

대기 혼합층 발달 과정의 모형 실험과 수치 해석

이 화 운

부산대학교 대기과학과
(1993년 2월 20일 접수)

Laboratory Experimentals and Numerical Analysis for Development of a Atmospheric Mixed Layer

Hwa-Woon Lee

Department of Atmospheric Sciences, Pusan National University, Pusan, Korea
(Manuscript received 20 February 1993)

Abstract

The layer that is directly influenced by ground surface is called the atmospheric boundary layer in comparison with the free atmosphere of higher layer. In the boundary layer, the changes of wind, temperature and coefficient of turbulent diffusion in altitude are large and have great influences an atmospheric diffusion.

The purpose of this paper is to express the structure and characteristics of development of mixed layer by using laboratory experiment and numerical simulation.

Laboratory experiment using water tank are performed that closely simulate the process of break up of nocturnal surface inversion above heated surface and its phenomena are analyzed by the use of horizontally averaged temperature which is observed. The result obtained from the laboratory experiment is compared with theoretical ones from $k-\epsilon$ numerical model.

The results are summarized as follows.

1) The horizontally averaged temperature was found to vary smoothly with height and the mixed layer developed obviously being affected by the convection.

2) The mean height of mixed layer may be predicted as a function of time, knowing the mean initial temperature gradient. The experimental values are associated well with the theoretical values computed for value of the universal constant $C_T=0.16$, our C_T value is little smaller than the value found by Townsend and Deardorff *et al.*

Key words : mixed layer, atmospheric boundary layer, turbulent diffusion, $k-\epsilon$ numerical model

1. 서 론

맑은날 일사에 의한 지표면 가열에 의해 자유 대류가 발생한다. 저층 대기의 안정층은 지표면으로부터 발생하는 대류에 의해 점점 소멸되면서 온위가 고도에 관계없이 거의 일정한 혼합층을 형성한다. 안정층의 상태는 소지역에 있어서의 기상 상태에 큰 영향을 미치고, 기온뿐만 아니라, 풍향,

풍속, 대기 오염 물질의 거동 등에도 크게 영향을 미친다.

대기 경계층의 비정상성에 관해서는 대단히 관심이 높아져, 대기 경계층의 구조 및 실태를 조사하기 위하여 실험적 연구(Deardorff *et al.*, 1969 ; Willis and Deardorff, 1974, 1978, 1981)가 행해짐과 동시에 이론 모델도 제안되어 있다(Ball, 1960 ; Lilly, 1968 ; Carson, 1973 ; Tennekes, 1973).

현재까지의 혼합층 모델에서는 혼합층위의 경계면의 두께를 고려하지 않은 단순한 모델(Carson, 1974; Yamada and Berman, 1979; Tennekes and Driedonks, 1981)과 경계면의 두께를 고려한 모델(Betts, 1974; Manton, 1978; Deardorff, 1976; Deardorff, 1980)이 있다. Meller 와 Yamada(1974)는 독특한 확산 계수의 계산법을 개발하여, 2차 모멘트인 운동량과 열 flux를 평균 속도 및 기온의 연직 구배와 관련지어 수치 계산을 행하였다.

본 연구에서는 대기 확산 현상에 미치는 혼합층의 특성을 명확하게 하기 위하여 혼합층의 발달 과정에 관하여, 실내 실험과 함께, 수치 계산 모델에 의한 수치 계산을 하고, 수치 계산 결과와 실험 결과를 비교, 검토하였다.

2. 실내 실험

2.1 실험 장치 및 실험 방법

Fig. 1에 실험 장치를, Fig. 2에 실험 장치의 배관계를 나타내었다. Fig. 1과 같이 수조는 단면 600mm×600mm, 높이 200mm의 아크릴제이다. 수조 외부의 연직 3면은 두께 50mm의 단열재로 전면은 공기실에 의해 단열되어 있다. 이 공기실은 실험 중의 현상을 관찰하고, 가시화 실험의 경우 사진 촬영을 위한 것으로, 불필요할때는 다른 면과 동일한 단열재로 단열되어 있다.

수조내의 20cm의 높이까지 증류수를 넣고, 거의 일정한 상하면의 경계 온도를 유지하기 위하여, 상부 표면에는 일정한 온도의 순환수를 접촉시키고, 하부 경계에는 동관에 일정한 온도의 냉각수를 순환시킨다. 안정한 온도 성층이 형성된 후 온수 tank로 부터 일정한 온도의 온수를 동관에 흐르도록 하여 저면을 균일하게 가열시킨다.

고도별의 수평 평균 온도는 수조내의 2개소에

고도에 따라 고정된 열전지에 의해 측정된 온도를 평균하고, 동일 초기 조건의 실험을 3개이상 실시하여 그 결과를 평균하여 사용하였다.

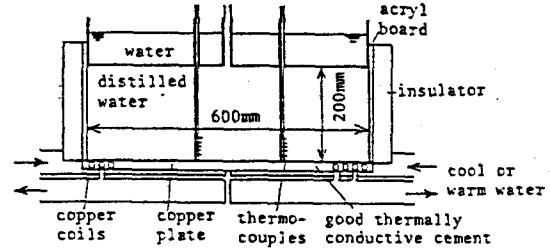


Fig. 1. Experimental Container.

