

# 분리판이 부착된 사각형실린더 주위의 유동계산

박 외 철\*

(1993년 8월 15일 접수)

## Computation of Flow around Single Rectangular Cylinders with a Splitter Plate

Woe-Chul Park\*

**Key Words :** 와류추적법(Vortex Tracing Method), 비정상 박리유동(Unsteady Separated Flow), 와류열(Vortex Street), 항력계수(Drag Coefficient), 전단층(Shear Layers)

### Abstract

Incompressible, unsteady flow around various single rectangular cylinders of side ratios ranging from 0.005 to 2.0 immersed in uniform flow is computed by the vortex tracing method. Results with and without a splitter plate attached to the rear center of the cylinder are compared. The objective of this study is to investigate predictability of the effects of the splitter plate on drag by the method. Without the splitter plate, computed drag coefficients for cylinders of large side ratios are in good agreement with measured values, but are over-predicted for those of small side ratios. With the splitter plate, drag coefficient is reduced significantly due to suppression of vortex growing near the base and interaction between the separated shear layers.

### 기 호 설 명

$C_d$  : 항력계수, 항력/ $0.5\rho U_0^2 h$   
 $C_l$  : 양력계수, 양력/ $0.5\rho U_0^2 h$   
 $d$  : 실린더 표면-자유와류간 최단거리  
 $D_0$  : 와류결합 매개변수

$h$  : 균일유동에 대한 수직방향의 실린더 치수  
 $N_v$  : 최대 자유와류수  
 $N_w$  : 경계와류 생성점의 수  
 $Re$  :  $h$ 기준 레이놀즈수  
 $R_0$  : 실린더 표면-생성점간의 직선거리  
 $\Delta s$  : 경계와류 생성점의 간격  
 $t$  : 시간

\* 정희원, 부산공업대학교 산업안전공학과

- $\Delta t$  : 계산 시간간격  
 $T$  : 무차원 시간 ( $tU_0/h$ )  
 $U$  : 속도벡터( $U, V$ )  
 $U_0$  : 균일유속  
 $V_0$  : 와류결합공차  
 $w$  : 균일유동방향의 실린더 치수  
 $X$  : 와류의 위치벡터  
 $Z$  : 위치 ( $x+iy$ )  
 $\Gamma$  : 순환  
 $v$  : 동점성계수  
 $\rho$  : 유체의 밀도  
 $\sigma$  : 와류알맹이(vortex blob)의 반경  
 $\sigma_0$  : 와류알맹이의 초기반경  
 $\Psi$  : 유동함수

## 1. 서 론

자동차, 항공기, 미사일, 잠수함 등의 항력과, 교량, 고층건물, 낙하산, 핵연료다발, 열교환기 등의 후류의 비정상(非定常) 흐름에 의한 진동이 공학적 관심의 대상이 되어왔다. 이러한 물체의 항력 및 물체 주위의 압력분포 변화와 유동에 의한 진동은 후류에서의 소용돌이(vortex) 형성과 밀접한 관계가 있다. 측면비(side ratio)  $w/h$ 가 크지 않은 물체에 작용하는 점성저항은 압력저항에 비해 상대적으로 작으므로 그 물체의 항력은 점성 보다는 압력에 의하여 결정된다. Bearman과 Trueman<sup>1)</sup>이  $h$ 기준 레이놀즈수  $2 \times 10^4 \sim 7 \times 10^4$ 에서 수행한 실험에 의하면 길이 5h의 분리판(splitter plate)을 사각형실린더 뒷면 중앙에 부착하였을 때, 실린더 뒷면 근처에서의 소용돌이 형성이 억제되고 항력이 크게 감소하였다. 이 실험에서 박리 전단층의 감김(roll-up)이 물체의 뒷면에 가깝게 일어날 수록 항력이 크며, 분리판이 부착되면 두 전단층의 상호작용이 억제되어 항력과 진동수가 감소하였다. 이와 관련하여 분리판의 형태와 길이가 물체 주위의 흐름에 어떠한 영향을 미치는지 체계적으로 연구할 필요가 있으므로, 이 연구에서는 우선 수치해석으로 위의 실험결과를 예측할 수 있는가를 조사하기 위해 실험에서 사용된 것과 동일한 물체 주위의 유동을 계산하였다.

