

# 파라미터 섭동과 외란이 존재하는 강건한 적응서보 제어기의 설계

正會員 洪 璿 學\* 正會員 任 化 永\*

## A Design of Robust Adaptive Servo Controller in the Presence of Bounded Parameter Perturbation and Disturbance

Seon Hack Hong\*, Hwa Young Yim\* *Regular Members*

### 要 約

본 논문에서는 유계된 파라미터섭동과 외란및 측정 잡음이 존재하는 프로세스에서 점근적으로 제어기의 기준입력에 추종하고 전체 안정도를 보장하는 강건한 파라미터 적응서보 제어기를 설계하였다. 이 제어기는 평가함수를 최소화하면서 제어기 파라미터를 추정하는 구조를 갖는다. DC서보의 속도위치와 위치제어를 통해서 섭동과 외란에 대한 최소분산 제어기 파라미터 추정의 강건함을 적용해 보였다.

### ABSTRACT

The Robust Adaptive Servo Controller in this paper has an error-corrected and robust structure which guarantees asymptotic regulation and tracking in the presence of bounded parameter perturbations. The adaptive mechanism tunes the controller parameters such that a quadratic performance index is minimized. Through the speed and position control of the DC servo model with computer simulations, the minimum variance controller parameters are robust with respect to finite parameter perturbation and bounded disturbance.

### I. 서 론

과거의 적응제어이론은 강건한 파라미터 적응제어 (Robust Parameter Adaptive Control)를 고려하지 않고, 기준모델적용(Model Reference Adaptive)이

론에 근거를 두었다.

이들 적응제어기는 기준신호와 제어변수의 출력계 환만을 사용하여 오차가 점근적으로 감소하는 것에 제어 목적을 두었지만, 확률적 외란이 존재하거나 파라미터 섭동이 존재하는 경우, 제어기의 강건성을 보장할 수 없다.<sup>(1)</sup>

내부모델 법칙에 따르면 제어기 파라미터의 유계된 섭동이 존재하더라도 제어기가 제어변수의 단위

\*光云大學校 電氣工學科  
Dept. of Electrical Eng., Kwang Woon Univ.  
論文番號 : 93-103

케환을 사용하고 프로세서에 입력되는 외란의 공통 동적구조 모델을 케환경로에 포함한다면, 제어기의 안정도와 정상상태의 추종 및 조절이 보장된다.<sup>(2)(3)</sup>

본 논문에서의 제어기구성 절차는 예측제어오차를 보상하는 최소분산형(MV4d: Minimum Variance) 제어기를 설계하고 적응법칙을 적용하였으며, 서보 제어기의 파라미터가 평가함수를 최소화하며 최소자승법(Recursive least square)으로 조절되도록 하였다. 제어기 파라미터 추정알고리즘은 하중요소를 고려해서 외란에 대한 억제와 파라미터 수렴을 개선하였으며, 적응 저역통과 필터(Adaptive LPF)로 전체 안정도를 유지하고<sup>(4)(5)</sup> 제어기 파라미터의 정확한 추정을 DC서보계에 적용해 보았다.

전체 프로세서의 안정도와 파라미터 동정조건을 본 논문에서 제시한 단일 입출력, ARMA 프로세서에 대하여 증명하였으며,<sup>(6)</sup> DC서보모델 S-586을 대상으로 속도제어와 위치제어의 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 강건한 파라미터 서보제어기를 설계하였다.

## II. 모델의 구조

SISO제어계의 제어오차  $\epsilon(k)$ 는 식(1)과 같이 표현된다.

$$\epsilon(k) = Y_r(k) - Y(k) \quad (1)$$

여기서  $Y_r(k)$ 는 기준입력 또는 목표치응답,  $Y(k)$ 는 실제 프로세서의 출력으로 식(2)와 같다.

$$Y(k) = Y_m(k) + \frac{\gamma(k)}{(1-z^{-1})} \quad (2)$$

여기서  $Y_m(k)$ 는 확정성 프로세서의 출력이고,  $\gamma(k)$ 는 나머지항으로서 외란으로 표현되는 측정잡음과 프로세스 매개변수의 오차를 포함한다. 확정성 프로세서는 식(3)과 같이 ARMAX(Auto Regressive Moving Average with Exogenous variables) 모델 구조에 의해서 표현된다.<sup>(6)(7)</sup>

$$A_m(z^{-1})Y_m(k) = B_m(z^{-1})U(k-d) + L_m(z^{-1})V(k-q) + H_m(z^{-1})W(k) \quad (3)$$

여기서  $Y(k)$ ,  $U(k)$ ,  $V(k)$ 와  $W(k)$ 는 각각 프로세서의 출력, 입력, 측정가능한 외란과 측정 불가능한 외란이다.  $z^{-1}$ 는 단위시간 지연연산자이고,  $d$ 와  $q$ 는

프로세서의 시간지연이다. 각 다항식은 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} A_m(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a} \\ B_m(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b} \\ L_m(z^{-1}) &= l_0 + l_1 z^{-1} + l_2 z^{-2} + \dots + l_{n_l} z^{-n_l} \\ H_m(z^{-1}) &= h_0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_{n_h} z^{-n_h} \end{aligned} \quad (4)$$

프로세서 특성에 대한 식(1)과 (4)에 대해서 다음과 같은 가정을 한다.

