

## 變形非積適應필터의 수렴특성 개선에 관한 연구

正會員 金 建 昊\* 正會員 尹 達 桓\*\* 正會員 林 濟 鐸\*\*

### A Study on the Convergence Characteristics Improvement of the Modified-Multiplication Free Adaptive Filter

Geon Ho Kim\*, Dal Hwan Yoon\*\*, Chae Tak Lim\*\* *Regular Members*

#### 要 約

본 논문에서는 곱셈연산이 필요치 않은 변형 비적 적응필터(MMADF : Modified Multiplication-free adaptive Filter) 알고리즘을 제안하고 수렴특성을 해석하였다. 제안한 구조는 DPCM(Differential Pulse Code Modulation)과 Sign 알고리즘을 이용한 MADF 구조에서 1차 필터를 첨가한 구조이다. 해석방법은 계수 비정렬벡터와 그 자기상관행렬의 수렴을 유도하였다. 수렴특성을 평가하기 위하여 분할등기(FSE : Fractionally Spaced Equalizer)에 적용하였으며, Sign 알고리즘, MADF 알고리즘과 MMADF 알고리즘을 사용하여 정상상태오차와 수렴속도로 특성을 비교평가 하였다. MMADF 알고리즘을 FSE에 적용한 결과 안정된 수렴특성을 나타내었으며, 동일한 정상상태오차를 갖는 조건에서 시뮬레이션한 결과 기존의 Sign 및 MADF 알고리즘에 비해 신호특성 및 수렴속도가 개선 되었다.

#### Abstract

In this paper, the structure of modified multiplication-free adaptive filter(M-MADF) and convergence analysis are presented. To evaluate the performance of proposed M-MADF algorithm, fractionally spaced equalizer(FSE) is used.

The input signals are quantized using DPCM and the reference signals is processed using a first-order linear prediction filter, and the outputs are processed by a conventional adaptive filter. The filter coefficients are updated using the Sign algorithm. Under the assumption that the primary and reference signals are zero mean, wide-sense stationary and Gaussian, theoretical results for the coefficient misalignment vector and its autocorrelation matrix of the filter are driven. The convergence properties of Sign, MADF and M-MADF algorithm for updating of the coefficients of a digital filter of the fractionally spaced equalizer(FSE) are investigated and compared with one another. The convergence properties are characterized by the steady state error and the convergence speed.

It is shown that the convergence speed of M-MADF is almost same as Sign algorithm and is faster than MADF in the condition of same steady state error. Especially it is very useful for high correlated signals.

\*韓國通信

\*\*漢陽大學校 電子工學科

Dept. of Elec. Eng. Han Yang University

論文番號 : 93 - 81

## I. 서 론

적용필터는 입력된 신호의 상관관계를 이용하여 적당한 통계적 기준에 따라 순환적으로 계수를 조정하여 최적값을 추적해 나간다. 또한 신호가 비정상적(non-stationary)일지라도 시간에 따라 변화하는 필터계수의 최적값을 찾아낸다. 여러 적용필터 방식 중 가장 널리 사용되고 있는 것이 LMS(Least Mean Square) 알고리즘이다[1][2]. 이 방식은 평균자승오차(Mean Squared Error : MSE)값이 작아지도록 필터계수를 갱신해 나가는 통계적 경사도 알고리즘이다. LMS 알고리즘의 간단한 변형 중의 하나가 추정 오차의 부호를 필터계수의 갱신에 사용하는 Sign 알고리즘이다[3]. Sign 알고리즘은 LMS 알고리즘에 비해 곱셈연산을 줄일 수 있으며 안정된 결과를 얻는다. 그러나 어떤 적용분야에서는 연산수 특히 곱셈수를 더 줄여야 할 필요가 있다. 이것은 실현하기 위해 DM(Delta Modulation)을 사용한 비적용필터(MADF : Multiplication-free Adaptive Filter)가 있으며[4], LMS 알고리즘과 DPCM(Differential Pulse Code Modulation)을 이용한 MADF[5], 또한 Sign 알고리즘과 DPCM을 이용한 MADF가 있다[6]. 이러한 비적용필터는 부호화과정을 포함하고 있어 양자화 오차로 인하여 성능의 저하를 가져온다. 따라서 양자화 오차를 줄이기 위해서는 입력신호의 상관관계가 높은 신호에 적합하다고 할 수 있다.

본 논문에서는 수렴특성을 향상시키기 위하여, 기존의 Sign 알고리즘과 DPCM을 이용한 MADF에서 간단한 1차 필터를 첨가한 변형 비적용필터(MMADF : Modified-Multiplication-free Adaptive Filter) 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 수렴해석을 통해 MADF와 특성을 비교하고, 3장에서는 MMADF의 분할동화기(FSE구현에 관해 알아본다. 4장에서는 모의 실험을 통해 FSE에 각 알고리즘을 적용하여 특성을 비교하고 이론의 타당성을 조사하며 5장에서는 결론을 맺는다.