물체 주위의 고속유동은 일반적으로 박리를 수반하는 비정상 흐름이며 후류에 소용돌이가 형성된다. 이러한 흐름의 해석에는 높은 레이놀즈수에서의 해의 수렴과 경계조건 처리 등의 어려움으로 유한차분법이나 유한요소법보다는 박리점에서 이산와류(discrete vortex)를 방출하여 유동장을 계산하는 와류법(vortex method)이 흔히 사용되어 왔다. 특히 유한차분법이나 유한요소법과 같은 오일러법에서는 후류의 비정상 소용돌이를 경계조건으로 적합하게 입력하기 어렵다. Spalart와 Leonard<sup>2)</sup>는 와류법의 하나인 와류추적법(vortex tracing method)을 처음으로 사용하였고, Higuchi와 Park<sup>3)</sup>은 다수의 물체 주위의 유동해석에 사용하였다. 일반적으로 와류법에서 다루기 어려운 것이 Kutta조건, 즉 전단층의 박리가 일어나는 모서리에서 이산와류(경계와류)가 유체속으로 투입될 때 물체 표면의 접선방향으로 이동해야 한다는 것이다. 여러가지 다른 와류법이 분리판과 같은 형상에 적용되기 곤란한 것은 바로 이 조건 때문이다. 다른 와류법에 대한 와류추적법의 장점 중의 하나는 Kutta조건에 관련된 어려움이 없다는 것이다(참고문헌 2와 3참조).

이 연구에서는 길이 5h, 두께 0.1h의 분리판이 뒀면 중앙에 부착된 측면비( $w/h$ ) 0.005~2.0의 사각형실린더 주위의 유동을 와류추적법으로 계산하였다. 사각형의 측면비를 2.0으로 한정된 것은 측면비가 커지면 모서리 박리점 뒤편 상하면의 전단력에 의한 항력이 크게 되므로 압력에 의한 항력이 주도하는 구조와는 다르기 때문이다. 유선과 속도벡터에 의한 유동형태, 항력계수 및 양력계수의 시간에 대한 변화와 그 평균치 등의 결과를 분리판이 부착되지 않은 경우와 비교하였다.

## 2. 와류추적법

와류추적법에 관한 내용은 참고문헌 2와 3에 기술되어 있으므로 여기서는 와류추적법의 중요한 부분만 간략하게 기술한다.

그림 1과 같이 균일유동장에 잠겨있는 물체(여기서는 사각형실린더와 분리판) 주위의 유체 중에 위치한 이산와류 생성점에 일정한 직경의 와

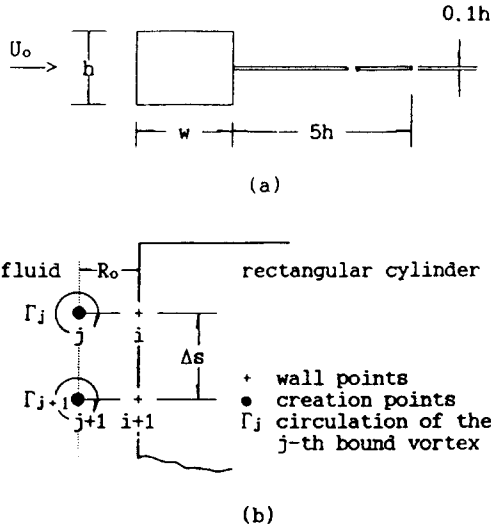


Fig. 1 (a) A rectangular cylinder with a splitter plate  
(b) location of creation points

류알맹이(vortex blob)가 분포한다고 가정하면, 실린더 표면위의 한 점, 즉, 벽점(wall point)  $i$ 에서의 유동함수는

$$\Psi_i = \text{Im} \left\{ Z_{wi}(U - iV) - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N_w} \Gamma_j \ln(|Z_{wi} - Z_{vj}|^2 + \sigma^2) - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_f} \Gamma_k \ln(|Z_{wi} - Z_k|^2 + \sigma^2) \right\} \dots (1)$$

