

論文93-30B-8-4

분할기법을 이용한 직렬 생산라인의 성능분석

(Performance Evaluations of the Serial Production Lines Utilizing the Decomposition Method)

李 爐 成*, 徐 奇 成**, 安 寅 錫*, 崔 浚 烈***, 禹 廣 芳*

(Noh Sung Lee, Ki Sung Seo, Ihn Seok Ahn,
Joon Youl Choi and Kwang Bang Woo)

要 約

본 논문은 고장 발생가능한 기계들과 유한 용량을 갖춘 버퍼로 구성된 직렬생산라인을 분할기법 근사화에 의해 성능평가를 검토하였다. 분할기법은 생산라인을 두-기계 집합군으로 분할하여 분석하는 것이다. 본 연구에서는 이러한 근사화 해석 방법을 이용하여 각 기계의 가공시간이 서로 상이한 비동종라인을 분석하였다. 비동종라인 분석을 위하여, 동일 동작을 수행하는 동종라인으로 변환시키는 방법이 제시되며 이러한 근사적 변환방법을 통한 생산효율, 평균 버퍼수준등의 성능 평가 척도가 검토되며, 대형 생산 시스템으로의 확장, 적용이 가능하다.

Abstract

This paper presents a decomposition method to evaluate the performance measures of the serial production lines with unreliable machines and finite buffers. This method is to decompose the transfer line into a set of two machine lines for analysis. Based on this approximation method, we consider nonhomogeneous lines. In such lines, the machines may take the different lengths of time performing operations on parts. A new transformation is employed in order to replace the line by a homogeneous line. The approximate transformation enables one to determine parameters of performance such as production rate and average buffer levels, and it also shows better application for a large class of systems.

1. 서론

직렬생산라인(serial production line)은 부품 가

공이나 조립을 위한 기계들이 버퍼로 분리되어 있는 일련의 생산라인으로서 가장 흔히 사용되고 있는 생산시스템의 형태이다. 이러한 생산라인에서는 부품이 기계들에 의해 순차적으로 가공되며, 따라서 기계 고장에 의한 생산라인 성능이 크게 영향을 받는다. 성능평가는 평균버퍼수준과 생산율로서 표시되며, 이들 파라미터는 기존 생산라인을 분석하고 실제 생산 환경과 비교하여 생산시스템의 문제점 검토와 해결 방안을 제시하게 된다. 또, 새로운 생산 시스템 설계시

*正會員, ***準會員, 延世大學校 電氣工學科
(Dept. of Electrical Eng., Yonsei Univ)

**正會員, 西京大學校 産業工學科
(Dept. of Industrial Eng., Seokyeong Univ.)
接受日字: 1992年 11月 12日

에도 생산라인 성능계수를 사전에 구하여 설계에 필요한 정보 수집과 변경이 용이하다.

생산라인의 모델링과 분석에 대한 많은 연구에서 Buzacott^[1]은 이산모델을 개발하고 두-기계 라인에 대해 적용되었다.^[6] 연속 모델은 Zimmern^[9]에 의해 제안되고, 이때 버퍼의 개체량은 실수가 되며, 연속 모델에 대해서도 두-기계 라인에 대하여 적용되었다.^[3] 생산라인이 긴 경우의 분석방법은 Gershwin^[8]에 의해 검토되었으며, 이산모델에 대하여 이미 정확한 해가 존재하는 두-기계 라인의 집합으로 라인을 분할하여 근사적 해석이 추진 되었다. 이러한 해석 방법을 이용하여 Dallery^[5]는 연속적 모델에 대한 효과적인 해석 알고리즘을 제안하였다. 그러나 이러한 방법들은 각 기계의 가공 시간이 동일한 동종라인 분석에 제한된다. 따라서 분할기법을 이용하여 비동종라인을 분석하기 위하여 비동종라인을 동종라인으로 변환하는 방법들이 제안되었다.^[4,5] 이러한 변환은 변형된 동종라인으로 비동종라인 동작특성을 근사화시켰으나, 각 기계의 가공시간 차이가 크고 길이가 긴 비동종라인 분석에서는 큰 오차가 발생한다. 따라서 보다 정확한 비동종라인의 특성을 변환하는 방법이 필요하다.

본 연구에서는 기계고장과 기계간의 버퍼용량이 유한한 생산라인을 연속 모델로 모델링하고 분할 기법을 이용한 근사적 해석이 검토된다. 분할기법을 이용한 비동종라인 분석을 위하여 간단하고 정확한 새로운 비동종라인의 변형방법을 제시하였으며 이를 SLAM II를 이용한 DEDS 시뮬레이션 결과와 비교하였다. 이러한 분석 알고리즘은 결과의 수렴이 매우 빠르고^[5] 얻어진 결과는 가공시간의 차이가 크고 차단(blocking)이나 공핍(starvation)의 영향이 큰 비동종라인에 대해서 정확한 분석이 가능함을 보여준다.

II. 생산라인의 모델링

1. 생산라인의 특성

자동화 생산시스템에서 직렬생산라인은 부품 가공을 위한 기계들이 버퍼로 분리된 일련의 라인으로 배열되고 이 순서에 따라 작업을 수행한다. 생산라인에 유입되는 부품은 첫번 기계 M1으로 이송되어 가공된 후, 첫번 버퍼 B1을 거쳐, 그 다음 둘째번 기계 M2로 이송된다. 이러한 과정이 반복되어 마지막 기계 Mm을 통해 부품 가공이 완료된다.(그림1) 이 직렬생산라인의 시스템 특성은 다음과 같다.

1) m개의 기계, 그리고 두개의 기계사이에 있는

(m-1)개의 버퍼로 구성되어 있다.

