

論文93-30B-6-6

무손실 점진적 영상 전송을 위한 피라미드 데이터 구조에 관한 연구

(A Pyramid Data Structure for Progressive Lossless Image Transmission)

安載薰*, 鄭昊烈**, 崔太永**

(Jae Hoon Ahn, Ho Youl Jung and Tae Young Choi)

要約

반올림 변환(RT:rounded- transform)이라 불리는 새로운 변환을 기반으로하여 확장된 축소차 피라미드(ERDP:extended reduced difference pyramid)를 제안하였다. 이 RT는 비선형 가역 변환으로써 반올림(반내림) 연산을 사용하여 정수값을 정수값으로 바꾸는 변환이다. 제안한 ERDP는 N-점 RT 또는 일련의 RT, 또는 이들 둘의 합성 방법으로 얻을 수 있다. 성능 평가를 위해 전송량의 최하한 값에 해당하는 차 영상의 엔트로피를 사용하였다. 기존의 축소차 피라미드(RDP)보다 바로 이 점에서 우수한 두가지의 ERDP의 예를 쉽게 보일 수 있었다.

Abstract

Extended reduced difference pyramid(ERDP) is proposed for lossless progressive image transmission, which is based on a new transform called rounded-transform(RT). The RT is a nonlinear and reversible transform of integers into integers utilizing two kinds of the rounding operations such as round up and down. The ERDP can be obtained from an N-point RT or a series of RTs or both. For the performance evaluation, the entropy of the difference images to be transmitted is used as a lower bound transmission rate. Two examples of the ERDP can be easily shown, which is more effective in the entropy than the ordinary RDP.

1. 서론

최근 영상 매체를 이용한 통신 서비스의 필요성이 증대되면서 영상 회의, 원격 의료진단, 홈-쇼핑, 전

자 우편, 영상 데이터 베이스 검색등에 관한 많은 연구가 수행되어지고 있다. 이러한 영상매체를 이용한 통신에는 통신하고자하는 환경에 따라 여러가지 제약 조건들(협대역, 전송속도, 서로 다른 표시장치, 무손실 여부 등)이 발생할 수 있다. 이러한 점을 고려한다면, 처음에는 적은양의 데이터로 저 해상도의 영상을 송신하고, 수신자는 보간법등을 이용하여 얻은 확장된 영상의 화질이 미흡할 때에 점진적으로 높은 해상도의 영상 전송을 요구하는 점진적 영상 전송방법이 효율적이라 볼 수 있다. 점진적 영상 전송 방법에는 변환영역 부호화, 분할 대역 부호화(Subband Image Coding), 잉여오차 양자화(Residual Error

*準會員, **正會員, 亞洲大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Ajou Univ.)

(*이 논문은 1992년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모 과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.)

接受日字: 1993年 1月 28日

Quantization), 피라미드 구조(Pyramid Structure)를 이용한 방식등을 들 수 있다. [1-5,9-12] 이 중에서 잉여오차 양자화 방법 [7] 과 피라미드 구조를 이용한 방법은 무손실 전송이 가능하다. 한편, 잉여오차 양자화 방법은 무손실 전송을 위해 먼저 양자화된 정보를 전송하고 잉여오차 정보까지 전송함으로써 전송효율이 떨어지는 반면, 피라미드 데이터 구조를 이용한 방법은 계층적인 데이터 구조를 이루면서 점진적 전송과 무손실 전송이 가능하고 시스템 구성이 비교적 간단하다고 알려져 있다. [6,8]

이러한 피라미드 구조를 이용한 전송방법에는 처음으로 합 피라미드 방식이 제안된후에 평균 피라미드 (Mean Pyramid), 축소된 합 피라미드(Reduced-Sum Pyramid), 차 피라미드(Difference Pyramid), 축소차 피라미드(RDP:Reduced- Difference Pyramid)등의 형태로 발전되어 왔다. [6-8] 그리고 전송 정보량면에서 RDP 방식이 다른 피라미드 방식에 비해서 가장 우수한 것으로 알려져 있다.

본 논문에서는 RDP를 중심으로 기존 피라미드의 구조를 체계적으로 분석하였다. 이 결과 RDP의 생성/복원 과정이 반올림 변환(RT:rounded- transform)이라고 명한 비선형 가역 변환임을 밝혔고, 더 나아가 N-점 RT 또는 일련의 RT에 의한 확장된 RDP(ERDP:extended reduced-difference pyramid)를 제안하였다. 이 제안된 방식들은 피라미드 구조중에서 가장 우수하다고 알려진 기존 RDP 방식에 비해서 전송 정보의 엔트로피면에서 우수하였다.

본 논문의 구성은 II장에서 (반)올림(내림)의 정의와 이를 이용한 기존 RDP 구조의 분석 과정을 보이고, III장에서 반올림 변환의 유도과정과 확장된 피라미드 방식 및 반올림과 엔트로피 관계를보이며 IV장에서 기존 방식과 제안한 방식의 성능 평가를 보이고 마지막 결론문으로 되어 있다.

