

船首部 주위의 自由表面流의 流動觀測에 관한 實驗的考察

朴命圭* · 金東津**

A Experimental Study on the Observation of
Free-Surface Flow around Ship's Bow

Myung-Kyu Park · Dong-Jin Kim

.....〈 目 次 〉.....

Abstract	3. 실험 결과의 분석
I. 서 론	4. 선수 부근 유동의 안정성 해석
II. 모형선 실험	III. 결 론
1. 실험 내용	참고문헌
2. 실험 결과	

Abstract

When the vessel is running at the very low Froude numbers, the free-surface is difficult to be disturbed, wave-making is negligible, and the double-model velocity potential gives a very good approximation for calculating the velocity distribution just outside the boundary layer. If the speed of incident flow is gradually increased, the most perceptible change is the rise of the flow surface at stem.

With further increase in speed, the nature of the flow at the bow changes completely. The flow ahead of the bow becomes more disturbed, the rise at the stem to stagnation height disappear, and the first wave crest, of less than the stagnation height, appears a small distance downstream from the stem.

The present study is concerned with a small region of this flow, mainly in the bow region. The present investigation is primarily an experimental study of the flow in the bow region of a ship model, and it is undertaken in order to investigate systematically, the effect of bow geometry on this flow.

The long-range objective is to use these results to guide the development of a mathematical model for predicting the flow about a ship's bow.

* 正會員, Korea Maritime University, Department of Naval Architecture.

** 正會員, Hyundai Heavy Industries Co., LTD.

I. 서 론

滑走體(Surface piercing body) 주위의 자유표면 유동은 물체의 비대한 정도나 속도에 따라 달라진다.

자유표면 유동의 해석은 전체 유동영역에 걸쳐 포텐셜이론으로는 규명이 불가능한 난류문제를 다루어야 하므로 어려운 문제이나 계속 연구되어야 할 과제이다. 본 연구는 이러한 자유표면 유동 중의 일부분인 선수부 근처의 유동을 관측하고 그 현상을 규명하는 내용으로 되어있다.

자유표면과 선체의 선수와의 교점 즉 정류점에서 실제로 관측된 자유표면의 상승높이는 베르누이식에 의한 停滯水頭, hs 만큼 올라가지 않고 선수부보다 하류인 곳에서 hs 의 절반 이하로 나타난다. Froude수가 매우 작을 때는 자유표면은 거의 교란되지 않고 조파현상도 무시할 정도로 이 때는 이중모형 포텐셜(double-model velocity potential)로 경계층 밖의 속도 분포를 아주 근사하게 계산할 수 있음이 알려져 있다. 선체로의 유입속도가 점차 증가하면 U_0 가 유입속도일 때 베르누이정리에 의해 정류점에서의 停滯水頭는 $hs = U_0^2 / 2g$ 이고 선수에서 자유표면이 hs 만큼 상승하는 변화가 일어나게 되며 이후 유입속도가 더 증가하면 선수부 근처의 유동 양상은 크게 변화하게 된다. 선수부 앞의 유동이 교란되면서 선수에서 停滯水頭 상승은 일어나지 않고 선수에서 약간 후방의 위치에 hs 의 절반 이하 높이의 첫 번째 파정이 일어난다. 이러한 양상은 배 모형에서 흔히 볼 수 있는 선체에 의한 파형의 한 예로서 조파저항의 엄밀한 비회전운동으로는 규명되지 않는다. 이는 선수가 예리한 현상을 하고 있지 않으면 자유표면과 선수와의 교점이 停滯水頭 상승이 일어나는 곳이어야 하기 때문이다. 그러나 비회전선형이론(linearized irrotational-flow theory)에 의한, 선체를 따른 자유표면은 停滯水頭를 나타내지 못하고 측정된 파형과 개략적으로 같은 형상을 하고 있다. 이러한 현상에 대해 Bada나 Dagan, Tulin 등은 비대선수에서의 쇄파(wavebreaking) 발생으로 설명하고 있고 또 다른 계는 停滯水頭 상승을 일으키는 얇은 유체층이 깨어지면서 뿐어져나가는 것이라고 설명하고

있다. 그러나 이는 날씬한 선수가 낮은 Froude수나 중속으로 진행할 때의 쇄파에 관한 설명으로는 더 이상 적절하지 못하다.

이후 Gadd나 Maruo 등에 의한 비선형/비회전유동 이론이나 Eggers나 Gadd가 Michell의 고차항 까지 고려한 중앙 평면 특이점 분포법에 의해 정류점에서의 유동을 계산하였으나 실제 현상과는 차이가 있었다. 선수부 부근의 경계층은 선수부곡률과 이에 따른 압력분포에 민감하므로 자유표면과 선수와의 교점에 점성효과를 고려할 필요가 있다. 그러므로 큰 빌지渦나 cross flow의 계산을 위해서는 정확한 압력 분포를 계산할 수 있는 수학적 모델을 개발할 필요가 있다. 이 문제에 대한 해로서 Suzuki는 선수앞 박리영역을 물체의 free-stream의 연장(예리한 끝을 가진, 자유표면 근처의, 물체의 연장)으로 취급할 것을 제안하였다. 본 연구에서는 일차적으로 선체모형의 선수부 주위의 흐름을 실험적으로 조사하였으며 선수부 형상과 흘수가 선수부 주위 흐름에 미치는 영향을 파악하므로써 선수부 모형의 수학적 모델을 개발하는데 도움을 얻고자 하였다.

II. 모형선 실험

1. 실험내용

선수에서의 停滯水頭 상승을 여러 속도 구간에서 측정하였으며 측정 방법은 모형선의 흘수를 격자 모양으로 마킹해 놓고 예인중의 수면의 상승량을 사진으로 기록하여 재는 방법을 사용하였다. 실험에 사용된 모형은 길이가 2m 및 7m로 선수부 선형 및 흘수를 바꾸어 가면서 선수부 형상이 정류점 부근의 유동에 미치는 영향을 조사하였다.