## II. MMADF의 수렴해석

MMADF 구조에서는 DPCM이 Sign 알고리즘의 입력 신호를 위해 사용되고, 그 기준신호는 적용필터 계수를 위한 갱신 방정식에 사용된다[5][6][7].  $d(n)$ 과  $x(n)$ 은 적용필터의 기준신호 및 입력신호라고

할때, MMADF 구조의 기본구조를 그림1에 나타내었다. 여기서  $N$ 은 필터의 차수라 하고, 각각 DPCM의 예상입력과 재생입력벡터를 나타내면 다음식 (1), (2)와 같다.

$$\hat{X}(n) = [\hat{x}(n), \hat{x}(n-1), \hat{x}(n-2), \dots, \hat{x}(n-N+1)]^T, \quad (1)$$

$$\tilde{X}(n) = [\tilde{x}(n), \tilde{x}(n-1), \tilde{x}(n-2), \dots, \tilde{x}(n-N+1)]^T. \quad (2)$$

또, DPCM의 양자기 입력과 출력벡터를 구하면, 다음과 같다.

$$E(n) = [\epsilon(n), \epsilon(n-1), \epsilon(n-2), \dots, \epsilon(n-N+1)]^T, \quad (3)$$

$$B(n) = [b(n), b(n-1), b(n-2), \dots, b(n-N+1)]^T, \quad (4)$$

그 결과를 정리하면, 다음의 방정식들은 MMADF구조를 나타낸다.

$$\hat{X}(n) = \beta \tilde{X}(n-1) \quad (5)$$

이때  $\beta$ 는  $0 < |\beta| < 1$ 이고, DPCM에서 사용되는 일차 예측 계수를 나타낸다.

$$E(n) = X(n) - \hat{X}(n), \quad (6)$$

$$B(n) = Q\{E(n)\}. \quad (7)$$

여기서  $Q\{E(n)\}$ 은  $\epsilon(n)$ 의 각 요소가 가장 가까운 양자화-등급으로 양자화함으로써 얻어지는 벡터를 나타낸다.

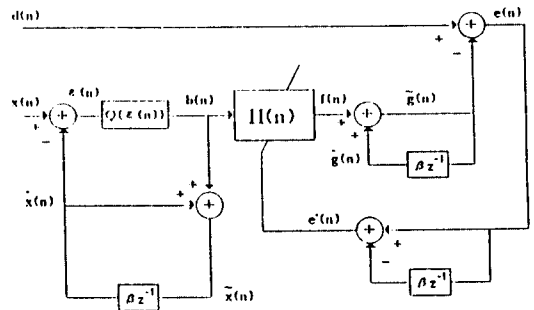


그림 1. MMADF의 구조  
Fig 1. Structure of the MMADF

$$\tilde{X}(n) = \hat{X}(n) + B(n) \quad (8)$$

$$f(n) = B^T(n)H(n) \quad (9)$$

$$\hat{g}(n) = \beta \tilde{g}(n-1) \quad (10)$$

$$\tilde{g}(n) = \hat{g}(n) + f(n) \quad (11)$$

$$e(n) = d(n) - \tilde{g}(n) \quad (12)$$

$$e'(n) = e(n) - \beta e(n-1)$$

MADF식이 e(n)만을 이용해던 반면, MMADF식은 계수를 갱신하기 위하여 e(n)에 지연소자를 사용하여 e'(n)을 얻으므로써 그 전달함수의 최종 식은 다음과 같다.

$$H(n+1) = H(n) + \mu \nabla(n), \quad (13)$$

$$\text{여기에서 } \nabla(n) = B(n) \text{ sign}\{e'(n)\}, \quad (14)$$

(5)식을 (8)식에 대입하면,

$$B(n) = \tilde{X}(n) - \beta \tilde{X}(n-1). \quad (15)$$

(8) - (13)식으로부터

$$\tilde{g}(n) = \beta \tilde{g}(n-1) + [\tilde{X}^T(n) - \beta \tilde{X}^T(n-1)]H(n). \quad (16)$$

(13)식을 (16)식에 대입하면,

$$\begin{aligned} \tilde{g}(n) = & \beta \tilde{g}(n-1) + \tilde{X}^T(n)H(n) - \beta \tilde{X}^T(n-1)H(n-1) \\ & - \mu \beta \tilde{X}^T(n-1)\tilde{X}(n-1) \text{ sign}\{e'(n-1)\}. \end{aligned} \quad (17)$$

초기 조건이 영(zero)이라는 가정하에서 (17)식을 다시 쓰면[7]

$$\tilde{g}(n) = \tilde{X}^T(n)H(n) - \mu \sum_{k=1}^{n-1} \beta^{n-k} \tilde{X}^T(k) \tilde{X}(k) \text{ sign}\{e'(k)\} \quad (18)$$