- A.1:  $L_m(z^{-1})$ 와  $B_m(z^{-1})$ 은  $Z$ 평면에서 안정한 다항식이다.
- A.2: 시간 지연  $d$ ,  $q$ 를 정한다.
- A.3:  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_l$ ,  $n_h$ 에 대한 상한을 정한다.
- A.4: 나머지항  $\gamma(k)$ 는 모든 시간  $k$ 에 대해서 유계된다.
- A.5:  $\gamma(k)$ 는  $i \geq 0$ 에 대해서,  $Y_m(k-i)$ ,  $Y(k-i)$ , 보조신호  $\eta(k-i)$ 의 현재와 과거값에 비상관 관계에 있다.

적용제어 시스템의 기준입력  $Y_r(k)$ 과 측정 불가능한 외란  $W(k)$ 의 동특성을 나타내는 임펄스 전달함수의 최소 공통분모항을  $D(z^{-1})$ 라고 하면 식(5)로 나타낼 수 있다.

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_r z^{-r} \quad (5)$$

기준입력  $Y_r(k)$ 와 측정 불가능한외란  $W(k)$ 는 다항식의 공통요소인  $D(z^{-1})$ 에 대해서 식(6)을 점근적으로 만족한다.

$$\begin{aligned} D(z^{-1}) Y_r(k) &= 0 \\ D(z^{-1}) W(k) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)을 식(1)에 대입하면 식(7)을 얻을 수 있다.

$$D(z^{-1}) \epsilon(k) = -D(z^{-1}) \left[ Y_m(k) + \frac{\gamma(k)}{(1-z^{-1})} \right] \quad (7)$$

식(7)에 식(3)을 대입하면 식(8)을 얻을 수 있다.

$$-A_m(z^{-1})D(z^{-1})\epsilon(k) = D(z^{-1})[B_m(z^{-1})U(k-1)$$

$$+L_m(z^{-1})V(k-1)]+D(z^{-1})A_m(z^{-1})\frac{\gamma(k)}{(1-z^{-1})} \quad (8)$$

최소분산 제어기(MV4d: Minimum Variance Controller)의 프로세스 입력  $U(k)$ 는 식(9)로 나타낸다.

$$U(k) = \frac{[P(z^{-1})\epsilon(k) + \eta(k)]}{D(z^{-1})} \quad (9)$$

여기서  $P(z^{-1})$ 는 임의의 다항식이고,  $\eta(k)$ 는 평가함수를 최소화하고 전체 안정도를 보장하는 보조신호이다. 프로세스의 입력  $U(k)$ 를 식(8)에 대입하면 식(10)이 구해진다.

$$\begin{aligned} & -[A_m(z^{-1})D(z^{-1}) + B_m(z^{-1})P(z^{-1})Z^{-d}]\epsilon(k) \\ & = B_m(z^{-1})Z^{-d}\eta(k) + D(z^{-1})L_m(z^{-1})Z^{-q}V(k) \\ & \quad + D(z^{-1})A_m(z^{-1})\gamma(k) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 각 다항식을 식(11)과 같이 치환해서 전체 프로세스의 오차식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= -[A_m(z^{-1})D(z^{-1}) + B_m(z^{-1})P(z^{-1})Z^{-d}] \\ B(z^{-1}) &= B_m(z^{-1}) \\ C(z^{-1}) &= A_m(z^{-1})D(z^{-1}) \\ L(z^{-1}) &= L_m(z^{-1})D(z^{-1}) \\ \lambda(k) &= V(k-q+d) \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 전체 프로세스의 오차식은 식(12)로 나타낼 수 있다.

$$\epsilon(k) = \frac{[B(z^{-1})\eta(k-d) + L(z^{-1})\lambda(k-d) + C(z^{-1})\gamma(k)]}{A(z^{-1})} \quad (12)$$

### III. 제어기의 구조

본 논문에서 적용한 MV4d 제어기는 시간  $k$ 에서의 조작변수  $U(k)$ 가 프로세스의 시간 지연 특성 때문에, 시간  $k+d+1$ 의 제어변수  $Y(k+d+1)$ 에 인가되므로 외란을 보상하기 위해서 조작변수  $U(k)$ 의  $(d+1)$ 예측이 필요하다. 따라서 Aström과 Wittenmark (1984)가 제시한 외란필터를 항등식(13)으로 나타내어 Causal predictor 특성을 얻을 수 있다.<sup>(4)(5)</sup>

$$\frac{P(z^{-1})C(z^{-1})}{A(z^{-1})} = G(z^{-1}) + \frac{F(z^{-1})Z^{-(d+1)}}{P_d(z^{-1})A(z^{-1})} \quad (13)$$

여기서 다항식  $G(z^{-1})$ 와  $F(z^{-1})$ 은 식(14)로 표현된다.

$$\begin{aligned} G(z^{-1}) &= 1 + g_1z^{-1} + g_2z^{-2} + \dots + g_dz^{-d} \\ F(z^{-1}) &= f_0 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2} + \dots + f_{s-1}z^{-(s-1)} \end{aligned} \quad (14)$$

다항식  $G(z^{-1})$ 와  $F(z^{-1})$ 는 최소차수의 해로서, 각각 다음의 차수를 갖는다.

$$\begin{aligned} \deg G(z^{-1}) : n_g &= d-1 \\ \deg F(z^{-1}) : s &= \text{MAX}(n_a-1, n_c-d) \end{aligned}$$

그림 1.은 최소분산(Minimum Variance) 제어기의 구성도로서 안정화 보상기와 제어기의 출력이 프로세스 입력으로 인가되며, 확률적 외란이 필터를 거친 후 출력에 더해진다.