로 표시된다. 여기서  $U$ 와  $V$ 는 각각 균일유속의  $x$  및  $y$ 방향의 속도성분,  $\Gamma_j$ 는 경계와류(bound vortex)의 순환,  $k$ 는 자유와류(free vortex)의 순환,  $Z_{wi}$ 는 벽점  $i$ 의 위치,  $Z_{vj}$ 는 경계와류 생성점  $j$ 의 위치,  $Z_k$ 는 자유와류의 위치를 표시한다. 이 식에서 첫째 항은 균일유속에 의한 유동함수로 여기서는 영각(angle of attack)이 0으로  $U=U_0$ ,  $V=0$ 이다. 둘째 항과 셋째 항은 각각 경계와류와 자유와류에 의한 유동함수이다. 경계와류와 자유와류는 이산와류로서, 중심속도가 무한대인 점와류(point vortex) 대신에 와류알맹이가 사용된다.

모든 벽점은 동일 유선상에 있으므로  $\Psi_i = \Psi_{i+1}$ ,

즉,  $\Psi_{i+1} - \Psi_i = 0$ 의 관계로부터 미지수인 경계와류의 순환  $\Gamma_j$  ( $j=1, N_w$ )에 관한 선형방정식,

$$A\Gamma = B \dots \dots \dots (2)$$

을 얻는다. 행렬식  $A$ 는 물체의 형상과 경계와류 생성점의 위치에 따라 결정되고,  $B$ 는 균일유속과 자유와류로부터 계산된다. 순환으로부터 속도를 계산하면 포텐셜흐름의 해가 되므로, 일종의 경계적분법을 사용하여 경계와류의 순환을 계산하는 것이다.

속도의 계산에 소요되는 시간은 거의 총와류수의 제곱에 비례하는데  $\Delta t$ 마다 와류생성점의 수만큼 새 경계와류가 생성되어 총와류수가 급격히 증가하므로, 와류의 수가 지나치게 커지는 것을 방지하기 위해 다음의 와류결합장치<sup>2)</sup>를 사용한다. 두 와류에 대하여

$$\frac{|\Gamma_i \Gamma_j|}{|\Gamma_i + \Gamma_j|} \frac{|Z_i - Z_j|^2}{[(D_o + d_i)(D_o + d_j)]^{3/2}}$$

가 결합공차(merging tolerance)  $V_0$ 보다 작을 때 두 자유와류를 하나로 결합한다. 이 결합장치는 i) 두 와류의 회전방향이 같을 때, ii) 두 와류간의 거리가 가까울 때, iii) 순환의 크기가 작을 때, iv) 벽면에서 멀리 위치할 때 두 와류끼리 쉽게 결합하도록 고안한 것이다. 결합계산초기에는 와류의 수가 크지 않으므로 와류의 결합을 억제하지만, 자유와류의 수가 대략  $N_0$ 이내로 유지되도록 계산의 진행과 함께 새로운 값의 결합공차가 계산된다. 와류의 순환량과 1차 모멘트가 보존되도록 결합된 와류의 새로운 위치를 결정한다.

각 와류의 새로운 위치  $X_n$ 는

$$X^{n+1} = X^n + U_i \Delta t / 2 \quad (\text{경계와류}), \dots \dots (3a)$$

$$X^{n+1} = X^n + (1.5U_i^n - 0.5U_j^n) \Delta t / 2 \quad (\text{자유와류}) \dots \dots (3b)$$

으로 계산한다. 여기서  $n$ 은 계산의 시간적 순서를 나타내고, 각 와류의 속도  $U_i$ 는 나머지 와류에 의해 유발된 속도성분과 균일유속을 합한 값이다. 먼저 각 와류의 위치에서의 속도를 계산하고 식 3a와 b로 적분한 후, 다시 속도를 계산하여 식 3b로 적분한다. 와류의 이동(대류)에는 위의 식과 같이 적분에서 생기는 수치적 오차를 줄여 더 큰

시간간격을 사용하기 위하여 시간간격  $\Delta t$ 로 한번 적분하는 대신에  $\Delta t/2$ 로 두번 적분한다.

