

AR 모델에 의한 중복 웨이브렛 변환의 성능 평가

(Performance Evaluation of Overlapping Wavelet Transform for AR Model)

權 相 根*, 金 在 均**

(Sang keun Kwon and Jae kyun Kim)

要 約

본 논문에서는 변환 부호화 방식에서 나타나는 블록 효과를 감소시키기 위하여 인접 블록을 중복하며 변환하는 중복 웨이브렛 변환의 성능을 AR 모델에 대하여 성능을 평가 하였다. 이 결과 중복 웨이브렛 변환은 준최적 변환인 이산 여현 변환과 거의 같은 부호화 성능을 가지지만 블록 효과는 많이 감소함을 알 수 있었다.

Abstract

OWT is a tool for block transform coding with wavelet basis functions that overlap adjacent blocks. The OWT can reduce the block effect. In this paper performances of OWT are evaluated for AR model. Some Simulation results show that performances are nearly same to DCT, but block effect is reduced to very low level.

1. 서 론

이산 여현 변환 (DCT : Discrete Cosine Transform)은 우수한 변환 성능으로 인하여 영상 감축 기법으로 많이 사용된다. 그러나 DCT 기저 (Basis)들은 블록(block) 사이에서 비연속적이므로 재생 영상 (reconstructed image)에서 블록 효과 (block effect)가 발생한다. 이러한 블록 효과를 줄이기 위하여 지금까지 제안된 방식은 다음과 같이 3

가지로 나눌 수 있다.¹ 첫째는 블록의 경계에 저역 통과 여파 (low pass filter)를 하는 방법으로 이는 추가의 하드웨어 부담뿐만 아니라 경계 부분 영상의 뭉롱화 (blurring)가 발생하는 단점이 있다. 둘째는 블록을 중복 시키면서 변환하는 방식으로 이는 발생하는 데이터가 증가하는 단점이 있다. 셋째는 DCT를 이용하여 데이터의 증가없이 블록을 중복 시키며 변환 하는 LOT 방식이 있다. 이와 같은 방식들은 변환 방식으로 DCT를 사용하므로 부호화 성능은 DCT와 같다. 본 논문에서는 블록 효과를 줄이기 위하여 2가지 형태의 웨이브렛(wavelet) 기저를 가지는 중복 웨이브렛 변환(OWT : Overlapping Wavelet Transform)²의 부호화 성능을 일반적으로 많이 사용되는 AR 영상 모델에 근거하여 평가하였다. 비교 대상은 준최적 변환인 DCT 및 간단한 하드웨어를 가지는 WHT(Walsh Hadamard Transfom)이며 비

*正會員, 金鳥工科大學 電子通信科
(Dept. of Comm. Eng., KNIT)

**正會員, 韓國科學氣術院 電氣및電子工學科
(Dept. of Electrical Eng., KAIST)

接受日字:1992年 3月 4日

교 척도는 에너지 집중도(energy compaction ratio) 및 rate-distortion 함수이다. 평가 결과 OWT는 DCT와 거의 유사한 성능을 보이지만 블럭 효과는 감소함을 알 수 있었고 실제 영상에서도 같은 결과를 나타냄을 알 수 있었다.

II. 중복 웨이브렛 변환

J. Katto는 [7] 에서 에너지 집중도 측면에서 웨이브렛 변환의 성질을 만족하는 여파기 계수를 최적화 하였다. 이 결과 최적화 된 여파기 계수는 식(1)과 같은 Daubechies [8] 에 의해 설계된 기저 $h_d(\cdot)$ 와 일치하며 이러한 기저는 DCT와 거의 유사한 성능을 가짐을 보였다. 그러므로 이러한 특성을 가지는 $h_d(\cdot)$ 와 식(1)에서 $h_h(\cdot)$ 로 표현되는 Haar 기저를 혼합하여 사용하면 기존의 블럭 단위의 변환 방식과 유사한 성질을 가지는 변환을 만들 수 있다. 특히 이러한 방식의 변환은 변환되는 블럭이 인접 블럭과 중복되어 변환되고 사용되는 기저가 웨이브렛 기저이므로 여기서는 이러한 변환을 중복웨이브렛 변환 (OWT) 이라 한다.

