

## 다방향파의 수치시뮬레이션 및 통계적 검토

송 명 재\* · 조 효 제\*\* · 김 진 안\*\*\* · 이 승 건\*\*

(1993년 9월 1일 접수)

### The Numerical Simulation of Multi-directional Waves and Statistical Investigation

Myung-Jae Song\* · Hyo-Jae Jo\*\* · Jin-Ahn Kim\*\*\* · Seong-Keon Lee\*\*

**Key Words :** Multi-Directional Waves(다방향파), Ergodic Process(엘고딕과정), Significant value(유의값), Directional Distribution Function(방향분포함수), Mean period(평균주기)

#### Abstract

Responses of marine vehicles and ocean structures in a seaway can be predicted by applying the probabilistic approach. When we consider a linear system, the responses in a random seaway can be evaluated through spectral analysis in the frequency domain. But when we treat nonlinear system in irregular waves, it is necessary to get time history of waves. In the previous study we introduced one-directional waves (long crested waves) as wave environment and carried out calculations and experiments in the waves. But the real sea in which marine vehicles and structures are operated has multi-directional waves (short crested waves). It is important to get a simulated random sea and analyse dynamic problems in the sea. We need entire sample function or probability density function to infer statistical value of random process. However if the process are ergodic process, we can get statistical values by analysis of one sample function. In this paper, we developed the simulation technique of multi-directional waves and proved that the time history given by this method keep ergodic characteristics by the statistical analysis.

\* 부산대학교 대학원 조선공학과

\*\* 정회원, 부산대학교 공과대학 조선공학과

\*\*\* 부산대학교 공과대학 조선공학과

### 1. 서 언

파랑중에서 운항 및 작업중인 선박이나 해양 구조물의 응답특성을 추정하기 위해서는 수치계산 또는 수조시험을 수행할 필요가 있다. 따라서 시험수조나 수치수조에서 발생시킨 인공수파의 충분한 신뢰성이 요구된다. 특히 해양구조물의 불규칙파중 수조시험 및 이론계산에는 실제의 해양파를 재현시킬 수 있는 다방향 불규칙파를 사용하는 시험이 필요시되고 있다. 다방향파중에서 부유식 해양구조물에 작용하는 파력 산정을 위해서는 방향별로 이산화된 성분파의 Time History가 필요하게 된다. 더우기 황천중에서의 해양구조물의 거동을 예측하기 위한 대파고 불규칙파를 정도 높게 실현하기 위해서는, 주기와 파고를 광범위하게 변화시키면서, 그때 생성되는 인공불규칙파의 성질을 충분히 파악해둘 필요가 있다.

선박이나 해양구조물이 운항 또는 계류되어 있는 실험역은 다방향파(Multi-Directional Waves)임에도 불구하고, 지금까지의 대부분의 연구에서는 파랑환경으로 한방향파(One-Directional Waves)를 도입하여, 계산 또는 실험을 수행하여 왔다.

다방향파에 대한 연구는 먼저 실험역에서의 관측기술의 개발을 들 수 있고, Mitsuyasu<sup>1)</sup> 등은 Clover Type의 부이(buoy)에 가속도계 및 경사계를 장치하여 이들로부터 각 방향별 에너지분포를 분리해내어 방향파 스펙트럼을 추정하는 방법을 개발하였다. 또한 파고계군을 이용하는 방법<sup>2)</sup>, 항공기로부터의 Stereo 촬영법 등이 관측기술로 개발되어 왔다. 다방향파에 대한 또 다른 연구분야로서는 관측기술과 더불어 관측데이터들의 해석법과 실험 및 수치적인 연구를 위한 다방향파의 시물레이션법 등을 들 수 있다.