또는

$$\tilde{g}(n) = \tilde{X}^T(n)H(n) - \mu u(n) \quad (19)$$

식(19)에서 보면  $\mu$  값이 작고 DPCM의 작은 재생 오차에 대하여 일반적인 적응필터에 만들어진 것과 아주 근접하게 표현된다. 하드웨어를 구현할 때 계산의 복잡성을 감소시키기 위하여,  $\mu$  값을  $2^{-n}$ (n은 자연수)으로 선택하고,  $\beta$  값도 같은 방법으로 선택한다. DPCM의 양자화 크기  $\Delta$ 도 가능하면 같은 방법으로 선택한다. 이렇게 조정하여  $\mu$ ,  $\beta$ ,  $\Delta$  값을 선택하면 (11), (16), (19)식에서  $\mu$ ,  $\beta$ 의 곱셈은 한번의 bit 이동 연산과 한번의 덧셈연산으로 대체할 수 있다. 더우기, B(n)의 각 요소는  $\Delta$ 의 상수곱(multiple)이기 때문에 (15)식의 각 곱셈은 DPCM의 양자화 수가 5개 ( $-2\Delta$ ,  $-\Delta$ ,  $0$ ,  $\Delta$ ,  $2\Delta$ ) 혹은 그 이하인 경우 한번의 bit 이동 연산으로 대체할 수 있다. 또한  $-6\Delta$ 에서  $6\Delta$ 까지 양자화 수가 13일때 각 곱셈은 두번의 bit 이동과 한번의 덧셈연산을 사용할 수 있고 필터구조를 실현하는데는 곱셈연산의 필요없게 된다. 이때 X(n)의 자기상관 행렬  $R_{xx}$ 는

$$R_{xx} = E\{X(n)X^T(n)\} \quad (20)$$

$$\tilde{R}_{xx} = E\{\tilde{X}(n)\tilde{X}^T(n)\} \quad (21)$$

$\tilde{R}_{xx}$ 는  $\tilde{X}(n)$ 의 자기상관 행렬이다.

$$R_{dx} = E\{d(n)X(n)\} \quad (22)$$

$$R_{d\tilde{x}} = E\{d(n)\tilde{X}(n)\} \quad (23)$$

$R_{dx}$ 는 d(n)과 X(n)의 상관 행렬이고,  $R_{d\tilde{x}}$ 는 d(n),  $\tilde{X}(n)$ 의 상관 행렬이다. 여기서 해석을 위하여 다음의 3가지 가정을 한다.

(가정 1) 입력 d(n), X(n)는 광의에 정상상태(wide-sense stationary)이고, 평균이 0인 가우시안 확률과정이다.

(가정 2) 입력쌍 {d(n), X(n)}은 n과 k가 같지 않을 때, {d(k), X(k)}과 서로 독립이다.

(가정 3) DPCM의 복원오차 벡터를 다음과 같이 정의할 때,

$$\eta(n) = X(n) - \hat{X}(n) \quad (24)$$

$\eta(n)$ 의 각 값은  $[-\Delta/2, \Delta/2]$ 에서 균일하게 분포하

므로 그 분산은 (25)식과 같다.

$$\sigma^2 = \frac{\Delta^2}{12} \quad (25)$$

또한  $\eta(n)$ 의  $d(n)$ ,  $X(n)$ 과 상호 연관이 없다.(가정 3)에 의해

$$R_{dx} = E\{d(n)[X(n) - \eta(n)]\} = R_{dx} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{xx} &= E\{[X(n) - \eta(n)][X^T(n) - \eta^T(n)]\} \\ &= R_{xx} + \sigma^2 \mathbf{1} \end{aligned} \quad (27)$$

$d(n)$ 이  $x(n)$ 의 각 성분과 선형조합으로써 추정될 때, 최적필터 계수벡터는 다음과 같이 주어진다.

$$H_{opt} = \tilde{R}_{xx}^{-1} R_{dx} \quad (28)$$

이때 최적 오차는 다음과 같다.

$$e_{min}(n) = d(n) - \tilde{X}^T(n)H_{opt} \quad (29)$$

오차신호와 입력신호의 교직성분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E\{X(n-1)e(n)\} &= \mu E\{X(n-1)u(n)\} \\ &= \mu\beta \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \frac{1}{\sigma_{e'}(n)} [2R_1 + \text{tr}(R_1)][P - R_1 \\ &E\{H(n)\}]. \end{aligned} \quad (30)$$

또한 식(13), (15)를 이용하면, 계수  $B(n)$ 과  $H(n)$ 은 다음식과 같다.