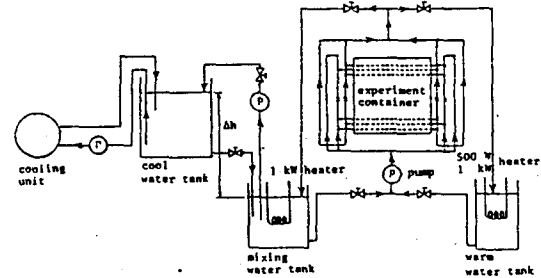


Fig. 2. Diagram of piping arrangement.

2.2 실험 결과

2.2.1. 수평평균 온도분포

초기 온위 구배를 변화하여 행한 2가지 경우의 실험 조건은 Table 1에 나타난 바와 같다.

실험 결과를 해석하기 위하여 무차원량을 다음과 같이 정의하였다.

$$T^* = (T - T_{bo}) / (T_{bm} - T_{bo}) \quad (1)$$

여기서, T는 수평 평균 온도, T_{bo}는 수조 저면의 초기 온도, T_{bm}은 수조 저면의 가열 온도이다.

$$z^* = z/B \quad (2)$$

여기서, z는 수조 저면으로 부터의 높이, B는 대표 길이(여기서는 수조 길이의 1/2로 하였다.)이

Case	T _{bo} (°C)	T _{bm} (°C)	T _h (°C)	(∂T/∂z) ₀ (°C/m)	(∂T/∂z) ₀ *	Pr	Gr
A	20.0	32.8	35.0	0.75	1.63	6.29	1.10×10 ⁹
B	20.0	34.4	30.0	0.50	1.24	6.27	1.15×10 ⁹

Table 1. The conditions laboratory experiment.

다.

$$t^* = (B^2/\kappa)^{-1/2} t \quad (3)$$

여기서, t 는 시간, κ 는 온도 확산 계수이다. 해석을 위하여 사용되는 물성치는 온도 성층을 형성한 초기 온도 분포의 높이 1/2에 해당하는 층의 수평 평균 온도에서 평가하였다.

Case A, B(Table 1)의 실험 결과, 수평 평균 온도 분포를 Fig. 3, 4에 나타내었다. 횡축은 무차원 온도 T^* , 종축은 무차원 높이 z^* 를 나타내고, 그림 내의 숫자는 저면 가열 개시 시각후의 시간(분)을 나타내고 있다. 등은 영역은 실험의 진행과 함께 혼합되어 그 깊이가 증대한다. Case A, B를 비교해보면, 혼합층의 발달은 초기의 무차원 온도 구배가 작을수록 빨라지고 있음을 알 수 있다.

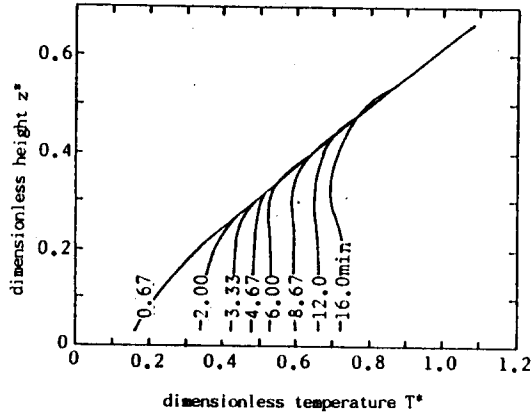


Fig. 3. Vertical profiles of horizontally averaged temperature for experiment A.

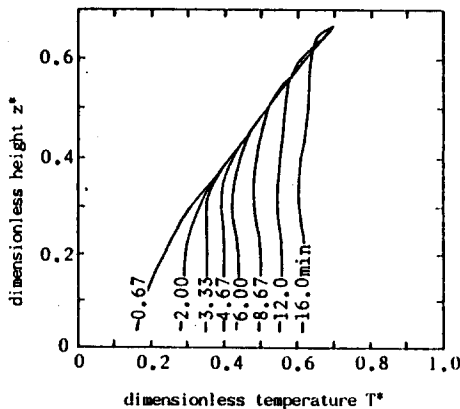


Fig. 4. Same as Fig. 3, but for Case B.

2.2.2. 혼합층의 높이

초기 온도 구배에 따른 혼합층 발달의 변화를 조사하기 위하여 초기 온도 구배를 1.0~2.1까지 변화시켜, $t=10$ 분과 16분에 있어서의 혼합층 높이 h^* 와 무차원 온도 구배 $(\partial T/\partial z)_0^*$ 의 관계를 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 5에서 나타난 바와 같이 무차원 온도구배가 클수록 혼합층의 발달 속도가 늦어지고 있다.

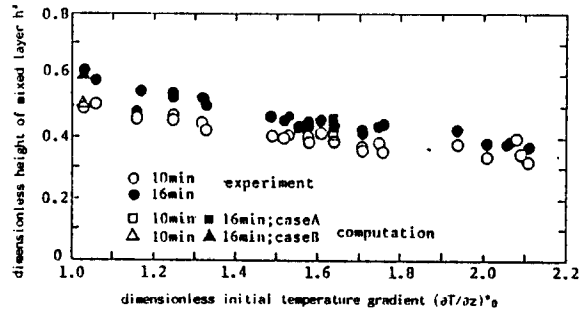


Fig. 5. The dimensionless height of the mixed layer, h , as function of dimensionless initial temperature gradient $(\partial T/\partial z)_0^*$.