본 논문에서는 다방향파의 수치시물레이션 방법을 개발하고, 이로부터 임의의 스펙트럼을 가지는 불규칙파를 생성시켰을때 얻어지는 다량의 파랑데이터를 해석하고, 그것의 통계학적 성질을 검토하는데 목적을 두었다. 우선 시물레이션을 통하여 얻어지는 다방향파의 Time History가 엘

고딕과정(Ergodic Process)임을 보이고, 엘고딕과정의 성질을 이용하여 한개의 Sample Function을 분석함으로써 모집단의 통계량을 추정하였다. 즉 시물레이션 결과로 얻어진 파랑데이터가 시간적 및 위치적으로 모집단의 통계적성질을 가지고 있음을 보임으로써 본 방법에 의해 추정된 다방향 불규칙파가 실험역을 대신하는 파랑데이터로서 사용될 수 있음을 검증하였다.

### 2. 다방향파의 표현

#### 2.1 해양파의 방향 스펙트럼

본 연구에서 취급하는 다방향 불규칙파는 심해역(深海域)에 존재하는 것으로 하고, 서로 다른 방향과 서로 다른 주파수로 진행되는 정현파의 선형중첩에 의해 표현 가능하다고 하면, 임의위치(x,y)의 수면변위 $\zeta(x,y,t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\zeta(x,y,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij} \cos(k_i x \cos\theta_j + k_j y \sin\theta_j - \omega_i t + \epsilon_{ij}) \dots\dots\dots (2.1)$$

여기서,  $A_{ij}$  = 각 파랑성분의 진폭  
 $k_i$  = 파수(Wave number)  
 $\epsilon_{ij}$  = 위상각(0에서  $2\pi$ 사이의 난수)

방향파의 스펙트럼  $S_{\zeta}(\omega, \theta)$ 는

$$S_{\zeta}(\omega, \theta) = D(\omega, \theta) S_{\zeta}(\omega) \dots\dots\dots (2.2)$$

와 같이 방향분포함수(Directional Distribution Function)  $D(\omega, \theta)$ 와 1차원 스펙트럼  $S_{\zeta}(\omega)$ 를 이용하여 표현할 수 있다. 이때, 해면상승의 자승평균치는

$$\bar{\zeta}^2 = \int_0^{\infty} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}} S_{\zeta}(\omega, \theta) d\theta d\omega \dots\dots\dots (2.3)$$

로 되고, 방향분포함수의 일반적인 모델은 주파수에 대해 독립인 코사인함수로서 다음과 같이 표현 된다.

$$D(\theta) = \frac{\Gamma(S+1)}{\sqrt{\pi} \Gamma(S+\frac{1}{2})} \cos^{2S}(\theta-\theta_0) \dots\dots\dots (2.4)$$

단,  $\theta_0$ 는 진행파의 주방향을 표시하고, S는 에너지의 방향별 분포를 나타내는 파라메타이고,  $S \rightarrow \infty$ 일때, 한방향파 즉, 장파정파(長波頂波)가 된다. 이 방향분포함수는 방향별 에너지분포를 나타내나, 방향분포 파라메타 S를 변화시켜도 대상해역이 가지는 전체 에너지가 일정하게 되도록 다음과 같이 정규화 시킬 필요가 있다.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} D(\theta)d\theta = 1 \dots\dots\dots (2.5)$$

S의 변화에 따른 방향분포함수의 에너지분포는 Fig. 1에 나타낸 바와 같다.

본 연구에서 사용된 1차원 파 스펙트럼은 ISSC 스펙트럼으로, 이는 다음과 같이 표현된다.

$$S(\omega_w) = \frac{A}{\omega_w^5} e^{-B/\omega_w^4} \dots\dots\dots (2.6)$$

여기서,  $A = 0.11(2\pi)^4 H_{1/3}^2 T_1^{-4}$   
 $B = 0.44(2\pi)^4 T_1^{-4}$   
 $H_{1/3}$  : Significant Wave Height  
 $T_1$  : Meen Period  
 $\omega_w$  : Circular Frequency(rad/sec)