$$B(n) = \tilde{X}(n) - \beta \tilde{X}(n-1), \quad (31)$$

$$\begin{aligned} H(n+1) &= H(n) + \mu B(n) \text{sign}\{e'(n)\} \\ &= H(n) + \mu \tilde{X}(n) \text{sign}\{e(n) - \beta e(n-1)\} \\ &\quad - \mu\beta \tilde{X}(n-1) \text{sign}\{e(n) - \beta e(n-1)\}. \end{aligned} \quad (32)$$

식(32)의 양변에 기대값(expectation)을 취하면

$$E\{H(n+1)\} = E\{H(n)\} + \mu E[\tilde{X}(n) \text{sign}\{e(n) - \beta e(n-1)\}]$$

$$- \mu\beta E[\tilde{X}(n-1) \text{sign}\{e(n) - \beta e(n-1)\}]. \quad (33)$$

식(31)을 이용하면 식(33)은 다음과 같다[7][10].

$$\begin{aligned} E\{H(n+1)\} &= E\{H(n)\} + \mu \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \frac{1}{\sigma_{e'}(n)} [P - R_1 E\{H(n)\}] \\ &\quad - \mu^2 \beta^2 \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \frac{1}{\sigma_{e'}(n)} [2R_1 + \text{tr}(R_1)] [P - R_1 E\{H(n-1)\}] \\ &\quad + \mu\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \frac{1}{\sigma_{e'}(n)} [P - R_1 E\{H(n-1)\}]. \end{aligned} \quad (34)$$

계수 비정렬 벡터(coefficient misalignment vector)는  $V(n)$  식은

$$V(n) = H(n) - H_{opt} \quad (35)$$

이고, 계수 비정렬 벡터의 자기상관 행렬  $K(n)$ 은

$$K(n) = E\{V(n)V^T(n)\} \quad (36)$$

일때 계수 비정렬 벡터의 갱신 방정식은 다음과 같다.

$$V(n+1) = \mu B(n) \text{sign}\{e'(n)\} \quad (37)$$

식(34)와 식(37)을 이용하여 계수 비정렬 벡터의 기대값을 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} E\{V(n+1)\} &= [I - \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \frac{\mu}{\sigma_{e'}(n)} R_1] E\{V(n)\} \\ &\quad + \mu\beta \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \frac{1}{\sigma_{e'}(n)} [\mu\beta \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \frac{1}{\sigma_{e'}(n)} \\ &\quad (2R_1 + \text{tr}(R_1)) - \beta] R_1 E\{V(n-1)\} \end{aligned} \quad (38)$$

이다. 식(38)에서 계수 비정렬 벡터의 기대값이 수렴할 조건은

$$0 < \mu < \frac{\sqrt{2\Pi} \sigma_{e'}(n)}{2\lambda_{\max} + (2+N)\sigma^2 + \sum \lambda_i} \quad (39)$$

여기서  $\lambda_{\max}$ 는  $R_{xx}$ 의 고유치의 최대값이다. 식(39)에서 계수 비정렬 벡터의 자기상관 행렬을 구하면

$$\begin{aligned}
 K(n+1) &= K(n) + \mu^2 R_{BB} \\
 &+ \mu E\{V(n)B^T(n)\text{sign}(e'(n))\} \\
 &+ \mu E\{B(n)V^T(n)\text{sign}(e'(n))\} \\
 &= K(n) + \mu^2 R_{BB} \\
 &- \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \frac{1}{\sigma_{e'}(n)} [K(n)R_{BB} + R_{BB}K(n)]. \quad (41)
 \end{aligned}$$

식(41)에서 계수 비정렬 벡터의 자기상관 행렬이 수렴할 조건은

$$0 < \mu < \sqrt{\frac{\Pi}{2}} \frac{\sigma_{e'}(n)}{\lambda_{\max}} \quad (42)$$

여기서  $\lambda_{\max}$ 는  $R_{BB}$ 의 고유치의 최대값이다.

$$K'(n) = Q^T K'(n) Q, \quad (43)$$

$$\Lambda = Q^T R_{BB} Q = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_N]. \quad (44)$$

식(43)과 (44)를 이용하여 식(43)이 정상상태에 이르렀을 때의 값을 구하면

$$K'(\infty) = \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{\Pi}{2}} \sigma_{e'}(\infty) I \quad (45)$$

$$K(\infty) = K'(\infty) = \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{\Pi}{2}} \sigma_{e'}(\infty) I \quad (46)$$

식(46)을 이용하여 정상상태 평균자승오차를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{e'}^2(\infty) &= \xi'_{\min} + \text{tr}\{K(\infty)R_{BB}\} \\
 &\approx \xi'_{\min} + \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{\Pi}{2}} \sqrt{\xi'_{\min}} \text{tr}\{R_{BB}\} \quad (47)
 \end{aligned}$$

