

유연한 로봇트 팔의 동적 모드 제어

(Dynamic Mode Control of Flexible Robotic Arm)

朴世承*, 朴鍾國**

(Sei seung Park and Chong kug Park)

要約

무게가 가벼운 매니플레이터의 고속운동을 해석하기 위하여 로봇트 팔의 유연성이 고려되어야 한다. 무한모드를 갖는 로봇트 매니플레이터 제어기 설계의 수치적 해석을 위하여 유한모드를 갖는 시스템으로 한정하였다. 유연한 로봇트 팔의 모델링 방법과 구속 모드 및 비구속 모드 방법에 의한 고유진동수와 모드 함수를 제시하였으며, 부가하중을 갖는 로봇트 팔에 대한 전달함수를 나타내었다. 저차 모드 시스템에 대한 모델화되지않는 동적영향을 보상하기 위하여 극점배치 및 최적제어 방법에 의하여 제어기를 설계하였으며, 또한 조화진동 모드를 고려한 극점배치 방법을 제시 하였다.

Abstract

In the development of a high speed and light weight manipulator, it is necessary to consider the flexibility of a robotic arm. The infinite dynamics must be analyzed to obtain the finite mode modeling to achieve the feasible controller design of the robotic arm. The modeling procedures of the flexible robot arm, and natural frequencies and mode shapes by the constrained and unconstrained mode method are illustrated. The transfer function of the robot arm with a payload is also shown. The controller is designed by the pole assignment and optimal control theory to compensate for the unmodelled dynamic effects to the low order system. Also, the pole assignment method involving the harmonic vibration mode is presented through computer simulation.

1. 서론

일반적으로 로봇트 매니플레이터는 강체링크로 결

합되어, 액츄에이터 및 센서로써 안정하고 신뢰성 있는 제어가 이루어지도록 모델화 되었다. 로봇트 팔은 부가하중을 이동할 수 있도록 매우 크고 무겁게 만들어져 왔다. 이러한 이유때문에 상용 또는 우주선 로봇트처럼 중량이 가벼운 고성능 로봇트 팔에 대한 관심을 갖게 되었다. 경량화된 매니플레이터는 시스템의 신속한 응답 및 동력소모 절감을 포함한 소형 액츄에이터와 기계적 설계상의 낭비를 줄이는 잇점이 있다. 이러한 경량화된 매니플레이터의 제어를 위하여 탄성영향에 의한 팔의 유연성이 고려되어야 하며, 기본적으로 진동의란에 민감하지 않는 플랜트 모델선

* 正會員, 朝鮮大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Chosun Univ.)

**正會員, 慶熙大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Kyunghee Univ.)

(※ 이 논문은 1992년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.)

接受日字: 1992年 7月 23日

정과 강인한 제어기의 설계가 필요하다.¹⁴

매니플레이터 팔의 진동원인은 팔 자체 및 결합부 상의 저장성에 있으며, 전자의 경우는 대형 건설용 기계에 관련하고, 후자는 산업용 로봇트에서 찾아 볼 수 있다. 유연한 로봇트 팔에 대한 연구는 매니플레이터의 위치제어(진동제어, 궤도제어)가 주류를 이루고 있으나 모델링에 대한 연구는 아직 확립되어 있지 않다.^{15,16} 더구나 로봇트 팔의 힘 제어는 이러한 모델링에 대한 연구를 기반으로 한다.

제어목적상 시스템의 모델 설정에서 대부분 가정된 모우드 방법을 적용하여 플랜트의 차수를 축소시켜 제어기 설계를 간단히 수행한다.^{17,18} 축소된 유한차원 모델은 몇개의 진동 모우드에 대한 것으로 이러한 모우드를 선정하는 이유는 고차 모우드에서 시스템의 에너지가 작다는 것이다. 그러나 고차 진동 모우드를 제거함으로써 시스템은 불안정할 수 있다. 이러한 불안정 현상(Spillover)은 제거된 진동 모우드가, 제어된 모우드로 인하여 불안정 할때 크게 나타난다. 이러한 것을 피하기 위하여 기본 진동수보다 로봇트 팔의 속도를 낮게 하여야 한다.¹⁹

본 연구는 유연한 로봇트 팔에 대한 모델링방법을 제시하고, 비구속 모우드법에 의한 시스템 모델을 구하여 이것으로 저차 제어 플랜트를 구성하였다. 또한 절산된 모우드를 고려한 제어 방법을 제시하였으며, 극점 배치방법 및 최적 제어 방법에 의한 단일 관절 로봇트 팔에 대한 각 위치제어를 해석하였다.

II. 유연한 로봇트 팔의 모델링 방법

매니플레이터는 유연한 단일관절 팔로써 끝단에 부하질량을 갖고, DC모터로 구동되는 수직 기어축에

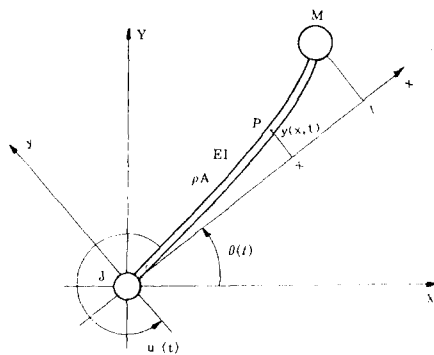


그림 1. 유연한 로봇트 팔의 변위.