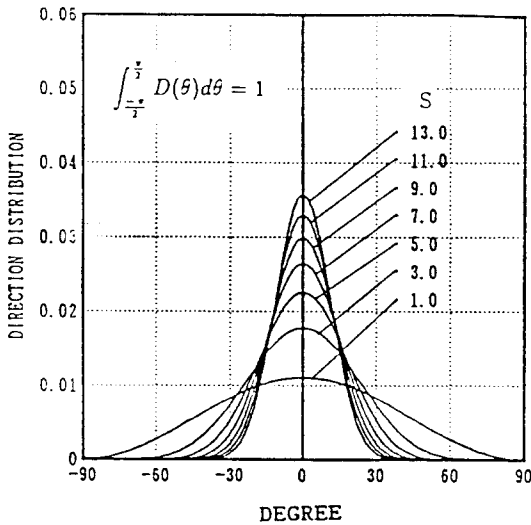


Fig. 1 Directional Distribution Function

### 2.2 다방향 불규칙파의 시뮬레이션법

본 절에서는 다방향 불규칙파의 수치시뮬레이션 방법에 관해서 설명하고, 그 예를 보이기로 한다. 식(2.1)과 같이 다방향 불규칙파의 표현을 N개의 서로 다른 방향마다 M개의 서로 다른 주파수를 가진 정현파가 진행하는 경우에 대해서, 다시 이상화한 형태는 다음과 같다.

$$\zeta(x,y,t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij} \cos(k_i x \cos\theta_i + k_i y \sin\theta_i - \omega_i t + \epsilon_{ij}) \dots\dots\dots (2.7)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \omega_i &= i \times (2\pi \Delta f) \\ k_i &= \omega_i^2 / g \\ \theta_i &= \theta_0 + j \Delta \theta \\ A_{ij} &= \sqrt{2S(\omega_i, \theta_i) \Delta \omega \Delta \theta} \\ \epsilon_{ij} &= 2\pi U(0, 1) \end{aligned}$$

위의  $\Delta f$ 는 등간격이 아니고, Line Spectrum의  $\omega_i$  역시 주어진  $\Delta \omega$  내에서 임의의 추출토록 하였다. 위에서  $U(0, 1)$ 은 일양분포난수를 의미한다. 식(2.7)에 의거해서 다방향 불규칙파를 수치시뮬레이션할 때, 각 방향마다 같은 주파수가 중첩될 경우에는 정상파(Standing Wave)의 발생가능성이 있고, 이로인해서 통계적 정상성(Stationarity)을 잃을 우려가 있다. 따라서, 본 연구에서는 성분파의 위상을 난수로 입력 할뿐만 아니라, 각 방향마다 같은 주파수가 중첩되지 않도록 하는 처리기법을 사용함으로써 위치적, 시간적 정상성을 유지하도록 하도록 하였다.

### 3. Ergodic Process

확률과정  $x(t)$ 의 통계량을 산출하기 위해서는 확률과정  $x(t)$ 의 모든 Sample Function 또는 확률밀도함수(Probability Density Function)가 필요하게 된다. 그러나 이것은 현실적으로 불가능하다. 만약 확률과정  $x(t)$ 가 엘고딕과정이라면 하나의 Sample Function을 분석하는것에 의해서 모집단(Ensemble)으로서의  $x(t)$ 의 통계량을 추정하는것이 가능하다.

확률과정  $x(t)$ 의 한 Sample Function  $x_s(t)$ 를 선택하고, 이것을 시간에 대해 평균한 식과 자기상관함수는 다음과 같다.

$$\overline{x_s(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_s(t) dt = const \dots\dots (3.1)$$

$$R_x(\tau) = \overline{X_s(t)X_s(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_s(t)x_s(t+\tau) dt \dots\dots\dots (3.2)$$

만약,

$$E[x(t)] = \overline{x_s(t)},$$

$$E[x(t)x(t+\tau)] = \overline{x_s(t)x_s(t+\tau)} \dots\dots\dots (3.3)$$

가 성립한다면, 확률과정  $x(t)$ 는 엘고드성(Ergodicity)을 가진다고 말하고,  $x(t)$ 는 엘고딕과정이다. 엘고딕과정의 기본정리로부터 다음식을 만족할 때 식(3.3)이 성립한다.<sup>5)</sup>

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \{R_x(\tau) - E[x(\tau)]^2\} d\tau = 0 \dots\dots\dots (3.4)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{|\lambda|}{T}\right) \{R_x(\lambda) - E[x(\lambda)]^2\} d\lambda = 0 \dots\dots\dots (3.5)$$

따라서 확률과정  $x(t)$ 가 엘고딕과정인지 아닌지는  $x(t)$ 의 평균치  $E[x(t)]$ , 자기상관함수(Auto-correlation Function)  $R_x(\tau)$ ,  $x(t)$ 의 4차 모우먼트  $R_g(\lambda)$ 가 주어질 경우 식(3.4) 및 식(3.5)를 산출하고, 그것이 0에 수렴함을 보이면 된다.