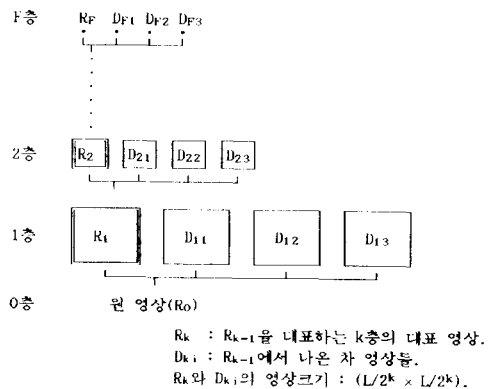
II. 피라미드 데이터 구조

피라미드식 점진적 영상 전송 방식은 원 영상을 미소한 기본 블록(예 : 2×2)으로 나누어 이들 각각의 기본 블록들을 대표하는 대표값(기본 블록의 합, 평균값, 중앙값, 최소값, 최대값, 반올림된 평균값등)으로 이루어진 대표 영상을 얻는다. 여기서 원 영상을 0차(층) 대표 영상이라고 칭하고, 위와 같이 0차 영상을 대표하는 영상을 1차(층) 대표 영상이라고 한다. 마찬가지로 이 1차 대표 영상을 기본 블록으로 나누어 각 기본 블록의 대표값으로 2차(층) 대표 영상을 얻는다. 이 과정을 반복하여 원 영상을 총 대표하는 최상층 영

상(일반적으로 점 영상)을 얻을때까지 반복한다.

위와 같은 방법으로 얻은 대표 영상들의 크기가 최상층으로부터 최하층(0층)으로 갈수록 커져 마치 피라미드 형태와 같아서 피라미드 구조라 부르는데 대표영상들로 구성되었기에 대표 피라미드 구조라 한다. 이러한 대표 피라미드 구조를 갖는 점진적 영상 전송방식중에서 가장 대표적인 평균 피라미드(Mean Pyramid) 방식은 각 기본 블록의 대표값을 그 기본 블록 화소들의 평균값으로 한것으로 무손실 점진적 전송을 위해서는 최상층에서부터 1층까지의 점진적 전송 이외에도 원 영상(0층)까지도 마지막으로 전송해야 되므로 최상층에서 1층까지 전송된 정보량만큼의 전송량이 늘어나는 것이 단점이다.

이러한 대표 피라미드 구조의 단점을 보완하기 위하여 각 층마다 대표 영상외에 몇개의 차 영상들을 구성하여 이들 대표 영상과 차 영상들로부터 바로 아래층 대표 영상을 얻을 수 있도록 차 영상을 구성한다. 이 방법은 무손실 전송을 위하여 최상층 대표 영상과 1층까지의 차 영상만을 전송하면 됨으로 총 전송 화소수는 원영상의 크기와 같게 할 수 있다. 결국 이 방법은 차영상의 정보량이 최소화 되도록 차 영상을 얻는 방법이 중요한 것이다. 그림 1.은 L×L 영상을 점진적으로 전송하는 위에서 언급한 피라미드 구조를 도시화한 것으로 그림의 좌측부분 R_k는 k차(층) 대표 영상을 나타내고(0≤k≤F), 나머지 부분의 D_{ki}는 i번째 k차 차 영상을 나타낸 것으로(1≤i≤I), 기본 블록이 2×2, I=3, L=2^F인 경우를 보여주고 있다.



R_k : R_{k-1} 을 대표하는 k층의 대표 영상.
 D_{ki} : R_{k-1} 에서 나온 차 영상들.
 R_k 와 D_{ki} 의 영상크기 : $(L/2^k * L/2^k)$.

그림 1. 피라미드 구조
 Fig. 1. Pyramid structure.

이러한 피라미드 구조를 이용한 점진적 영상전송 방식중 전송 정보량 면에서 가장 우수하다고 알려진 RDP 방식^[6]은 기본 블록을 2×2 로 하고 대표 영상을 평균값을 반올림하여 구성하고 차영상을 기본 블록내의 인접 화소간의 수직, 수평차로 구성하는 방식이다. 본 장에서는 이 축소차 피라미드를 중심으로 그 구성 방식과 복원 방식에 대해 살펴 보기로 하겠다. 이를 위해서는 반올림 개념의 정립이 필요하기 때문에 반올림 함수를 정의하고 그 특성을 알아본 다음, RDP 구조의 가역성이 성립함을 보인다.

1. (반)올림 및 (반)내림 함수

RDP의 기본 개념은 4개의 정수를 1개의 반올림한 평균값과 3개의 차 성분으로 변환하여도 손실없이 복원이 가능하다는 것이다. 이 과정을 이해하는 데에는 (반)올림 및 (반)내림 개념의 도입이 필요하다.

임의의 실수 x를 올림 및 내림한 Ru(x), Rd(x)는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} Ru(x) &= M, M-1 < x \leq M \\ Rd(x) &= M, M \leq x < M+1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, M은 정수이다.

한편, 실수 x를 반올림 및 반내림한 x*, x[#]는 식 (2)로 정의 된다.

$$\begin{aligned} x^* &= Rd(x+0.5) \\ &= M, M-0.5 \leq x < M+0.5 \\ x^\# &= Ru(x-0.5) \\ &= M, M-0.5 < x \leq M+0.5 \end{aligned} \quad (2)$$

위 식(2)에서 반올림 및 반내림 작용은 실수 x에 가장 가까운 정수값을 택하는 것인데, 다만 정수와 정수 사이의 중앙값을 각각 큰 정수로 올리거나 작은 정수로 내리는 점만 다르다(예, (-1.5)*=-1, (-1.5)[#]=-2).

또한, 이러한 반올림 및 반내림 원리를 이용하여 식 (3)의 성질이 성립됨을 쉽게 알 수 있다.

$$\begin{aligned} [-x]^* &= [x]^\#, [-x]^\# = [x]^* \\ [K+x]^* &= K + [x]^*, [K-x]^* = K - [x]^* \\ [K+x]^\# &= K + [x]^\#, [K-x]^\# = K - [x]^\# \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 K는 정수이다.