시간이 지남에 따라 발달해 가는 혼합층 높이에 대해 Deardorff et al.,(1969)이 사용한 이론식을 식 (1)~(3)의 무차원량을 사용하여 변형하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{3}(T - T_m^*)^{2/3} + \frac{2}{3}(1 - T_m^*)^{-1/3} = 1 + \frac{2}{9} C_r Ra^{1/3}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_0^* T^* \quad (4)$$

여기서,

$$Ra = \frac{g\alpha\Delta T B^3}{\nu\kappa}, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_0^* = \frac{B(\partial T/\partial z)_0}{\Delta T} \quad (5)$$

h^* 와 t^* 의 관계는

$$h^* = T_m^* / \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_0^* \quad (6)$$

가 된다. 여기서, T_m 은 혼합층내의 평균 온도, G 는 Townsend의 상수, Ra 는 Rayleigh수, $(\partial T/\partial z)_0$ 는 초기 온도 구배, ν 는 동점성 계수, α 는 체적 팽창

계수이다. 그러므로 식(4)와 식(6)으로부터 T_m^* 를 매개로 하여 시간에 따른 혼합층 높이의 변화를 알 수 있다. 이 이론식을 사용하여 실험 결과와 비교한 것이 Fig. 6이다. Fig. 6에 나타난 이론치는 상수 C_T 의 값을 0.16으로 한 경우이며, Townsend (1964)에 의한 공기를 사용한 실험으로부터 구한 값 0.19보다 약간 낮은 값에서 실험치와 잘 일치하였다.

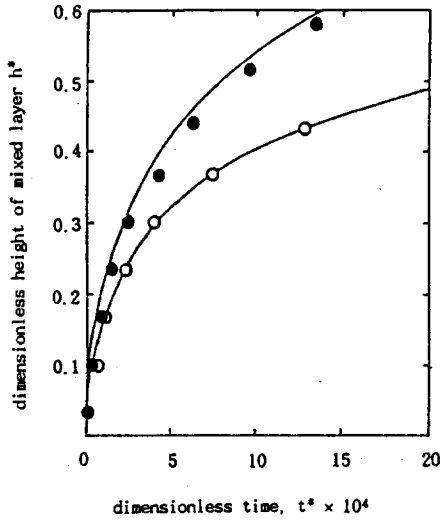


Fig. 6. The dimensionless height of the mixed layer, h^* , as function of dimensionless time, $t^* \times 10^4$. The solid theoretical curves are from eqs. (4), (6) (\circ , Case A; \bullet , Case B).

3. 수치 계산

3.1 기초 방정식

기준량으로 길이는 수조 길이의 $1/2(B)$, 속도는 κ/B , 시간은 B^2/κ , 난류 에너지는 κ^2/B^2 , 점성 소산율은 κ^3/B^4 , 난류 확산 계수는 κ 를 사용하여 다음과 같이 무차원량(*를 사용하여 나타낸다.)을 정리하였다.

$$t^* = \frac{t\kappa}{B^2}, \quad x^* = \frac{x}{B}, \quad z^* = \frac{z}{B}$$

$$u^* = \frac{uB}{\kappa}, \quad w^* = \frac{wB}{\kappa}, \quad \phi^* = \frac{\phi B}{\kappa}$$

$$T^* = \frac{(T - T_{bo})}{(T_{bm} - T_{bo})}$$

$$Re = \frac{\kappa}{\nu} = \frac{1}{Pr}, \quad Pr = \frac{\nu}{\kappa}$$

$$Ar = \frac{Gr}{Re^2} = Pr^2 Gr, \quad Gr = \frac{g\alpha(T_{bm} - T_{bo})B^3}{\nu^2}$$

$$k^* = \frac{\kappa B^2}{\kappa}, \quad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon B^4}{\kappa^3}$$

여기서, ϕ 는 stream function, T_{bo} 는 수조 저면의 초기 온도, T_{bm} 은 수조 저면의 가열 온도, Re 는 Reynolds수, Pr 은 Prandtl수, Ar 은 Archimedes수, Gr 은 Grashof수, k 는 난류 에너지, ε 은 난류 에너지의 점성 소산율이다.

이들을 사용하여 기초 방정식(Yoshikawa and Yamakuchi, 1977)을 무차원으로 표시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다. 무차원량을 나타내는 *는 생략하였다.

ϕ -방정식

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\omega \quad (7)$$

ω -방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\omega \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\omega \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) &= \frac{\partial^2}{\partial z^2} (v_{eff} \omega) \\ + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (v_{eff} \omega) + Ar \frac{\partial T}{\partial x} - 4 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 v_{eff}}{\partial x \partial z} \\ + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \frac{\partial^2 v_{eff}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 v_{eff}}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (8)$$

k -방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{k,eff} \frac{\partial k}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_{k,eff} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + v_t \left[4 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)^2 \right] \\ - \sigma_u \frac{k^2}{v_t} \end{aligned} \quad (9)$$

ε -방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\varepsilon, \text{eff}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_{\varepsilon, \text{eff}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + \sigma_1 \sigma_\mu k &\left[4 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right)^2 \right] \\ - \sigma_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (10)$$

T-방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(T \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$v_{\text{eff}} = \frac{1}{\text{Re}} + v_t$$

$$\Gamma_{k, \text{eff}} = \frac{1}{\text{Re}} + \frac{v_t}{\sigma_k} = \left(1 - \frac{1}{\sigma_k} \right) \frac{1}{\text{Re}} + \frac{v_{\text{eff}}}{\sigma_k}$$

$$\Gamma_{\varepsilon, \text{eff}} = \frac{1}{\text{Re}} + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} = \left(1 - \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{1}{\text{Re}} + \frac{v_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \quad (12)$$

$$k_{\text{eff}} = \frac{1}{\text{PrRe}} + \frac{v_t}{\sigma_T} = \left(\frac{1}{\text{Pr}} - \frac{1}{\sigma_T} \right) \frac{1}{\text{Re}} + \frac{v_{\text{eff}}}{\sigma_T}$$

$$v_t = \sigma_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

여기서, σ_T , σ_k , σ_ε 은 각각 난류 Prandtl수 및 k , ε 에 대한 난류 Schmidt수, Γ 는 온위 구배, $\Gamma_{k, \text{eff}}$ 와 $\Gamma_{\varepsilon, \text{eff}}$ 는 난류 에너지 k 와 점성 소산을 ε 의 유효 난류 확산계수, v_t 는 난류 동점성 계수, v_{eff} 는 유효 난류 동점성 계수, σ_1 , σ_2 , σ_μ 는 k - ε 모델에 사용되는 상수이다.