수치시물레이션 결과에 위식을 적용한 결과는 Fig. 12에 나타낸 바와 같다. 이때 각 분산값이 0에 수렴함으로 수치시물레이션 결과로서 얻어진 파랑데이터는 엘고딕과정임을 알 수 있다.

#### 4. 수치계산 결과 및 검토

수치계산에 사용된 방향파 스펙트럼은 Fig. 3에 나타낸 바와 같고, 이때 주어진 통계량은 유의파고(Significant wave height)가 0.16m, 평균주기 1.1초, 방향분포파라메타  $S=1$  이다. 시물레이

션을 위한 좌표계는 Fig. 2에 주어진 바와 같고, 이때 위치적 정상성 검토를 위해 9개의 Point를 방사형으로 선정하고, 각 Point들 사이의 간격은 1m로 하였다.

Fig. 4는 다방향파의 시물레이션을 간단히 하기 위하여 3방향파로 가정하고 이때  $\Delta\theta$ 는  $45^\circ$ , 주방향  $\theta_0$ 는  $0^\circ$ 로 하였을때, 각 방향별로 시물레이션한 Time History를 FFT 해석하여 얻은 스펙트럼을 원래의 스펙트럼과 비교한 결과이다. 이때 시물레이션된 Time History는 10분간의 데이터를 사용하였고, 비교결과에 의하면 양자가 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. 다음 위치적 정상성을 검토하기 위하여 Fig. 2에서 나타낸 바와 같이 1m 간격으로 떨어진 각각의 위치에서의 Time History를 구하고,이들로부터 주어지는 스펙트럼을 비교하여 Fig. 7에 나타내었다. 또한 이들의 통계량을 비교하기 위하여 Fig. 10에서는 평균파고와 유의파고 및 주어진 Time History에서의 최대파고를 나타내었다. 이 결과에 의하면 모든 점에서의 통계치는 모집단의 통계치, 즉 유의파고 0.16m와 거의 같은 값을 나타내고 스펙트럼 역시 거의 일치함을 보여줌으로써 시물레이션 결과가 위치적으로 정상성을 가짐을 알았다. 단, 여기서 주어진 최대파고는 Time History 내에서의 최대 파고를 나타내며, 통계적으로 추정되는 극치(Extreme Value)와는 무관한 값이다.

지금까지는 시물레이션을 위해 방향별로 이산화 시킬때 방향수를 3개만을 취해서 고찰한 결과이지만, 방향수를 증가시키에 따라서도 통계적 정상성을 가지는가에 대해 검토할 필요가 있다. 따라서, Fig. 6에는 방향수를 1개에서부터 35개까지 증가시키면서 시물레이션 할 때, 임의의 위치에서의 Time History로부터 주어지는 스펙트럼을 서로 비교하여 나타내었다. 이들 각각의 통계치는 Fig. 11에 나타내었고, 이에 의하면 방향수의 증가에도 통계치는 같은 값을 가지고 있음을 알 수 있다. Fig. 9는 방향수의 증가에 따른 수면상승량(Wave Elevation)의 평균치 및 분산치를 비교한 것으로서 방향수의 변화에도 불구하고 거의 같은 값을 줄을 알 수 있다. Fig. 8은 방향별 에너지 분포를 나타내는 방향분포 파라메타  $S$ 를 1부터