2. 축소차 피라미드 구조분석

RDP는^[6] 2×2 기본 블록(그림 2.)의 4개의 정수

화소 x_i (i=1,2,3,4)의 평균을 반올림해서 이것을 대표 영상의 원소(r)로 하고 3개의 차 영상의 원소 d_i (i=1,2,3)는 x_i 원소의 수직, 수평차의 값으로 하는 것으로 식 (4)는 이들의 관계를 수식으로 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} r &= \left[\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} \right] \\ d_1 &= x_2 - x_4 \\ d_2 &= x_4 - x_3 \\ d_3 &= x_3 - x_1 \end{aligned} \quad (4)$$

그러면 식 (4)의 r, d₁, d₂, d₃로부터 x_i(i=1,2,3,4)값을 복원하는 방법을 알아보자. 참고문헌 [6]에 의하면 식 (5)로 복원할 수 있는것으로 되어있다.

$$\begin{aligned} x_2 &= r + (s_d)^* \\ x_3 &= x_2 - d_1 - d_2 \\ x_4 &= x_2 - d_1 \\ x_1 &= x_2 - d_1 - d_2 - d_3 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, s_d = (3d₁ + 2d₂ + d₃)/4 이다.

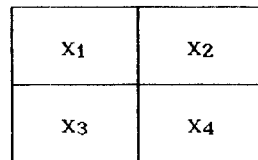


그림 2. 기본 블록
Fig. 2. Elementary block.

그러나 이것은 잘못된 것이 확실하다. 예를들어 x_i(i=1,2,3,4)인 경우에 식 (4)에서 r, d₁, d₂, d₃가 각각 3, -2, 1, 2 으로 계산되는데 이 값들을 식 (5)에 대입하면 x₂, x₃, x₄, x₁이 3, 4, 5, 2가 되어 정확히 복원되지 않음을 알 수 있다. 이것을 바로잡기 위해서는 식 (5)의 첫번째 식의 두번째항 (s_d)*를 (s_d)[#]로 고쳐야 한다. 따라서 식 (5)의 첫번째 식은 식 (6)처럼 나타내야 된다.

$$x_2 = r + (s_d)^\# \quad (6)$$

한편 식 (4)의 첫항 r을 반올림 대신에 반내림해서 계산하였을 경우에는 식 (5)는 그대로 성립이 된다. 즉, 식 (6)은 반내림 대신에 반올림 하면 된다. 그리

고 참고문헌 [6]에서는 식 (5)의 유도과정이 전혀 없어서 s_i 의 값을 어떻게 구하였는지 불명확하다. 본 논문에서는 이점을 확인하기 위해서 식 (4)~(6)을 행렬식으로 표시하여 RDP의 발생 및 복원 과정을 아래와 같이 변환/역변환 과정으로 나타낼 수 있었다.

$$\begin{bmatrix} r \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4] \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [1 & 3/4 & 2/4 & 1/4] \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 & -1/4 & -2/4 & -3/4 \\ 1 & 3/4 & 2/4 & 1/4 \\ 1 & -1/4 & -2/4 & 1/4 \\ 1 & -1/4 & 2/4 & 1/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 식 (8)의 우변의 둘째식의 변환 행렬이 식 (7)의 변환 행렬의 역 행렬임을 쉽게 확인할 수 있고, 이 변환 행렬을 분해하여 식 (8)의 우변의 첫째식을 얻을 수 있어 s_i 의 유래를 확인할 수 있다. 이러한 축소차 피라미드의 발생 및 복원 과정은 III장에서 정의한 4-점 반올림 변환(4-point RT)의 일종임을 알 수 있다.

III. 반올림 변환과 확장된 RDP(ERDP)

앞장에서 언급한 참고문헌 [6]의 RDP 변환방식은 기본블럭이 2×2 인 경우(4개의 원소)에만 성립되는 것으로 그 기본블럭의 크기가 커지거나 작아질 때에는 새로운 변환방식이 요구된다. 본장에서는 기본블럭을 대표하는 대표값은 평균값의 반올림 값으로 하는 N -점 반올림 변환 유도 과정을 보이고 일련의 반올림 변환에 의한 RDP의 확장과정을 알아보고 반올림 또는 반내림 하였을 경우의 엔트로피 변화를 살펴 보겠다.

1. 반올림 변환(RT)

$N \times 1$ (기본블럭의 크기:(예) 2×2 인 경우, 즉 $N=4$) 크기의 정수 원소로 된 열 벡터를 X 라 하고, $N \times N$ 크기인 변환행렬을 A_N , 역변환 행렬을 B_N ($B_N = A_N^{-1}$)이라 할 때 이 변환/역변환 행렬이 식 (9), (10)과 같이 정의 되는 특수한 행렬이라고 하자.

$$A_N = \begin{bmatrix} 1/N & 1/N & \dots & 1/N \\ & & & \\ & & A_{NR} & \\ & & & \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B_N = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ 1 & & B_{NC} & \\ & & & \\ 1 & & & \end{bmatrix} \quad (10)$$

그리고 열벡터 Y 는 다음 식 (11)과 같이 X 를 A_N 으로 변환한 것을 반 올림한 것이라 하자. 이것을 반 올림 변환(RT: rounded-transform)이라 하겠다.

$$Y = (A_N X)^* \quad (11)$$

위 식 (11)에서 X 를 역으로 산출할 수 있는냐가 문제인데 부록에서 구체적으로 풀이과정을 보이겠지만 식 (9)의 A_{NR} (크기: $(N-1) \times (N-1)$)의 모든 원소가 정수이면서 각 행의 합이 0 이고 또한 식 (10)의 B_{NC} (크기: $N \times (N-1)$)는 각 열의 합이 0 이 되면 식 (12)의 결과를 얻을 수 있다.

$$X = (B_N Y)^* \quad (12)$$

RDP의 발생 복원과정을 나타낸 식 (7), (8)역시 식 (9)~(12)를 만족하기 때문에 이 RDP는 $N=4$ 인 경우의 RT임을 알 수 있다.