와류가 수치점오차에 의하여 유속이 0인 물체 내부로 들어오는 경우, 물체에 들어온 와류는 계산에서 제외되는데, 이를 와류흡수라 한다. Kelvin의 정리에 따라 모든 와류의 순환의 합은 0이 되므로, 식 (2) 중의 한개를 Kelvin의 정리로 바꿈으로써 와류의 흡수로 상실된 순환은 경계와류의 생성에서 회복된다.

2차원 와도이동방정식(vorticity transport equation)의 해에 의하면 와도확산에 따라 와류의 반지름이

$$\sigma = 2.224\sqrt{vt} \dots\dots\dots (4)$$

의 비율로 증가하므로 와류성장모델<sup>3)</sup>을 사용한다. 경계와류의 생성, 와류의 대류와 흡수, 결합의 과정이  $\Delta t$ 마다 다시 계산된다.

항력계수  $C_d$ 와 양력계수  $C_l$ 은 이산와류의 순환과 그 위치의 변화로부터 다음의 식<sup>5)</sup>으로 계산된다.

$$C_d = \frac{\rho \frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^{N_w} \Gamma y_i}{0.5\rho U_0^2 h} \dots\dots\dots (5a)$$

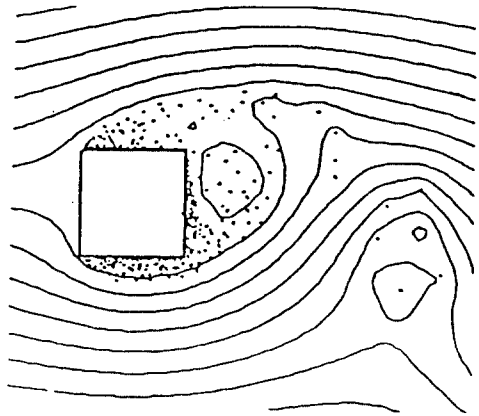
$$C_l = \frac{-\rho \frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^{N_w} \Gamma x_i}{0.5\rho U_0^2 h} \dots\dots\dots (5b)$$

3. 결과와 고찰

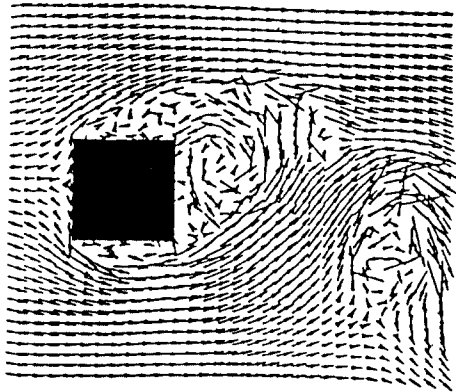
계산에 있어서 편의상 균일유속  $U_0$ 와 사각형실린더의 치수  $h$ 를 각각 1로 잡았다. 식 4의 와류 성장에 필요한 유체의 점도는 계산결과와 비교할 실험에서의 레이놀즈수에 가깝도록  $h$ 기준 레이놀즈수를  $5 \times 10^4$ 로 하였다. 계산에 사용된 수치매개변수는 참고문헌 2 및 3에서의 권고치에 따라 다음과 같은 값이 사용되었다: 경계와류 생성점 간격( $\Delta s/h$ ) 0.025; 벽점-생성점간 직선거리( $R_0/h$ ) 0.00625; 와류의 초기반경( $\sigma_0/h$ ) 0.004; 와류결합매개변수( $D_0/h$ ) 0.05; 시간간격( $\Delta T$ ) 0.2. 한편,  $N_s$ 는 경계와류 생성점수  $N_w$ 의 3배로 하였다.

Cray-2 전산기에서의 계산시간은 정방형실린더의 경우, 400회( $T=80$ )까지의 계산에 분리판이 없을 때 약 1분, 분리판이 있을 때 약 3분이었다.