2. 실험결과

1) Series-60 수정 모형

Fig. 1a에서 Fig. 1e는 Series 60 수정 모형 선수부근의 자유표면 유동 관측 결과로 다음과 같은 사항을 알 수 있었다.

(1) Fig. 1a의 모형 속도는 0.77m/sec로 물과 공기의 접촉면에 파도가 일어나는 최소 속

- 도 0.35m/sec 의 거의 2배 밖에 안되는 속도이다.
- (2) Fig. 1b의 모형 속도는 0.86m/sec 이다. 유동 양상은 그림(1a)와 비슷하나 선수 앞의 수면이 짧은 거리에 걸쳐 교란되고 있다. 선수에서 베르누이 정리에 따라 수면이 상승하고 있음을 알 수 있다.
- (3) Fig. 1e의 모형 속도는 1.02m/sec 이다. 선수 앞의 표면 장력파가 사라지고 없다. 수면상 승량이 더 이상 베르누이 정리에 따라 일어나고 있지 않다. 대신에 leading-edge vortex(모형선 선수부 근처의 수면상에 나타나는 vortex)가 나타나고 이 속도에서는 모형선 주위의 유동은 난류이고 선수 앞에서 자유 표면이 깨지고 있음을 알 수 있다. 자유표면이 깨어짐과 함께 자유표면상에서 vortex가 형성되고 이후 선수로 부터 시작해서 선수부 부근에 목걸이 모양의 형상이 만들어진다.
- (4) Fig. 1d의 모형 속도는 1.2m/sec 이다. 이미 생긴 leading-edge vortex가 vortex tube 끝로 선체를 따라 후방으로 흘러가고 있다. 이 vortex tube를 trailing vortex라 칭한다. 사진에서 두 가지 유동 영역이 보이는데 하나는 trailing vortex 후방으로 유동이 거칠면서 박리 영역과 비슷하고 또 하나는 총류가 나타나는 영역이다.
- (5) (4)에서 언급된 선체 주위 두 가지 유동영역은 Fig. 1e에서 더욱 분명하다. 이때 모형선 속도는 1.37m/sec 로 Fig. 1e와 Fig. 1d에서 trailing vortex 앞쪽에 잔물결이 관찰된다. 이러한 양상은 속도 증가와 함께 더욱 분명히 나타나고 있다.

Fig. 1 전체로 부터 모형선 속도가 작을 때는 수면상 선수부 앞과 주위에 표면장력파가 보이며 이 때의 선수앞 부분의 수면 상승량이 베르누이 정리에 의한 값만큼 크지 않음을 알 수 있다. 실제로 선수부에서의 수면상승량은 모든 속도구간에서 베르누이 방정식에 의한 값보다 작다(Fig. 9). 모형선 속도가 1.2m/sec 에 이르기까지 수면 상승량은 모형선 속도에 대해 민감하게 속도크기에 거의 직선

적으로 비례하고 있다. 이 임계 속도를 무차원 형태 $V/(2g)^{1/3}$ 로 나타내면 12.3이 된다. 모형선의 쇄기 부분이 특별한 특성 길이를 가지고 있지 않으므로 레이놀즈수와 Froude수로 부터 L 을 소거하여 $V \cdot L/v * V^2/Lg = V^3/vg$ 로 나타내었다. 모형선의 속도를 증가시키면 선수파의 정점이 점차 뒤로 옮겨가면서 진폭도 커짐을 알 수 있으며 진폭의 크기는 대개 진폭 = $1/2 \cdot (V^3/2g)$ 정도이다.

2) 원형 선수를 가진 쇄기 모형

선수곡률을 12m/m 와 25m/m 로 취하여 일련의 실험을 수행하였으나 모형선의 선수부를 비롯한 주위의 유동양상이 비슷하였으므로 Fig. 2에는 곡률이 12m/m 인 경우의 결과를 위주로 수록하였다. 이 경우의 유동양상의 성격은 C_B 가 작은 일반 상선의 경우와 유사하다. 속도가 작은 경우 선수부에서의 수면상승은 베르누이 정리에 따라 일어난다. 그러나 속도의 증가와 함께 leading-edge vortex가 수면상 선수에서 나타나면서 수면 상승이停滞水頭에 미치지 못한다. 이러한 현상은 끝이 뾰족한 쇄기 모형에서와는 서로 다르다. 선수 곡률 차이에 따른 실험 결과의 차이로 곡률이 클수록 선수부에서의 수면 상승량과 목걸이 형상의 파도가 훨씬 분명하게 나타났다.(Fig. 2e)

3. 실험결과의 분석

실험결과로 부터 선수형상과 선수곡률이 선체주위의 자유표면 유동에 큰 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 특히 선체옆의 선축파고 형상은 선수형상과 지대한 관계가 있다. 끝이 뾰족한 모형선에서 첫번째 파정이 停滯水頭의 반 크기로 선수부 후방에 일어났으며 이는 Oglivie와 Standing에 의해 발표된 바 있다. 그러나 선수의 끝을 둑글게 하므로써 이러한 유동양상은 급격하게 변하여 停滯水頭의 약 절반 크기의 첫번째 파정이 선수부쪽의 선체앞으로 이동하며 선축파고 형상도 끝이 뾰족한 쇄기 모형의 것과 크게 다르다. 선수형상의 영향에 의한 또 하나의 다른 현상은 선수앞 부근의 자유표면상에 necklace vortex의 형상이다. Fig. 3은 전형적인 자유표면상의 vortex의 모습이다.