한편, 식 (11)의 Y 의 첫 원소를 제외한 나머지 원소들은 A_{NR} 의 원소가 정수이면서 행의 합이 0 이므로 열 벡터 X 의 원소들의 차성분을 나타냄을 알 수 있고 이 차성분들은 모두 정수형이므로 사실상 반올림과는 무관하다. 그러나 식 (11)의 Y 의 첫원소는 벡터 X 의 원소들의 평균값을 반올림한 것이다. 이에 이러한 특성을 갖도록 하는 변환행렬 A_N 을 반올림 변환행렬이라 칭하겠다.

$N=4$ 인 경우에 위 조건을 만족하는 A_4 가 여러가지 존재할 수 있으나 그 중에서 앞서 나온 RDP 변환행렬^[6](식 (7)), 참고문헌 [10]에서 제안한 변환행렬과 본 논문에서 하나의 예로 제시하는 또다른 형태의 반올림 변환행렬과 그 역행렬들을 표.1에 나타내었다. 표.1에서 No.1의 RDP는 기본 블럭의 수직, 수평 차 성분들로 차 영상을 얻고, No.2는 수직, 수평차와 대각선 합의 차(수평차의 차)로 차 영상을 얻고 No.3는 수직차 및 대각선 차로써 차 영상을 얻는다.

표 1. 반올림 변환행렬 A₄ 및 역변환 행렬 B₄
Table 1. Rounded-transform matrices A₄ and their inverses(B₄).

no		A ₄	B ₄
1	참고논문 [6]	$\begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -1/4 & -2/4 & -3/4 \\ 1 & 3/4 & 2/4 & 1/4 \\ 1 & -1/4 & -2/4 & 1/4 \\ 1 & -1/4 & 2/4 & 1/4 \end{bmatrix}$
2	참고논문 [10]	$\begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -1/4 & -2/4 & -2/4 \\ 1 & -1/4 & 2/4 & -2/4 \\ 1 & -1/4 & -2/4 & 2/4 \\ 1 & 3/4 & 2/4 & 2/4 \end{bmatrix}$
3	본 논문	$\begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3/4 & -2/4 & 1/4 \\ 1 & -1/4 & 2/4 & 1/4 \\ 1 & -1/4 & 2/4 & -3/4 \\ 1 & -1/4 & -2/4 & 1/4 \end{bmatrix}$

2. 확장된 RDP

앞 절에서 살펴본 RT(표.1)에 의한 RDP의 대표 영상 성분은 기본 블록 원소의 평균값을 반올림한 것이기 때문에 엔트로피 면에서 원영상과 비슷할 것이다(평균이 아니고 평균값을 반올림한 것임을 유의 참조). 그리고 차 영상 원소들은 기본 블록 원소의 수직, 수평, 대각선의 차 및, 대각선 합 of 차 등으로 구성되는데 이 차 영상 원소들간에는 기본 블록 원소들에 비해서 상관성이 다소 작을 것이지만 완전히 상관성이 없는 것은 아닐 것이다. 따라서 이 차 영상 원소를 다시 한번 반올림 변환하여 얻은 대표 원소(평균값의 반올림)는 앞서의 차 영상의 통계적인 성질과 비슷할 것이고 새로 얻은 차 영상은 앞서의 차 영상의 원소보다 상관성이 작아질 것이다. 이러한 과정을 순차적으로 반복함으로써 무손실 데이터 압축 효과를 어느 정도 기대할 수 있을 것이다. 이러한 일련의 반올림 변환에 의한 RDP의 확장 과정의 예를 두가지 들도록 하겠다.

예 1)

N=4 인 경우에 X를 A₄로 반올림 변환한 다음에 차영상 원소를 다시 A₃로 반올림 변환하여 얻은 차 영상 원소를 또다시 A₂로 반올림 변환한 결과 Y와 그 역변환은 다음과 같다.

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & A_2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & A_3 & & \\ 0 & & & \end{bmatrix} \cdot (A_4 X) \quad (13)$$

$$X = \begin{bmatrix} B_4 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & B_3 & & \\ 0 & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & B_2 & \end{bmatrix} \cdot Y \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서 한 예로 A₄는 표.1의 No.3과 같고 A₂, A₃가 다음과 같다면 식 (13)은 식 (15)와 같이된다.

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad B_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2/3 & 1/3 \\ 1 & -1/3 & 1/3 \\ 1 & -1/3 & -2/3 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/3 & 2/3 & -1/3 & -2/3 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X \quad (15)$$

예 2)

예 1)처럼 A₄로 반올림 변환하는 대신에 두개의 A₂에 의한 일련의 반올림 변환 과정을 보인 것이 식 (16), (17)이다.

$$Y = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot X \quad (16)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 1 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 \end{bmatrix} \cdot Y \quad (17)$$

여기서 식(16)의 관계식을 명확히 하기위해 Y의 각 원소(r, d₁, d₂, d₃)에 대한 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$r = \left[\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{x_3 + x_4}{2} \right]^*$$

$$d_1 = \left[\frac{x_1 + x_2}{2} \right]^* - \left[\frac{x_3 + x_4}{2} \right]^*$$

$$d_2 = \left[\frac{(x_1 - x_2) + (x_3 - x_4)}{2} \right]^*$$

$$d_3 = x_1 - x_2 - x_3 + x_4$$

위의 방정식에서 대표 원소 r은 앞서 언급한 다른 RDP와는 달리 2개의 평균의 반올림값을 구하여 다시 이들의 평균의 반올림 값으로 취함을 알 수 있다. 하지만, 근본적으로는 다른 RDP와 마찬가지로 입력 원소의 평균을 반올림한 형태와 유사하기 때문에 통계적인 특성은 크게 차이가 없을 것이다. 한편, 차

영상을 구성하는 $d_i(i=1,2,3)$ 는 수평 인접 화소의 평균의 수직차인 d_i 를 제외하고는 통계적으로 식 (15)의 변환행렬과 같거나 유사하다.