2) 각 기계는 정상과 고장의 두가지 상태를 가진다. 정상상태는 부품의 가공과 공정처리가능한 상태이며, 고장상태는 작업이 불가능하며 수리를 필요로 하는 상태이다. 고장율 λ_i와 수리율 μ_i로 각각 주어진다.

3) 고장은 기계 동작중일 때 발생하는 동작-의존(operation-dependent)형 고장임을 가정한다.(대부분의 기계 고장은 동작-의존 고장이라고 알려져 있다^[2])

4) 모든 버퍼는 유한 용량을 가진다. 즉, 0 ≤ N_i < ∞, i = 1, ..., m-1

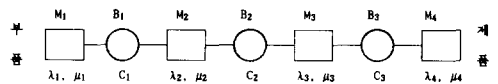


그림 1. 직렬생산 라인의 구조

Fig. 1. Structure of serial production line.

2. 생산라인의 연속적 모델

생산라인에 존재하는 이산 부품(discrete part)들의 가공 흐름을 연속적으로 근사화한다. 시간 t에서 각 버퍼 Bi에 있는 양을 Ci(t)라 하면, 이것은 구간 [0, Ci]에 있는 실수값을 취한다. 연속 모델의 양식은 다음과 같이 정의 된다.

1) 각 기계는 정상(또는 동작)상태와 고장(또는 수리)상태중의 하나의 상태를 가진다 α_i(t)가 시간 t에서 기계 Mi의 상태를 나타낸다고 하자.

α_i(t) = 1 : 기계 Mi가 동작상태

α_i(t) = 0 : 기계 Mi가 수리상태

2) 한대의 기계가 고장상태로 되면 상위(upstream) 버퍼내의 부품수는 증가하게 되고 하위(downstream) 버퍼내의 부품수는 감소한다. 이 조건이 계속되면 상위버퍼들은 꽉차게 되고, 이로인해 상위기계의 동작이 중단되는 차단현상이 발생하게 되며, 동시에 하위버퍼는 비게되어 하위기계는 동작이 중단되는 공핍현상이 일어나게 된다. 차단과 공핍상태는 기계가 정상상태에 있지만 제품을 처리할 수 없는 상태이므로 동작의존 고장이 발생할 수 없다. 상위 기계중의 1대가 고장나고 이 기계와 인접기계 Mi간의 버퍼가 비었으면 기계 Mi는 공핍된다.

3) j < i s.t. α_i(t) = 0, Cm(t) = 0 m = j, ..., i-1

하위 기계중의 1대가 고장나고 이 기계와 기계 Mi사이의 버퍼가 모두 가득차 있으면 기계 Mi는 차단된다.

3) j > i s.t. α_i(t) = 0, Cm(t) = C_m m = i, ..., j-1

3) $s_i(t)$ 와 $b_i(t)$ 는 기계 M_i 의 공핍과 차단조건이다. 기계 M_i 가 공핍이면, $s_i(t) = 1$, 그렇지 않으면 $s_i(t) = 0$. 기계 M_i 가 차단이면 $b_i(t) = 1$, 그렇지 않으면 $b_i(t) = 0$. 기계가 공핍되거나 차단되었을때를 유휴(idle)중이라고 한다.

4) 기계가 동작중이면서 공핍 또는 차단되고 있지 않으면 작업 상태라고 말하며, 상위 버퍼 B_{i-1} 로 부터 하위 버퍼 B_i 로 연속적인 비율 U 을 통해 부품을 가공하고 이송한다. 가공율은 가공시간의 역수 즉, $U = 1/T$ 이다.

5) 기계가 작업중일때만 고장이 발생할 수 있다. 기계 M_i 의 고장까지의 시간은 비율 i 로서 지수분포형이 되어 있다. 또 기계가 고장나면 수리상태로 들어간다. 기계 M_i 를 수리하는 시간은 비율 i 로서 지수분포형이다.

3. 연속 모델의 분석

생산라인 L 에 대한 연속 모델에서 성능계수간의 관계 표현을 위하여 먼저, 성능계수는 다음과 같이 정의한다.

- e_i : 기계 M_i 의 독립적인 효율
- E_i : 기계 M_i 의 생산효율(차단과 공핍현상을 고려)
- X_i : 기계 M_i 의 생산율(차단과 공핍현상을 고려)
- p_{li} : 기계 M_i 가 유휴일 확률
- ps_i : 기계 M_i 가 공핍일 확률
- pb_i : 기계 M_i 가 차단일 확률
- pf_i : 기계 M_i 가 고장조건이 되는 확률

여기서 기계 M_i 의 독립적 효율을 나타내는 e_i 는 다음과 같다.

$$e_i = \mu_i / (\lambda_i + \mu_i) \tag{1}$$

기계의 생산율과 효율은 다음 관계를 가진다

$$X_i = U \cdot E_i \tag{2}$$

유입량의 보존관계에서

$$X_1 = X_2 = \dots = X_i = \dots = X_m \tag{3}$$

식 (2)와 (3)에서, U 는 1인 동종라인에 대하여 다음 식을 얻는다.

$$E_1 = E_2 = \dots = E_i = \dots = E_m \tag{4}$$

기계 M_i 는 작업상태, 고장상태, 유휴상태의 세가

지 중의 하나를 가지므로, 상태간의 확률은 다음 관계를 가진다.

$$p_{li} + E_i + pf_i = 1 \tag{5}$$

$$\lambda_i \cdot E_i = \mu_i \cdot pf_i \tag{6}$$

식 (1), 식(5)와 식(6)으로부터,

$$E_i = e_i(1 - p_{li}) \quad i = 1, \dots, m \tag{7}$$

여기서, 한 기계가 동시에 공핍되거나 차단될 확률은 0 이므로, 식 (7)은 다음과 같이 표현된다.