염료 주사 실험에서 선수 부근의 교란된 유체에

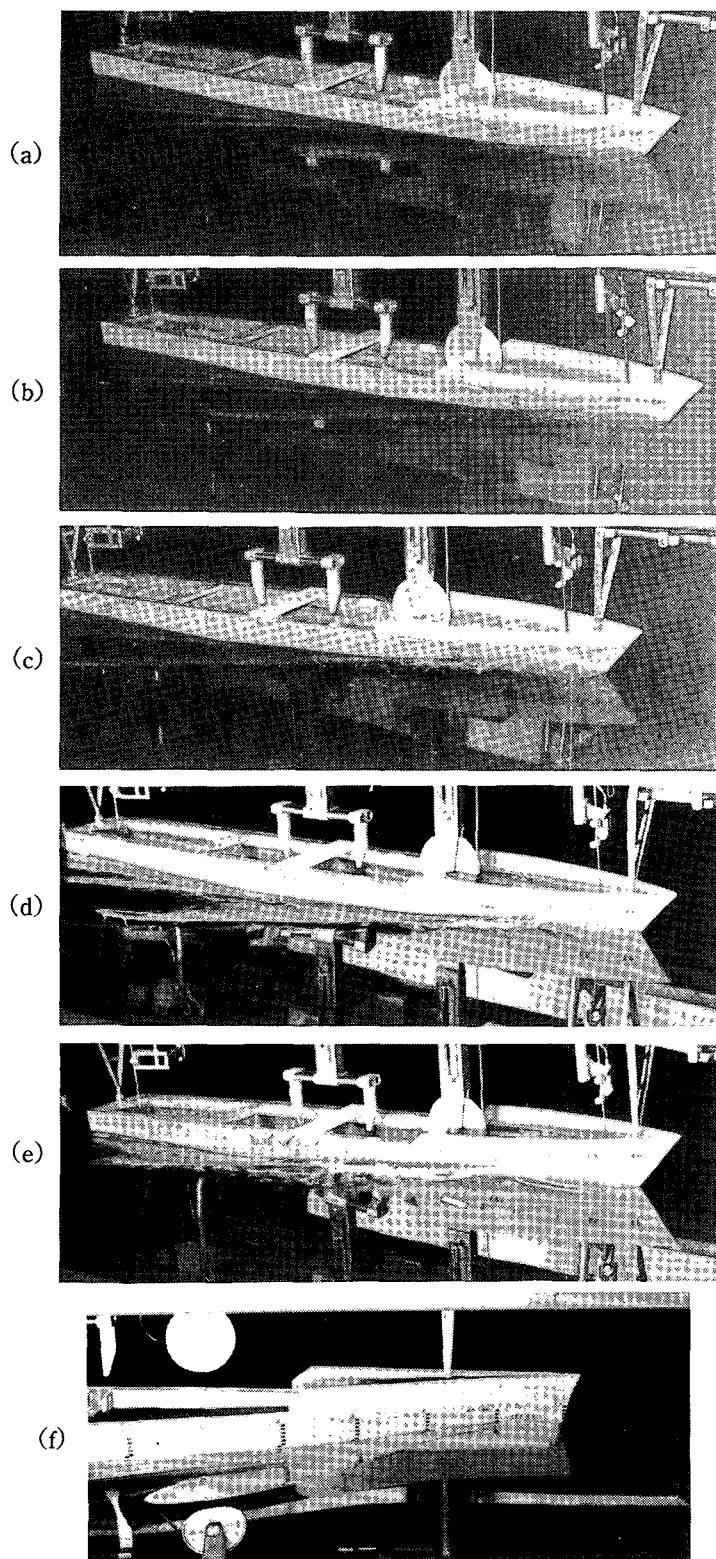


Fig. 1 Modified Series-60 results on the observation of Free-Surface Flow around ship's Bow