앞서 언급한 두가지의 예제의 식 (15)와 식 (16)의 확장된 RDP 변환행렬은 기존 RDP와는 달리 수평(수직)방향의 평균의 수직(수평) 차로써 차영상을 구성하기 때문에 상관성이 기존 RDP 방식에 비하여 작아질 것이라고 기대할 수 있을 것이다

3. 반올림과 엔트로피

지금까지 살펴본 (확장된) RDP 변환방식은 평균을 반올림한 대표 영상과 인접 화소간의 차 성분으로 다시 말하면 상관성이 작아진 차 영상을 사용하는데, 이 차영상이 분산값이 작고 평균이 거의 0인 정규분포를 갖는다고 하면 원 영상에 비해 작은 엔트로피를 갖는다고 볼 수 있다. 그런데 대표 영상은 평균값이 아니고 평균값을 반올림한 것이기 때문에 평균값을 취한것에 비하여 엔트로피 면에서 우수함을 다음 설명에서 알 수 있다.

이산랜덤변수 X 가 x_i 일 확률을 P_i 라 하자($i=1, 2, \dots, M$). 그리고 x_i 는 정수이다. 이 X 의 엔트로피 $H(X)$ 는 식 (18)과 같다.

$$H(X) = -\sum_{i=1}^M P_i \text{Log}_2(P_i) \tag{18}$$

그런데 $Y = X/k$ (단, $1 \leq k \leq M$, k 는 정수)인 경우에 $H(Y)$ 는 $H(X)$ 와 같다. 왜냐하면 X 를 k 로 정규화 한다고 해도 확률분포가 변화되지 않기 때문이다. 그러나 정규화된 Y 를 반올림(반내림)하여 정수화한 것을 $Z (= (X/k) \cdot \text{or } (X/k)^{\wedge})$ 라 하면 $H(Z)$ 는 $H(X)$ 보다 작아진다. 이를 수식적으로 증명하기 위해서 그림 3. 처럼 X 의 확률 분포중 어느 한 구간($x_{m+1} \leq x \leq x_{m+k}$)을 선택하고 그 구간의 k 개의 심볼들이 갖는 부분엔트로피 H_k 를 구하면 식 (19)와 같다.

$$H_k = -\sum_{j=1}^k P_{m+j} \text{Log}_2(P_{m+j}) \tag{19}$$

그리고 X 를 k 로 정규화한 뒤 반올림(반내림)하여 정수화한 경우의 정보량을 구하기위해, k 개의 심볼들에 대응하는 확률을 합하여 하나의 단일 심볼로 하는 경우 그 단일 심볼의 부분엔트로피 H_k' 는 식 (20)과 같다.

$$H_k' = -Q \text{Log}_2 Q \tag{20}$$

여기서 $Q = \sum_{j=1}^k P_{m+j}$

그러면 두 부분엔트로피, H_k 와 H_k' 의 차 엔트로피 ΔH 는 다음과 같다.

$$\Delta H = H_k - H_k' = -\sum_{j=1}^k P_{m+j} \text{Log}_2 \left[\frac{Q}{P_{m+j}} \right] \tag{21}$$

여기서, $Q \geq P_{m+j}$ 이므로 ΔH 가 항상 0 보다 크다. 결국 k 개의 심볼들이 갖는 부분엔트로피보다 k 개의 심볼들을 하나의 심볼로 하였을때의 부분엔트로피가 더 작다. 따라서 위의 랜덤변수 X 의 엔트로피 $H(X)$ 보다 정규화 한뒤 반올림된 Z 의 엔트로피 $H(Z)$ 가 더 작은값을 갖게됨을 알 수 있다. 이것으로 대표값을 반올림(반내림) 하는것이 그렇지 않은 것보다 엔트로피면에서 효율적임을 알 수 있다.

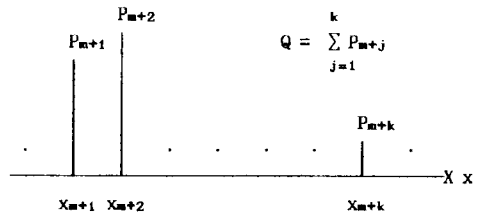


그림 3. 임의의 구간 확률분포
Fig. 3. An interval probability distribution.

IV. 모의실험에 의한 성능평가

지금까지 언급한 RDP 변환 방식의 전송을 위해서는 1층 부터 최상층까지의 차 영상(최상층의 대표값 포함)을 발생한후 그 역 순으로 보내야 한다. 수신자는 상층부터 받은 영상을 가지고 확장(보간 방법을 이용)하여 충분한 화질을 얻을 때까지 수신한다.

본 실험에서는 5가지 RDP(표. 1의 No.1, No.2, No.3, 식(15) 및 식(16))방식에 대해서 256x256 (L=256) 크기를 갖고 256 밝기차를 갖는 3 가지 영상(Cronk, Lenna, House)으로 k 층까지 전송하는데 필요한 이론적인 정보량(엔트로피)을 비교하고자 한다. 이 5가지 RDP 방식에의해 발생된 대표영상은 그 발생 과정이 모두 동일하여(식 (16)은 정확히 동일하지 않지만 매우 유사) k 차(층) 까지 수신된 데이터로 복원 확장한 영상도 동일하거나 비슷하기 때문에, 성능 평가 척도로서는 전송 데이터량을 비교하기로 한다. 이 전송 데이터량의 비교를 위해 다음의 두 가지 평가 사항에 대해서 실험하였다.