식(29)와 가정들을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_{e'}^2(\infty) = (1 + \beta^2) \sigma_{e'}^2(\infty), \quad (48)$$

$$\xi'_{\min} = (1 + \beta^2) \xi_{\min}. \quad (49)$$

또한 입력신호  $X(n)$ 이  $R_{xx}(1)/R_{xx}(0) \approx \beta$ 라고 하면,

$$E\{X(n)X^T(n-1)\} = \begin{bmatrix} R(1) & R(2) & R(3) & \dots & R(N) \\ R(0) & R(1) & R(2) & \dots & R(N-1) \\ R(1) & R(0) & R(1) & \dots & R(N-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(N-2) & \cdot & \cdot & \cdot & R(1) \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\text{tr}(R) = r_{11} + r_{22} + \dots + r_{nn}. \quad (51)$$

식(50), (51)을 이용하여 다음의 결과를 얻는다.

$$\text{tr}\{R_{BB}\} = (1 - \beta^2) \text{tr}\{\tilde{R}_{xx}\} \quad (52)$$

그러므로 식(52)을 정리하면

$$\begin{aligned}
 \sigma_{e'}^2(\infty) &= (1 + \beta^2) \sigma_{e'}^2(\infty) \\
 &= (1 + \beta^2) \xi_{\min} \\
 &+ \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \sqrt{1 + \beta^2} \sqrt{\xi_{\min} (1 - \beta^2)} \text{tr}\{\tilde{R}_{xx}\} \quad (53)
 \end{aligned}$$

결과적으로

$$\begin{aligned}
 \sigma_{e'}^2(\infty) &= \xi_{\min} + \frac{1 - \beta^2}{\sqrt{1 + \beta^2}} \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{\Pi}{2}} \sqrt{\xi_{\min}} \\
 &[\text{tr}\{R_{xx}\} + N\sigma_{e'}^2] \quad (54)
 \end{aligned}$$

로 된다.  $\sigma_{e'}^2$ 은 DPCM 양자화 오차로 인한 것이며,  $\sigma_{e'}^2$ 를 작게 하기 위해서는 입력신호의 상관관계가 큰 신호이어야 한다. MADF의 정상상태 평균자승 추정 오차를 살펴보면 다음과 같다[7].

$$\sigma_{e'}^2(\infty) \approx \xi_{\min} + \frac{\mu}{2} \sqrt{\frac{\Pi}{2}} \sqrt{\xi_{\min}} [\text{tr}\{R_{xx}\} + N\sigma_{e'}^2] \quad \text{頭} \quad (55)$$

이다. 식(54)와 (55)를 비교하면  $(1 - \beta^2)/\sqrt{1 + \beta^2}$ 의 향상이 있다. 즉 동일한 정상상태 평균자승 추정오차를 나타낼 때 MADF와 MMADF의 수렴속도 및 신호 특성을 비교할 수 있다.

## I. MMADF의 분할 등화기 구현

분할 등화기(FSE: Fractionally Spaced Equall-

zer)의 기본구조는 그림 2와 같고 지연선 탭은  $\tau$  간격 만큼 벌어져 있다. T는 샘플링 이론을 만족시키도록 선택한다. 즉 등화기 입력 신호의 주파수 대역폭  $|f| < 1/(2T)$ 을 만족시켜야 한다. 실제로 간편하게  $\tau = T/M$ 이고 M은 작은 정수 값으로 선택한다[8].

$$Z_k = \sum_{n=0}^N C_n r(t_0 + kT - nT/M) \quad (56)$$

여기서  $C_n$ 은 필터 계수이고 N은 필터 탭수이다.

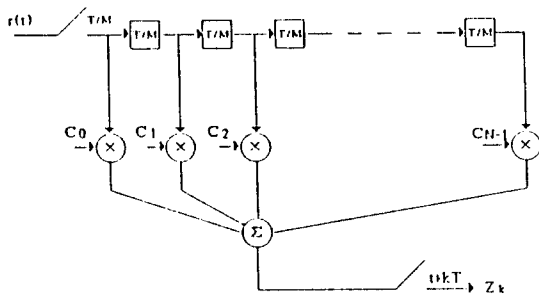


그림 2. FSE의 구조  
Fig 2. Structure of the FSE

일반적인 適應等화기에 비해 분할 등화기를 사용하는 데는 M배 많은 ADC(Analog to Digital Converter)와 등화기 지연소자에 M배 많은 기억소자가 필요하고 전체지연에 대하여 등화기 지연소자의 동일한 시간을 유지하려면 M배 더 많은 연산을 하여야 한다. 그러나 MMADF 알고리즘을 FSE에 사용하게 되면 약간의 성능 저하는 있으나, 곱셈을 하지 않아 계산의 복잡성을 감소시킬 수 있고, 또한 MMADF의 입력부분의 DPCM구조를 하고 있어 FSE에 적용할 경우 과도샘플링으로 인해 입력신호의 상관계수가 높아져 DPCM의 복원오차가 감소하게 되고 정상상태오차가 감소하게 된다.