3.2 기초 방정식의 차분 근사식

3.1의 기초 방정식은 Fig. 7의 파선으로 둘러싸

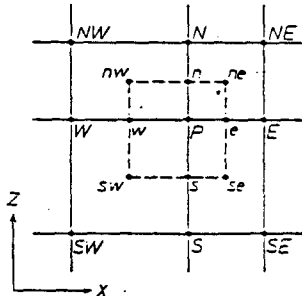


Fig. 7. Grid net work.

여진 미소 영역 n , w , s , e 로 적분하여 차분 근사식을 유도한다. 격자는 Fig. 7과 같고, 차분식을 구하기 위해 사용하는 상수를 편의상 다음과 같이 정의하였다.

$$\begin{aligned} a_E &= \frac{z_N - z_S}{2(x_E - x_P)}, & a_W &= \frac{z_N - z_S}{2(x_P - x_W)} \\ a_N &= \frac{x_E - x_W}{2(z_N - z_P)}, & a_S &= \frac{x_E - x_W}{2(z_P - z_S)} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Sigma a = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$dp = (x_E - x_W)(z_N - z_S)/4$$

$$\begin{aligned} b_E &= \frac{1}{8} \{ (\varphi_{SE} + \varphi_S - \varphi_{NE} - \varphi_N) \\ &\quad + |\varphi_{SE} + \varphi_S - \varphi_{NE} - \varphi_N| \} \\ b_W &= \frac{1}{8} \{ (\varphi_{NW} + \varphi_N - \varphi_{SW} - \varphi_S) \\ &\quad + |\varphi_{NW} + \varphi_N - \varphi_{SW} - \varphi_S| \} \\ b_N &= \frac{1}{8} \{ (\varphi_{NE} + \varphi_E - \varphi_{NW} - \varphi_W) \\ &\quad + |\varphi_{NE} + \varphi_E - \varphi_{NW} - \varphi_W| \} \\ b_S &= \frac{1}{8} \{ (\varphi_{SW} + \varphi_W - \varphi_{SE} - \varphi_E) \\ &\quad + |\varphi_{SW} + \varphi_W - \varphi_{SE} - \varphi_E| \} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\Sigma b = b_E + b_W + b_N + b_S$$

$$d_{xz}^e \equiv \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} \right)_P = \left(R_1 \frac{a_N}{a_S} + R_2 \frac{a_S}{a_N} \right) / (4dp)$$

$$\begin{aligned} R_1 &= (\varphi_{NE} - \varphi_N - \varphi_E + \varphi_P) \frac{a_E}{a_W} \\ &\quad + (\varphi_N - \varphi_{NW} - \varphi_P - \varphi_W) \frac{a_W}{a_E} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} R_2 &= (\varphi_E - \varphi_P - \varphi_{SE} + \varphi_S) \frac{a_E}{a_W} \\ &\quad + (\varphi_P - \varphi_W - \varphi_S - \varphi_{SW}) \frac{a_W}{a_E} \end{aligned}$$

$$d_{xz}^e \equiv \left(\frac{\partial^2 e}{\partial x \partial z} \right)_P = \left(R_3 \frac{a_N}{a_S} + R_4 \frac{a_S}{a_N} \right) / (4dp)$$

$$R_3 = (e_{NE} - e_N - e_E + e_P) \frac{a_E}{a_W}$$

$$+ (e_N - e_{NW} - e_P - e_W) \frac{a_W}{a_E} \quad (16)$$

$$R_4 = (e_E - e_P - e_{SE} + e_S) \frac{a_S}{a_W} \\ + (e_P - e_W - e_S - e_{SW}) \frac{a_W}{a_E}$$

여기서, e 는 v_{eff} 를 나타낸다.

$$d_{zz}^{\phi} \equiv \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right)_P = \frac{2}{Z_N - Z_S} \left(\frac{\phi_N - \phi^P}{Z_N - Z_P} - \frac{\phi^P - \phi_S}{Z_P - Z_S} \right) \quad (17)$$

$$d_{xx}^{\phi} \equiv \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_P = \frac{2}{X_E - X_W} \left(\frac{\phi_E - \phi^P}{X_E - X_P} - \frac{\phi^P - \phi_W}{X_P - X_W} \right) \quad (18)$$

$$d_{zz}^e \equiv \left(\frac{\partial^2 e}{\partial z^2} \right)_P = \frac{2}{Z_N - Z_S} \left(\frac{e_N - e_P}{Z_N - Z_P} - \frac{e_P - e_S}{Z_P - Z_S} \right) \quad (19)$$

$$d_{xx}^e \equiv \left(\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} \right)_P = \frac{2}{X_E - X_W} \left(\frac{e_E - e_P}{X_E - X_P} - \frac{e_P - e_W}{X_P - X_W} \right) \quad (20)$$