정지상태에서 갑자기 유속  $U_0$ 로 되었을 때 박리 전단층에 의하여 실린더 뒷면에 회전방향이 서로 반대인 한쌍의 소용돌이가 생성되어  $T$ 가 약 10이 될 때까지 거의 대칭적으로 성장했다. 시간이 경과함에 따라 한쪽의 소용돌이가 다른 쪽의 소용돌이보다 더 빨리 성장하여 비대칭적 배열이 되면서 성장한 소용돌이가 하류로 이동하고, 반대방향으로 회전하는 새로운 소용돌이가 생성, 성장하여 이동하는 과정이 반복되면서 하류에



streamlines



velocity vectors

Fig. 2 Vortex formation behind a square cylinder

Karman 와류열(vortex street)이 형성되었다. 유체에 잠겨 있는 실린더가 흐름에 의해 주기적으로 진동하는 까닭은 실린더의 뒷면 근처에서 반대방향의 와류가 교대로 생성하여 실린더의 항력과 양력이 주기적으로 변하기 때문이다.

그림 2에는 정방형실린더 뒷면 근처에서 소용돌이가 생성, 성장하는 모습이 유선과 속도벡터로 그려져 있다. 유선그림에서 실린더 주위의 작은 점들은 와류알맹이의 위치를 표시하고 있다. 시계방향으로 회전하는 소용돌이는 이미 성장하여 하류로 이동하였고, 실린더의 뒷면 근처에는 반시계방향의 소용돌이가 생성하여 성장하고 있음을 볼 수 있다.

유선으로 표시한 정방형실린더 주위의 순간적 유동형태가 그림 3에 나타나 있다.  $T=10$ 일 때 두 소용돌이가 거의 대칭을 이루고 있으나,  $T=40$ 일 때는 Karman와류열이 하류에 잘 발달해 있다. 분리판이 있을 때는  $T=10$ 에서 분리판에 의하여 완전히 분리된 한쌍의 소용돌이가 거의 대칭적이다. 분리판이 없는 경우에 비해 소용돌이의 중심이 실린더에서 더 멀리 떨어져 있는 것은 분리판이 재순환(recirculation)을 억제하고, 두 박리전단층의 상호작용을 차단하기 때문이다.  $T=40$ 일 때는 분리판에 의하여 소용돌이의 성장이 억제된 채 하류로 이동하여 분리판 끝에서 강도가 약한 와류열을 형성하고 있다.

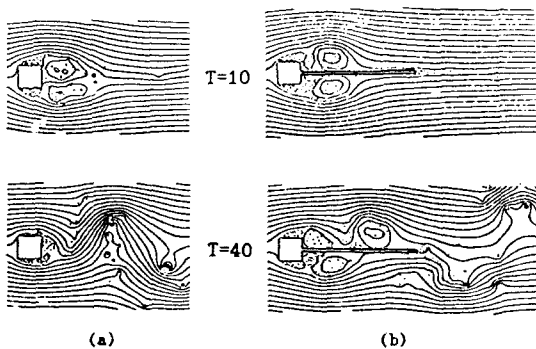


Fig. 3 Flow pattern around a square cylinder  
(a) without splitter plate  
(b) with splitter plate

그림 4는 정방형실린더의 양력계수( $C_l$ )와 항력계수( $C_d$ )의 변화를 그린 것이다. 분리판이 없는 경우(그림 4a), 양력계수는  $T \geq 20$ 일 때 거의 일정한 주기로 변하므로 와류홀림(vortex shedding)이 준정상상태임을 알 수 있다.  $T=40$ 에서  $T=80$ 까지의 평균 양력계수는 0.0이었다. 같은 기간동안의 평균 항력계수는 2.23으로, 실험치  $2.2^{1)}$ ,  $2.24^{5)}$ 와 잘 일치하였다.

분리판이 부착되었을 때는 그림 4b와 같이 양력계수의 변화가 불안정하게 나타났으나 항력계수의 변화는 비교적 안정되어  $T=40$ 에서  $T=80$ 사이의 평균치가 실험치인  $1.34^{1)}$ 보다 높은 1.60이었다. 이 계산치는 실험치에 비해 높으나 와류추적법이 분리판의 항력에 대한 영향을 예측하고 있음을 나타낸다. 실험에서는 분리판으로 인해 항력이 약 40%가 감소한데 비해 계산에서는 약 30% 감소하였다.