- ① k 층까지의 평균 전송량 ($k=1, 2, 3$)

: (k층까지 전송된 영상의 엔트로피) x (k층까지 전송한 영상의 크기) ÷ (원 영상의 크기)

② 층별 대표영상과 차 영상의 엔트로피 (1-3층까지)

위 ①은 최 상층에서부터 k층까지 전송하는데 필요한 이론적인 최하한정보량을 뜻하므로 위 ①의 값이 작을수록 데이터 압축면에서 우수하고 볼 수 있다. 한편, 위 ②는 각 층별 대표영상과 차 영상의 엔트로피를 나타낸 것으로 RDP 방식에 의한 층별 데이터 압축 정도를 보인다.

표. 2는 위 ①의 평가 방법에 의한 k층까지의 평균 정보량을 나타낸 것이다. 표. 3은 위 ②의 평가 방법에 의한 각 층별 대표영상(R_k)의 엔트로피, 차 영상(D_k)의 엔트로피(D_{k1} , D_{k2} , D_{k3} 차영상을 모두 합쳐서 계산한 엔트로피)와 대표영상과 차 영상의 등가적인 정보량($Q_k: ((R_k \text{의 엔트로피}) + 3(D_k \text{의 엔트로피})) / 4$)을 나타낸 것이다.

그리고 식 (16)의 R_k 는 앞서 언급한 바와 같이 나머지 네가지 RDP방식과 정확히 같지는 않으나 그 차이가 매우작아 표. 3에 별도로 나타내지 않았다.

위 표. 2, 3의 결과에서 RDP의 저층에서는, 각층별 대표 영상들의 정보량은 층수에 따라 약간 감소하고 차영상의 정보량은 각 방식에 따라 다소 차이는 있으나 층수에 따라 증가 하지만 k층 대표 영상의 정보량에 비해서 k+1층의 등가 정보량(Q_{k+1})은 작은값으로 나타나므로 RDP가 데이터 압축의 효과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 전송 정보량 면에서 식 (16), (15), 표.1의 No.1, No.2, No.3 순으로 효과적이는데, 이 것은 차 영상의 구성 방법(통계적인 특성)에 기인한 것으로 볼 수 있다.

일반적으로 수직이나 수평으로 인접한 두 화소의 상관성보다 대각선 방향으로 인접한 두 화소의 상관성이 더 작다. 따라서 대각선 방향에 의한 차 성분을 포함한 표.1의 No.3 보다 수직, 수평 방향에 의한 차 성분만을 갖는 표.1의 No.1의 엔트로피가 더 작을 것이다. 또한, 표.1의 No.2인 경우 대각선 방향의 합의 차 성분은 다른 차 성분들에 비해 역동 범위(dynamic range: 값의 범위)가 2배가 되어 엔트로피가 커지게 된다. 한편, 식 (16), (15)는 수직, 수평 방향의 평균의 차 성분을 포함하고 있어 수직, 수평 방향의 차 성분만을 포함한 경우(표.1의 No.1)보다 정보량이 작을 것이다. 또한 식 (16)의 차 영상 d_i 은 식 (15)의 것과 역동범위는 같으나 인접수평화소의 가중 평균의 가중치가 동일하여 식 (15)에 비해 엔트로피가 작다고 볼 수 있다. 이러한 판단은 실험결과에 비추어 볼 때 합당하다고 본다. 따라서 반올림 변환행렬(식 (9)) 구성시에 기본블록 영상의 기하학적

구조를 고려하여 동일한 역동범위에서 엔트로피가 작아지는 방향으로 차영상을 얻도록 A_N 을 구성 해야겠다.

그림.4는 평균과 분산이 123.508, 2288.733인 Lenna 원 영상의 Histogram을 나타낸 것이다. 그림. 5는 그림. 4의 Lenna 원 영상을 RDP방식(표. 1, 식 (15), (16))으로 완전하게 전송 했을 경우(최상층으로부터 1층까지의 차영상 전부)의 Histogram을 나타낸것이다(사실상 역동범위가 ± 510 이지만 대부분이 ± 50 사이에 집중 되어있어 ± 50 밖의 범위는 그림으로 나타내지 않았음). 위 다섯가지 RDP에 대한 그림. 5의 Histogram이 매우 비슷하여 그림으로 식별하기 어려워 그림. 5 내부의 각각의 분산값을 도표화 하였다 (평균값은 거의 0으로 비슷하기에 생략 하였음). 이들 다섯가지 RDP의 Histogram 분포가 모두 다 단봉(unimodal)형태 이므로 엔트로피의 대소관계는 분산값의 대소관계와 일치하는 것으로 나타났다(표. 2, 3의 결과와 일치).

표 2. 최상층부터 1~3층 까지의 차 영상의 엔트로피 :

(a)CRONK (b)HOUSE (c)LENNA

Table. 2 Entropy of the difference images from top to 3rd, 2nd, and 1st levels :

(a)CRONK, (b)HOUSE, (c)LENNA.

