, Graphics, Image Process.*, vol. 31, pp. 2-18, July 1985.
- [5] 김 동현, 최 우영, 박 래홍, "또 다른 접근방식에 의한 스테레오 정합 - 특징값의 퍼지화," 전자공학회 논문지, 제 28권 B편 제 11호, pp. 74-82, 1991년 11월.
- [6] D. H. Kim, W. Y. Choi, and R.-H. Park, "Stereo matching technique based on the theory of possibility," *Pattern Recognition Letters*, vol. 13, pp. 735-744, Oct. 1992.
- [7] R. O. Duda and P. E. Hart, *Pattern Classification and Scene Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1973.
- [8] E. S. McVey and J. W. Lee, "Some accuracy and resolution aspects of computer vision distance measurements," *IEEE Trans. Pattern Anal.*

- Machine Intell., vol. PAMI-4, pp. 646-649, Nov. 1982.
- [9] S. D. Blostein and T. S. Huang, "Error analysis in stereo determination of 3-D point positions," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-9, pp. 752-765, Nov. 1987.
- [10] J. J. Rodriguez and J. K. Aggarwal, "Stochastic analysis of stereo quantization error," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-12, pp. 467-470, May 1990.
- [11] B. Kamgar-Parsi and B. Kamgar-Parsi, "Evaluation of quantization error in computer vision," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-11, pp. 929-940, Sep. 1989.
- [12] T. C. Nguyen and T. S. Huang, "Quantization errors in axial motion stereo on rectangular-tessellated image sensors," in *Proc. 11th Int. Conf. Pattern Recog.*, Hague, Netherlands, pp. 13-16, Aug. 1992.
- [13] D. H. Ballard and C. M. Brown, *Computer Vision*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [14] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1984.
- [15] W. E. L. Grimson, "An implementation of a computational theory of visual surface interpolation," *Comput. Vision, Graphics, Image Process.*, vol. 22, pp. 39-69, Apr. 1983.
- [16] D. Terzopoulos, "Regularization of inverse visual problems involving discontinuities," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-8, pp. 413-424, July 1986.

 著者紹介

金東玄(準會員) 第28卷 B編 第11號 參照
현재 삼성전자 근무

朴來弘(正會員) 第23卷 第6號 參照
현재 서강대학교 전자공학과
부교수