$$E_i = e_i(1 - ps_i - pb_i) \quad i = 1, \dots, m \tag{8}$$

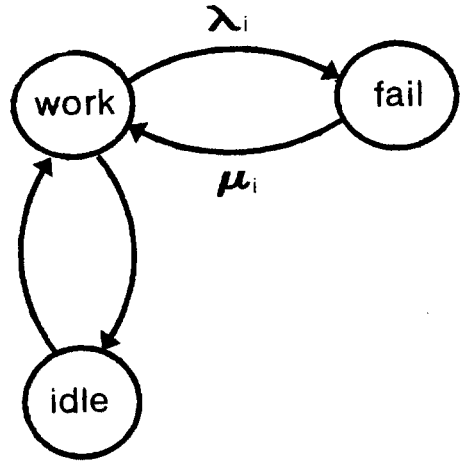


그림 2. 기계 M_i 의 상태전이도

Fig. 2. State transition diagram of machine M_i .

III. 분할(decompositon) 기법을 사용한 근사화 해석

생산라인 모델의 성능 평가 지표는 하나의 버퍼와 두개의 기계로 구성된 기계집합의 경우, 쉽게 얻어질 수 있다.^[3] 그러나 이개념은 대형 생산라인에까지 확장시키기 위하여 분할방식에 의한 근사화 해석 기법이 요구된다.^[5-8]

분할의 개념은 다음과 같다.^[8] m 개의 기계를 가진 라인 L 을 하나의 버퍼와 2대의 기계로 구성된 $m-1$ 개의 기계집합쌍으로 구성되는 라인 $L(i)$ 의 집합군으로

로 분할한다. 각 라인 L(i)는 버퍼 B(i)로 분리된 상위 기계 Mu(i)와 하위 기계 Md(i)로 구성된다. 기계 Mu(i)는 라인 L에서 Bi의 상위 부분을 나타내고, 기계 Md(i)는 Bi의 하위 부분을 나타낸다. 또, 라인 L(i)에서 양쪽 기계의 가공율이 라인 L의 기계와 같도록 선택하고, 라인 L(i)에서 버퍼 B(i)의 용량과 라인 L에서 버퍼 Bi의 용량을 같게 한다. 4 개의 기계를 가진 라인에 대한 분할이 그림 3에 나와 있다. 이 그림에서 상위와 하위 기계의 고장율은 각각 λ u(i), μ u(i), 그리고 수리율은 λ d(i), μ d(i)로 표시한다.

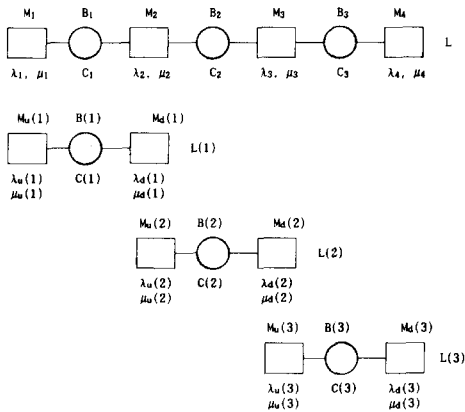


그림 3. 4 개의 기계들로 구성된 라인의 분할
Fig. 3. Decomposition of the four-machine line.

각 라인 L(i)의 미지 파라미터는 상위와 하위 기계의 고장율 λ u(i), μ u(i), 그리고 수리율 λ d(i), μ d(i)이다. 이제 분할된 L(i)의 파라미터들을 구함으로써 근사화 방법으로 전체 라인 L의 성능 해석이 가능해진다. 라인 L(i)의 상위 기계에 대해 다음 식을 정의할 수 있다.

$$I_u(i) = \frac{\lambda_u(i)}{\mu_u(i)}, e_u(i) = \frac{\mu_u(i)}{\lambda_u(i) + \mu_u(i)} \quad (9)$$

마찬가지로, 하위 기계들에 대해서도 다음과 같이 정의 한다.

$$I_d(i) = \frac{\lambda_d(i)}{\mu_d(i)}, e_d(i) = \frac{\mu_d(i)}{\lambda_d(i) + \mu_d(i)} \quad (10)$$

각 라인 L(i)에 대해 다음과 같은 성능 파라미터를 정의한다. E(i), X(i), ps(i), pb(i)는 각각, 라인 L(i)의 효율, 생산율, 기계 Md(i)의 굵핍 확률, Mu

(i)의 차단 확률을 나타낸다. 이때 다음과 같은 식이 유도된다. [5]

$$\frac{1}{e_d(i-1)} + \frac{1}{e_u(i)} = \frac{1}{E(i-1)} + \frac{1}{e_i} \quad i=2, \dots, m-1 \quad (11)$$

식(9)와 (10)을 사용하여 식 (11)을 아래와 같이 등가적으로 표현할 수 있다 [5]

$$I_u(i) = \frac{1}{E(i-1)} + \frac{1}{e_i} - I_d(i-1) - 2 \quad i=2, \dots, m-1 \quad (12)$$

$$I_d(i) = \frac{1}{E(i+1)} + \frac{1}{e_i + 1} - I_u(i+1) - 2 \quad i=1, \dots, m-2 \quad (13)$$

IV. 비동종라인의 분석

위에서 제시된 생산라인의 연속도 모델 분할기법은 동종라인에 제한적으로 적용된다. 따라서, 제품가공시간이 기계마다 각각 다른 비동종라인에 분할기법을 적용하기 위해서는 새로운 기법의 도입이 필요하다. 이것은 비동종라인을 동종라인으로 변형함으로써 가능하다. 이를 위해, Ti를 기계 Mi의 가공시간으로 두고, Ui=1/Ti를 처리속도라고 정의하자. 이러한 변형에서는 비동종라인이 동종라인과 근사하게 동작되도록 보정해 주어야 한다.