$$\begin{aligned}
 h_h(0) &= 1/\sqrt{2} \\
 g_h(n) &= (-1)^n h_h(1-n) \quad n=0,1 \\
 h_d(0) &= \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad h_d(1) = \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad h_d(2) = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad h_d(3) = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\
 g_d(n) &= (-1)^n h_d(3-n) \quad n=0,1,2,3
 \end{aligned} \tag{1}$$

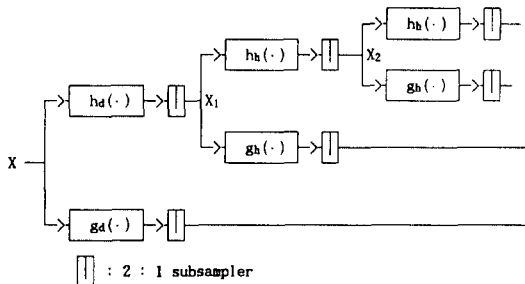


그림 1. 중복 웨이브렛 변환의 구조
Fig. 1. Structure of OWT.

여기서 $h_h(\cdot)$ 는 Harr 기저를 가지는 저역 통과 여파기(low pass filter) 계수
 $g_h(\cdot)$ 는 Harr 기저를 가지는 고역 통과 여파기(high pass filter) 계수
 $h_d(\cdot)$ 는 Daubechies 기저를 이용한 저역 통과 여파기 계수

$g_d(\cdot)$ 는 Daubechies 기저를 이용한 고역 통과 여파기 계수이다.

위의 두가지 형태의 여파기를 사용하여 변환하는 과정은 그림1.과 같으며 이과정은 식(2)와 같이 변환 행렬(transform matrix) T를 이용하여 표현할 수 있다.

$$Y=XT \tag{2}$$

여기서 $X=[x_1, x_2, x_3, \dots, x_{N_2}]$ 는 입력 영상이고
 $Y=[y_1, y_2, y_{58}, \dots, y_N]$ 는 변환 계수(transform coefficient)이다.

$N = 8$ 인 경우 식(2)의 변환 행렬 T를 만드는 방법은 다음과 같다.

A행렬은 X를 $h_d(\cdot)$ 및 $g_d(\cdot)$ 를 이용하여 저역 통과 여파(LPF) 및 고역 통과 여파(HPF)하는 행렬이라고 하고, B, C행렬은 X의 저역 통과 성분인 X_1, X_2 의 저역 통과 성분인 X_2 을 $h_h(\cdot)$ 및 $g_h(\cdot)$ 를 이용한 LPF 및 HPF 행렬이라하면 A, B, C는식(3)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} h_d(0) & 0 & 0 & 0 & g_d(0) & 0 & 0 & 0 \\ h_d(1) & 0 & 0 & 0 & g_d(1) & 0 & 0 & 0 \\ h_d(2) & h_d(0) & 0 & 0 & g_d(2) & g_d(0) & 0 & 0 \\ h_d(3) & h_d(1) & 0 & 0 & g_d(3) & g_d(1) & 0 & 0 \\ 0 & h_d(2) & h_d(0) & 0 & 0 & g_d(2) & g_d(0) & 0 \\ 0 & h_d(3) & h_d(1) & 0 & 0 & g_d(3) & g_d(1) & 0 \\ 0 & 0 & h_d(2) & h_d(0) & 0 & 0 & g_d(2) & g_d(0) \\ 0 & 0 & h_d(3) & h_d(1) & 0 & 0 & g_d(3) & g_d(1) \\ 0 & 0 & 0 & h_d(2) & 0 & 0 & 0 & g_d(2) \\ 0 & 0 & 0 & h_d(3) & 0 & 0 & 0 & g_d(3) \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} h_h(0) & 0 & g_h(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_h(1) & 0 & g_h(1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_h(0) & 0 & g_h(0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_h(1) & 0 & g_h(1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} h_h(0) & g_h(0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_h(1) & g_h(1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}
 \end{aligned}$$

식(3)을 이용하면 변환 행렬 T는 식(4)와 같이 되며 T는 식(5)의 성질을 가지게 된다.

$$T = A B C \tag{4}$$

$$T T^T = \begin{bmatrix} \Gamma & & & \\ & 0 & & \\ & & I & \\ & & & I - \Gamma \end{bmatrix} \tag{5}$$

여기서 I는 단위 행렬(identity matrix), T^T 는 T의 transpose이고

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.250 & 0.433 \\ 0.433 & 0.750 \end{bmatrix}$$

이다.