$$A_E^k = (\Gamma_{k, eff, E} + \Gamma_{k, eff, P}) a_E / 2$$

$$A_W^k = (\Gamma_{k, eff, W} + \Gamma_{k, eff, P}) a_W / 2$$

$$A_N^k = (\Gamma_{k, eff, N} + \Gamma_{k, eff, P}) a_N / 2 \quad (21)$$

$$A_S^k = (\Gamma_{k, eff, S} + \Gamma_{k, eff, P}) a_S / 2$$

$$\Sigma A^k = A_E^k + A_W^k + A_N^k + A_S^k$$

$$A_E^e = (\Gamma_{e, eff, E} + \Gamma_{e, eff, P}) a_E / 2$$

$$A_W^e = (\Gamma_{e, eff, W} + \Gamma_{e, eff, P}) a_W / 2$$

$$A_N^e = (\Gamma_{e, eff, N} + \Gamma_{e, eff, P}) a_N / 2 \quad (22)$$

$$A_S^e = (\Gamma_{e, eff, S} + \Gamma_{e, eff, P}) a_S / 2$$

$$\Sigma A^e = A_E^e + A_W^e + A_N^e + A_S^e$$

$$A_E^T = (k_{eff, E} + k_{eff, P}) a_E / 2$$

$$A_W^T = (k_{eff, W} + k_{eff, P}) a_W / 2$$

$$A_N^T = (k_{eff, N} + k_{eff, P}) a_N / 2 \quad (23)$$

$$A_S^T = (k_{eff, S} + k_{eff, P}) a_S / 2$$

$$\Sigma A^T = A_E^T + A_W^T + A_N^T + A_S^T$$

식(13)~식(23)에 정의한 제 변수를 사용하여, 확산항은 중심 차분, 비선형항은 풍상 차분을 사용하였다. 시간 미분항을 제외한 항의 차분 근사식은 다음과 같다.

$$\phi^P = (a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + \omega_P d_P) / \Sigma a \\ = P_E \phi_E + P_W \phi_W + P_N \phi_N + P_S \phi_S + P_C \omega_P \quad (24)$$

여기서,

$$P_E = \frac{a_E}{\Sigma a}, \quad P_W = \frac{a_W}{\Sigma a}, \quad P_N = \frac{a_N}{\Sigma a}, \quad P_S = \frac{a_S}{\Sigma a}, \\ P_C = \frac{d_P}{\Sigma a} \quad (25)$$

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)_P d_P + (\Sigma b + e_P \Sigma a) \omega_P = (b_E + a_E e_E) \omega_E \\ + (b_W + a_W e_W) \omega_W + (b_N + a_N e_N) \omega_N + (b_S + a_S e_S) \omega_S \\ + (S_{\omega P} - S_{TP}) dT \quad (26)$$

여기서,

$$S_{\omega P} = -4d_{zz}^e - d_{zz}^e + 2(d_{zz}^e \cdot d_{xx}^e + d_{xx}^e \cdot d_{zz}^e) \quad (27)$$

$$S_{TP} = \frac{Ar}{X_E - X_W} \left[(T_E - T_P) \frac{a_E}{a_W} + (T_P - T_W) \frac{a_W}{a_E} \right] \quad (28)$$

$$\left[\frac{\partial k}{\partial t} \right]_P d_P + (\Sigma b + \Sigma A + \sigma_{\mu} k_P d_P / v_{i, P}) k_P \\ = (b_E + A_E) k_E + (b_W + A_W) k_W + (b_N + A_N) k_N \\ + (b_S + A_S) k_S + S_{k, P} d_P \quad (29)$$

여기서,

$$S_{k, P} = v_{i, P} \left[4(d_{zz}^e)^2 + (d_{zz}^e - d_{xx}^e)^2 \right] \quad (30)$$

$$v_{i, P} = e_P - \frac{1}{Re} = \sigma_{\mu} k_P^2 / \epsilon_P \quad (31)$$

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial t} \right)_P d_P + (\Sigma b + \Sigma A + \sigma_2 \epsilon_P d_P / k_P) \epsilon_P \\ = (b_E + A_E) \epsilon_E + (b_W + A_W) \epsilon_W + (b_N + A_N) \epsilon_N \\ + (b_S + A_S) \epsilon_S + S_{\epsilon, P} d_P \quad (32)$$

여기서,

$$S_{\epsilon, P} = \sigma_1 \sigma_{\mu} k_P \left[4(d_{zz}^e)^2 + (d_{zz}^e - d_{xx}^e)^2 \right] \quad (33)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_P d_P + (\Sigma b + \Sigma A^T) T_P = (b_E + A_E^T) T_E \\ + (b_W + A_W^T) T_W + (b_N + A_N^T) T_N + (b_S + A_S^T) T_S \\ + S_{2P} \cdot d_P \quad (34)$$

여기서,

$$S_{2p} = 4(d_{xz}^e)^2 + (d_{zz}^e - d_{xx}^e)^2 \quad (35)$$

3.3 계산 방법 및 계산 순서

이상의 차분 근사식은 식(24)의 ϕ -방정식을 제외하면 모두가 같은 형으로 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_p dp - A_p \phi_p = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + S_p \quad (35)$$

그러므로, ADI법(Alternating Direction Implicit Method)을 적용하고 TDMA(Tri-Diagonal Matrix Algorithm)를 사용하여 간단히 해를 구할 수 있다. 식(24)의 ϕ -방정식은 시간 미분항이 없지만, ADI법과 마찬가지로 TDMA를 사용하여 해를 구한다. k- ϵ 방정식의 상수 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_\nu$ 의 값을 여러 가지로 변화시켜 계산을 행한 결과, 본 연구에서의 실험 결과에 대해 최적치인 1.44, 1.72, 0.09를, $\sigma_k, \sigma_\epsilon, \sigma_T$ 의 값은 1.0, 1.3, 0.9를 사용하였다.