1. Disaggregation 방법

이산모델에서 분할기법을 비동종라인으로 확장하는 방법은 Gershwin에 의해 제안된바 있다. 생산라인에서 가장 가공시간이 빠른 기계를 제외한 기계들을 버퍼용량이 0으로 분리된 두 기계로 대체한다. 여기서, 두 기계 중 하나는 비동종 라인에서 대체된 그 기계의 고장특성을 나타내고 나머지 하나의 기계는 가공시간을 나타내어 이를 disaggregation이라 한다. [4] 두 기계는 라인에서 가장 빠른 기계의 가공시간 T를 가진다. 즉

$$T = \min(T_1, \dots, T_m). \quad (14)$$



λ, μ, T

(a) Three-parameter 기계



(b) Two-parameter 기계들

그림 4. 두-계수 기계들로 세-계수 기계의 표현
Fig. 4. Representation of a three-parameter machine by two-parameter machines.

그림 4는 수리율 μ 과 고장율 λ , 가공시간 T 를 가진 하나의 기계를 나타낸다. 여기서, λ 과 μ 는 처리 속도 U 에 비하여 일반적으로 매우 작다. 즉, 고장간, 수리간에는 많은 작업이 이루어질 수 있는 충분한 시간이 주어지는 것이다. 그림에서 두 기계 라인은 Buzacott^[1]의 두-계수 모델과 일치하며, 각각 단위 가공율을 가진다. 이 기계들은 고장율 λ_1 과 λ_2 를 가지며, 고장상태동안에 수리율 μ_1 과 μ_2 를 가진다. 한 쌍의 두-계수 기계들이 세-계수 한 기계의 동작과 근사화 되도록 $\mu_1, \mu_2, \lambda_1, \lambda_2$ 를 결정해야 한다. 이를 위해 다음의 관계들이 성립해야 한다. 세-계수 기계와 한쌍의 두-계수 기계들 사이의 관계는 다음을 고려하여 결정되어야 한다.

1. 두-계수 기계들 중 한쪽이 멈추게 되면 한 쌍의 기계들로 이루어진 이 라인이 멈추어야 한다.
2. 두 시스템의 고장상태와 수리상태 그리고 수리상태와 고장상태사이의 시간이 같아야 한다.
3. 두 시스템의 생산율은 같아야 한다.

$\lambda_i^1(\lambda_i^2)$ 와 $\mu_i^1(\mu_i^2)$ 는 첫번째(두번째) 기계의 고장율과 수리율이며 위 조건을 고려한 수식들은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \mu_i^2 &= \mu_i, \\ \lambda_i^2 &= T\lambda_i/T, \\ \mu_i^1/(\lambda_i^1 + \mu_i^1) &= T/T, \\ \lambda_i^1, \mu_i^1 &\gg \lambda_i^2, \mu_i^2 \end{aligned} \tag{15}$$

2. Homogenization 방법

Disaggregation 방법에서는 비동종라인의 각 기계를 버퍼용량이 없는 두대의 기계로 대체한데 반해 Homogenization 방법은 하나의 기계에 의해 대체하기 때문에 더 간단한 변형방법이다.^[5] 변형된 기계들은 같은 가공시간 T 를 가지며 이는 원래 기계의 가장 빠른 기계의 가공시간이다. λ_i^1 와 μ_i^1 는 비동종라인의 기계 M 과 등가인 기계들의 변수들이다. 이러

한 변수들은 동종라인이 비동종라인과 동일하게 동작하도록 정해진다. 두개의 변수에 대해 2개의 방정식이 필요하다. 첫번째 방정식은 비동종라인의 각 기계와 등가인 기계가 동일한 독립 생산효율을 가진다고 규정함으로써 얻어진다. 독립 생산효율은 차단이나 굵핍이 일어나지 않는 독립상태에서의 생산효율을 말한다. x_i 와 x_i^c 를 비동종라인에서의 기계와 등가인 기계의 독립생산효율이라 하면 다음과 같다.

$$x_i = \frac{1}{T} \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \tag{16}$$

$$x_i^c = \frac{1}{T} \frac{\mu_i^c}{\lambda_i^c + \mu_i^c} \tag{17}$$

그러므로 첫번째 조건은 다음과 같다.

$$\frac{1}{T} \frac{\mu_i^c}{\lambda_i^c + \mu_i^c} = \frac{1}{T} \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i} \tag{18}$$

두번째 조건은 수리율에 관계되며, 기계의 수리율은 라인의 나머지 기계의 동작에 영향을 받지 않으므로 등가인 기계는 동일한 수리율을 가지게 된다.

$$\mu_i^c = \mu_i \tag{19}$$

식 (18)와 (19)로 부터 다음 식이 얻어진다.

$$\lambda_i^c = \lambda_i + (T_i - T) \cdot (\lambda_i + \mu_i) / T \tag{20}$$

그래서, Homogenization 방법은 기계의 고장율이 기계의 새로운 속도에 따라 변하고 수리율은 동일하게 된다.

3. 제안된 분석방법

분할기법은 생산라인에서 다른기계들의 변수(특히, 수리율)들이 비슷한 크기분포를 가질 때 정확한 값을 구할 수 있다. 따라서 기계들의 수리율이 크게 차이를 나타내는 Disaggregation 방법은 좋은 결과를 기대할 수 없다. Homogenization 방법은 비동종라인을 간단하게 동종라인으로 변형한 후 분할기법을 적용하여 성능 파라미터들을 구한다. 구한 결과들은 거의 동종인 비동종라인, 즉 각 기계의 가공시간이 큰 차이를 보이지 않는 라인에 대하여는 비교적 정확한 추정값을 나타낸다. 그러나 일반적인 비동종라인에 대해서 정확하게 각 기계의 동작을 나타내지 못한다. 이는 일반적인 비동종라인은 가장 느린 기계의 가공시간에 많은 영향을 받아 동작하기 때문에 가장 빠른 기계의 가공시간에 따라 각 기계를 변형한 homoge-

nization 방법은 가공시간이 차이가 나는 라인에서 큰 오차를 보이게 된다. 따라서 가장 느린 기계의 가공시간을 기준으로 비동종라인의 동작을 나타내는 정확하고 간단한 변형방법이 필요하다.