식(4)의 성질을 이용하면 역변환(inverse transform) 과정은 다음과 같이 된다.

$X(i)$, $Y(i)$, $X^R(i)$ 는 식(6)과 같으며 각각은 (i)번째 입력 블록, 변환 계수 및 역변환된 블록이라 하고 이들 사이의 관계는 식(7)과 같다고 하자.

$$\begin{aligned} X(i) &= [x_1(i) \ x_2(i) \ \cdots \ x_{N+1}(i) \ x_{N+2}(i)] \\ Y(i) &= [y_1(i) \ y_2(i) \ \cdots \ y_N(i)] \\ X^R(i) &= [x_1^R(i) \ x_2^R(i) \ \cdots \ x_{N+1}^R(i) \ x_{N+2}^R(i)] \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $x_{N+1}(i-1)=x_1(i)$, $x_{N+2}(i-1)=x_2(i)$,
 $x_{N+1}(i)=x_1(i+1)$, $x_{N+2}(i)=x_1(i+1)$ 이다.

$$\begin{aligned} Y(i-1) &= X(i-1) T, \ Y(i) = X(i) T, \ Y(i+1) = X(i+1) T \\ X^R(i-1) &= Y(i-1) T^T, \ X^R(i) = Y(i) T^T, \ X^R(i+1) = Y(i+1) T^T \end{aligned} \quad (7)$$

그러면 T 행렬의 식(5)와 같은 성질을 이용하면 식(8)와 같은 방법으로 원신호 X(i)가 재생된다.

$$\begin{aligned} X(i) &= [x_1 \ x_2 \ x_3^R(i) \ x_4^R(i) \ \cdots \ x_N^R(i) \ x_{N+1} \\ &\quad x_{N+2}] \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $x_1 = x_{N+1}^R(i-1) + x_1^R(i)$, $x_2 = x_{N+2}^R(i-1) + x_2^R(i)$
 $x_{N+1} = x_{N+1}^R(i) + x_1^R(i+1)$, $x_{N+2} = x_{N+2}^R(i) + x_2^R(i+1)$ 이다.

식(8)에서 부터 2개의 값을 중복하여 변환하여도 전송 될 데이터량의 증가가 없음을 알 수 있고 또한 역변환 과정을 통해 원 신호가 정확히 재생됨을 알 수 있다. 이러한 변환을 여기서는 중복 웨이브렛 변환(OWT)이라 한다. 지금까지 설명된 OWT를 2차원으로의 확장은 DCT의 경우와 같이 T 의 seperable 특성을 이용하면 된다.

III. AR 모델에 근거한 OWT의 성능 평가

영상 데이터는 여러가지 형태의 모델로 표현이 가능하나 여기서는 식(9)와 같은 1차 정상(first order stationary) AR 모델을 사용하여 OWT의 변환 성능을 평가하였다.

$$NCF(d) = \rho^d \quad (10)$$

여기서 NCF(d)는 거리 d에서 정규화된 공분산 함

수(Normalized Covariance Function), $NCF(1)=\rho$ 이다.

평가의 척도로는 변환 방식의 성능을 평가하는데 주로 사용되는 에너지 집중도 및 rate-distortion 함수이며 비교 대상은 준최적 변환인 DCT 및 간단한 하드웨어를 가지는 WHT이다.

1. 에너지 집중도에 의한 성능 비교¹⁴⁾

에너지 집중도는 변환 방식의 성능을 비교하기 위해 주로 사용되는 척도로, 낮은 주파수 영역에 많은 에너지가 집중 될수록 성능이 우수한 방식이라 할 수 있다. 여기에서는 식(9)와 같은 모델 및 실제 영상에 여러 변환 방식을 적용하였을때 변환 계수들이 가지는 에너지의 분포를 비교하기로 한다.