3.4 계산 결과와 실험 결과의 비교

Table 1의 실험 조건과 동일 조건으로 계산을 행하여, 실험치와 계산치를 비교하였다. 이 경우, 사용한 물성치는 대략 25°C에서 평가하였다. 21×21의 불균등 격자를 이용하여 시간 스텝 $\Delta t = 0.2 \times 10^{-5}$ 로 하여 수치 계산한 결과의 수평 평균 온도 분포를 Fig. 8, 9에 나타내었다. 그림 중의 숫자는

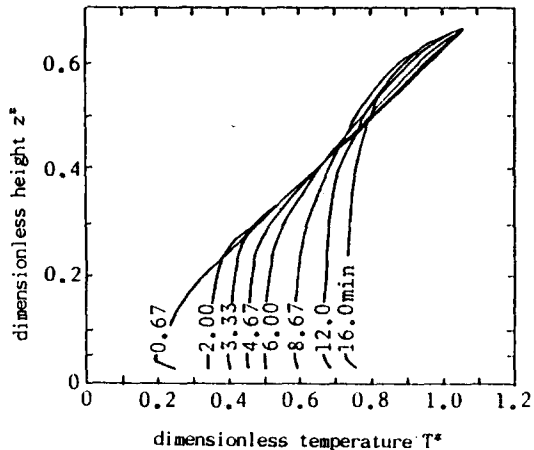


Fig. 8. Vertical profiles of horizontally averaged temperature for calculated value of Case A.

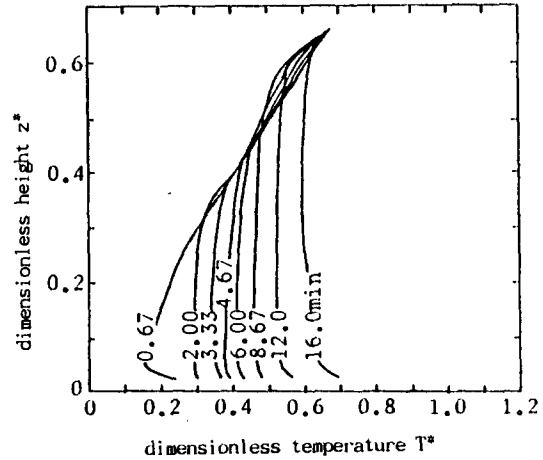


Fig. 9. Same as Fig 8, but for Case B.

시간(분)을 나타내고 있지만 실험치와 비교하기 위하여 대략 같은 시간을 나타내도록 하였다. 실험치와 계산치를 비교하기 위하여 높이에 따른($z^* = 0.1, 0.3, 0.5$) 수평 평균 온도의 시간 변화를 Fig. 10, 11에 나타내었다. 그림에서 나타난 바와 같이 실험 결과와 k- ϵ 모형을 사용한 계산 결과는 잘 일치하고 있다.

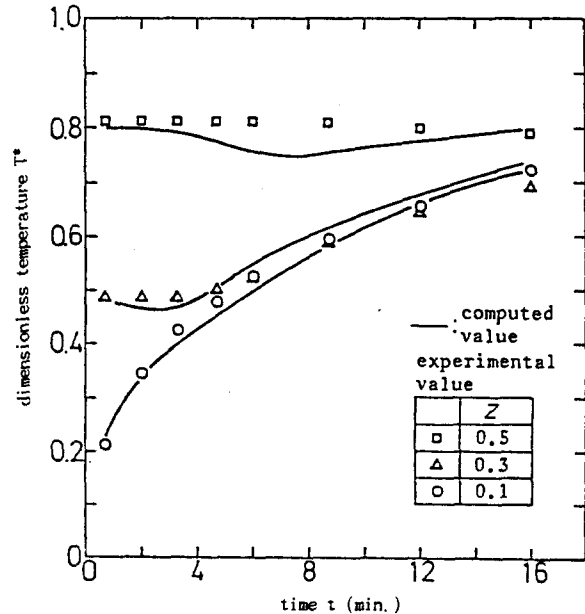


Fig. 10. The dimensionless horizontally averaged temperature, T^* , as function of time, t , at three different dimensionless height($z^* = 0.1, 0.3, 0.5$).

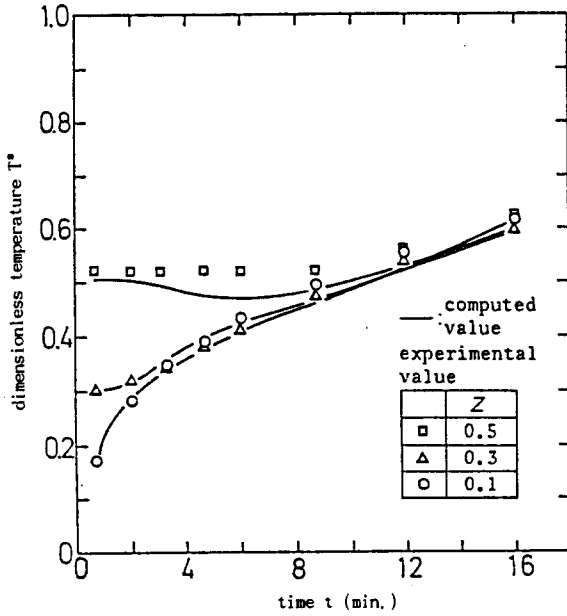


Fig. 11. Same as Fig. 10, but for Case B.