이를 위해 T_i 를 기계 M_i 의 가공시간이라고 하고 $U_i=1/T_i$ 를 처리속도라고 하자. 등가의 각 기계들은 동일한 가공시간을 가며, 이는 원라인의 가장 느린 기계의 가공 시간이다. 즉

$$T = \max(T_1, \dots, T_m) \tag{21}$$

등가라인 L^e 에 대한 연속 모델에서 다음과 같이 성능 계수에 대해 정의한다.

- e^e_i : 기계 M^e_i 의 독립적인 효율
 - E^e_i : 기계 M^e_i 의 생산효율(차단과 궁핍을 고려)
 - x^e_i : 기계 M^e_i 의 독립생산율
 - X^e_i : 기계 M^e_i 의 생산율(차단과 궁핍을 고려)
 - pl^e_i : 기계 M^e_i 가 운휴일 확률
 - pf^e_i : 기계 M^e_i 가 고장조건에 있을 확률
- 식(2)와 식(7)에서 다음과 같이 유도된다.

$$X_i = \frac{E_i}{T_i} = \frac{e_i(1-pl_i)}{T_i} \tag{22}$$

$$X^e_i = \frac{E^e_i}{T_i} = \frac{e^e_i(1-pl^e_i)}{T_i} \tag{23}$$

등가기계는 원 기계와 같은 생산율을 가져야 하므로 다음 식들이 성립하게 된다.

$$X^e_i = X_i \tag{24}$$

$$\frac{E^e_i}{T} = \frac{E_i}{T_i} \tag{25}$$

$$\frac{e^e_i(1-pl^e_i)}{T} = \frac{e_i(1-pl_i)}{T_i} \tag{26}$$

식 (26)을 정리하면 다음과 같다.

$$pl^e_i = 1 - \frac{x_i}{x^e_i} + \frac{x_i \cdot pl_i}{x^e_i} \tag{27}$$

식 (5)에서,

$$pl^e_i + E^e_i \cdot pf^e_i = 1 \tag{28}$$

식 (25)과 식 (27)을 식 (28)에 대입하여 정리하면, pf^e_i 에 대하여 다음 식을 얻는다.

$$pf^e_i = -\frac{T}{T_i} E_i + (1-pl_i) \frac{X_i}{X^e_i} \tag{29}$$

식 (5)와 식 (6)을 식 (29)에 대입하여 pl_i 와 E_i 를 소거하고, pf_i 에 대하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$pf^e_i = \left(\frac{x_i}{x^e_i(1-e_i)} - \frac{T \mu_i}{T_i \lambda_i} \right) pf_i \tag{30}$$

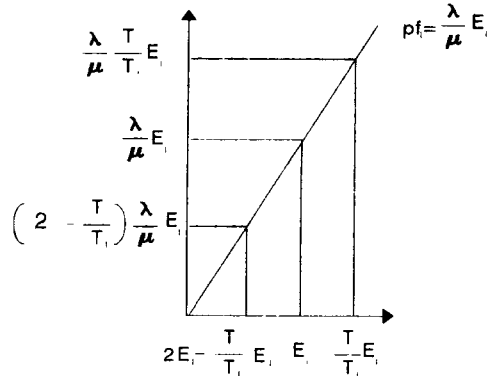


그림 5. 효율과 고장상태 확률과의 관계

Fig. 5. Relation of efficiency and the probability of failure condition.

식 (25)에서 가공시간의 증가로 인해 E_i^e 는 E_i 보다 증가하게 되며, 이러한 증가량은 실질적인 기계효율의 증가가 아니므로 등가기계는 원기계와 동일한 동작을 하도록 하기 위하여 보상해 주어야 한다. 이를 위해 식 (6)에서의 E_i 와 pf_i 의 비례관계를 이용하면 그림 5와 같이 나타낼 수 있다. 여기서, 효율축에서 E_i 가 E_i^e 로 증가한 거리만큼의 반대 방향의 점은 $2E_i - (T/T_i)E_i$ 이며 여기에 대응되는 고장상태 확률값은 $(2 \lambda_i / \mu_i - (T/T_i)(\lambda_i / \mu_i))E_i$ 이다. 따라서, 이러한 비례관계를 이용하여 E_i 의 증가량을 pf_i 를 이용하여 보상해 줄 수 있다. 즉,

$$pf^e_i = \frac{(2 \cdot \lambda_i / \mu_i - (T/T_i)(\lambda_i / \mu_i))E_i}{(\lambda_i / \mu_i)E_i} pf_i \tag{31}$$

$$= (2 - T/T_i) pf_i \tag{32}$$

이때, $2 - T/T_i > 0$ 즉, $\max(T_1, \dots, T_m) < 2 \min(T_1, \dots, T_m)$ 이 만족하여야 한다.

식 (30)과 식 (32)을 결합하면 다음 식을 얻을 수

있다.

$$x_i^c = \frac{x_i}{(2T/T_i + (\mu_i/\lambda_i))(1 - e_i)} \quad (33)$$

여기서 기계의 수리율은 기계의 등가변환에 영향을 받지않으므로 동일한 값을 가지게 된다.

$$\mu_i^c = \mu_i \quad (34)$$

따라서, 다음 식이 얻어진다.

$$\lambda_i^c = \frac{T_i \lambda_i (2 - T/T_i + (T/T_i)(\mu_i/\lambda_i))}{T} - \mu_i \quad (35)$$

V. 해석 결과

각 기계의 가공시간이 T_i 로 나타나는 비동종라인을 몇개의 보기로 고려하였다. 각각의 라인에 대하여 homogenization 방법과 disaggregation 방법, 제안된 방법을 이용하여 얻은 결과를 SLAM 를 이용한 시뮬레이션 결과와 비교하였다.