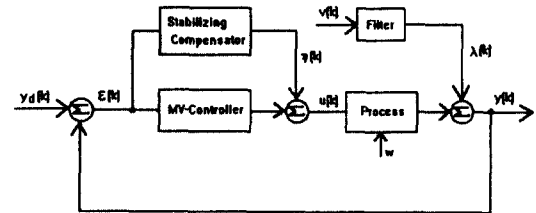


Fig. 1. Schematic diagram of the minimum variance controller

식(12)의 전체 프로세스 오차식으로부터 MV4d 제어기의 프로세스 예측 제어오차는 식(15)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} P(z^{-1})\epsilon(k+d) &= [P(z^{-1})B(z^{-1})\eta(k) + P(z^{-1})L(z^{-1})\lambda(k) \\ & \quad + P(z^{-1})C(z^{-1})\gamma(k+d)]/A(z^{-1}) \\ & = \frac{[P(z^{-1})B(z^{-1})\eta(k) + P(z^{-1})L(z^{-1})\lambda(k)]}{A(z^{-1})} \\ & \quad + [G(z^{-1}) + \frac{F(z^{-1})Z^{-(d+1)}}{P_d(z^{-1})A(z^{-1})}]\gamma(k+d) \end{aligned} \quad (15)$$

식(13)을 식(16)으로 변형해서 식(15)에 대입하면

$$\frac{P(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{G(z^{-1})}{C(z^{-1})} + \frac{F(z^{-1})Z^{-(d+1)}}{C(z^{-1})P_d(z^{-1})A(z^{-1})} \quad (16)$$

전체 프로세스의 모델식은 식(17)로 표현할 수 있다.

$$P(z^{-1})\epsilon(k+d) = \frac{F(z^{-1})\epsilon(k)}{P_d(z^{-1})C(z^{-1})} + \frac{B(z^{-1})G(z^{-1})\eta(k)}{C(z^{-1})} \quad (17)$$

$$+ \frac{L(z^{-1})G(z^{-1})\lambda(k)}{C(z^{-1})} = \theta_0^T \psi(k) \quad (18)$$

여기서, 파라미터벡터  $\theta_0^T$ 와 데이터벡터  $\psi(k)$ 는 각각 식(19), (20)의 구조를 갖는다.

$$\theta_0^T = \text{coeff}[F(z^{-1}), B(z^{-1})G(z^{-1}), L(z^{-1})G(z^{-1}), C(z^{-1}) - 1]$$

$$\psi(k) = \left[ \frac{\epsilon(k)}{P_d(z^{-1})}, \dots, \frac{\epsilon(k-n_f)}{P_d(z^{-1})}, \eta(k), \dots, \eta(k-n_{bg}), \lambda(k), \dots, \lambda(k-n_{eg}), -\epsilon^*(k/k-1), \dots, -\epsilon^*(k+1-s/k-s) \right] \quad (20)$$

평가함수  $J_1$ 을 식(21)로 정의한다.

$$J_1 = E\{[P(z^{-1})\epsilon(k+1)]^2 + [Q'(z^{-1})D(z^{-1})U(k)]^2\} \quad (21)$$

여기서 다항식  $P(z^{-1})$ 와  $Q^*(z^{-1})$ 는 식(22)로 표현된다.

$$P(z^{-1}) = \frac{P_n(z^{-1})}{P_d(z^{-1})}, \quad Q^*(z^{-1}) = \frac{Q_n^*(z^{-1})}{Q_d^*(z^{-1})} \quad (22)$$

프로세스의 실제 제어오차  $P(z^{-1})\epsilon(k+d)$ 는 최소 분산 제어기(Minimum Variance Con: MV4d)의 예측오차  $\epsilon^*(k+d/k)$ 에 의해서 식(23)으로 표현된다.

$$P(z^{-1})\epsilon(k+d) = \epsilon^*(k+d/k) + \zeta(k+d) \quad (23)$$

여기서  $\zeta(k+d)$ 는 식(17)의 예측 잔류항으로서 식(24)로 표현된다.

$$\zeta(k+d) = G(z^{-1})\gamma(k+d) \quad (24)$$

프로세스의 제어오차  $P(z^{-1})\epsilon(k+d)$ 와 제어입력  $U(k)$ 를 고려한 평가함수  $J_2$ 는 식(25)로 정의할 수 있다.

$$J_2 = E\{[\epsilon^*(k+1)]^2 + Q^*(z^{-1})[\eta(k) + P(z^{-1})\epsilon(k+d)]^2\} + \sigma^2 \quad (25)$$

여기서  $\zeta(k+d)$ 에 대한 평균값과 분산은 아래와 같이 구해진다.

$$E[\zeta(k+d)] = 0$$

$$E[\zeta(k+d)]^2 = \sigma_g^2 \sum_{i=1}^{d-1} g_i^2 = \sigma_g^2, \quad g_0 = 1.$$

변수  $\eta(k)$ 에 대해서 평가함수  $J_2$ 를 최소화하면 식(26)이 구해진다.