Fig. 1. Geometry of flexible robot arm.

연결되어 감속기어를 통해서 원하는 위치로 회전한다. 여기서 로봇트 팔은 수평면상에서 회전함으로써 중력의 영향은 무시한다. 설정된 위치로 모터가 회전하도록 제어 토오크가 발생시 탄성으로 인한 팔의 진동은 안정되어야 한다. 그림 1은 유연한 로봇트 팔에 대한 기본 형태이다.

로봇트 팔의 끝단은 집중 질량을 갖고며 결합부 허브에서 끝단까지의 팔은 고정 지지된 보(beam)로 간주한다.

그림 1.에서 허브의 회전각을 $\theta(t)$ rad, 허브지점에서 거리 x, 위치 P점의 탄성 변형은 $y(x,t)$ 이다. P점을 고정좌표계 X, Y로 표시하면 $P(X, Y) = (x \cos\theta - y(x,t) \sin\theta, x \sin\theta + y(x,t) \cos\theta)$ 이다. 여기서 $y(x,t)$ 의 x에 대한 미분을 $y'(x,t)$ 로, 시간에 대한 미분은 각각 $y(x,t), \theta(t)$ 로 표시한다. 미소변위 dx 상의 회전각 $y'(x,t)$ 는 단면 회전각 $b(x,t)$ 와 전단력에 의한 회전각 $s(x,t)$ 합으로써,

$$y'(x,t) = b(x,t) + s(x,t) \tag{1}$$

이다. 또한 로봇트팔의 물리 상수는 다음과 같이 나타내며 무차원 변수를 정의 하고, 제어 시스템 해석에 있어서 임의의 실제 변수값은 다음과 같다.

- E, G : 팔의 탄성계수 [N/m²]
- ρ : 부재의 밀도 [Kg/m³]
- I : 단면 2차 모멘트 [m⁴]
- A : 단면적 [m²]
- l : 팔 길이 [m]
- Je : 단면 회전관성 [Kg-m²]
- J : 허브의 관성 모멘트 [Kg-m²]
- M : 팔 끝단의 부하질량 [Kg]
- k_0 : 단면 계수 [m]

무차원 변수는 $x \rightarrow x/l, y \rightarrow y/l$ 이고 계산상의 간편화를 피하고자 다음과 같이

$$a = \rho A l^3 / J, b = I / A l^2, c = k_0 G / E, d = J_0 / \rho A l^2$$

$$r_j = \rho A l^3 / J, r_m = M / \rho A l$$

$t \rightarrow t/a, u(t) \rightarrow a^2 / J_0^2 u(t), \theta(t) \rightarrow \theta(t)$ 놓으며 허브에서 부가하중까지의 전체 회전관성 모멘트는

$$J_r = J + \rho A l^3 / 3 + M l^2, r_c = J_c / J = 1 + r_j / 3 + r_m$$

이다. 계의 각 요소의 운동에너지는 다음과 같다.

로봇트 팔 :

$$2T_1 = \rho A \int_0^l (X^2 + Y^2) dx + \rho A \int_0^l [b(x,t) + \dot{\theta}(t)]^2 dx$$

$$= \rho A \int_0^l [\dot{\theta}^2 y(x,t) + x^2 \dot{\theta}(t)^2 2x \dot{\theta}(t) \dot{y}(x,t) + \dot{y}^2(x,t)] dx$$

$$+ \rho I \int_0^l [b(x,t) + \dot{\theta}(t)]^2 dx \tag{2}$$

허브 : $2T_2 = J\dot{\theta}(t)^2$ (3)

부가하중: $2T^3 = M[\dot{\theta}^2 y^2(1,t) + 21\dot{\theta}(t)\dot{Y}(x,t) + \dot{Y}^2(1,t)] + J_c[b(x,t) + \dot{\theta}(t)]$ (4)

그리하여 계의 전체 운동 에너지는 $T = T1 + T2 + T3$ 이며 또한 계의 포텐셜 에너지는

$2V = EI\int_0^l b'^2(x,t)dx + k_0GA\int_0^l s^2(x,t)dx$ (5)

이고, 가상일은 $\delta W = u(t) \delta \theta(t)$ 이다.

로봇트 팔의 운동방정식을 유도하기 위하여 Hamilton원리를 이용하며 운동에너지 T와 포텐셜 에너지 V, 가상일 W의 전체계의 에너지는 시간상에 있어서 불변한것으로써 $\int \delta(T-V-W)=0$ 의 변분식으로 나타낸다.

(1)식으로 부터 $s(x,t)$ 를 소거하여 무차원 에너지식에 대해 변분을 수행한 다음 운동방정식과 경계조건을 구하면 다음과 같다.