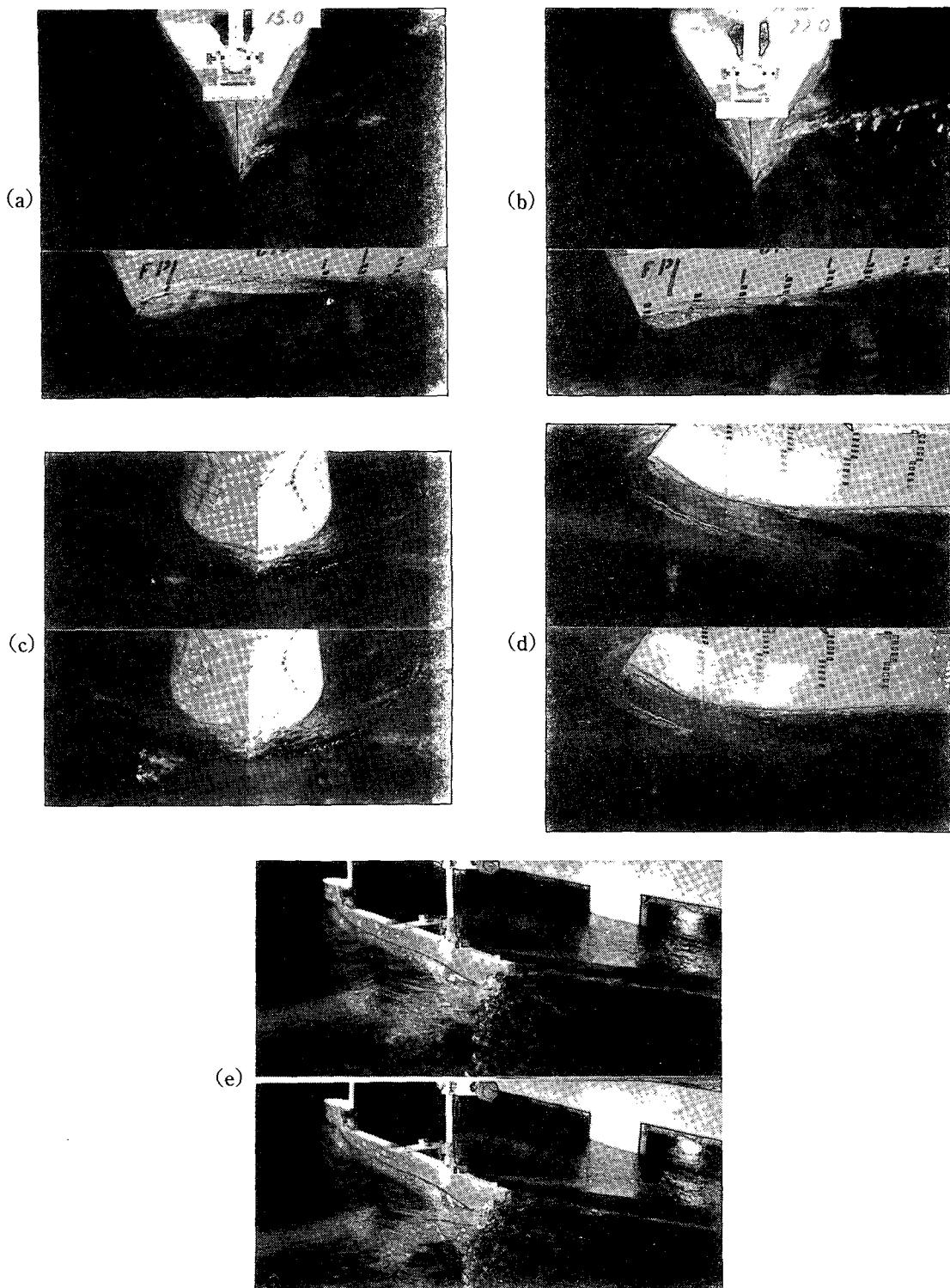
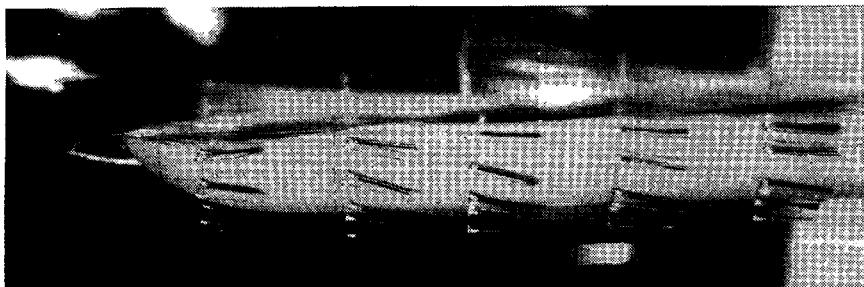
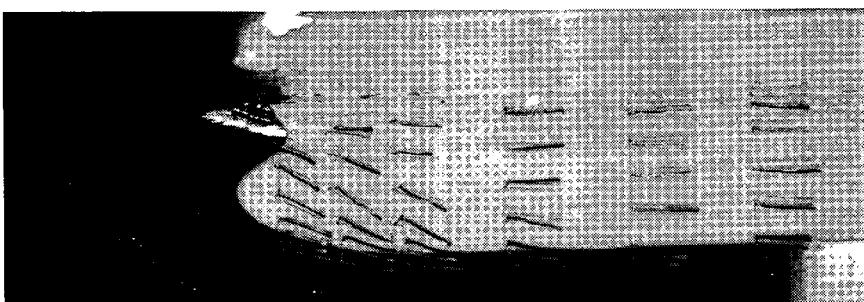


Fig. 2 Wedge model results of Bow Radius on stagnation height.



(a) Ballasted



(b) Fully Loded

Fig. 3 Breaking of free surface

주사된 염료는 일단 유입류와 교란된 흐름 사이의 경계를 돌아 선수 부근의 목결이 모양의 vortex로 진행한다. 이러한 vortex는 선수 곡률에 크게 영향을 받는 것으로 선수 끝이 뾰족한 모형선에서는 목결이 모양의 vortex나 자유표면이 부서지는 형상도 일어나지 않았다.(Fig. 4)

Baba는 Hydraulic jump 에 기초하여 선수 부근의 쇄파에 의한 에너지산일(diffusion)을 추정하는 일차원 수학적모델을 제안한 바 있다.¹¹⁾ 최근에는 선수부가 둥근 모형선에 관해 자유표면의 파괴는 Taylor instability에 기인한다고 한다. 결국 leading-edge vortex 형성에 선수곡률이 중요한 인자임을 알 수 있다. 이 vortex는 선수 부분 수면상의 최상점에서 나타나서 선체를 따라 하류로 이동한다. 선수를 따라 흘르는 흐름은 대칭-평면 흐름의 특별한 경우로 간주할 수 있다.(Fig. 5)

이러한 소위 Attachment-line flow(Nash & Patel)는 경계, 즉 이 경우, 선수곡률의 횡곡률에

매우 민감하다. Leading edge vortex가 존재한다면은逆 piezometric 압력 분포 구배가 박리를 수반하는 이러한 유동 중에 존재함을 의미한다.

Attachment-line flow의 해석적 연구를 다양한 선수곡률과 선수각도에 대해 실험적으로 수행하면 선수 유동을 이해하는데 큰 도움이 될 것이다.