여기서, 각 시뮬레이션 결과는 초기 과도상태를 제거한 후 100,000 cycle동안 시뮬레이션한 평균값이다. 표 1은 가장 간단한 경우 즉, 두기계 생산라인을 대상으로 한 결과를 나타내고 있다. 첫번째 기계는 가공시간과 고장율, 수리율은 각각 $T_1=10, \lambda_1=0.005, \mu_1=0.01$ 로 버퍼의 크기 $Q_1=5$ 로 고정하고 두번째 기계의 고장율과 수리율 $\lambda_2=0.005, \mu_2=0.01$ 로 하여 가공시간을 가변하였을 때, 생산효율과 버퍼수준의 변화를 구하였다. 결과는 표 1 및 그림 6과 그림 7에 나타냈다.

라인의 생산효율은 처리속도가 느리고 독립생산효율이 낮은 기계의 영향을 많이 받으며 변화하고 버퍼수준은 두 기계의 독립생산효율의 차이에 따라 변화해 됨을 알 수 있다. 제안된 방법은 homogenization 방법에 비해 가공시간의 차이에 따른 시뮬레이션 결과와 근사한 생산효율과 버퍼수준을 나타내고 있으며, 가공시간의 불균형으로 인한 두-기계 라인의 동작을 정확하게 분석하는 것이 가능함을 보여주고 있다.

라인 L_1, L_2, L_3 는 비동종라인의 예로써^[5] 라인 L_1 은 4개의 기계로 이루어진 버퍼용량이 큰 경우이다. 라인 L_2 는 6개의 기계로 이루어진 비동종라인이며, 라인 L_3 는 가공시간의 차이가 큰 4개의 기계를 가지며, 라인 L_3 은 가공시간의 차이가 큰 8개의 기계를 가진다. 각각의 방법에 대한 데이터와 결과는 표

2 표 5에 나타나 있으며 각 생산라인의 생산효율과 평균 버퍼수준이 결과로 제시된다. 그림 8 그림 11은 각 비동종라인을 여러가지 변환방법으로 분석한 결과들과 시뮬레이션 결과의 오차율을 나타낸 것이다. Disaggregation 방법은 등가기계들중 첫번째 기계와 두번째 기계의 고장율및 수리율의 차이정도에 따라 결과들이 다른 값을 가지게 되므로 정확한 분석값을 얻기가 어려웠다. Homogenization 방법을 이용한 비동종 생산라인의 분석결과는 비교적 선형인 비동종 라인에 대하여는 다소 근사한 결과를 얻지만 가공시간 차이가 큰 비동종라인에 대하여는 큰 오차를 나타내고 있음을 알 수있다.

표 1에서도 알 수 있듯이 비동종라인에서 느린 처리속도를 가지는 기계에 의한 궁핍과 차단현상이 파급효과를 가지며 이것이 전체생산효율에 많은 영향을 주므로 가공시간의 차이가 클수록 라인의 효율은 가공시간이 큰 기계의 처리속도에 따라 생산 흐름이 근사화 하게 된다. 따라서 가장 빠른 처리속도로 라인의 흐름을 변환한 homogenization 방법의 경우 다소의 오차를 나타내며 이러한 오차는 라인의 길이가 길고 차단과 궁핍의 영향이 큰 라인일수록 크지게 된다. 제안된 방법은 가장 느린 처리속도로 라인의 흐름을 근사화하였으며 라인의 생산율을 이용하여 각 기계의 고장율을 변환하였으므로 시뮬레이션 결과에 근접하는 정확한 분석결과를 나타내고 있다.

표 1. 두-기계 라인의 분석결과

Table. 1. Result of analysis for two-machine line.

72	SIMULATION		HOMOGENIZATION		PROPOSED METHOD	
	생산율	BUFFER	생산율	BUFFER	생산율	BUFFER
1.0	0.06576	0.1537	0.06541	0.01456	0.06606	0.04794
2.0	0.0655	0.3157	0.06425	0.30649	0.06562	0.17914
3.0	0.06491	0.5132	0.06315	0.48520	0.06536	0.36081
4.0	0.06445	0.6595	0.06209	0.68471	0.06491	0.57784
5.0	0.06399	0.8560	0.06103	0.90813	0.06440	0.82505
6.0	0.06313	1.0968	0.05994	1.15874	0.06361	1.10089
7.0	0.0622	1.3702	0.05879	1.43997	0.06180	1.40503
8.0	0.06028	1.7443	0.05756	1.7552	0.06019	1.7392
9.0	0.05948	2.1936	0.05621	2.1077	0.05881	2.1036
10.0	0.05794	2.4857	0.05470	2.5000	0.05768	2.5
11.0	0.05404	2.9086	0.05129	2.86162	0.05379	2.86532
12.0	0.05143	3.1579	0.04818	3.1427	0.05035	3.1562
13.0	0.04807	3.3950	0.04534	3.3666	0.04729	3.394
14.0	0.04526	3.4797	0.04278	3.5487	0.04454	3.5924
15.0	0.04299	3.7055	0.04046	3.6993	0.04207	3.7606
16.0	0.04033	3.8214	0.03835	3.8256	0.03983	3.9047
17.0	0.03801	4.0179	0.03644	3.9330	0.03779	4.6294
18.0	0.03596	4.1241	0.03469	4.0252	0.03594	4.1380
19.0	0.03477	4.1280	0.03309	4.1051	0.03400	4.2332
20.0	0.03337	4.1851	0.03163	4.1749	0.03227	4.3168
30.0	0.0221	4.6094	0.02178	4.5703	0.02166	4.7693
40.0	0.01692	4.7194	0.01652	4.7350	0.01628	4.9078
50.0	0.0132	4.8015	0.01327	4.8208	0.01307	4.9555