#### IV. 모의실험 및 결과

컴퓨터 모의실험을 통해 MMADF를 적응등화기에 적용할 때 그 특성을 살펴보고, 기존의 Sign알고리즘 및 MADF 알고리즘과 특성을 비교한다.

##### 1. 실험 환경

적응 등화기를 구현한 전체구조는 그림 3과 같다. 여기에서 입력신호  $s(n)$ 은  $\pm 1$  값을 갖는 랜덤신호로서 평균은 0이다. 채널의 임펄스 응답  $g(n)$ 은 raised cosine impulse 응답을 이용했다.

$$g(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} [1 + \cos(\frac{2\pi}{W} (n-2))] & , n=1, 2, 3 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (57)$$

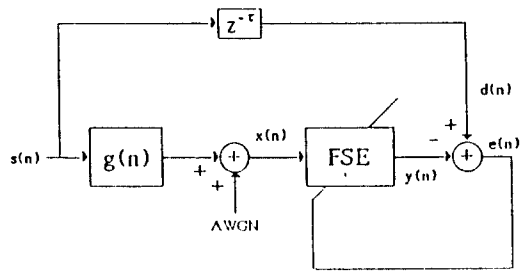


그림 3. 모의 실험 블럭도  
Fig 3. Block diagram of the simulation

(57)에서 W는 채널에 의해 발생하는 진폭왜곡의 양을 조정한다. 실험에서는  $W = 2.9, 3.3$ 으로 했다.

MMADF 양사화 수는 13이고 DPCM은 1차 예측기를 사용하고, 예측상수  $\beta$ 와 양사화크기  $\Delta$ 는 다음과 같다.

$$\beta = r(1)/r(0), \quad (58)$$

$$\Delta = 0.43 * |1 - (r(1)/r(0))^2 r(0)|^{1/2} \quad (59)$$

각 실험의 입력신호는 갯수는 2000이고 모두 70번의 반복 실험을 통하여 전체 평균을 구하였다.

첫번째 실험은 MMADF의 성능을 실험하기 위하여 채널 특성을  $W = 2.9, 3.3$ 에서 수렴상수는  $\mu = 0.0078(2^{-7})$ 이고, 첨가 잡음은 SNR을  $\infty, 30$  dB로 변화시키면서 정상상태오차를 구하였다. 각 채널에서 DPCM의  $\beta = 0.5, \Delta = 0.25$ 로 하였다.

두번째 실험은, 각 알고리즘을 비교하기 위하여 동일한 정상상태오차를 갖는 수렴상수  $\mu$ 를 선정하여  $W = 2.9$ 인 채널에서 SNR을  $\infty, 30$  dB로 변화시키면서

실험하였다. M-MADF에서  $\mu = 0.0078$ 이고, MADF에서  $\mu = 0.004(2^{-8})$ , Sign에서  $\mu = 0.008$ 을 사용하였다.

세번째 실험은 MMADF 알고리즘의 정상상태오차가 MADF 보다 작음을 보이기 위해서 동일한  $\mu$ 값 (0.004)에서 MMADF와 MADF의 수렴특성을 비교하였다.

### 2. 결과 분석

첫번째 실험결과는  $W = 2.9$ 와  $W = 3.3$ 인 채널에 대해 신호특성을 그림4에 나타낸다.  $W = 2.9$ 가  $W = 3.3$ 인 채널에 비하여 정상상태오차가 수렴속도가 빠르다. 이것은 표1의 특성에서 입력신호의 상관행렬의 고유값 분포가 작은 것이 빨리 수렴하고 정상상태오차가 작다는 일반적인 특성을 입증한다. 또한 첨가 잡음의 변화에 따른 특성을 실험한 결과 잡음이 커짐에 따라 정상상태오차가 커짐을 알 수 있다. 이상의 조건에서 MMADF는 FSE구조에 잘 수렴하고 안정된 특성을 나타냄을 알 수 있다.

표 1. 채널의 특성

Table 1. Characteristics of the channel

W	2.9	3.3
$r(0)$	1.0963	1.2264
$r(1)$	0.4388	0.6729
$r(2)$	0.0481	0.1132
$\lambda_{\min}$	0.3339	0.1256
$\lambda_{\max}$	2.0295	2.7263
$\chi(R) = \lambda_{\max}/\lambda_{\min}$	6.0782	21.7132

두번째 실험결과는 동일한 SNR 30 dB로 각 알고리즘의 MSE 실험결과를 그림 5에 나타내었다. 각 그림들을 비교해 보면, 같은 정상상태오차에서 수렴속도는 MMADF와 Sign이 비슷하고, MADF가 가장 늦음을 알 수 있다. SNR이  $\infty$  dB 일때도 이 특성이 동일하다.