$$\frac{\partial J_2}{\partial \eta(k)} = \frac{2\epsilon^*(k+d/k) \partial \epsilon^*(k+d/k)}{\partial \eta(k)} + 2Q^*(z^{-1})[\eta(k) + P(z^{-1})\epsilon(k+d)] \frac{\partial Q'\eta(k)}{\partial \eta(k)} \quad (26)$$

ISERMANN 등이 제시한 최소분산 제어기의 평가함수식에서<sup>(4)</sup>

$$\frac{\partial \epsilon^*(k+d/k)}{\partial \eta(k)} = b_0 \text{ 이고, } \frac{\partial Q'(z^{-1})\eta(k)}{\partial \eta(k)} = \frac{(q_{n0}^*)}{(q_{d0}^*)} \text{ 이다.}$$

따라서  $\eta(k)$ 에 대한 최적치는 다음과 같이 구해진다.

$$\epsilon^*(k+d/k) + Q(z^{-1})[\eta(k) + p(z^{-1})\epsilon(k+d)] = 0 \quad (27)$$

$$\text{여기서 } Q(z^{-1}) = \frac{(q_{n0}^*)}{(q_{d0}^*)} \cdot \frac{Q^*(z^{-1})}{b_0} \text{ 이다.}$$

$$\epsilon^*(k+d/k) + Q(z^{-1})P(z^{-1})\epsilon(k+d) = -Q(z^{-1})\eta(k) \text{ 이므로}$$

$$Q(z^{-1})\eta(k) = \frac{F(z^{-1})\epsilon(k)}{C(z^{-1})P_d(z^{-1})} + Q(z^{-1})P(z^{-1})\epsilon(k+d) + [B(z^{-1})G(z^{-1})\eta(k) + L(z^{-1})G(z^{-1})\lambda(k)] / C(z^{-1}) \quad (28)$$

따라서 전체 프로세스의 제어식은 식(29)와 같다.

$$U(k) = \frac{\epsilon(k)}{D(z^{-1})} [P(z^{-1}) + \frac{F(z^{-1}) - P_d(z^{-1})Q(z^{-1})C(z^{-1})P(z^{-1})}{P_d(z^{-1})[C(z^{-1})Q(z^{-1}) - B(z^{-1})G(z^{-1})]}]$$

$$+ \frac{L(z^{-1})G(z^{-1})\lambda(k)}{C(z^{-1})Q(z^{-1})-B(z^{-1})G(z^{-1})} \quad (29)$$

본 논문에서 적용한 MV4d 제어기는 식(30)으로 표현된다.

$$G_{MV4D} = \frac{A(z^{-1})F(z^{-1})}{ZB(z^{-1})C(z^{-1})G(z^{-1})} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (30)$$

식(30)에서 일반형 제어기의 차수는 각각  $\deg P(z^{-1}) = \mu$ ,  $\deg Q(z^{-1}) = \nu$ 로서 식(31)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu &= n_b + d - 1 \\ \nu &= \text{MAX}(n_f - d - 1, n_a - 1) \end{aligned} \quad (31)$$

그리고 ISERMANN등이 제시한 동정 조건 2를 만족하기 위해서 식(32)가 성립해야한다.

$$\begin{aligned} \text{MAX}(\nu - n_a + d, \mu - n_b) &= \text{MAX}(n_f - n_a - 1, d - 1, d - 1) \\ &= \text{MAX}(n_f - n_a - 1, d - 1) > P \end{aligned} \quad (32)$$

여기서 P는 외란필터와 MV4d 페루프 다항식의 공통근으로서 식(33)으로 다시 쓸 수 있다.

$$\text{MAX}(-n_a - 1, d - 1 - n_d) \geq 0 \text{ 또는 } d \geq n_d + 1 \quad (33)$$

따라서 전체 프로세스의 제어식(30)과  $n_d = 0$ 인 조건을 만족하므로  $d \geq 1$ 인 프로세스에 대해서 모든 제어기 파라미터를 동정(identifiable)할 수 있음을 증명할 수 있다.<sup>(5)</sup>

#### IV. 제어 알고리즘과 안정도 해석

##### IV-1. 파라미터 추정 적응제어 알고리즘

각 샘플링 순간에 평가함수를 최소화하는 제어기의 파라미터를 추정(Esimation)하기 위해서, 본 논문에서 사용한 적응법칙은 식(34)와 같다.<sup>(6)(7)</sup>

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-d) + \gamma(k) \\ &[P(z^{-1})\epsilon(k+d) - \psi(k)\hat{\theta}(k-d)] \end{aligned} \quad (34)$$

여기서  $\gamma(k)$ 는 correcting factor,  $P(k+1)$ 은 square covariance of estimation error로서 다음과 같다.

$$\gamma(k) = P(k+1)\psi(k+1) = \frac{P(k)\psi(k+1)}{1 + \psi^T(k+1)P(k)\psi(k+1)}$$

$$P(k+1) = [1 - \gamma(k)\psi(k+1)]P(k)$$

$$E\{P(k+1)\} = \text{cov} \frac{[\Delta\theta(k)]}{\sigma_e^2}, \sigma_e^2 = E\{e^T e\} \quad (35)$$

제어기 파라미터를 추정하기 위한 적응법칙의 초기 조건은 식(36)과 같다.

$$\theta(j) = \theta_j, P(j) = \alpha I, \alpha > 0, j = 0, 1, \dots, d-1 \quad (36)$$

프로세스의 예측오차는

$$\epsilon^*(k+1/k) = \theta^T(k)\psi(k) - \epsilon(k) \text{이다.} \quad (37)$$

여기서, 데이터벡터는 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi(k) &= \left[ \frac{\epsilon(k)}{P_d(z^{-1})} \dots \frac{\epsilon(k-n_1)}{P_d(z^{-1})}, \eta(k) \dots \eta(k-n_2), V(k) \right. \\ &\quad \left. \dots V(k-n_3), -\epsilon^*(k/k-1) \dots, -\epsilon^*(k+1-s/k-2) \right] \end{aligned} \quad (38)$$

데이터 벡터의 차수는  $n_1 \geq n_f, n_2 \geq n_{bg}, n_3 \geq n_{eg}, s \geq n_c$ .