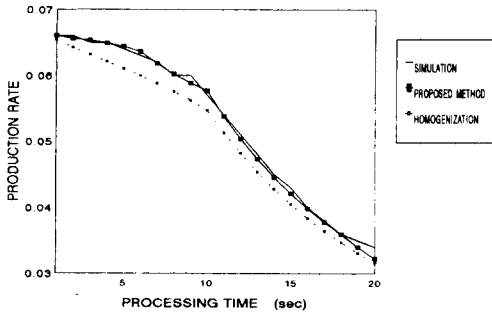


그림 6. 두기계라인의 생산효율
Fig. 6. Efficiency of two-machine line.

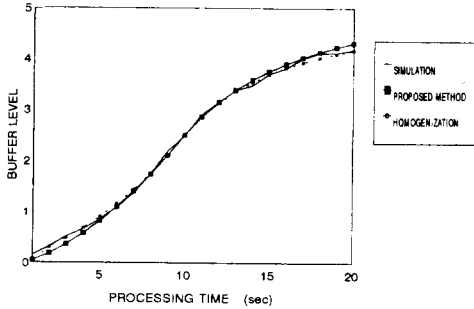
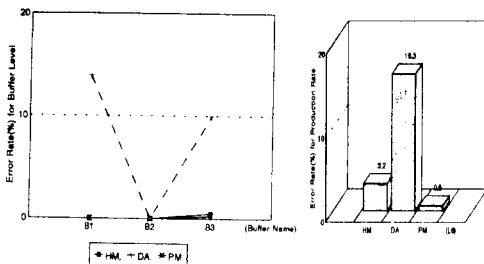


그림 7. 두기계 라인의 평균 버퍼수준
Fig. 7. Average buffer level of two-machine line.

표 2. 분할기법을 이용한 근사화 해석 결과 (생산라인 L1, m=4)

	1	2	3	4
T_i	1.0	0.95	1.0	1.05
t_i	0.04	0.02	0.03	0.02
μ_i	0.08	0.04	0.06	0.04
C_i	20	0	20	
B_i, X	B_1	B_2	B_3	X
SI	14.8	0.0	5.9	0.434
HM	14.8	0.0	6.0	0.420
DA	17.6	0.0	3.9	0.505
PM	14.9	0.0	5.9	0.437

M_i : 기계
 T_i : 가공시간
 t_i : 교착율
 μ_i : 수리율
 C_i : 버퍼 용량
 B_i : 평균버퍼수준
 X : 생산율
SI: 시뮬레이션 결과
HM: homogenization 결과
DA: disaggregation 결과
PM: 제안된 방법 결과



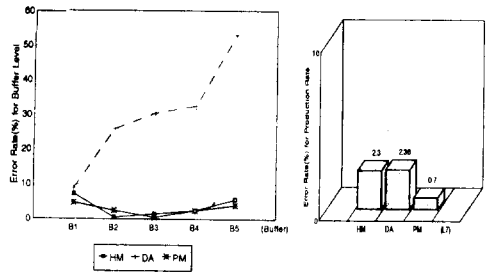
(a) 평균버퍼수준의 에러율 (b) 생산율의 에러율

그림 8. 그래프로 나타난 해석 결과(생산라인 L1, m=4)
Fig. 8. Result of analysis showing in bar graph. (Production line L1, m=4)

표 3. 분할기법을 이용한 근사화 해석 결과 (생산라인 L2, m=6)

Table 3. Result of approximate analysis using decomposition technique. (Production line L2, m=6)

M_i	1	2	3	4	5	6
T_i	0.356	0.28	0.28	0.28	0.28	0.347
$1/\lambda_i$	9.24	45	45	45	45	9.24
$1/\mu_i$	0.76	5	5	5	5	0.76
C_i	4	2	2	2	4	
B_i, X	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	X
SI	1.4	0.9	0.88	0.88	2.26	2.116
HM	1.69	0.89	0.91	0.93	2.03	2.165
DA	1.04	0.38	0.27	0.14	0.09	2.166
PM	1.59	0.85	0.89	0.93	2.10	2.101



(a) 평균버퍼수준의 에러율 (b) 생산율의 에러율

그림 9. 그래프로 나타난 해석 결과(생산라인 L2, m=6)
Fig. 9. Result of analysis showing in bar graph. (Production line L2, m=6)

표 4. 분할기법을 이용한 근사화 해석 결과 (생산라인 L3, m=4)

Table 4. Result of approximate analysis using decomposition technique. (Production line L3, m=4)

M_i	1	2	3	4
T_i	1.5	1.0	0.8	1.6
$1/\lambda_i$	100	140	190	250
$1/\mu_i$	12	18	35	12.5
C_i	20	20	15	
B_i, X	B_1	B_2	B_3	X
SI	6.1	11.5	11.8	0.556
HM	7.7	9.2	9.8	0.515
DA	0.2	0.1	12.9	0.595
PM	5.9	9.3	11.4	0.545

VI. 결론

본 연구에서는 수학적 분석방법인 분할기법을 이용하여 고장 가능한 기계와 유한용량의 버퍼를 가진 직렬생산라인의 생산흐름과 성능을 근사적으로 해석하였다. 분석결과를 통하여 다음과 같은 결론에 도달할 수 있었다. 동종라인에 제한적으로 적용되는 분할기법을 비동종라인에 적용하기 위해 새로운 변환기법을 제시하였다. 이러한 변환기법은 기존의 Homogenization 방법이나 Disaggregation 방법보다 SLAM II를 이용하여 생산라인을 시뮬레이션한 값에 보다 근접하는 정확한 결과를 나타내고 있으며, 특히 큰 가공시간의 차이로 인해 야기되는 차단현상, 궁핍현상들의 영향을 잘 반영하여 정확한 분석을 가능하게 하였다. 따라서 가공시간이 매우 불균형적이고 길이가 긴 직렬생산라인에 대하여 빠르고 간단하게 정확한 성능 평가 척도를 구할 수 있으며 생산라인의 객관적인 평가가 가능하였다.