$\dot{\theta} \left[r_c + r_l \int_0^l y^2(x,t)dx + r_l r_m y^2(1,t) + r_l(b+d) \right] + 2r_l \dot{\theta} \left[\int_0^l y(x,t)\dot{y}(x,t)dx + r_m \dot{y}(1,t)y(1,t) \right] + r_l \int_0^l x\dot{y}(x,t)dx + r_m \dot{y}(1,t) + r_l \int_0^l b\dot{b}(x,t)dx + d\dot{b}(1,t) = u(t)$ (6)

$c/b[y''(x,t) - b''(x,t)] - [x\ddot{\theta}(t) + \ddot{y}(x,t)] + \dot{\theta}^2 y(x,t) = 0$ (7)

$c/b[y'(1,t) - b(1,t)] + r_m[\ddot{\theta}(t) + \ddot{y}(1,t)] - \dot{\theta}^2 y(1,t) = 0$ (8)

$b''(x,t) + c/b[y'(x,t) - b(1,t)]\dot{\theta}[\dot{b}(x,t) + \dot{\theta}(t)] = 0$ (9)

$b'(1,t) + d[\dot{b}(1,t) + \dot{\theta}(t)] = 0$ (10)

여기서 구한 편미분 방정식과 경계조건은 부재 단면의 전단변형 및 회전관성을 고려한 Timoshenko보 모델이며, 이러한 모델식의 해석은 복잡하고 어렵기 때문에 전술한 가정으로 전단변형은 매우 작고 회전관성의 영향을 무시한 Bernoulli-Euler보의 시스템 모델을 사용한다. 이 방정식은 $s(x,t) = 0$, 즉 $b(x,t) = y'(x,t)$ 을 앞의 편미분 방정식과 경계조건에 대입하여 구한다.

또한 위식은 비선형항을 포함하고 있으므로 시스템을 간단히 해석하기 위하여 선형화 시키고자 한다. 결국 탄성변위가 매우 적은 것으로 가정하여 2차이상의 항은 무시한 (11) - (15)식과 같은 선형 편미분방정식과 경계조건을 얻는다.

$r_l \ddot{\theta} + r_l \int_0^l x\ddot{y}(x,t)dx + r_l r_m \ddot{y}(1,t) = u(t)$ (11)

$y''''(x,t) + x\ddot{\theta}(t) + \ddot{y}(x,t) = 0$ (12)

$y''(1,t) = 0$ (13)

$y(0,t) = y'(0,t) = 0$ (14)

$y'''(1,t) = r_m[\ddot{\theta}(t) + \ddot{y}(1,t)]$ (15)

더구나 (11)식과 (15)식으로 부터 다음과 같은 간단한 식을 사용할 수 있다.

$\ddot{\theta}(t) - r_l \ddot{y}(0,t) = u(t)$ (16)

III. 모우드 해석과 고유치 문제

앞절에서 구해진 비제차 편미분 방정식의 해를 구하기 위해서 변수분리를 적용하여 제차 편미분 방정식의 해를 구하며 각 변위의 구속조건에 의하여 $\theta(t)=0$ 였던 구속 모우드법과, 각 변위를 고려한 비구속 모우드법의 2가지 방법이 있다. 그런데 이러한 방법의 모우드 해는 자기 공역(self-adjoint)고유치 문제이다. 본 연구에서는 비구속 모우드 방법에 의한 계의 운동방정식을 해석하였다.

비구속 모우드 방법에 의한 고유치 해석은 (11)식에서 $u(t) = 0$ 으로 하여 제차 편미분 방정식 및 (13), (14)식의 변수 분리 형태로 다음과 같이 표시한다.

$\theta(t) = \eta(t) + r_l \beta q(t)$ (17)

$y(x,t) = \tilde{\phi}(x)q(t)$ (18)

(18)식에서 $\tilde{\phi}(x) = \phi(x) - r_l \beta x$ 로 결정하여 모우드 방정식을 구하면

$\phi''''(x) - \omega^2 \phi(x) = 0$ (19)

$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0$ (20)

이고, 경계조건은

$\phi(0) = \phi'(1) = 0$ (21)

$\phi'(0) = r_l \beta$ (22)

$$\phi(1)'' = -r_m \omega^2 \phi(1) \tag{23}$$

이다. (19)식의 방정식의 해는

$$\begin{aligned} 2\gamma\phi(x) &= \gamma[\sinh(\gamma x) + \sin(\gamma x)]\phi'(0) \\ &+ \gamma[\cosh(\gamma x) - \cos(\gamma x)]\phi''(0) \\ &+ \gamma[\sinh(\gamma x) - \sin(\gamma x)]\phi'''(0) \end{aligned} \tag{24}$$

으로서 $\gamma^4 = \omega^2$ 이다. 결국 (21)-(23)식의 경계조건을 대입하여 다음과 같은 특성방정식이 구하여지며

$$\begin{aligned} 1 + \cos \gamma \cosh \gamma + (r_m \gamma - r_j \gamma^{-3})(\cos \gamma \sinh \gamma - \sin \gamma \cos \gamma) \\ + 2r_j r_m \gamma^{-2} \sin \gamma \sinh \gamma = 0 \end{aligned} \tag{25}$$