CRONK	No.1	No.2	No.3	식(15)	식(16)
3층	0.340	0.336	0.363	0.335	0.335
2층	1.218	1.197	1.307	1.185	1.186
1층	4.273	4.108	4.623	4.066	4.065
원영상	7.204	7.204	7.204	7.204	7.204

(a)

HOUSE	No.1	No.2	No.3	식(15)	식(16)
3층	0.318	0.309	0.340	0.308	0.307
2층	1.199	1.174	1.279	1.155	1.153
1층	4.528	4.396	4.850	4.310	4.304
원영상	6.410	6.410	6.410	6.410	6.410

(b)

LENNA	No.1	No.2	No.3	식(15)	식(16)
3층	0.375	0.381	0.396	0.376	0.375
2층	1.401	1.423	1.478	1.397	1.396
1층	5.410	5.519	5.634	5.369	5.360
원영상	7.442	7.442	7.442	7.442	7.442

(c)

표 3. 층별 대표영상 및 차 영상의 엔트로피 (R_k, D_k) 와 등가 엔트로피(Q_k) :

- (a)CRONK
- (b)HOUSE
- (c)LENNA

Table 3. Entropy of representative and difference images(R_k, D_k) and equivalent entropy(Q_k) :

- (a)CRONK,
- (b)HOUSE,
- (c)LENNA.

CRONK		No.1		No.2		No.3		식 (15)		식 (16)	
k	R_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k
3	5.991	5.167	5.623	5.108	5.579	5.526	5.892	5.051	5.936	5.063	5.551
2	7.144	4.642	5.267	4.343	5.193	4.991	5.320	4.495	5.156	4.497	5.159
1	7.189	4.044	4.850	3.844	4.681	4.387	5.067	3.804	4.630	3.602	4.630

(a)

HOUSE		No.1		No.2		No.3		식 (15)		식 (16)	
k	R_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k
3	5.991	4.904	5.176	4.779	5.082	5.246	5.432	4.736	5.030	4.721	5.032
2	6.196	4.668	5.050	4.379	4.983	4.974	5.280	4.485	4.913	4.480	4.909
1	6.906	4.429	4.891	4.275	4.783	4.740	5.132	4.187	4.717	4.181	4.711

(b)

LENNA		No.1		No.2		No.3		식 (15)		식 (16)	
k	R_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k	D_k	Q_k
3	7.169	5.827	6.163	5.928	6.239	6.158	6.411	5.820	6.158	5.813	6.146
2	7.325	5.439	5.910	5.324	5.974	5.733	6.131	5.412	5.890	5.407	5.887
1	7.401	5.332	5.849	5.447	5.935	5.523	5.995	5.283	5.813	5.272	5.804

(c)

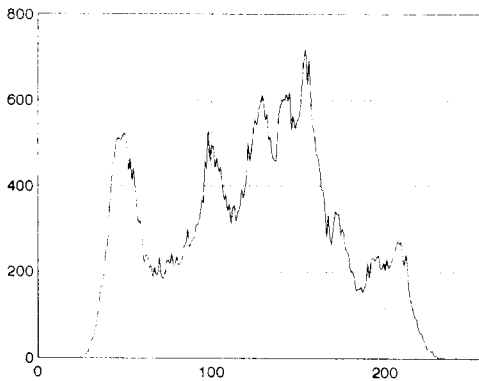


그림 4. Lenna 원 영상의 히스토그램
Fig 4. Histogram of original Lenna image.

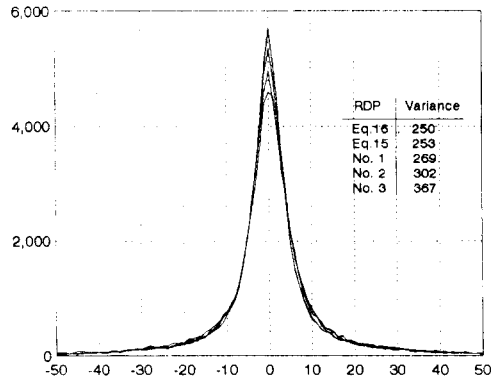


그림 5. 최상층부터 1층 까지 차 영상의 Histogram (Eq. (16), Eq. (15)에 의한 곡선은 거의 비슷)
Fig 5. Histograms of the difference images from top to 1st level : (The curve of Eq. (16) is very similar to that of Eq. (15)).

V. 결론

본 논문은 피라미드 구조를 이용한 방식중 현재까지 가장 우수하다고 알려진 RDP(축소차 피라미드)를 중심으로 피라미드 발생 과정을 분석하였고 반올림 변환(RT)을 유도하였으며 기존 RDP는 4-점 RT의 하나임을 보였다.

N점 RT 또는 일련의 RT작용으로 확장된 축소차 피라미드(ERDP)를 얻을 수 있어 기존의 RDP에 비해 융통성이 커졌다.

컴퓨터 모의 실험을 통하여 ERDP가 기존 RDP보다 전송효율면에서 우수함을 알 수 있었다. 하지만, ERDP는 수신단에서 수신된 데이터로 부터 영상을 복원하기 위해서는 일련의 B_N 에 의한 역변환이 이루어져야 함으로 수신단에서의 연산이 기존 RDP보다 약간 복잡하다는 점이 있다.

ERDP의 크기(N)를 4가 아닌 다른값으로 하였을 경우에 대한 연구가 앞으로 수행되어져 무손실 점진적 영상전송에 적합한 ERDP의 개발이 요구된다.

부록

III장에서 정의한 행렬 A_N 과 B_N (식 (9), (10))이 서로 역행렬 관계가 되려면($A_N B_N = B_N A_N = I_N$: I_N 은 $N \times N$ 단위 행렬), 먼저 $A_N B_N = I_N$ 에서,

- ① A_N 의 각 행(row)의 원소의 합 = 0.