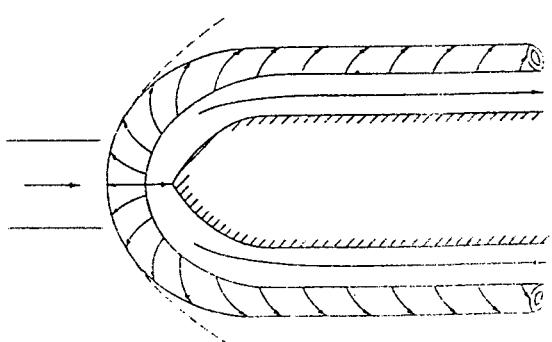


Fig. 4 Necklace-like vortex around the bow

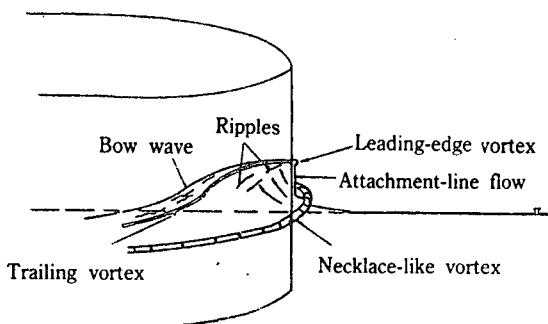


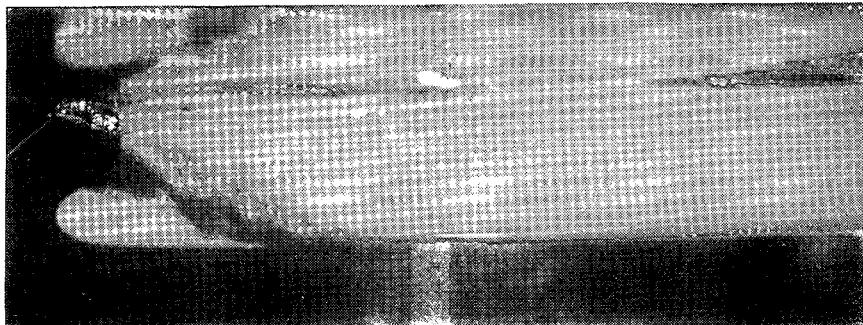
Fig. 5 Details of the flow around the bow

염료 주사 실험에서 자유표면은 경계층이 존재하는 얇은 막으로 움직임을 관찰할 수 있다. 즉 자유표면의 매우 얇은 층이 모형선과 거의 동일한 속도로 움직일 때 그 바로 아래의 층은 위의 층 보다 느린 속도로 움직인다. 그러므로 자유표면

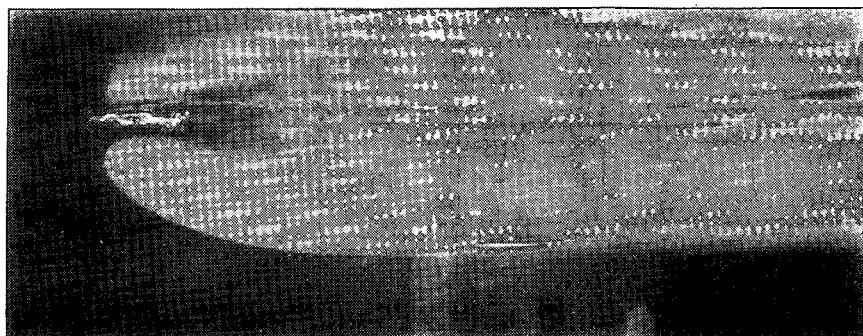
아래에서 전단류가 발달된다(Fig. 6) 경계층의 no-slip 조건을 해석적 목적상 모형선 앞의 어떤 점에서 가정하고 경계층 방정식을 적용하여 박리점을 구할 수 있을 것이다. 선체 유체역학 문제(Ship-hydrodynamic problem)에서는 속도가 매우 작지 않고 표면장력도 그리 중요하지 않다. 그러나 자유표면상에서 점선응력이 영이라는 조건으로부터 생각할 수 있는 경계층은 중요한 의미를 가진다. 경계층 해석을 위하여 Landweber의 유함수 좌표 (s, t, n)을 취하고 s 를 유함수 방향으로, t 를 stream surface 내에 s 에 수직되게, n 을 stream surface에 수직이라 하고, 유속성분을 (u, v, w) 라 한다.

Metric coefficient h_1, h_2, h_3 , 중 h_3 는 1이라하면, stream surface상의 전단응력을 다음 식으로 주어진다.

$$\tau = \mu h_1 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{u}{h_1} \right) \dots \dots \dots \quad (1)$$



(a) Ballasted



(b) Fully Loded

Fig. 6 Dye-injection test

자유표면에서 τ 는 경계조건으로 부터 $\tau=0$ 이다.
자유표면에서 δ 만큼 아래에서는 유동은 비회전
운동이 되므로

$$\frac{\partial u}{\partial n} = - \frac{u}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial n} \dots \dots \dots \quad (2)$$

이므로 (1)식과 (2)식에서 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 을 소거하면

$$\tau = - \frac{2\mu u}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial n} \dots \dots \dots \quad (3)$$

을 얻는다. 여기서 $h_1 = H_1(1+k\delta)$ 로 H_1 은 s, t, n 의 함수 즉, $H_1 = h(s,t,o)$ 이고 k 는 자유표면상에서의 유선의 곡률이면 δ 는 경계층 두께이므로 식 (3)을 다시 정리하면

$$\tau = - \frac{2\mu ku}{1+k\delta} \dots \dots \dots \quad (4)$$

를 얻는다. 이 식은 전단응력이 처음 $\tau = 0$ 로부터 어떤 τ 값까지 증가함을 나타내는 것으로 자유표면 근방의 유체가 진행 방향으로 가속도를 갖고 있음을 의미한다.

점성력에 의한 유체의 가속도가 자유표면에서 와동층을 형상하고 이후 유체중으로 흘어진다. 이

와동층을 자유표면 경계층(free-surface boundary layer)이라 한다(Batchelor).