이것을 만족하는 고유치 함수는 (26)식으로 구하여진다. (25)식은 무한개의 근을 갖으므로 $\{\gamma_i\}$, $i=1, 2, 3, \dots$, $\{\omega_i\}$, $\{\phi_i(x)\}$, $i=1, 2, 3, \dots$ 이 구해진다. 여기서 실제 고유 진동수는

$$\omega_i = \sqrt{EI/\rho A l^2 \gamma_i^6} \text{이며 } p_i = 2r_j(\gamma_i^2 - 1) - 1\beta_i \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} \phi_i = \beta_i \left[\cos(\gamma_i x) - \frac{\cos \gamma_i + \cosh \gamma_i - 2r_j \gamma_i^{-3} \sinh \gamma_i}{\sin \gamma_i + \sinh \gamma_i} \sin(\gamma_i x) \right. \\ \left. - \cosh(\gamma_i x) \frac{\cos \gamma_i + \cosh \gamma_i + 2r_j \gamma_i^{-3} \sinh \gamma_i}{\sin \gamma_i + \sinh \gamma_i} \sin(\gamma_i x) - 2r_j \gamma_i^{-2} x \right] \end{aligned} \tag{26}$$

임의 상수 β_i 는 (27a)식의 직교 조건(Orthogonality)으로 부터 구해지는 정규화된 값이다. 이 값을 정하여 $\phi'(0)$ 의 값을 (22)식 으로 부터 구한다. 비구속 모우드의 제차 방정식의 해는 (27b)식과 (27c)으로 나타내어지며

$$\int_0^l \phi_i''(x)\phi_j''(x)dx = \omega_i^2 \delta_{ij} \tag{27a}$$

$$\theta(t) = \eta(t) + \sum_{i=1}^{\infty} p_i q_i(t) \tag{27b}$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) q_i(t) \tag{27c}$$

강제진동의 해는 제차 방정식 결과 함수의 직교성 (27a)식과 (11)식을 고려한 관계식 으로 부터 구해지며

$$2r_m \beta_i / \gamma^2 + \int_0^l x \phi_i(x) dx + r_m \phi_i(1) = 0 \tag{28}$$

$\eta(t)$ 와 $q_i(t)$ 은 다음의 (29)식, (30)식으로 부터 구한다.

$$r_c \ddot{\eta}(t) = u(t) \tag{29}$$

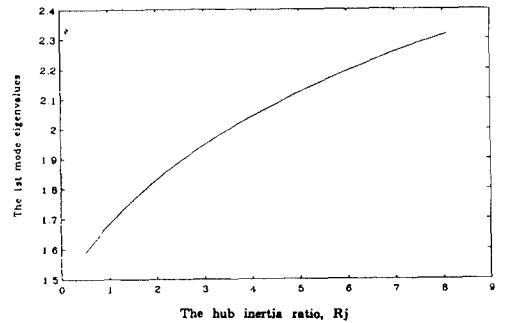
$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = p_i u(t) \tag{30}$$

또한 시스템의 출력은

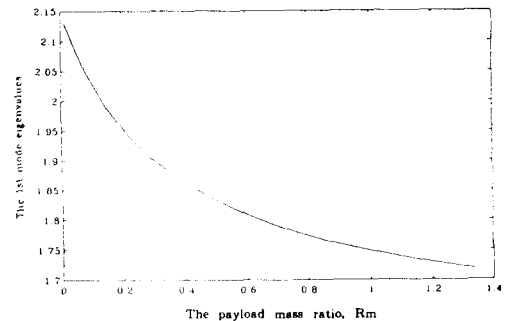
$$y_s(t) = \theta(t) + y(1,t) \tag{31}$$

이다.

그림 2a, b는 허브 관성 및 부가질량의 변화에 대한 고유진동수 변화를 나타낸 것이며 그림 3.는 관련 모우드 형태 예를 나타낸 것이다.



(a)



(b)

그림 2. (a)허브 회전관성 R_j 변화에 대한 1차고유치 변화 (비구속 모우드방법 적용, $R_m = 0.4$) (b)부가질량 R_m 변화에 대한 1차 고유치 변화 (비구속 모우드방법 적용, $R_j = 2.25$)

Fig. 2. (a) Variation of 1st eigenvalue to variation of hup rotation inertia moment R_j (The application of unconstrained mode method, $R_m = 0.4$) (b) Variation of 1st eigenvalue to payload R_m (The application of unconstrained mode method, $R_j = 2.25$)

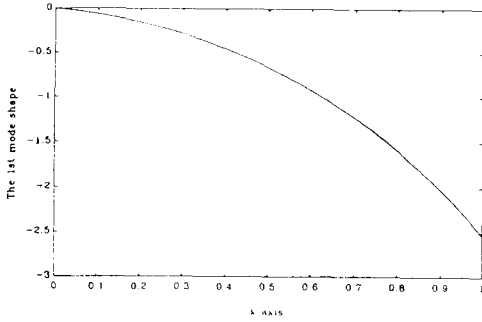


그림 3. 로봇드 팔의 1차 모우드함수 형태
Fig. 3. The shape of 1st mode function of robot arm.