그림 5는 측면비 0.005~2.0의 사각형실린더의 항력계수 변화로부터  $T=40 \sim 80$ 에 대하여 구한 평균 항력계수를 실험치<sup>1,5-8)</sup>와 비교한 것이다. 분리판이 없을 때는 측면비가 증가함에 따라 항력계수가 증가하다가  $w/h=0.6$ 일 때 감소한다. 항력계수가 최대일 때의 측면비, 즉, 임계측면비와 항력계수의 최대값이 실험치와 거의 일치하고 있다.

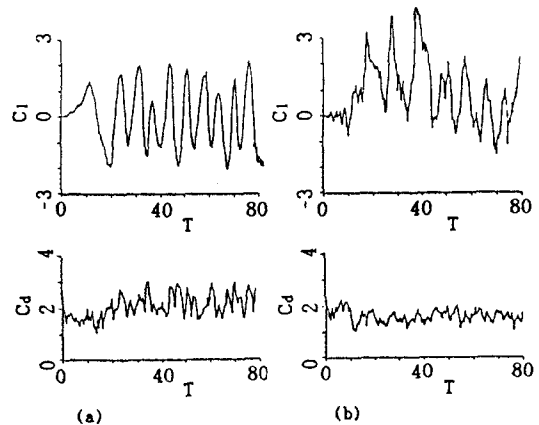


Fig. 4 Variation of lift and drag coefficients for a square cylinder  
(a) without splitter plate  
(b) with splitter plate

또한 측면비가 임계측면비보다 클 때 항력계수가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그러나 측면비가 임계치보다 작을 때는 계산된 항력계수가 실험치보다 훨씬 높고, 특히 평판( $w/h=0.005$ )의 경우에는 약 35%가 높다.

한편, 분리판이 부착된 경우 측면비에 따른 항력계수의 급격한 변화가 없고 항력계수가 대폭 감소하였음을 알 수 있다. 항력계수의 계산치가 실험치에 비해 약 15% 높지만 실험에서와 같이 측면비가 증가함에 따라 항력계수의 완만한 감소를 보이고 있고, 그 감소율이 실험치와 잘 일치하고 있다. 이로써 위의 정방형실린더 뿐만 아니라 다른 사각형실린더에서도 분리판의 항력에 대한 영향이 예측되고 있음을 알 수 있다.

재순환영역(recirculation region) 면적의 크기를 비교하기 위해 정방형실린더 주위의 평균속도 벡터가 그림 6에 그려져 있다. 분리판이 부착된 경우의 재순환영역의 면적이 분리판이 없는 경우보다 훨씬 큰 것을 볼 수 있다. 분리판이 부착되었을 때 항력이 대폭 감소하므로, 재순환영역의

면적이 클수록 항력이 작다<sup>3)</sup>는 사실과 일치한다. 분리판에 의하여 재순환영역의 면적이 증가되었고 따라서 항력이 대폭 감소한 것이다. 분리판을 부착했을 때 실린더 뒷면 근처에서의 소용돌이의 성장이 억제되어 배압(base pressure)의 강하를 감소시키므로 항력이 감소한다. 따라서 분리판에 의하여 실린더 뒷면 가까운 위치에서의 소용돌이 생성이 억제되고 박리전단층의 상호작용이 차단되기 때문에 항력이 감소한다는 사실이 확인되었다. 재순환으로 인해 분리판 주위의 평균유속이가 대단히 작으므로(그림 6), 분리판 위에서의 전단력은 크지 않을 것이다.