參考文獻

[1] J. A. Buzacott, "Automatic transfer lines with buffer stocks," *Int. J. Production Res.*, vol. 6, 1967.

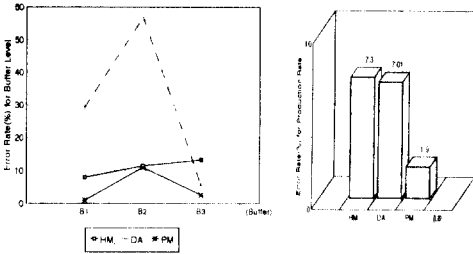
[2] J. A. Buzacott and L. E. Haniffin, "Models of Automatic Transfer Lines with Inventory Banks: A Review and Comparison," *AIIE Trans.*, vol. 10, no. 2, pp. 197-207, 1978.

[3] D. Dubois and J. P. Forestier, "Productivite et en-cours moyens d'ensemble de deux machines separees par une zone de stockage " *RATIO Automatique*, vol. 16, no.2, pp. 105-132, 1982.

[4] S. B. Gershwin, "Representation and analysis of transfer lines with machines that have different processing rates," MIT Laboratory for Information and Decision Systems Report LIDS-P-1446.

[5] Y. Dallery, R. David, and X. L. Xie, "Approximate Analysis of Transfer Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 34, no. 9, pp. 943-953, 1989.

[6] Y. Dallery, R. David, and X. L. Xie,



(a) 평균버퍼수준의 에러율 (b) 생산율의 에러율

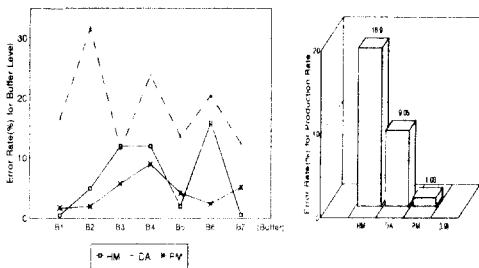
그림 10. 그래프로 나타난 해석 결과(생산라인 L3, m=4)

Fig. 10. Result of analysis showing in bar graph. (Production line L3, m=4)

표 5. 분할기법을 이용한 근사화 해석 결과 (생산라인 L4, m=8)

Table 5. Result of approximate analysis using decomposition technique. (Production line L4, m=8)

μ_i	1	2	3	4	5	6	7	8
T_i	6.7	7.7	5.0	9.3	5.0	5.9	4.8	6.3
λ_i	0.0019	0.0037	0.005	0.0036	0.0019	0.0005	0.0016	0.003
μ_i	0.03	0.05	0.01	0.04	0.03	0.01	0.03	0.04
c_i	4	3	4	2	4	2	5	
B_i, X	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	X
SI	3.29	1.93	2.77	0.49	0.61	0.46	0.66	0.0873
HM	3.31	1.78	2.29	0.25	0.53	0.14	0.69	0.0708
DA	3.95	2.88	3.23	0.01	0.07	0.05	0.04	0.0959
PM	3.36	1.99	2.54	0.31	0.44	0.41	0.40	0.0864



(a) 평균버퍼수준의 에러율 (b) 생산율의 에러율

그림 11. 그래프로 나타난 해석 결과(생산라인 L4, m=8)

Fig. 11. Result of analysis showing in bar graph. (Production line L4, m=8)

- "An Efficient Algorithm for Analysis of Transfer Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers." *IIE Trans.*, vol. 20, pp. 280-283, Sept. 1988.
- [7] Y. F. Choong and S. B. Gershwin, "A Decomposition Method for The Approximate Evaluation for Apacitated Transfer Lines with Unreliable Machines and Random Processing Times." *IIE Trans.*, vol. 19, pp. 150-159, June 1987.
- [8] S.B. Gershwin, "An Efficient Decomposition Method for The Approximate Evaluation of Tandem Queues with Infiite Storage Space and Blocking." *Oper. Res.*, vol. 35, no. 2, pp. 291-305, Mar.- Apr. 1987.
- [9] B. Zimmern, "Etude de la propagation des arr ts al atoirs dans les cha nes de production." *Revue de Statistique Appl.*, vol. 4, pp. 85-104, 1956.

著者紹介

李 爐 成(正會員) 第 28卷 B編 第 8號 參照
 현재 연세대학교 전기공학과 박사과정 재학중.

徐 奇 成(正會員) 第 30卷 B編 第 3號 參照
 현재 서경대학교 산업공학과 전임강사.

安 寅 錫(正會員) 第 30卷 B編 第 3號 參照
 현재 연세대학교 전기공학과 박사과정 재학중.



崔 浚 烈(準會員)
 1968年 6月 29日生. 1992年 2月 연세대학교 전기공학과 졸업. 현재 연세대학교 대학원 석사과정 재학중. 주관심 분야는 DEDS, 생산시스템 성능해석 및 설계, 유연생산 시스템 모델링 및 시뮬레이션 등임.

禹 廣 芳(正會員) 第 30卷 第 1號 參照.
 현재 연세대학교 전기공학과 교수.