영상 모델이 식(9)가 같이 주어지면 정규화된 공분산 행렬(normalised covariance matrix) COR(X)는 아래 식(10)과 같이되며 변환 영역에서 공분산 행렬 COV(Y)은 식(11)과 같이 된다.

$$COR(X) = \begin{bmatrix} 1 & \rho^1 & \rho^2 & \cdots & \rho^{N+1} \\ \rho^1 & 1 & \rho^1 & \cdots & \rho^{N+2} \\ . & . & . & \cdots & . \\ . & . & . & \cdots & . \\ \rho^{N-1} & \rho^{N+2} & \rho^{N+3} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$COV(Y) = T^T COR(X) T \quad (11)$$

식(11)과 같은 변환 영역의 공분산 행렬에서 에너지 집중도 $\eta(M)$ 은 식(12)와 같이 COV(Y) 행렬의 N개의 대각 성분(diagonal component) 합과 처음 M개의 대각 성분의 비로 표현된다.

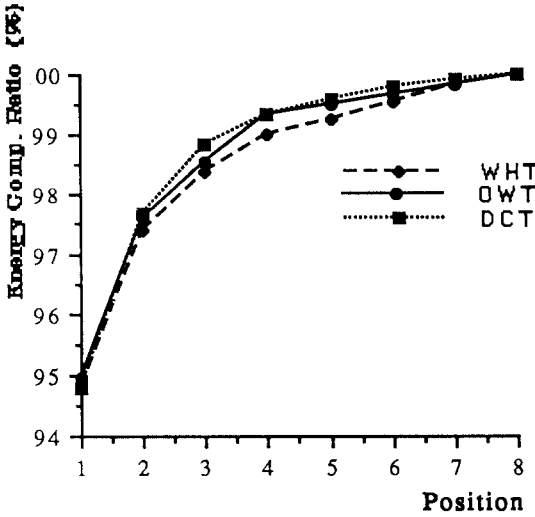
$$\eta(M) = \frac{\sum_{i=0}^M \sigma_i^2}{\sum_{i=0}^N \sigma_i^2} \times 100(\%) \quad (12)$$

여기서 ρ^i 는 i번째 대각 성분의 공분산이다.

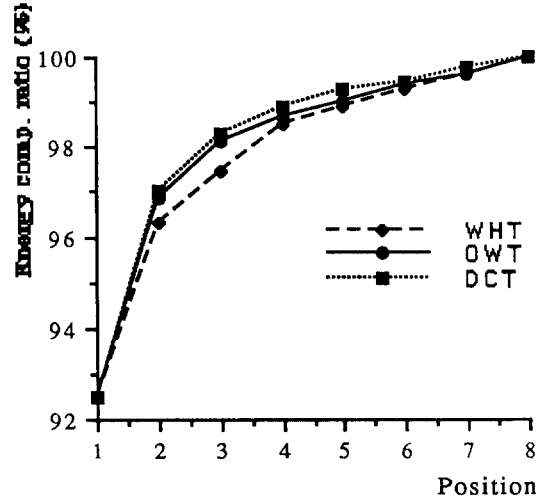
그림2.의 (a), (b)는 LENNA 영상 및 식(9)의 모델(= 0.97)에서 1차원 변환시 얻은 에너지 집중도이다. 여기서 OWT는 DCT와 거의 같은 성능을 나타냄을 알 수 있다.