식(34)는 다음 2개의 조건을 파라미터 추정 과정에서 계속 만족해야 한다.<sup>(8)</sup>

$$A) \gamma(k) \text{Tr}(P(k)) \leq d_1 < \infty$$

$$\text{여기서 } \gamma(k+1) = \gamma(k) + \psi^T(k+1)\psi(k+1), \gamma(0) = I,$$

$$B) \psi^T(k+1)P(k)\psi(k+1) \leq d_2 < \infty$$

여기서  $1 \leq d(k) \leq \frac{k^{1/2}}{f(k)^{1/2}}$ 이고, 함수  $f(k)$ 는 식(39)와 같다.

$$\begin{aligned} f(k) &= \left[ \prod_{n=1}^n \rho(i, t) \right] \rho(n, t)^a, a > 0, \\ \rho(i, t) &= \ln \ln \dots \ln(t_0 + t) \end{aligned} \quad (39)$$

또한, 하중요소  $\lambda(k)$ 를 최소 자승 추정 알고리즘에 고려해서 외란에 대한 억제와 시변 프로세스의 파라미터 추종을 개선시킬 수 있다. 본 논문에서는  $0.85 \leq \lambda(k) \leq 0.99$ 를 사용하여, 가장 최근에 샘플링된 추정

값이 더 많은 하중을 갖도록 하였다. 시변 하중요소  $\lambda(k)$ 는 식(40)으로 나타낼 수 있다.

$$\lambda(k+1) = \lambda_0 \lambda(k) + (1 - \lambda_0) \quad (40)$$

여기서  $\lambda_0 < 1$ 이고,  $\lambda(0) < 1$ 이다.  $\lim_{k \rightarrow \infty} \lambda(k+1) = 1$

#### IV-2. 안정도와 수렴성 해석

본 절에서는 매개변수 추정 알고리즘 식(34)·식(37)이 점근적 안정성을 갖고 평가 함수를 최소화 하는 가를 해석 하겠다. 식(34)의 적응 법칙과 식(29)의 제어식을 식(17)의 시스템에 적용하고, 다음과 같은 성질을 만족한다면 적응 제어기의 안정도가 보장 된다.<sup>(9) (11)</sup>

$$1) \|\hat{\theta}(k) - \theta_0\| \leq \|\hat{\theta}(k-1) - \theta_0\| \leq \|\hat{\theta}(0) - \theta_0\|, \quad 1 \leq k \quad (41)$$

$$2) \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\delta^2(k)}{1 + \psi^T(k+1)P(k)\psi(k+1)} < \infty \quad (42)$$

<증 명>

1) 식(35)에서  $P(k+1)$ 은 식(43)으로 표현할 수 있다.

$$P(k+1) = P(k) - \frac{P(k)\psi^T(k+1)P(k)\psi(k+1)}{1 + \psi^T(k+1)P(k)\psi(k+1)} \quad (43)$$

식(41)의 양변에서  $\theta_0$ 를 빼면 식(44)로 나타낼 수 있다.

$$\tilde{\theta}(k) = \tilde{\theta}(k-1) - \psi^T(k+1)\tilde{\theta}(k-1) \quad (44)$$

여기서  $\tilde{\theta}(k)$ 는 매개변수 추정 오차이다.

$$\begin{aligned} \|\tilde{\theta}(k)\|^2 - \|\tilde{\theta}(k-1)\|^2 \\ = [-2 + \psi^T(k+1)P(k)\psi(k+1)]P(k)e^2(k) \end{aligned} \quad (45)$$

한편,  $0 \leq P(k) \leq 1$ 이므로 식(46)이 성립한다.

$$[-2 + \psi^T(k+1)P(k)\psi(k+1)] < 0 \quad (46)$$

따라서 식(41)을 만족한다.

2) 식(45)를 적분하면 식(47)과 같다.

$$\begin{aligned} \|\tilde{\theta}(k)\| - \|\tilde{\theta}(k-1)\| \\ = \sum_{j=1}^k [-2 + \psi^T(j-1)P(j-1)\psi(j-1)]P(j-1)e^2(k) \end{aligned} \quad (47)$$

여기서  $\|\tilde{\theta}(k)\|^2$ 은 음이 아닌 상수이고 식(46)을 만족하므로 따라서 식(42)는 성립한다.