② B_{NC} 의 각 열(column)의 원소의 합 = 0의 관계를 쉽게 얻을 수 있고, $B_N A_N = I_N$ 에서,

③ $B_{NC} \cdot A_{NR} = I_N - (1/N)U$ 의 관계를 얻는다. 여기서 U 는 모든 원소가 1인 $N \times N$ 정방형 행렬이다.

정수 원소로 이루어진 열벡터 X 를 A_N 으로 변환한 다음 반올림한 Y 는 식 (A-1)과 같다.

$$Y = (A_N X)^* = \begin{pmatrix} m^* \\ (A_{NR} X)^* \end{pmatrix} \quad (A-1)$$

여기서 m 은 X 의 평균값($(x_1 + x_2 + \dots + x_N)/N$)이다. 위 Y 를 B_N 으로 역변환하면 식 (A-2)가 된다.

$$B_N Y = m^* V + B_{NC} [A_{NR} X]^* \quad (A-2)$$

여기서, V 는 모든 원소가 1인 $N \times 1$ 열벡터이다. 그런데 A_{NR} 이 위의 ①의 성질을 만족하면서, A_{NR} 의 모든 원소가 정수로 되어 있다(④)면 식(A-2)의 우변 둘째항은 반올림이 필요없게 되어 식 (A-3)로 됨을 알 수 있다.(③이용)

$$\begin{aligned} B_N Y &= m^* V + B_{NC} A_{NR} X \\ &= (m^* - m) V + X \end{aligned} \quad (A-3)$$

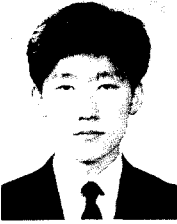
Ⅲ장의 식(3)의 반올림(내림)관계식을 식(A-3)에 적용하면 식(12)가 성립됨을 알 수 있다. 나아가 식(A-1)의 반올림(*) 대신에 반내림(#)했을 경우에도 마찬가지로 위 과정을 밟아 식(12)의 반내림(#)대신 반올림(*)으로 바꾸면 됨을 알 수 있다. 따라서 위 ①~④를 만족하는 경우에, 반올림(내림)을 이용한 변환(A_N)에는 반내림(올림)을 이용한 역변환(B_N)으로 원래의 X 를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

參考文獻

[1] Kenneth R. Sloan, and Steven L. Tanimoto, "Progressive refinement of raster images," *IEEE Trans. Comput.*, vol.28, no.11, pp. 871- 874, November 1979.
 [2] Peter J. Burt and Edward H. Adelson, "The Laplacian pyramid as a compact image code," *IEEE Trans. Commun.*,

vol.31, no.4, pp.532-540, April 1983.
 [3] William D. Hofman and Donald E. Troxel, "Making progressive trasmission adaptive," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 34, no.8, pp.806-813, August 1986.
 [4] Kou-hu Tzou, "Progressive image transmission : a review and comparison of techniques," *Opt. Eng.*, vol.26, no. 7, pp.581-589, July 1987.
 [5] Howard M. Dreizen, "Content-driven progressive transmission of grey-scale images," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 35, no.3, pp.289-296, March 1987.
 [6] Limin Wang and Morris Goldberg, "Reduce-differece pyramid : a data structure for progressive image transmission," *Opt. Eng.*, vol.28, no.7, pp.708-716, July 1989.
 [7] Limin Wang and Morris Goldberg, "Progressive image transmission using vector quantization on image in pyramid form," *IEEE Trans. Commun.*, vol.37, no.12, pp.1339-1348, Dec. 1989.
 [8] Morris Goldberg and Limin Wang, "Comparative performance of pyramid data structures for progressive image transmission," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, no.4, pp.540-548, April 1991.
 [9] Alian Leger, Takao Omachi, and Gregory K. Wallace, "JPEG still picture compression algorithm," *Opt. Eng.*, vol.30, no.7, pp.947-954, July 1991.
 [10] 이동렬, 정호열, 최태영, "점진적 영상전송에 필요한 피라미드 구조에 관한 연구", 한국통신학회 '92하계 종합학술발표대회 논문집, 제11권, 제1호, pp.424-429, 1992년 7월.
 [11] 안재훈, 정호열, 최태영, "평균 피라미드 구조 분석", 제5회 신호처리 합동학술 발표대회 논문집, vol.5, no.1, pp. 356-360, 1992년 9월.
 [12] Majid Rabbani and Paul W. Jones, *Digital Image Compression Techniques*, SPIE Optical Engineering Press, 1991.

著 者 紹 介



安 載 薰(準會員)

1967年 5月 14日生. 1991年 2月 亞洲大學校 工科大學 電子工學科(工學士). 1993년 2月 亞洲大學校 工科大學 電子工學科(工碩士). 1993년 3月 現在 東양 텔레콤(주) 技術 研究所 研究員. 主 관심 분야는 CATV 전송선로, 영상통신 등임.



崔 太 永(正會員)

1950年 10月 24日生. 1974年 2月 서울大學校 工科大學 電子工學科(工學士). 1978년 8月 서울大學校 工科大學 電子工學科(工碩士). 1982년 12月 Aix-Marseille 大學校 電子工學科 (工學博士). 1983年 12月 現在 亞洲大學校 電子工學科 教授. 主 관심 분야는 영상신호처리, 통신시스템, 모폴로지, 패턴인식 등임.



鄭 昊 烈(正會員)

1966年 2月 2日生. 1988年 8月 亞洲大學校 工科大學 電子工學科(工學士). 1990년 8月 亞洲大學校 工科大學 電子工學科(工碩士). 1990년 9月 現在 亞洲大學校 電子工學科 博士 과정. 主 관심 분야는 영상신호처리, 모폴로지 등임.