2. Rate-Distortion 함수에 의한 성능 비교

지금까지 알려진 식(13)과 같은 rate-distortion 함수는 가우시안(Gaussian) 확률 밀도 함수에 대해

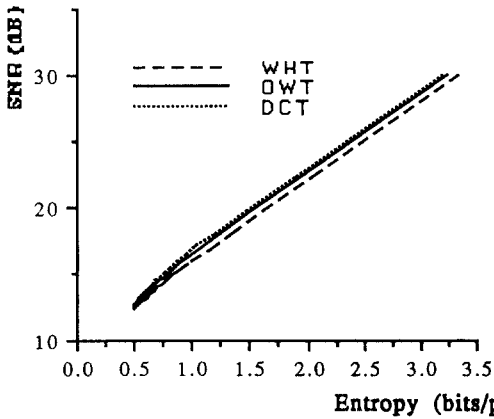


(a)LENA 영상

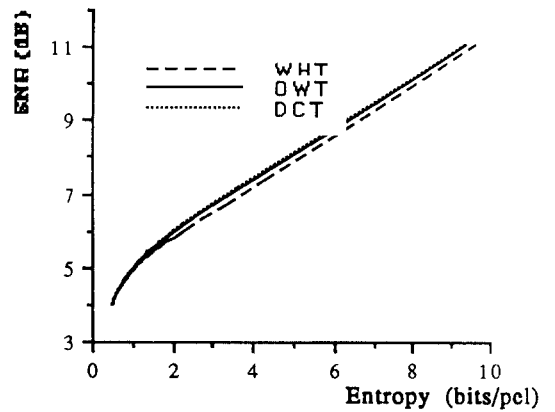


(b)AR모델

그림 2. 변환 방식에 따른 에너지 집중도
Fig 2. Energy compaction ratio for various transforms.



(a)LENA 영상



(b)AR모델

그림 3. 변환 방식에 따른 rate-distortion 함수
Fig 3. Rate-distortion function for various transforms.

여 성립하므로 각각의 변환에 의한 변환 계수도 가우시안 분포를 가진다고 가정하고 성능을 평가 하기로 한다.⁵⁾

$$D = \frac{1}{N} \text{MIN}(\theta, \sigma_c^2)$$

$$R(D) = \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{N-1} \text{MAX}(\theta, \log \frac{\sigma_c^2}{\theta}) \quad (13)$$

여기서 : 파라메타 (parameter), D는 왜곡률, R(D)는 왜곡률 D에서 전송률

이고, MIN(a, b)=a if a<b, MAX(a, b)=b if a > b 이다.

그림3.의 (a), (b)는 LENA 영상 및 식(9)의 모델(p=0.97)에서 rate-distortion 함수에 근거한 각 변환 방식의 성능차를 보여준다. 여기에도 우리는 에

너지 집중도에 의한 성능 평가에서 처럼 OWT도 DCT와 거의 유사한 성능을 가짐을 알 수 있다.

IV. 모의 실험

실제 영상에 대하여 부호화 후 재생 영상의 질을 평가하기 위하여 그림4.와 같은 부호화기를 구성하여 모의 실험하였다. 사용된 양자화기는 식(14)와 같은 균일 양자화기이며 평가 척도는 식(15), 식(16)과 같이 정의되는 SNR 및 entropy이다.

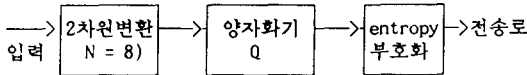


그림 4. 부호화기의 블록도
Fig. 4. Block diagram of coder.

$$y_N(i,j) = \text{정수 부분}(y(i,j)/Q + 0.5)$$

$$y(i,j) = y_N(i,j) \times Q \tag{14}$$

여기서 $y(i,j)$ 는 변환 계수, $y_N(i,j)$ 는 양자화 계수, Q 는 양자화기의 step 크기이며 $y(i,j)$ 는 재생값이다.

$$SNR = \log_{10} \frac{255^2}{\sum_j \sum_i E[(x_{ij} - \hat{x}_{ij})^2]} \tag{15}$$



(a)DCT

여기서 x_{ij} 는 (i,j) 위치에서 원영상의 밝기이며 \hat{x}_{ij} 는 (i,j) 위치에서 재생 영상의 밝기이다.

$$\text{Entropy} = \sum p(q_i) \log_2(1/p(q_i)) \tag{16}$$

여기서 $p(q_i)$ 는 q_i 의 발생 확률이다.