IV. 기본 동적계의 전달함수

입력신호 $u(t)$ 에 대한 출력 $y_s(t)$ 의 전달함수는 앞 절의 (29), (30), (31)식을 시간에 대한 Laplace변환으로 부터 다음식으로 구하여 진다.

$$\frac{Y_s(s)}{U(s)} = \frac{1}{J_s s^2} + \frac{1}{1} \sum_{i=1}^3 \frac{[1p_i + \phi_i(1)]p_i}{s^2 + \omega_i^2} \quad (32)$$

팔 부재의 물리상수가 $EI = 2 \cdot 10^3$, $l = 0.3$, $\rho Al = 5 \cdot 10^{-2}$ 이고 회전관성 및 부가 질량비가 $r_1 = \rho Al^3/J = 2.25$, $r_m = M/\rho Al = 0.4$ 일때 1차, 2차, 3차 고유치 및 모우드 함수는 다음과 같이 주어진다.

1차 모우드

$$\begin{aligned} r_1 &= 1.8627, \quad 1 = 4.2229, \quad p_1 = 1.6802 \\ \phi_1(x) &= 0.3886\cos(1.8627 x/l) + 0.01324\sin(1.8627 x/l) \\ &\quad - 0.3866\cosh(1.8627 x/l) - 0.4031\sinh(1.8627 x/l) \end{aligned}$$

2차 모우드

$$\begin{aligned} r_2 &= 4.1751, \quad 2 = 21.2172, \quad p_2 = 0.039 \\ \phi_2(x) &= 0.0453\cos(4.1751 x/l) + 0.00444\sin(4.1751 x/l) \\ &\quad - 0.0453\cosh(4.1751 x/l) - 0.0472\sinh(4.1751 x/l) \end{aligned}$$

3차 모우드

$$\begin{aligned} r_3 &= 7.2214, \quad 3 = 63.4732, \quad p_3 = 8.559 \cdot 10^{-4} \\ \phi_3(x) &= 0.003\cos(7.2214 x/l) + 0.0029\sin(7.2214 x/l) \\ &\quad - 0.003\cosh(7.2214 x/l) - 0.003\sinh(7.2214 x/l) \end{aligned}$$

3차 모우드까지 고려한 (33)식의 주파수 전달 함수

식을 상태 방정식으로 전환하고 상태 방정식을 차수 축소 방법을 적용하면 8차계의 상태 방정식으로 표현되므로 전달 함수식을 3차 모우드의 고유 진동수만 고려하여도 제어계를 해석하는데 충분함을 알 수 있다. 로봇드 팔에 있어서 감쇠(damping)는 팔의 부재의 모우드 감쇠와 모터 구동부의 마찰에 의한 감쇠를 고려할 수 있다. 또한 로봇드 팔의 회전에 의한 Gyroscope 효과에 의한 동적 감쇠 특성도 있으며 이것은 앞으로 연구할 과제이다. 이러한 구조 감쇠 및 구동부 마찰 감쇠를 고려한 제어계의 전달함수는 (33)식과 같다.

$$\frac{Y_s(s)}{U(s)} = \frac{1}{J_s s^2 Ds} + \frac{1}{1} \sum_{i=1}^3 \frac{[1p_i + \phi_i(1)]p_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (33)$$

제어계의 블록선도는 그림 4.와 같다.

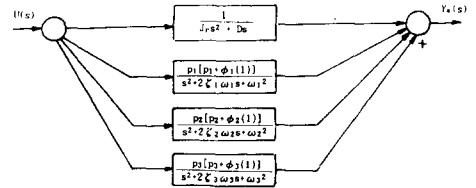


그림 4. 동적모우드 제어계의 블록 선도
Fig. 4. The block diagram of dynamic mode control system.

출력신호 $y(x, t)$ 의 변위량 측정은 직접 측정하는 것이 곤란하므로 팔의 임의의 점에서 팔의 굽힘 변형률을 측정하여 출력신호를 구한다. 굽힘 변형률과 변위와의 관계는 (34)식과 같다.

$$\epsilon_i(t) = -\frac{t_h}{2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=1_i} \quad (34)$$

여기서 t_h 는 팔 부재의 두께이다. 결국 변형률은

$$\epsilon_i(t) = -\frac{t_h}{2} \{\bar{\phi}\} \{q\}^T \quad (35)$$

이다. 여기서 $\{\bar{\phi}\} = [\phi_1''(1), \phi_2''(1), \phi_3''(1)]$
 $\{q\}^T = [q_1(t), \{q\}^T(t), \{q\}^T(t)]$

벡터이다. 위 식을 시간 함수로 벡터를 구하면 다음과 같다. $[\bar{\phi}]$ 역행렬을 계산하여 시간함수를 구하여 출력 신호는 (36)식으로 찾는다.

$$\{q\}^T = \frac{2}{t_h} [\bar{\phi}(1)]^{-1} \{\epsilon\}^T$$

$$y_i(t) = \theta(t) + \int_0^t [\hat{\phi}(1)]^{-1} \{\varepsilon\}^T \quad (36)$$

여기서 벡터 $[\hat{\phi}(1)] = [\phi_1(1), \phi_2(1), \phi_3(1)]$ 이다.

V. 저차 동적 모우드 제어기 설계

고려된 동적계는 8차계이므로 차수를 축소하여 기본 진동 모우드에 출력된 신호 측정을 통하여 제어기를 설계한다. 기본 모우드 동적계의 플랜트 전달 함수는 다음과 같다. 이러한 전달함수는 최소위상계라 하지만 감쇠를 D와 ζ 는 플랜트 전달함수 극점이 허수축상에 근접되도록 하는 것이어야 한다. 여기서는 감쇠를 포함하지 않았다.