세번째 실험결과는 동일한  $w$ 에서  $\mu$ 와 SNR을 변화시킨것을 그림 6에 나타냈다. 이때 SNR을 증가시키면 정상상태오차가 더 작으며, 그림 7은  $w$ 와 SNR이 동일한 상태에서  $\mu$ 의 변화에 다른 결과를 표시하였다. 여기서는  $\mu$ 를 줄일수록 수렴속도가 느려짐과 동시에 정상상태오차가 더 작음을 알 수 있다.

이상의 실험결과에서 MMADF 알고리즘을 FSE에 적용하였을 경우 채널의 특성 변화에 따른 성능 안정

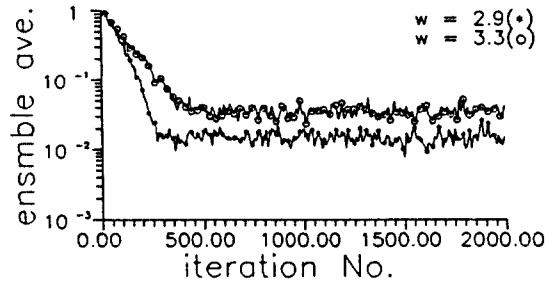


그림 4. MMADF 수렴곡선,  $\mu = 0.0078$ ,  $W = 2.9$  및  $3.3$ , SNR = 30 dB  $\beta = 0.5$ ,  $\Delta = 0.25$

Fig 4. MMADF convergence curve,  $\mu = 0.0078$ ,  $W = 2.9$  and  $3.3$ , SNR = 30 dB  $\beta = 0.5$ ,  $\Delta = 0.25$

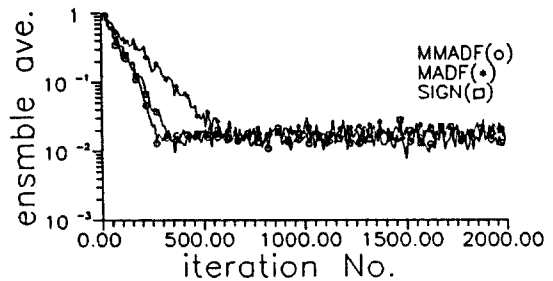


그림 5. MMADF, MADF, SIGN 수렴곡선,  $W = 2.9$ , SNR = 30 dB  $\beta = 0.5$ ,  $\Delta = 0.25$

Fig 5. MMADF, MADF, SIGN convergence curve  $W = 2.9$ , SNR = 30 dB  $\beta = 0.5$ ,  $\Delta = 0.25$

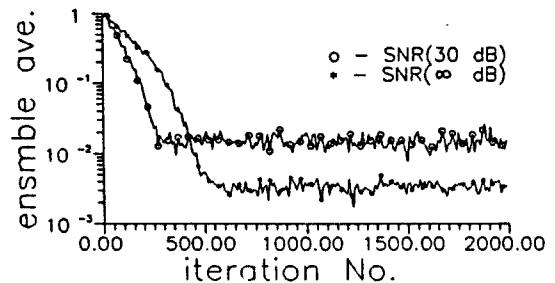


그림 6. MMADF 수렴곡선,  $\mu = 0.004$ 과  $0.0078$ ,  $W = 2.9$ , SNR = 30과  $\infty$  dB  $\beta = 0.5$ ,  $\Delta = 0.25$

Fig 6. MMADF convergence curve,  $\mu = 0.004$  and  $0.0078$ ,  $W = 2.9$ , SNR = 30 and  $\infty$  dB,  $\beta = 0.5$ ,  $\Delta = 0.25$

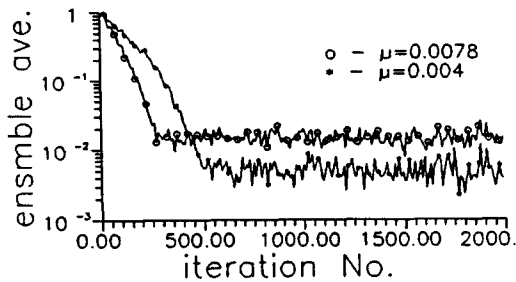


그림 7. MMADF 수렴곡선,  $\mu = 0.0078$ 과  $0.004$ ,  $W = 2.9$ ,  $SNR = 30$  dB

Fig 7. MMADF convergence curve,  $\mu = 0.0078$  and  $0.004$ ,  $W = 2.9$ ,  $SNR = 30$  dB

도가 좋으며, 특히 기존의 MADF 알고리즘 보다 개선된 특성을 갖음을 알 수 있다.

### V. 결 론

본 논문에서는 MMADF 구조와 수렴특성을 알아 보고, FSE에 적용하여 성능을 알아 보았다. MMADF 알고리즘은 DPCM과 Sign 알고리즘을 이용한 MADF 구조에서 기준신호를 1차 선형 예측필터를 거치게 한 후 필터 계수를 갱신하기 위한 방정식에 사용한다. 입력신호를 DPCM에 대해 양자화한 후 필터 계수의 갱신에 사용하는 구조로서 복원오차  $\sigma^2$ 과  $\mu$ 의 값을 작게 하였을 때, 유용하게 사용할 수 있다.