### V. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서는 표 1과 같은 DC 서보모형을 대상으로 시뮬레이션하여 결과를 고찰하였다.

Table 1. Characteristics of Servo Model S-586

변 수	상 수(단위)
토크 상수( $K_t$ )	$0.56 \pm 10\%$ [Nm/A]
역기전력 상수( $K_b$ )	$0.056 \pm 10\%$ [V/rad/s]
전기자 저항( $R_a$ )	$1.25 \pm 15\%$ [ $\Omega$ ]
전기자 인덕턴스( $L_a$ )	2.6 [mH]
모터와 부하간의 마찰계수	0.02 [N/m/sec]
모터와 부하간의 관성(J)	0.001 [Kg·m]

샘플링 시간은 0.1초로 정하였고, 표 1에서와 같이 DC서보의 전기적 시상수는 약 1[ms]이다. DC 서보의 확정성 외란은 부하 토크  $T_L$ 을 사용하였으며, 확률 신호  $V(k)$ 는 입력단(증폭기, 드라이버)의 특성을 포함하고  $W(k)$ 는 출력단(변환기, 센서)에서 입력으로 변환되는 신호의 특성을 나타내고 조작변수  $U(k)$ 에 포함되는 신호이다. 최소분산 제어기의 기준 입력  $Y_r(k)$ 와 확정성 외란  $T_L$ 은 계단 입력을 사용하였으며, 매개변수 추정 알고리즘(RLS)에서 하중 요소를 변화시킨 경우와 적응저역 통과필터(Adaptive Low Pass Filter)로 전체 안정도를 유지하고 매개변수의 정확한 추정을 확인 하였다.<sup>(12)·(18)</sup>

#### V-1. 속도 제어

DC 서보의 강건한 속도제어특성을 외란이 존재할 때 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. DC 서보의 각 속도  $\omega(k)$ 를 출력으로 하고 표 1의 특성치를 고려한 전달 함수는 식(48)과 같다.

$$\omega(k) = \frac{0.2459 U(k-1)}{1 - 0.104 z^{-1}} + \frac{0.2459 V(k-1)}{1 - 0.104 z^{-1}}$$

$$-\frac{1000 T_L(k)}{1-0.104 z^{-1}} \quad (48)$$

여기서 부하토크  $T_L$ 의 크기 변화를 표 2에 나타내었다.

Table 2. Variations of Load-Torque at Speed control

시간(sec)	5	15	25	35	45	55
$T_L$ [N/m]	.0002	.006	.001	.0004	-.001	-.0001

그림 2a.는 MV4d-RLS를 적용한 기준입력  $Y_r(k)$ 에 대한 DC서보의 속도  $Y(k)$ 를 나타낸다. 여기서 DC서보의 출력  $Y(k)$ 는 기준입력과 매개변수 섭동, 외란 및 측정잡음의 변화에 대해서 정확한 정상상태 수렴을 볼 수 있으며, 그림 2b.는 기준 입력과 섭동, 외란 및 측정잡음의 변화에 대해서 오차를 갖는 각 매개변수의 수렴 특성을 나타낸다.

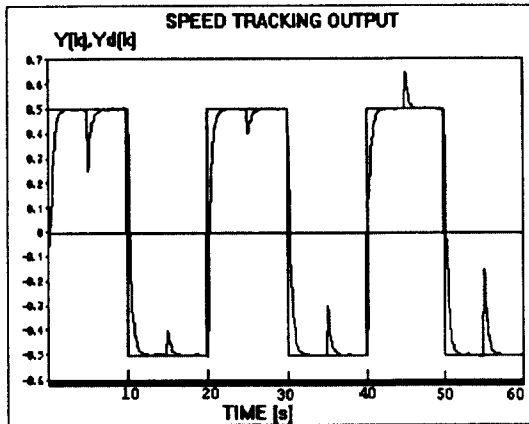


Fig. 2a. 최소분산 속도제어 출력

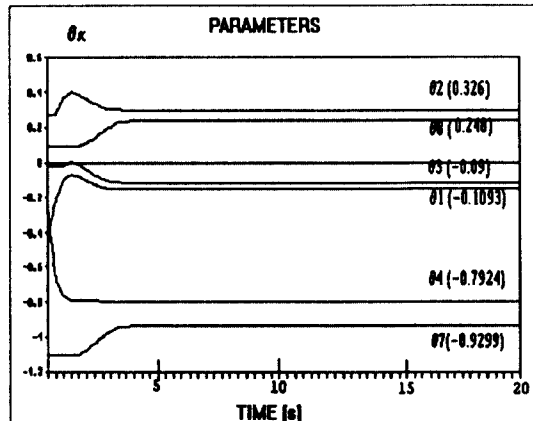


Fig. 2b. MV4d제어기의 파라미터

그림 3은 MV4d-RLS 알고리즘에서 Weighting Factor(하중 요소: 식(40))를 고려한 속도제어의 결과이다. 그림 3a.는 기준 입력에 대해서 DC서보의 속도 추종을 나타낸 그림이다. 그림 3b.의 각 매개변수는 수렴특성을 갖지만 오차가 존재한다.