조화 모우드를 고려하지 않는 기본 진동 모우드에 대한 제어기 설계는 극점배치방법 및 최적제어 방법을 사용하였다. 앞 절에서 구한 고유치값을 사용하여 3차 모우드까지 고려한 제어시스템의 전달함수는

$$\frac{Y_i(s)}{U(s)} = \frac{1}{J_i s^2} + \frac{1}{1} \sum_{i=1}^3 \frac{[1p_i + \phi_i(1)]p_i}{s^2 + \omega_i^2} \quad \text{이므로 단지}$$

$$M(s) = \frac{188.7s^2 + 3364.8}{s^4 + 17.83s^2} \quad \text{으로 표현한다.}$$

상태방정식은

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(s) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (37)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -17.833 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0, 188.7, 0, 3.3648 \times 10^3], D = 0$$

이고, 극점배치법은 원하는 극점에 대하여 $u = -Kx$ 의 제어방법을 만족하는 피이드백 게인 행렬을 구한다. 아래의 극점위치 벡터에 대한 피이드백 게인벡터는 다음과 같다.

극점위치 : -3, -3, 4.5j, -4.5j
 게인벡터 : 6, 11.4167, 121.5, 182.25
 최적제어기 설계는 LQR방법으로 다음의 성능지수를 갖고 관련 제어법칙을 만족하는 피이드백 게인행렬 K를 구하면 다음과 같다.

$$K = [0.7356, 4.1840, 6.1264, 0.0027]$$

$$J = \int_0^{\infty} [xQx^T + uRu^T] dt$$

여기서

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1$$

조화 모우드의 영향을 고려한 제어기 설계는 제어되지 않는 모우드의 전달함수를 포함하여 제어하며 기생(Parasite)전달함수로 시스템이 불안정(Spillover)할 수 있다. 극점 배치 방법으로 이러한 모델링 오차가 감소하도록 제어기를 설계할 수 있다. 그러나 시스템이 무한차원이므로 모델링 오차의 완전한 제거는 불가능하다. 동적 모델계의 전달 함수를 제어되는 모우드와 제어되지 않는 모우드의 전달 함수로 나타내면 (39)식과 같다.

$$T(s) = M(s)[1 + V(s)] \quad (39)$$

여기서 제어 모우드에 대한 기생량

$$V(s) = \frac{1}{1} \sum_{i=1}^3 \frac{[1p_i + \phi_i(1)]p_i}{s^2 + \omega_i^2} / M(s)$$

이고 제어기 시뮬레이션의 1차 고유진동수 및 고유치 함수값으로 저차모우드 및 조화모우드의 기생전달함수 $V(s) = -(203.0s^2 + 6.1087 \times 10^4) / (450s^2 + 1.8137 \times 10^6)$ 을 구하였다. 플랜트의 제어되지 않는 모우드를 포함한 계의 입출력 관계는 (40)식과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{Y_i(s)}{U(s)} = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (40)$$

피이드백 회로계의 원하는 특성 다항식이 P(s)이며, D(s)와 동일 차수이다. 또한 임의의 (n-1)차 안정한 특성 다항식을 Q(s)로 정하여 (41)식의 다항식 방정식과 (42)식의 제어법칙을 만족하는 전달함수 다항식 K(s), H(s)를 구한다. 결과적인 피이드백 계의 전달함수는 (43)식이며 원하는 극점을 위치시킬 수 있다.

$$K(s)D(s) + H(s)N(s) = Q(s)[D(s) - P(s)] \quad (41)$$

$$U(s) = [H(s)Y(s) + V(s)Q(s)] / [Q(s) - K(s)] \quad (42)$$

$$\frac{Y_i(s)}{V(s)} = \frac{N(s)}{P(s)} \quad (43)$$

기생 모우드의 전달함수가 I(s)/L(s)이면 제어법칙 (42)식으로 부터 V(s)에 대한 피이드백 계의 전달함

수는 다음과 같다. 또한 계의 특성 다항식은 (44)식으로 주어진다.

$$Y_i(s) = \frac{N(s)[I(s) + L(s)]Q(s)}{Q(s)P(s)L(s) - H(s)N(s)I(s)} V(s) \quad (44)$$

$$\lambda(s) = Q(s)P(s)L(s) - H(s)N(s)I(s)$$

P(s)의 영점을 허수축상에서 극점좌측 방향으로 멀리하면 피이드백 계는 불안정하여 진다. 결국 피이드백 계를 안정시키는 방법은 P(s)의 영점을 허수축 근처로 가깝게 하는 것으로 제어계의 속도성능을 제한하는 것이다.

그림 5.와 그림 6.은 저차 동적모우드에 대한 극점 배치 및 최적제어의 피이드백 게인행렬에 의한 제어된 시스템 응답선도이다. 조화 진동모우드를 고려한 제어기 설계는 특성방정식 $Q(s)=(s+10)^2(s+5)$ 와 원하는 극점위치를 선정하여 (41)식의 특성방정식 해에 대한 응답특성을 그림 7.에 나타내었다. 여기서 원하는 극점위치가 계의 특성 다항식의 영점으로 멀어짐에 따라 불안정하여짐을 알 수 있다.