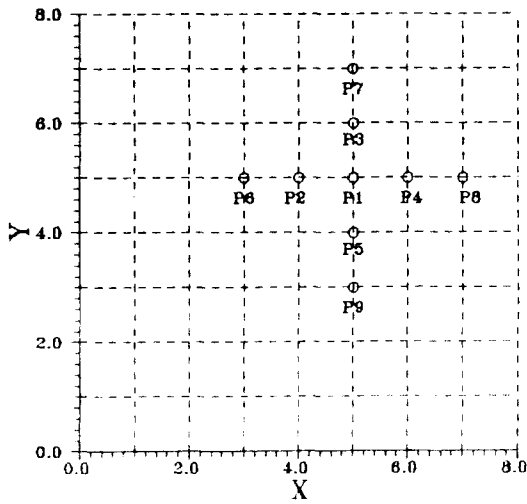


Fig. 2 Coordinate for the Simulation of Directional Waves

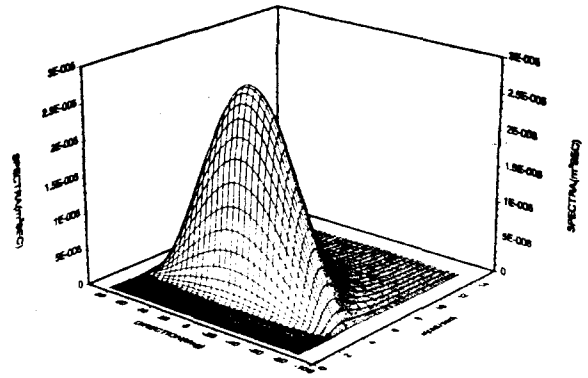
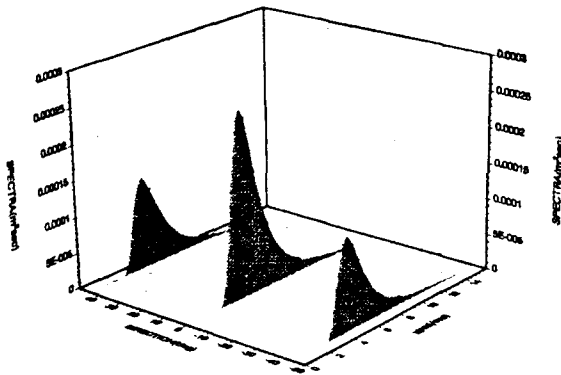
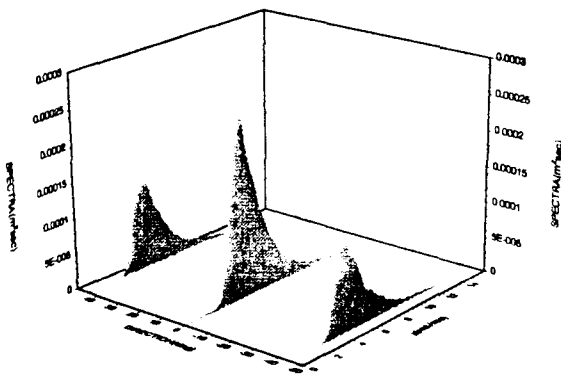


Fig. 3 Directional Wave Spectrum( $N_d=35$ ,  $S=1$ ,  $h_{1/3}=0.16m$ ,  $T_1=1.1$ )



(a) From Formular



(b) From Time History

Fig. 4 Directional Wave Spectrum( $N_d=3$ ,  $S=1$ ,  $h_{1/3}=0.16m$ ,  $T_1=1.1$ )

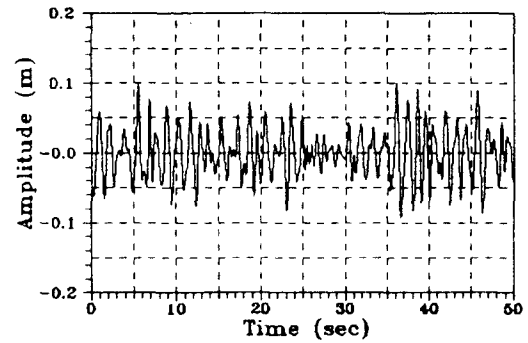


Fig. 5 Time Histroy at the point( $x=5$ ,  $y=5$ )