평수중을 운항하는 선체의 경우, 자유표면은 선수 앞에서 예리하게 만곡되므로 이 영역에서 f, s, b, L 은 중요한 의미를 지닌다. 이 전단류가 자유표면상에서의 박리에 의한 선수파 쇄파(bow wave-breaking)에 기여한다. 선체의 상류쪽 자유표면의 박리는 선수부 앞에 생긴 역 piezometric 압력구배와 자유표면 경계층에 의해 선수 정류점으로의 진행을 이겨나지 못하기 때문에 일어난다. 일단 박리가 시작되면 박리 현상은 선수의 대칭면 내 뿐 아니라 밖에도 일어나게 된다. 그러나 박리의 성격은 두 위치에서 상이하다.

Maskell에 의하면 2차원 유동에서의 박리는 특이점에서 일어난다고 한다. 특이점 박리는 박리 점에서 벽면 전단응력이 영으로 될 때 일어나고 이때 180° 역류가 하류쪽에 생긴다. 3차원 유동의 경우 특이점이 아닌 곳에서의 박리는 유일한 조건은 흐름이 벽면으로부터 떠나는 것으로 전단응력이 영이 되거나 역류가 일어난 필요는 없으므로 특이점이 아닌 곳에서의 박리는 특별한 일이 되지 못한다. 대칭면 내에서의 박리는 특이점에 상당하지만 대칭면을 지나는 박리선상의 모든 다른 점은 특이점이 아니다. Fig. 7의 평판상의 시린더 주위 유동으로부터 이러한 개념을 이해할 수 있다. 그

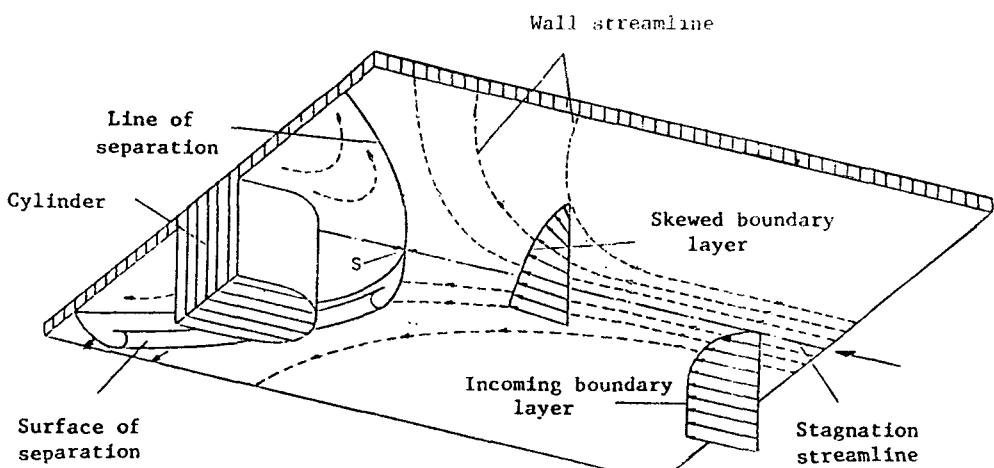


Fig. 7 Singular separation and line of separation in front of a normal cylinder

림에서 모형선의 속도가 매우 느리지 않을 경우 no-slip 경계조건이 별 의미가 없음을 알 수 있다. 여기서 자유표면상에서 Taylor의 instability criterion에 따라 전단응력을 없애면 비대선수에서 나타나는 현상의 기본 메카니즘으로 취급할 수 있을 것이다. 한편 날씬한 선수에서는 쇄파가 일어나지 않고 유동장은 점성 정체점 유동에서 Hiemenz-type solution이 선수부에 상당하는 약간 일그러진 흐름(sheared flow)로 해석된다.

4. 선수 부근 유동의 안정성 해석

선체의 선수 부근 자유표면 유동을 안정성이 중요시된다. 일반적으로 이 영역에서는 다음 두 가지 종류 즉, Kelvin-Helmholtz instability, Taylor instability의 불안정성이 거론되고 있다.

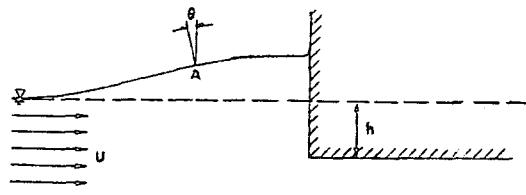
1) Kelvin-Helmholtz Instability

두 유동사이에 상대속도가 있을 경우의 유동의 불안정성을 말한다. 앞서 언급한 바와 같이 停滯水頭 상승이 베르누이식에 따라 증가하다가 멈추게 되면 작은 파문이 모형선 양측에 나타나고 속도가 커지면서 작은 파문은 하류로 흘러간다. 이러한 메카니즘은 공기와 물과 같은 면에서 선체가 수면층을 가속시키므로 인해 생기는 상대 속도에 기인한다. 이것은 물의 얇은 판막 위로 공기를 부는 것과 유사하다. 이 불안정성은 쇄파가 일어난 후 나타나며 쇄파현상에 직접적으로 기여하는 것으로 보이지는 않는다.

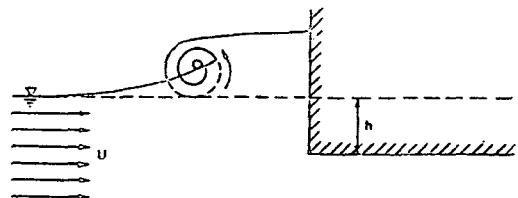
2) Taylor Instability

Taylor instability는 선수앞 자유표면상에서의 유선곡률이 그 원인이다. 모형선의 속도가 작을 때 원심가속도 V^2/R 은 자유표면상의 불록한 곳의 한 점 A에서의 중력가속도 성분과 압력구배와 평형이다.(Fig. 8a)

모형선의 속도가 증가하면 어떤 임계속도에서 자유표면은 불안정하게 되면서 깨어진다.(Fig. 8b) 이는 Taylor instability “In the region of convexity of free surface, the centrifugal acceleration(directed outward) offsets the gravity acceleration



a. Free surface in front of the bow at low speeds



b. Breaking of the free surface

Fig. 8 Taylor Instability

when the critical condition is attained and locally the total normal acceleration vanishes”로 설명된다. Taylor local instability 기준은 임계속도보다 큰 속도에서 자유표면에 수직인 압력구배가 음이되어 대기압보다 작은 압력이 물에 퍼지는 압력구배로도 설명될 수 있다.