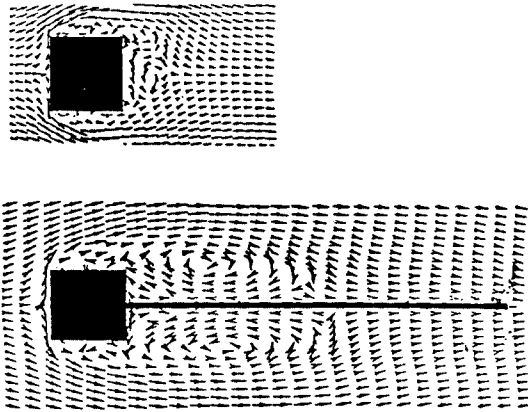


Fig. 6 Comparison of recirculation region areas

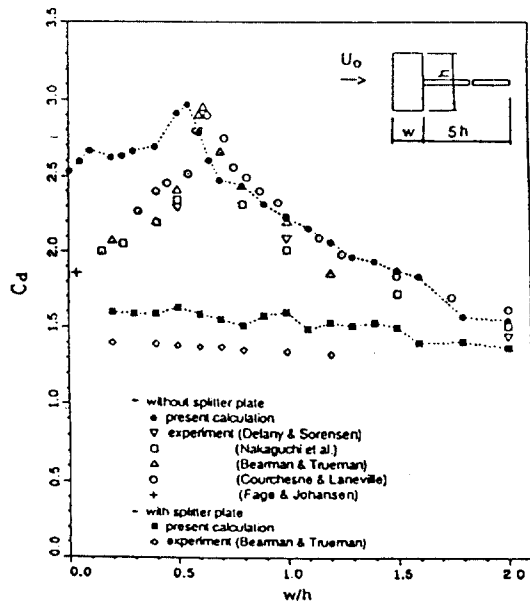


Fig. 5 Comparisons of drag coefficients for rectangular cylinders with and without splitter plate

#### 4. 결 론

와류추적법으로 비압축성 균일유동에 잠겨있는 측면비 0.005~2.0의 사각형실린더 주위의 비정상흐름을 계산하였다. 측면비가 임계측면비 0.6보다 큰 경우에는 항력계수가 실험치와 잘 일치하나 임계측면비보다 작은 얇은 실린더의 항력계수는 실험치보다 높았다. 분리판이 실린더 뒷면 중앙에 부착되었을 때는 항력계수가 실험치보다 약 15% 높았으나, 분리판에 의하여 항력이 대폭 감소하였고, 측면비 증가에 따른 항력의 감소율도 실험치와 잘 일치하였다. 이 결과로 와류추적법이 실

린더 뒷면 근처에서의 소용돌이 생성을 억제하는 분리판의 영향을 예측함을 알 수 있었다.

### 참 고 문 헌

1. Bearman, P.W. and Trueman, D.M., "An Investigation of the Flow around Rectangular cylinders," *Aeronautical Quarterly*, pp. 229~237, August, 1972.
2. Spalart, P.R. and Leonard, A., "Computation of Separated Flows by a Vortex Tracing Algorithm," *AIAA Paper 81-1246*, 1981.
3. Higuchi, H. and Park, W.C., "Computations of the Flow past Solid and Slotted Two-Dimensional Bluff Bodies with Vortex Tracing Method," *AIAA Paper 90-1499*, 1989.
4. Stanby, P.K., "A Numerical Study of Vortex Shedding from One and Two Circular Cylinders," *Aeronautical Quarterly*, pp. 48~70, February, 1981.
5. Courchesne, J. and Laneville, A., "A Comparison of Correction Methods Used in the Evaluation of Drag Coefficient Measurements for Two Dimensional Rectangular Cylinders," *J. Fluid Eng., Trans. ASME*, Vol. 101, pp. 506~510, 1979.
6. Delany, N.K. and Sorensen, N.E., "Low-Speed Drag of Cylinders of Various Shape," *NACA TN 3038*, 1953.
7. Fage, A. and Johansen, F.C., "On the Flow of Air behind an Inclined Flat Plate of Infinite Span," *Aero. Res. Council, R&M No. 1104*, 1927.
8. Nakaguchi, H., Hashimoto, K. and Muto, S., "A Experimental Study on Aerodynamic Drag of Rectangular Cylinders," *J. Japan Soc. Aeronaut. Space Sci.*, Vol. 16, pp. 1~5, 1968.