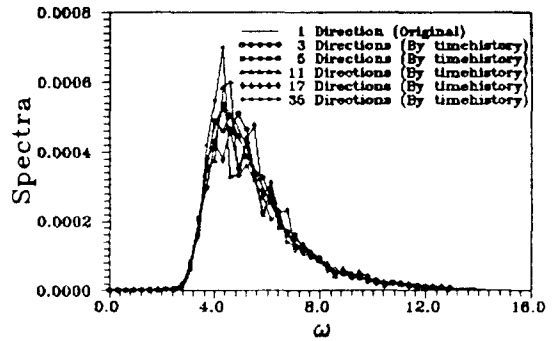
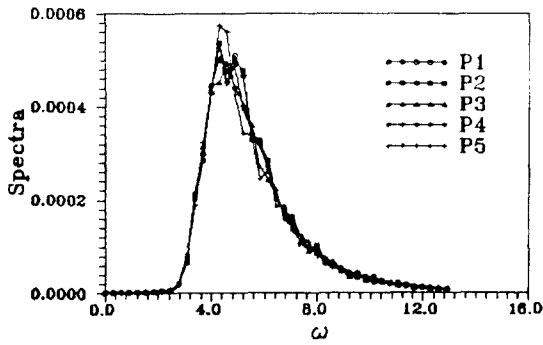
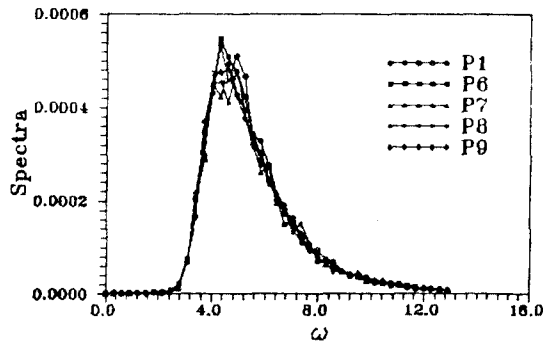


Fig. 6 Comparison of Wave Spectra according to variation of the Number of Directions



(a)



(b)

Fig. 7 Comparison of Wave Spectra according to variation of the Locations

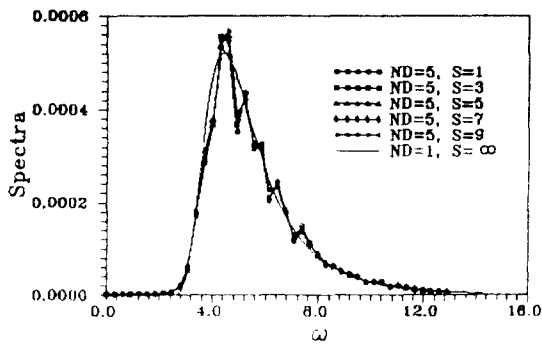


Fig. 8 Comparison of Wave Spectra according to Directional Distribution Parameter

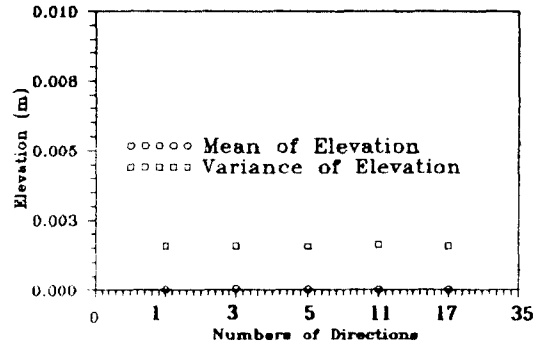


Fig. 9 Statistical Value of Wave Elevation according to the Numbers of Directions