4. 수조 실험과 실제와의 상사 법칙의 검토

수조 실험에서 행한 결과를 실제에 응용하기 위하여 다음과 같은 상사 법칙을 생각한다. 먼저 대표치와 무차원수를 Table 2와 같이 정의하고, 대기 경계층의 기초 방정식을 무차원화하면, Ro , Re , Fr , Ar , Ra 의 5개의 무차원수가 표현되어진다.

실험의 경우를 첨자 m , 실제의 경우를 첨자 p 를 사용하여 각각의 무차원량을 나타내면,

$$h^* = \frac{h_m}{l_{om}} = \frac{h_p}{l_{op}}, \quad t^* = \frac{t_m}{t_{om}} = \frac{t_p}{t_{op}},$$

$$u^* = \frac{u_m}{u_{om}} = \frac{u_p}{u_{op}} \quad (37)$$

과 같이 되고, 이것들로 부터

Table 2. The scale of fundamental value and dimensionless number.

The scale of fundamental value	The dimensionless number
$l_0 = A_0/\Gamma$	$G_r = g\alpha\Delta T_0 l_0^3/\nu^3 = g\alpha\Delta T_0^4/\nu^2\Gamma^3$
$t_0 = A_0^{2/3}/(g\alpha\kappa^2/\nu)^{1/3}\Gamma$	$R_a = G_r P_r = g\alpha\Delta T_0^4/\nu\kappa\Gamma^3$
$u_0 = l_0/t_0$	$A_r = G_r/R_c^2 = R_a^{1/3}P_r$
$= (A_0 g\alpha\kappa^2/\nu)^{1/3}$	$R_c = u_0 l_0/\nu$
	$F_r = u_0^2/g l_0$
	$R_0 = u_0/f l_0$

대상으로 하고 있는 현상은 평균류로서 속도는 거의 존재하지 않고, Coriolis력의 영향도 적다. 그러므로, 온도 방정식에서 표현되어지는 Ra 가 가장 중요한 무차원수로 생각되어진다. 이하 Ra 의 일치를 상사 조건으로 하여 검토한다.

$$h_p = \frac{\Gamma_m}{\Gamma_p} \cdot \frac{\Delta T_{op}}{\Delta T_{om}} h_m \quad (38)$$

$$t_p = \frac{(g\alpha\kappa^2/\nu)^{1/3}_m}{(g\alpha\kappa^2/\nu)^{1/3}_p} \cdot \frac{\Gamma_m}{\Gamma_p} \left(\frac{\Delta T_{op}}{\Delta T_{om}}\right)^{2/3} \cdot t_m \quad (39)$$

Ra 일치의 조건으로부터

$$\Delta T_{op} = \left(\frac{\alpha_m \nu_p \kappa_p}{\alpha_p \nu_m \kappa_m}\right)^{1/4} \left(\frac{\Gamma_p}{\Gamma_m}\right)^{3/4} \Delta T_{om} \quad (40)$$

이 된다. 여기서 필요로 하는 물성치는 실험의 경우는 25°C의 물, 실제의 경우는 20°C의 공기로 하면, 각각의 값은 Table 3에 나타난 것과 같다. 실제의 경우, 온도 구배 $\Gamma_p = 0.005^\circ\text{C}/\text{m}$, 확산 계수 $\kappa_p = \nu_p = 10\text{m}^2/\text{s}$ 라고 가정하고 실험 Case A의 경우를 표현하면, 그것에 대응하는 추정치는 Table 4와 같다. 그러므로 수조 저면을 $\Delta T_{om} = 13.8^\circ\text{C}$ 로 10분간 가열한 경우, 혼합층 높이가 11.1cm까지 발달한 것은, 실제의 경우 지표면 온도 진폭 $\Delta T_{op} = 27.8^\circ\text{C}$ 로 약 2.52시간 정도 가열되면 높이가 약 3300m까지 혼합층이 발달하는 것으로 된다. 실제의 경우 본 실험과 같이 step상태로 지면이 가열되는 것은 없겠지만, 만약 step상태로 가열후 2.5시간 동안 연속적으로 27°C로 가열이 계속된다고 하면 이 결과는 타당성이 있다고 생각되어진다.

지표면 온도의 가열은 시작에서 끝날 때까지 같은 온도 진폭으로 가열되지 않고, Fig. 12와 같이 가열되어진다. 그러므로 실제로 3000m까지 혼합층이 발달하기는 어려울 것으로 생각된다.

Case C로서 다음과 같은 실험을 행하였다. 실험

조건은 수조 저면의 온도 진폭 $\Delta T_{om}=5^{\circ}\text{C}$, 초기 온도 구배($\partial T/\partial z$)= $1.0^{\circ}\text{C}/\text{m}$ 로 하여 Fig. 12과 같이 저면 온도를 변화시켰다. 이 경우 전과 같은 방법으로 실제의 경우로 환산하여 추정된 추정치는 Table 5와 같다. 이 경우는 실제로 8.1°C 의 온도 진폭으로 대략 5시간정도 가열되면, 혼합층이 972 m까지 발달하는 것으로 실제의 현상과 대략적으로 일치된다고 생각되어 진다.