여기서 $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$ 로 정하여 K(s), H(s)를 구하여 시뮬레이션 하였다.

VI. 결론

유연한 로봇트 팔의 모델링 방법과 비구속 모우드 방법에 의한 고유진동수와 모우드 함수를 제시하였으며, 부가하중을 갖는 로봇트 팔에 대한 전달함수를 나타내었다. 저차 모우드 시스템에 대한 모델화 되지 않는 동적영향을 보상하기 위하여 극점배치 및 최적 제어 방법에 의한 제어기를 설계하였으며, 또한 조화 진동 모우드를 고려한 극점배치 방법을 제시 하였다.

신속하고 안정된 고속응답을 갖는 로봇트 팔의 개발을 위해서는 로봇트 팔의 구조적 동특성을 고려해야한다. 로봇트 팔 끝단 팀에 의한 집중 질량을 갖는 유연한 로봇트 팔의 동적구조와 무한자유도계의 플렌트차수를 축소시켜 극점배치방법을 이용하였다. 그러므로 저차모우드 시스템의 극점과 허수축 사이에 가깝게 보상의 극점배치가 되도록 함으로써 시스템 응답이 안정되고 불안정을 해소할 수 있었다. 특히 구속모우드 함수와 다른 로봇트 팔의 끝단의 집중질량을 고려한 비구속 모우드 함수를 적용하여 동적모우드제어를 위한 제어방법과 제어시스템 모델설정 방법을 제시하였다.

앞으로 유연한 로봇트 매니플레이터에 대한 연구는 유연한 다관절 팔의 시스템의 모델링에 대하여 수행

되어야 하며, 또한 비선형 근사화 방법 및 진동외란에 강인한 제어방법이 제시 되어야 할 것이다.

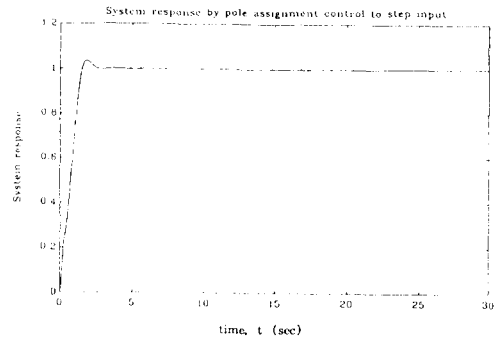


그림 5. 극점배치에 의한 제어 시스템의 응답곡선 (극점 : -5, -5, -2+3j, -2-3j)

Fig. 5. The response of control system by the pole placement (poles : -5, -5, -2+3j, -2-3j)

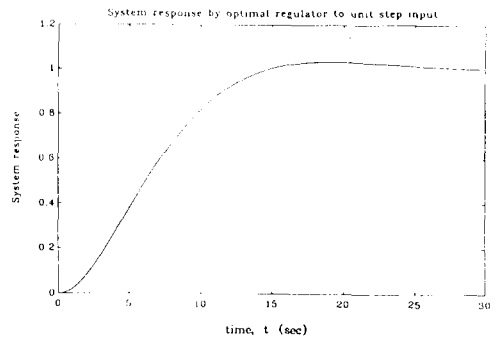
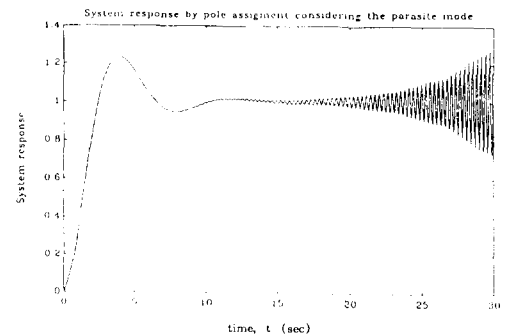
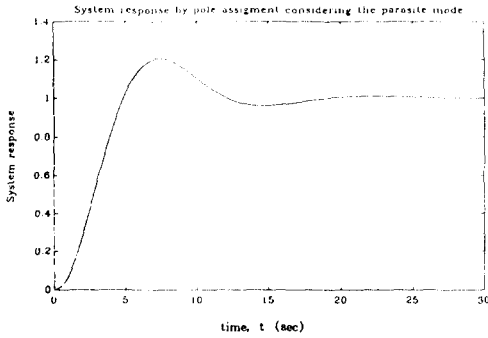


그림 6. 최적제어(LQR)에 의한 시스템의 응답곡선 $Q = \text{diag}(1), R = 1$

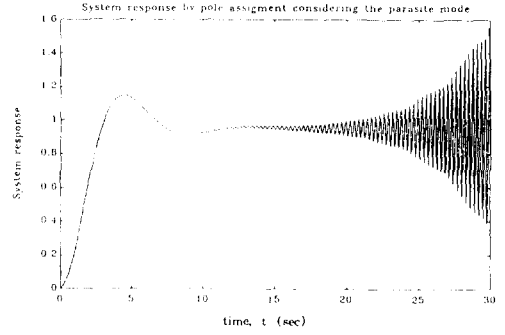
Fig. 6. The response of control system by LQR($Q=\text{diag}(1), R=1$)