Dagan은 자유표면류의 작은 교란의 성장과 감쇄가 두 가지 메카니즘에 의해 지배된다고 한다.³⁾ 자유표면파를 해석하기 위한 선형 교란 방정식의 물리적 해석으로부터 2차원 물체에 생기는 2차원 정체류는 불안정한 성질을 가지고 있음을 알 수 있다. 물체가 고체이고 2차원이어도 유동 자체는 3차원이되면서 고유 파속을 가지고 퍼지는 역회전 와도 속으로 휘감긴다. 이러한 불안정성은 무한 원방에서 소용돌이가 사라지는 제한된 경우에도 일어난다고 예견해야 한다.

현재의 이론 계산에서도 와도가 분명히 규명되고 있지 않으나 물체의 정체선 근처에 있는 와도가 그 부근의 자유표면을 분쇄(breaking)하는데 직접 기여하는 것은 알려져 있다.

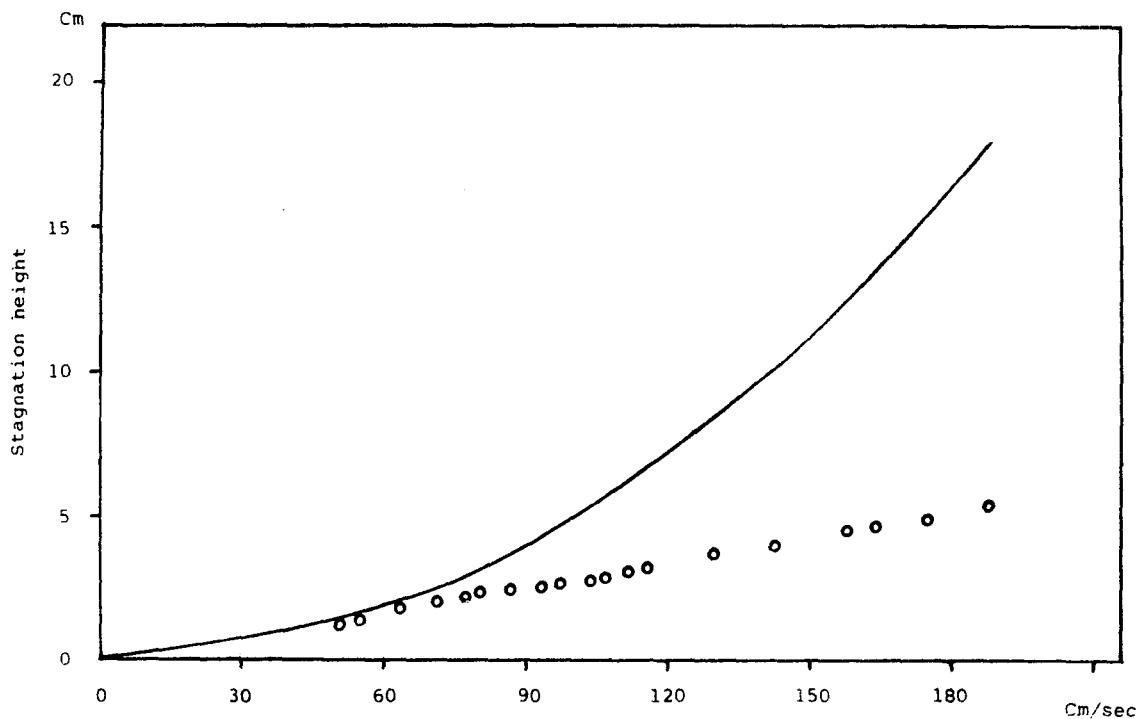


Fig. 9 Variation of stagnation height in M. Serieses-60

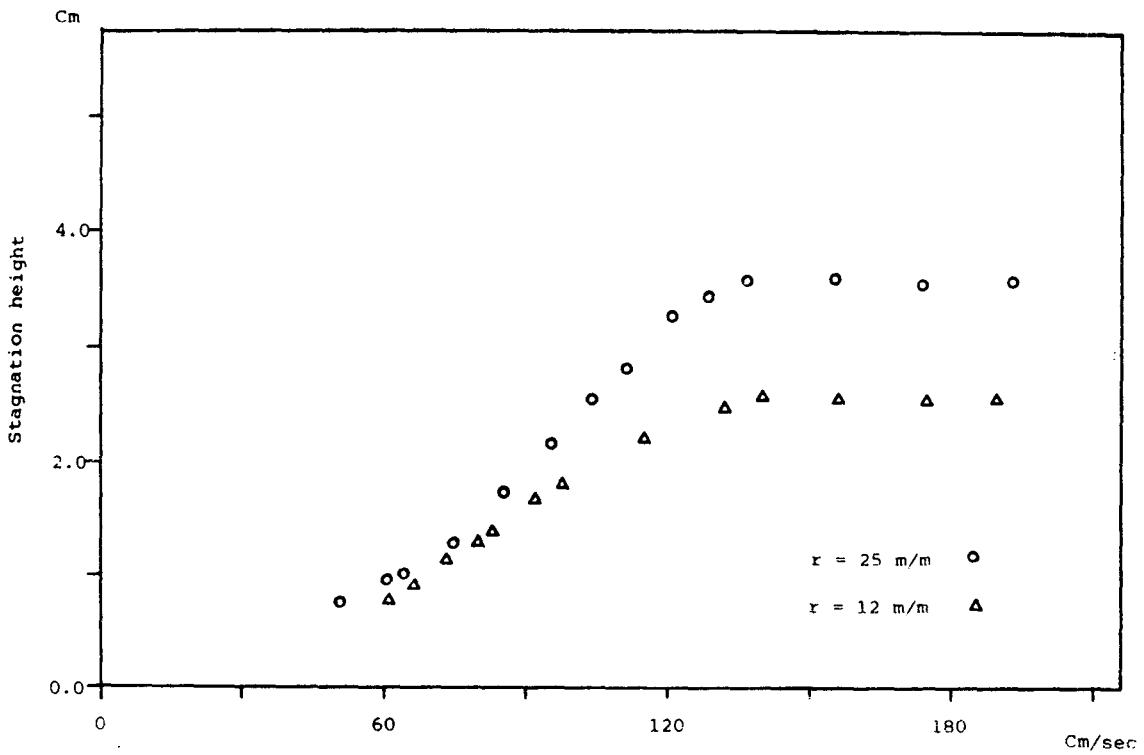


Fig. 10 Effect of bow radius on stagnation height.

III. 결 론

실험결과의 대부분이 앞에서 이미 언급이 되었으나 여기서는 다시 요약 정리하기로 한다.

1. 선수파형은 선수형상에 크게 영향을 받는다. 선체상의 첫번째 파정은 예리한 선수의 경우에 한해 停滯水頭의 약 절반정도로, 둑근 선수형의 경우에는 이보다 훨씬 적다.
2. 예리한 선수 형상에서는 선수부에서의 수면상승량은 모형선의 전진속도에 매우 둔감하다.(1.8m/sec 이상의 경우) 임계속도를 무차원 형으로 나타내면 $Ve/(vg)^{1/3} = 12.3$ 이다.
3. 선수부의 수면상승량은 뾰족한 선수형상의 것이 쇄기 각이 큰 형상의 것보다 크다.
4. 선수 곡률은 선수파 쇄파에 큰 영향을 미친다. 곡률이 클수록 선수에서는 자유표면 분쇄가 더 큰 속도 범위에서 일어난다. 이것은(곡률 반경을 함수로 한) 임계 Froude수(약 2.3)과 상관관계가 있다.
5. 유선의 길이방향 곡률에 기인한 선수부 유동의 불안정성(Taylor instability)가 자유표면 분쇄에 중요한 영향을 미치는 와 운동을 일으킨다.
6. 선수 앞 자유표면에 전단류가 존재하고 이 전단류는 선체 등에 의한 선수파 쇄파에 큰 영향을 끼칠 수 있다.
7. 선수형상과 선수부 유동의 관계를 보다 명확히 파악하기 위하여 다음 내용의 연구가 필요하다.
 - 1) 선형 특성에 따른 attachment line의 이론적 연구
 - 2) 선형에 관한 potential 유동에 necklace-vortices의 효과를 고려한 연구

참 고 문 헌

- 1) Baba, E., "A New Component of Viscous Resistance of Ships," Selected Papers from JSNA, Japan, Vol.7, 1971 (J. of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 125. 1969).

- 2) Dagan, G., "Taylor Instability of a Non-Uniform Free-Surface Flow," J. of Fluid Mechanics, Vol. 67, Part 1, pp. 113~123.
- 3) Dagan, G. and Tulin, M.P., "Bow Waves before Blunt Ships," Hydronautics In., Technical Report 117~14.
- 4) Egges, K.W.H., "Second Order Contributions to Ship Waves and Wave Resistance," Proc. 6th Symp. Nav. Hydrodynamics, Washington, D.C., pp. 649~79.