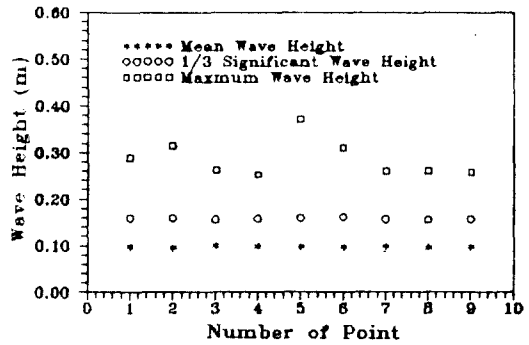


Fig. 10 Statistical Value according to Variation of the Locations

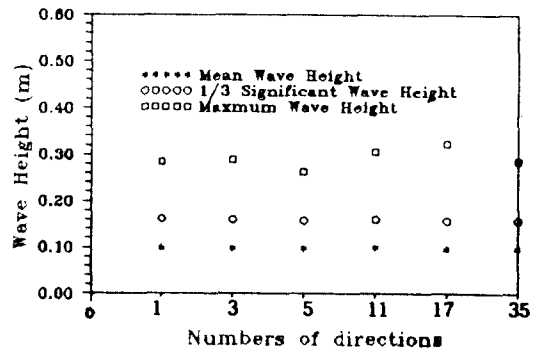


Fig. 11 Statistical Value according to Variation of the Numbers of Directions

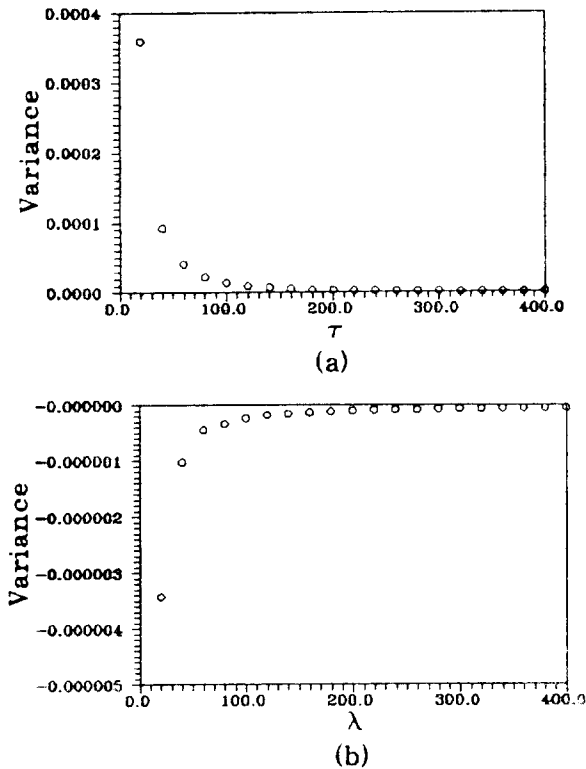


Fig. 12 Verification of the Ergodicity for Simulated Directional Waves

$\infty$  까지 변화시켰을 때 얻어지는 Time History로부터 각각의 스펙트럼을 비교하여 나타내었다.

## 5. 결 언

다방향파를 시뮬레이션할 때 성분파들의 위상

뿐만 아니라, Line Spectrum의  $\omega$ 를 난수로 입력함으로써 모집단의 통계치로부터 벗어나지 않는 양호한 시뮬레이션결과를 얻을 수 있었다. 또한 이 결과가 엘고딕과정임을 보임으로써 한개의 Sample Function을 분석하는것에 의해서 모집단의 통계량을 대표할 수 있음을 나타내었다.

부수적으로 다방향파의 실험역의 수치적 시뮬레이션을 위해서는 많은 실험역 파랑 데이터가 필요하며, 또한 얻어진 데이터의 해석법의 개발이 시급한 과제라 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- 1) Mitsuyas, M. et all. ; Observation of the Directional spectrum of ocean waves using a clover leaf buoy. J. Physical Oceanography. Vol.5. 1975. pp 750~760
- 2) A.A.Fernandes, et all. ; Determination of Wave Direction from Linear and Polygonal Arrays. Ocean Engng. Vol.15, No.4, pp 345~357, 1983.
- 3) 前田久明 等 ; 2次元人工不規則水波の發生法と解析法. 關西造船協會誌 第202號, 1986
- 4) 趙孝濟 ; 係留式浮遊海洋構造物의 應答特性に及ぼす多方向波의 影響に關する研究. 博士學位論文, 東京大, 1990.
- 5) 星谷勝 ; 確率論手法による振動解析. 鹿島出版會, pp. 16~19, 1981