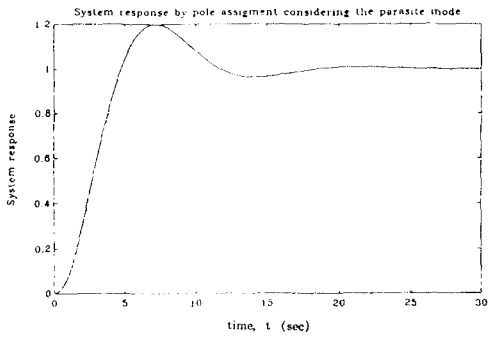
(a)



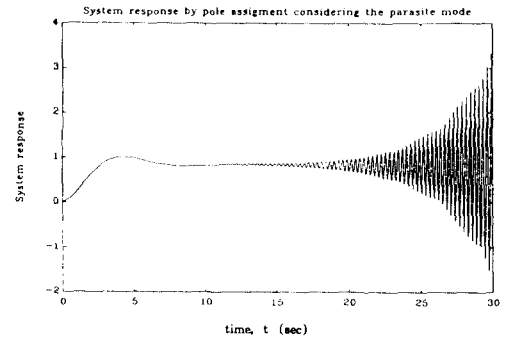
(b)



(c)



(d)



(e)

- 그림 7. (a) 조화모드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$ 극점 : $-3.5, -3.5, -2+3j, -2-3j$
 (b) 조화모드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$ 극점 : $(s+2)^4$
 (c) 조화모드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^3$ 극점 : $-3, -3, -3+2j, -3-2j$
 (d) 조화모드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^3$ 극점 : $(s+2)^4$
 (e) 조화모드의 전달함수를 고려한 극점배치 방법에 의한 제어 시스템의 응답곡선, $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$ 극점 : $(s+4)^4$

Fig. 7. (a) The response of control system by pole placement method including harmonic mode transfer function, $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$ pole : $-3.5, -3.5, -2+3j, -2-3j$
 (b) The response of control system by pole placement method including harmonic mode transfer function, $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$ pole : $(s+2)^4$
 (c) The response of control system by pole placement method including harmonic mode transfer function, $Q(s) = (s+10)^3$ pole : $-3, -3, -3+2j, -3-2j$
 (d) The response of control system by pole placement method including harmonic mode transfer function, $Q(s) = (s+10)^3$ pole : $(s+2)^4$
 (e) The response of control system by pole placement method including harmonic mode transfer function, $Q(s) = (s+10)^2(s+5)$ pole : $(s+4)^4$

參考文獻

- [1] 福田敏男, "フレキシブルアームの研究の動向," 日本ロボット學會紙, 1988.
- [2] Murotsu, Y., Senda, K., Hayashi, M., and Tsujio, S., "Some Trajectory Control Schemes for Flexible Manipulators on a Free-Flying Space Robot," *IEEE Int. Conf. on Intelligent R & S*, pp.1697-1704, July 1992
- [3] Hwang, S. T., Eltimsahy, A., "An Active Adaptive Tracking Controller for planar Flexible Manipulators," *IEEE Int. Conf. on Intelligent R & S*, pp. 1689-1696, July 1992
- [4] Ghorbel, F., Spong, M. W., "Adaptive Integral Manifold Control of Flexible Joint Robot Manipulators," *IEEE Int. Conf. on RA*, pp.707-714, May 1992
- [5] C. Vibet, "Research Issues Associated with the Control of Mechanism," *Int. J. Robotics and Automation* vol.5, no.4, 1990.
- [6] K. Ichikawa, "Angular Position Control of Robot Arm," 日本機械學會論文集 vol. 57, No.90-0376, 1991.
- [7] S. Choura and S. Jayasuriya, "On the Modelling and Open-Loop Control of Rotating Thin Flexible Beam," *ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, vol.113, 1991.
- [8] 嘉納秀明, "ロボットビジョンのモデソグ," 日本ロボット學會紙, 1988.
- [9] David W. Miller and Robert N. Jacques, "Typical Selection Problems of Structural Control Application," No. AIAA-90-1225-CP, 1990.
- [10] Weijian Zhang, "Internal Damping Problem in Cantilever Beam," *Int. J. Robotics and Automation*, vol.6, no.4, 1990.
- [11] L. Meirovitch, *Element of Vibrational Analysis*, McGraw-Hill, 1975.

著者紹介



朴世承(正會員)

1948年 8月 8日生. 1975年 2月
 조선대학교 전자공학과 졸업.
 1980年 2月 조선대학교 대학원 전
 자공학과(공학석사). 1990年 8月
 경희대학교 대학원 전자공학과(공
 학박사). 1985年 5月 미국 Univ.
 of Michigan 객원교수. 1986年 1月 미국 Univ. of
 Washington 객원교수. 1993年 9月 현재 조선대학
 교 전자공학과 교수. 주관심 분야는 로보틱스 및 공장
 자동화 등임.

朴鍾國(正會員) 第27卷 第8號 參照.

현재 경희대학교 전자공학과 교수