즉 입력신호의 상관계수가 큰 신호이어야 한다. FSE는 입력신호를 과도샘플링하여 샘플 위상에 의한 성능의 의존도를 없애는 것인데, 과도 샘플링으로 인해 발생하는 계산량의 증가가 문제였다. 이 문제를 해결하기 위하여 MMADF 알고리즘을 사용하여 곱셈연산을 사용하지 않고 덧셈연산에 의해서만 처리함으로써 계산의 복잡성을 감소시켰고, 또한 과도 샘플링으로 인해 상관계수가 높아지므로 MMADF 알고리즘을 유용하게 사용할 수 있다. 또한 기존의 MADF 알고리즘에 비해 계산량이나 구조적 복잡성이 크지 않으므로, 계산량이 많은 다른 적용 분야에 유용하게 사용할 수 있을 것이라고 기대된다.

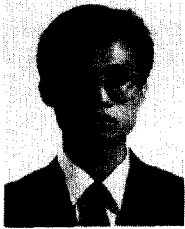
MMADF 알고리즘을 FSE에 적용한 결과 안정된 수렴특성을 나타내었으며, 동일한 정상상태오차를 갖는 조건에서  $\beta$ 를 0.5로 하였을 때, 기존의 MADF 알고리즘에 비해 수렴속도가 약 2배 향상됨을 알 수 있었다. 앞으로의 연구과제는 다양한 응용분야에 대

하여 MMADF 알고리즘의 적용 가능 범위를 넓혀 가는 것이라 하겠다.

### 참 고 문 헌

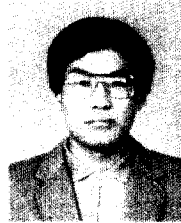
1. S.S.Haykin, Adaptive Filter Theory, Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1986.
2. B.Widrow and S.D.Stearns, Adaptive Signal Processing, Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1985.
3. N.A.M. Verhoeckx and T.A.C.M. Claasen, "Some consideration on the design of adaptive filters equipped with the sign algorithm," IE-EE Trans. Communications, Vol. COM-32, No. 3, PP.258-266, March 1984.
4. A.Peled and B.Liu, "A new approach to the realization of nonrecursive digital filters," IE-EE Trans. Audio and Electroacoustics, Vol. AU-21, No. 6, pp.477-487, Dec. 1973.
5. J.W.Lee, C.K.Un, and J.C.Lee, "Adaptive digital filtering of differentially coded signals," Proc. of the IEEE ICASSP., Tampa, FL, PP. 1257-1260, March 1985.
6. V.J.Mathews, "An efficient FIR adaptive filter using DPCM and the sign algorithm," IEEE Trans. Acoust., Speech, Processing, Vol. AS-SP-37, No. 1, pp.128-133, Jan. 1989.
7. Sung Ho Cho, "Convergence analysis for efficient adaptive digital filtering algorithms and structures," A dissertation submitted to the faculty of The University of Utah, August 1989.
8. R.D.Glitin and S.B.Weinstein, "Fractionally spaced equalization: An improved digital transversal equalizer," B.S.T.J., Vol. 60, No. 2, Feb. 1981.
9. N.S.Jayant, Digital Coding of Waveforms Principles and Applications to Speech and Video, Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1984.
10. Sung Ho Cho, and V.J.Mathews "Multiplication adaptive filters," The University of Utah, 1990.





**金 建 昊(Keun Ho Kim) 정회원**  
 1966년 4월생  
 1991년 : 한양대 전자과 졸업(공학사)  
 1993년 : 한양대 전자과 졸업(공학석사)  
 현재 : 한국통신 전자교환 운영연구단 전임연구원

※주관심분야: 디지털 통신, 지능망 통신 등임



**尹 達 桓(Dal Hwan Yoon) 정회원**  
 1960년 4월 3일생  
 1984년 : 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사)  
 1986년 : 한양대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)  
 1986년~현재 : 한양대학교 대학원 전자과 박사과정

1989년 9월~현재 : 육군사관학교 전자공학과 전임강사  
 ※주관심분야: 디지털 신호처리, 병렬처리 시스템, 디지털 통신등임



**林 濟 鐸(Chae Tak Lim) 정회원**  
 1934년 6월 14일생  
 1957년 : 전북대 공대 전기공학과 학사  
 1959년~60년 : MIT대학원 수학  
 1968년~1970년 : Univ. of Hawaii 석사  
 1975년 2월 : 한양대학교 공학박사

1975년~1976년 : Tech. Univ & Denmark 객원교수  
 1967년~현재 : 한양대 공대 전자과 교수  
 1991년~1992년 : 대한전자공학회 회장  
 ※주관심분야: 스위칭 이론, 병렬처리 구조, 디지털 신호처리 등임