- 5) Gadd, G.E., "Wave Theory Applied to Practical Hull Forms," Proc. International Seminar on Wave Resistance, Tokyo.
- 6) Suzuki, K., "Effects of Wake and Wave-Breaking on Wave-Making Resistance," Proc. Int. Seminar on Wave Resistance, Japan.
- 7) Ogilvie, T.F., "The Wave Generated by a Fine Ship Bow," University of Michigan, Report 175.
- 8) Ogilvie, T.F., "On the Interaction between a Strut and the Free Surface," University of Michigan, Report 175.
- 9) Standing, R.G., "Phase and Amplitude Discrepancies in the Surface Wave Due to a Wedge-Ended Hull Form," J. of Fluid Mechanics, Vol. 625~642.
- 10) M · K · PARK, "A study on the Design Development of open top Containership", Report. KMU, p. 45.
- 11) Baba, E., "Wave Breaking Resistance of Ships," Proc. International Seminar on Wave Resistance, Tokyo, 1976.
- 12) Taylor, G.I., "The Instability of Liquid Surface when Accelerated in a Direction Perpendicular to Their Plane," Proc. Roy. Soc. Series A. 201 p. 192.
- 13) Nash, J.N. and Patel, V.C., "Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers," SBC Technical Books, Scientific and Business Consultants, Inc.
- 14) Batchelor, G.K. "An Introduction to Fluid

- Dynamics," Cambridge University Press.
- 15) Maskell, E.C., "Flow Separation in Three-Dimensions," Report No. AERO2565, Farnborough.
- 16) Kestin, J., and Wood, R.T., "On the Stability of Two-Dimensional Stagnation Flow," J. of Fluid Mechanics, Vol. 44, Part 3, pp. 461~479.
- 17) Taneda, S. and Amamoto, "On the Necklace Vortex," Bullentin of Res. Inst. Appl. Mech, Kyushu University, No.31.
- 18) Kayo, Y. and Takekuma, K., "On the Free-Surface Shear Flow Related to Bow Wave-Breaking of Full Ship Models", J. of Society of Naval Architects of Japan, Vol. 149.
- 19) Honji, H., "Observation of a Vortex in Front of a Half-Submerged Circular Cylinder", J. of Phy. Soc. of Japan, Vol. 40, No. 5.