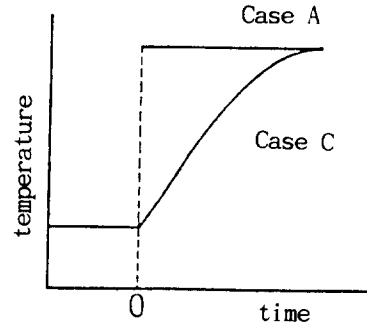


Fig. 12. Lower boundary heating rate.

Table 3. Physical properties of water and air.

		water at 25°C	air at 20°C
ρ	(kg/m^3)	0.9966×10^3	—
ν	(m^2/s)	0.9024×10^{-6}	10
α	($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	0.245×10^{-3}	0.341×10^{-2}
λ	($\text{Kcal}/\text{ms}^{\circ}\text{C}$)	0.143×10^{-3}	—
C_p	($\text{cal}/\text{g}^{\circ}\text{C}$)	0.9958	—
$\kappa = \lambda/\rho C_p$	(m^2/s)	0.1439×10^{-6}	10
$g\alpha\kappa^2/\nu$	($\text{m}^4/\text{s}^3\text{C}$)	0.5510×10^{-10}	0.3342
$(g\alpha\kappa^2/\nu)^{1/3}$	($\text{m}/\text{s}^{\circ}\text{C}^{1/3}$)	0.3805×10^{-3}	0.6939

Table 4. The values of laboratory experiment and estimation by similarity for Case A.

	Experimental value	Estimated value
t(sec)	600	7872
$\Gamma(^{\circ}\text{C}/\text{m})$	75.0	0.005
h(m)	0.111	3354
$\Delta T_0(^{\circ}\text{C})$	13.8	27.8
R_a	1.5876×10^9	1.5876×10^9

Table 5. The value of laboratory experiment and estimation by similarity for Case C.

	Experimental value	Estimated value
t(sec)	1200	18150
$\Gamma(^{\circ}\text{C}/\text{m})$	100	0.005
h(m)	0.03	972
$\Delta T_0(^{\circ}\text{C})$	5	8.1
R_a	1.156×10^7	1.156×10^7

5. 결 론

온도가 수평 방향으로 균일한 경우에 일어나는 혼합층의 발달 과정에 대하여 실내 실험과 수치 실험을 하여 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다. 수조 실험에 의한 실험 결과에 의하면 무차원 온도 구배가 클수록 혼합층의 발달은 억제되어진다. 시간에 따른 혼합층의 높이 변화는 시간과 혼합층 높이의 이론식(4)의 상수 C_T 의 값이 0.16의 경우 잘 일치하였다.

k- ϵ 모형을 사용하여 본 실험과 같은 현상을 수치 실험할 경우 상수 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 의 값은 각각 1.44, 1.72, 0.09가 가장 적당하고, 실험 결과와 잘 일치하였다. 수조 실험 결과를 사용하여 실제 혼합층 높이 변화를 예측하기 위하여 실험과 실제와의 상사법칙을 적용하여, 그것에 의한 실험 결과와의 비교에 의해 거의 정성적으로 일치하는 결과를 얻었으나, 이후 많은 실험 결과에 의한 상사 법칙의 검토가 필요할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- Ball, F. K., 1960, Control of inversion height by surface heating, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 86, 483-494.
- Betts, A. K., 1974, Reply to comment on the paper "Non-precipitation cumulus convection and its parameterization, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 100, 469-471.
- Carson, D. J. 1973, The development of a dry inversion-capped convectively unstable boundary layer, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 99, 450-467.
- , and F. B. Smith, 1978, Thermodynamic model for the development of a convectively unstable boundary layer, *Advances in Geophysics*, 18, A, 111-124.
- Deardorff, J. W. 1976, On the entrainment rate of a stratocumulus-topped mixed layer, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 102, 563-582.
- , 1980, Cloud top entrainment instability, *J. Atmos. Sci.*, 37, 131-147.
- , G. E. Wills and D. K. Lilly, 1969, Laboratory investigation of non-steady penetrative convection, *J. Fluid Mech.*, 35, 7-31.
- Lilly, D. K., 1968, Model of cloud-topped mixed layers under a strong inversion, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 94, 292-309.
- Manton, M. J., 1978, On dry penetrative convection, *Boundary layer Meteor.*, 14, 301-322.
- Mellor, G. L. and T. Yamada, 1974, A hierarchy of turbulence closure model for planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 31, 1791-1806.
- Tennekes, H. and A. G. M. Driedonks, 1981, Basic entrainment equation for the atmospheric boundary layer, *Boundary layer Meteor.*, 20, 513-531.
- , 1973, A model for the dynamics of the inversion above a convective boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 30, 558-587.
- Townsend, A. A., 1964, Natural convection in water over an ice surface, *Quart. J. Roy. Meteor. Sci.*, 90, 248-259.
- Willis, G. E. and J. W. Deardorff 1974, A laboratory model of the unstable planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 31, 1297-1307.
- , 1978, A laboratory study of dispersion from an elevated source within a modeled convective planetary boundary layer, *Atmos. Environ.*, 12, 1305-1311.
- , 1981, A laboratory study of dispersion from a source in the middle of the convectively mixed layer, *Atmos. Environ.*, 15, 109-117.
- Yamada, T. and S. Berman, 1979, A critical evaluation of a simple mixed layer model with convective penetration, *J. Appl. Meteor.*, 18, 781-786.
- Yoshikawa, A. and K. Yamakuchi, 1977, Numerical simulation of Air in rooms, *空氣調和衛生工學會*, 5, 55-64.