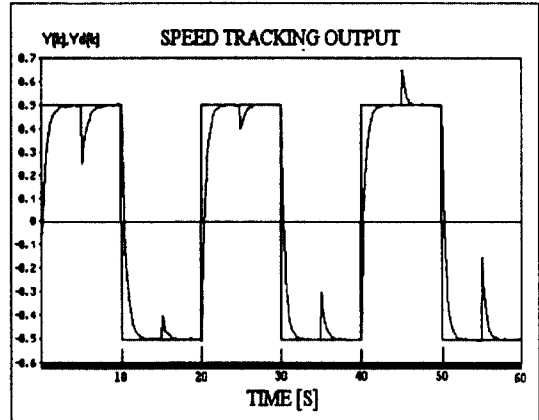


Fig. 3a. 최소분산 속도제어 출력

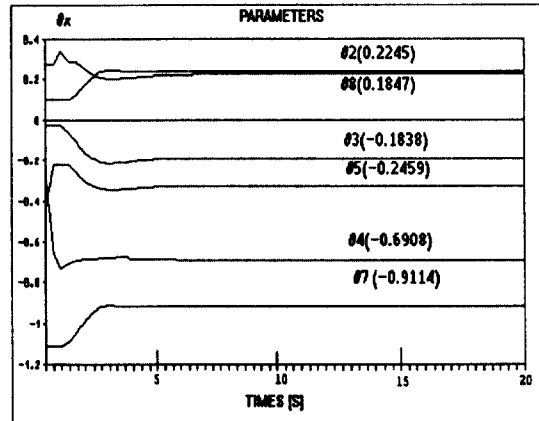


Fig. 3b. Weighted-MV4d제어기 파라미터

그림 4는 외란의 영향 억제와 매개변수의 수렴성을 개선시키기 위해서 Weighting Factor(하중요소)를 고려하고, 제어기 매개변수와 조작성  $U(k)$ 의 Adaptive Low Pass Filtering을 통해서 정확한 수렴특성을 얻을 수 있었다.

Table 3. True Value of Controller Parameters

파라미터	$\theta 1$	$\theta 2$	$\theta 3$	$\theta 4$	$\theta 7$	$\theta 8$
True Val	-.4459	0.27	-.0208	-.2459	-1.1040	.104

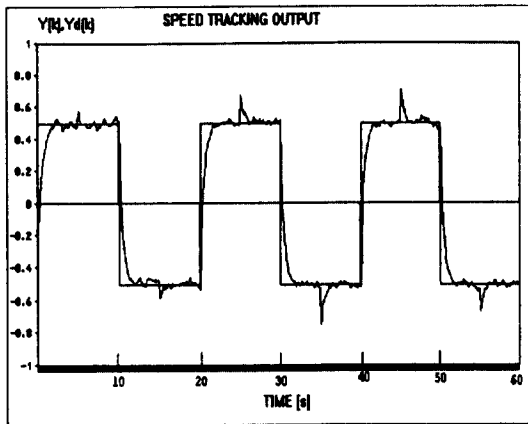


Fig. 4a. Weighted-RLS-LPF 알고리즘의 속도제어 출력

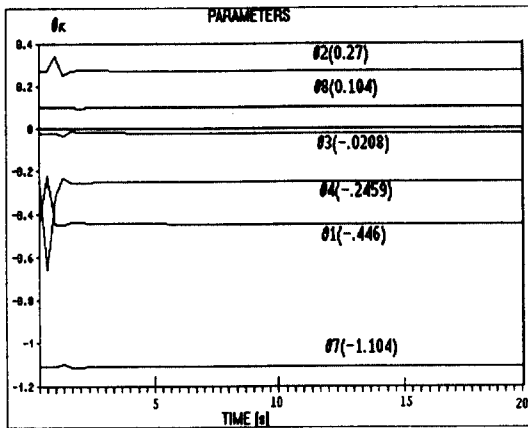


Fig. 4b. Weighted-RLS-LPF 적용한 제어기의 파라미터

V-2. 위치 제어

DC 서보의 강건한 위치 제어특성을 외란이 존재할때 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. DC 서보의 위치를 출력으로 하고 표 1의 특성치를 고려한 전달함수는 식(49)와 같다.

$$\omega(k) = \frac{0.334 U(k-1)}{1-0.104 z^{-1} + 0.104 z^{-2}} + \frac{0.334 V(k-1)}{1-0.104 z^{-1} + 0.104 z^{-2}} - \frac{(0.315-0.228 z^{-1}) T_L(k)}{1-0.104 z^{-1} + 0.104 z^{-2}} \quad (49)$$

그림 5는 Weighted RLS-LPF 알고리즘을 적용한 기준입력과 확률적 외란의 변화에 따른 DC 서보의 위치 변화이다. 그림 5a는 DC 서보가 기준입력의

위치만큼 이동하기 위해서 필요한 서보의 위치 변화량이며, 그림 5b는 제어기파라미터의 정확한 수렴특성을 나타낸다.