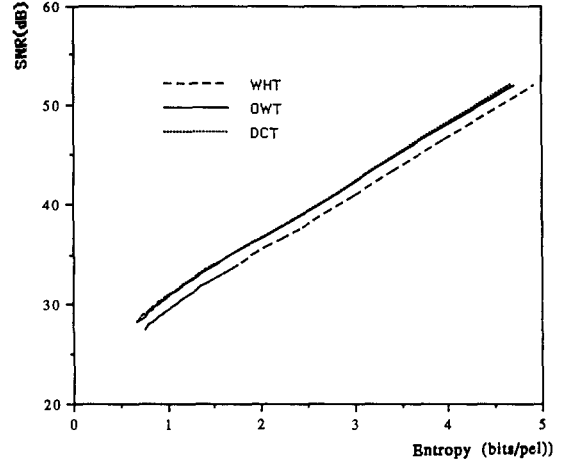


그림 5. Q의 변화에 따른 SNR 및 entropy
Fig. 5. SNR and entropy for various Q.

그림5.에 양자화기 스텝 크기 Q의 변화에 따른 SNR 및 entropy의 변화를 나타내었다. 그림6.에는



(b)OWT

그림 6. 재생 영상
Fig. 6. Reconstructed images.



그림 7. 확대 영상
Fig. 7. Zooming images.

주관적 화질 평가를 위하여 실제 영상 및 재생 영상을 보였다. 그림7에는 블럭 현상의 정도를 보이기 위하여 재생 영상을 확대(zoom)하여 보였다. 그림5에서 III.에서의 결과와 같이 OWT는 DCT와 거의 유사한 성능을 보임을 알 수 있고, 그림7.에서는 OWT가 DCT에 비하여 블럭 현상이 많이 감소함을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 변환 부호화시 나타나는 블럭 효과를 줄이기 위하여 Daubechies가 설계한 기저 및 Haar 기저를 이용한 OWT 방식을 AR 모델에 근거하여 성능을 평가하였다. 이 결과 OWT는 DCT에 비해 계산량은 많이 증가하지만 성능면에서는 거의 유사함을 알 수 있고 블럭 효과는 많이 감소함을 알 수 있었다.

또한 OWT는 시간과 주파수에 대해 국부성(locality)을 가지고 신호를 변환 할 수 있어 비정상 과정(non-stationary process)을 가지는 영상 신호를 해석함에 유리하고, 이를 이용하여 표현된 영상 신호는 인간의 시각 특성과 비슷하므로 “적절한 부호화 기법을 개발하면 영상 처리 분야에서 유용하게 사용되리라 기대된다.

參 考 文 獻

- [1] 김재균외, “영상 정보의 부호화 기술 개발 연구,” 한국과학기술원, 1987.
- [2] 권상근, “중복 웨이브렛 변환”, 한국통신학회지, pp604-612, 6월호, 1992.
- [3] I. Daubechies, “Orthogonal Bases of Comapctly Supported Wavelets,” *Comm. on Pure and Applied Math.*, vol.XLI 909-996, pp909 - 996, 1988.
- [4] R.J.Clarke, *Transform Coding of Images*, Academic press, 1985.
- [5] T.Berger, “Rate-Distortion Theory,” Prentice-hall, 1971.
- [6] S.G.Mallat, “Multifrequency Channel Decomposition of Images and Wavelet,” *IEEE tr. on ASSP.*, vol37, DEC, 1989.
- [7] J. Katto, et al, “Performance Evaluation of Subband Coding and Optimization of its filter coefficients,” *SPIE*, vol1605, pp95-106, 1991.

 著者紹介



權相根 (正會員)

1955年 8月 17日生. 1982年 서강대학교 전자공학과 졸업.(학사) 1987年 한국과학기술원 전기및전자공학과 졸업.(석사)

1987年 3月 ~현재 한국과학기술원 전기및전자공학과 박사과정.

1990年 9月~현재 금오공과대학 전자통신과 조교수. 주관심분야는 영상데이터 압축및 처리, DSP, 통신시스템 등임

金在均 (正會員)

1938年 9月 17日生 1972年 USC 전자공학과 박사. 1973年~현재 한국과학기술원 전기및 전자공학과 교수. 한국통신학회 회장.