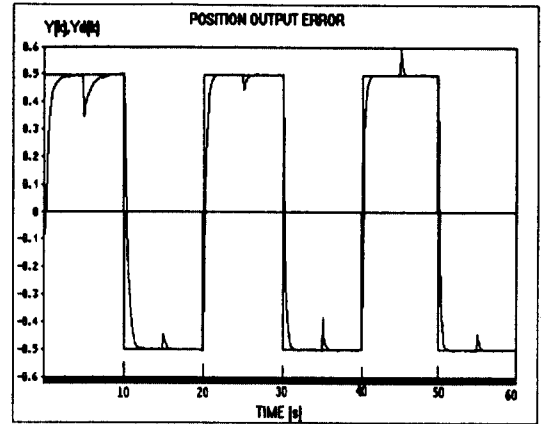


Fig. 5a. Weighted-RLS-LPF 알고리즘의 위치제어 출력

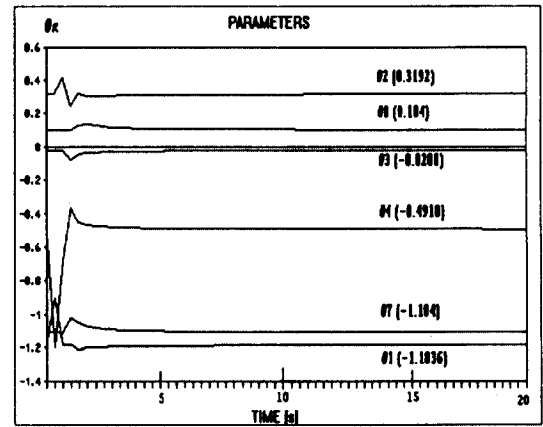


Fig. 5b. Weighted-RLS-LPF를 적용한 제어기의 파라미터

Table 4. True Value of Controller Parameters

파라미터	θ 1	θ 2	θ 3	θ 4	θ 7	θ 8
True Val	-1.1836	0.3192	-0.0208	-0.4918	-1.1040	.104

VI. 결 론

본 논문에서 제안한 강건한 서보 적용제어기는 파라미터 섭동과 유계된 잡음및 측정 불가능한 외란이 존재하는 경우, 제어기의 기준 입력에 점근적인 추종과 조절이 가능하고 전체 안정도를 보장하는 파라메



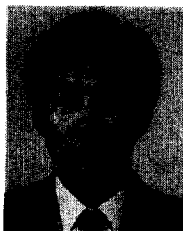
터 적응 서보제어기를 설계하였다.

제어기는 오차 유도 구조를 사용하였고, 평가함수를 최소화하여 제어기의 파라메터를 동조시키는 MV4d(Minimum Variance Controller)-RLS(Recursive Least Square) 알고리즘을 적용하였다. 제어기의 파라메터추정(Parameter Estimation)은 최소자승법에 하중요소(Weighting factor)를 고려하여 외란 억제와 파라메터 추정을 개선하였으며, 적응저역통과 필터(Adaptive Low Pass Filter)로 전체안정도를 유지하고 서보 모델 S-586의 속도제어와 위치제어를 통해서 적응 서보 제어기의 정확한 파라메터 추정을 확인하였다.

### 참 고 문 헌

1. Landau, Y.D., "Adaptive Control-The Model Reference Approach," Marcel Dekker, N.Y, 1979.
2. M.S. Radenkovic, "On the Convergence of the Self-Tuning Algorithms based on Nonmodified Least Squares," IEEE Trans., Automat. contr., vol.35, No.5, pp.628-633, MAY, 1990.
3. H.K. Song, S.L. SHAH and D.G. Fisher "A Self-Tuning Robust Controller," Automatica, vol.22, No.5, pp.521-531, 1986.
4. R.Isermann, K. H.Lachmann, D.Matko, "Adaptive Control Systems," Prentice-Hall Inc. 1992.
5. Rolf Isermann, "Digital Control Systems," Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1981.
6. Söderström, T., L.Ljung and I.Gustavsson, "A Comparative study of recursive identification me-

- thods," Report 7427, Dept of Automat. contr., Lund Inst. of Technology.
7. Söderström, T., Stoica, "System Identification" Prentice Hall Inc. 1989.
8. L.Ljung and T.Söderström, "Theory and Practice of Recursive Identification," M.I.T, 1983.
9. B.D.O.Anderson, etc. "Stability of Adaptive Systems: Passivity And Averaging Analysis" The MIT Press, 1989.
10. K.J.Åström and B.Wittenmark, "On Self-Tuning Regulators," Automatica, vol.9, pp.185-199, Mar, 1973.
11. K.J.Åström and B.Wittenmark, "Computer Controlled System," Prentice-hall Inc, 1984.
12. K.J.Åström and B.Wittenmark, "Adaptive Control," Addison-Wesley Publishing CO., 1989.
13. D.W. Clarke and P.J.Gawthrop, "Self-Tuning Controller," Pro.IEE, vol.122, No.9, Sept. 1975.
14. P.J.Gawthrop, "Continuous-Time Self-Tuning Control," vol-1, Design.Research Studies Pre. LTD, 1987.
15. B. Widrow and S.D.Stearns, "Adaptive Signal Processing," Prentice-hall Inc, 1985.
16. W. L. Brogan, "Modern Control Theory," 3rd Edition, Prentice-hall Inc, 1991.
17. Takashi Kenjo, "Power Electronics for the Microprocessor Age," Oxford Univ., Press, 1990.
18. G. R. Slemon, "Electric Machines and Drives," Addison-Wesley Publishing CO., 1992.



洪 璿 學 (Seon Hack Hong) 正會員  
 1959年 5月 12日生  
 1986年 2月: 光云大學校 電氣工學科 卒業(工學士)  
 1989年 2月: 光云大學校 大學院 電氣工學科 卒業(工學碩士)  
 1992年 2月: 光云大學校 大學院 電氣工學科 博士課程 修了

※主關心分野: 適應制御 및 DSP의 Parameter Estimation.



任 化 永 (Hwa Young Yim) 正會員  
 1946年 3月 18日生  
 1973年 2月: 漢陽大學校 卒業(工學士)  
 1976年 2月: 漢陽大學校 大學院 自動制御 專攻(工學碩士)  
 1984年 2月: 漢陽大學校 大學院 卒業(工學博士學位)

1982年~現在: 光云大學校 制御計測 工學科 教授

※主關心分野: 適應制御, 電力系統의 Digital制御, 確率統計의 信號處理