기 술 기 사

고체/유체 혼합체 이론모델에 의한 지반굴착해석

Incremental Excavation Analysis of Fluid-Saturated Ground

구 정 회* 홍 순 조**
Koo, Jeong-Hoi Hong, Soon-Jo

1. 서 언

최근 지하철과 같은 교통시설이나 고층건물의 지하주차장 등을 건설하면서 지하굴착이 빈번해지고 있다. 이러한 지하구조물을 설계함에 있어서 완성된 지하구조물의 안전성 뿐만 아니라, 시공시의 굴착단계별 안전성을 확보하기 위해서는 굴착이 인접지반과 기존 구조물에 미치는 영향을 사전에 정확히 예측하는 것이 매우 중요하다. 지반굴착시 인접 지반의 변형거동은 지반의 물성특성, 굴착공법 및 굴착속도, 굴착형태, 보강, 함수정도 등의 다양한 요소에 의하여 영향을 받으므로 이러한 점을 해석모델에 고려해야 한다. 즉, 지반상태를 실제상태에 보다 근사하게 고려하는 것이 가장 중요하다. 현재까지 고체/유체 혼합체인 다공매체(porous media)의 해석에서 굴착에 의한 지반변형과 관련된 해석모형은 지반을 연속체로 가정하고 재하(載荷)나 제하(除荷)시 포함된 유체에 과잉공극수압(excess pore pressure)이 발생하지 않는다는 배수거동으로 가정한 전응력이론(total stress theory)이나, 발생한 과잉공극수압이 소산(dissipate)되지 않는다는 비배수거동으로 가정한 유효응력이론(effective stress theory)에 따르는 것이 일반적이었다. 그러나 실제 다공매체는 지하수위면 이하가 완전포화되어 있거나 부분포화되어 있으므로 전응력이론에 의한 배수거동모형으로는 다공매체인 고체와 함유된 유체 사이의 상호작용을 정확히 모형화할 수 없다. 또한 지반이 완전 불투수성이거나 굴착기간이 매우 짧은 경우를 제외하고는, 시공중 굴착에 의하여 발생된 과잉공극수압이 해제되기 위하여 유체흐름이 일어나고 시간경과에 따라 과잉공극수압의 소산이 일어나므로 비배수거동이라 가정할 수 없다. 이러한 점에서 지하수위면 이하의 지반 내에 포함된 유체가 주는 지반거동의 영향은 특히 투수율(permeability)이 적당히 낮은 지반에서는 무시할 수 없는 요소이다. 실제로 고체/유체 혼합체인 다공매체에서는 굴착에 의한 응력해제(stress relief)와 응력해제로 인한 과잉공극수압의 발생 및 소산과정에 의하여 지반변형이 결정된다. 포화된 다공매체의 역학적 거동에 관한 이론적 개발의 시초는 Terzaghi의 유효응력이론[1]에 의해서다. Terzaghi의 이론은 고체입자에 작용하는 유효응력과 유체에 작용하는 과잉공극수압이 다음과 같은 관계에 있다는 기본가정에서 출발한다.

$$\sigma_{ij}=\sigma'_{ij}+\delta_{ij}\,\pi$$

즉 포화된 다공매체에 물체력과 표면력이 작용할 때 임의의 점에서의 전응력성분 σ_{ij}은 그 점에서 고체입자에 작용하는 유효응력성분 σ'_{ij}과 그 점에

* 선경건설(주) 부설연구소, 대리
** 선경건설(주) 부설연구소, 부장, 공학박사

서 유체에 작용하는 공극수압 π의 합과 같다는 것이다.

Terzaghi는 완전포화된 다공매체기둥에 대하여 개발한 1차원 압밀이론을 적용하고 이론해를 제시하였다. 그러나 Terzaghi의 이론은 재하에 의한 지반변형과 유체흐름이 수직방향으로만 발생한다고 가정하였기 때문에 지반의 수평방향이동이 구속되었거나 얇은 지층 상에 등분포하중이 작용하는 경우에 대하여만 적용할 수 있다. Biot[2]는 다공매체의 고체입자는 선형탄성거동을 하고 유체흐름은 Darcy의 법칙을 따른다는 가정 하에 탄성지반 내 유체흐름의 조합문제에 대한 일반적인 3차원 압밀이론을 세운 후 비등방성[3]과 점탄성 효과[4]를 고려한 이론으로 발전시켰다. 그러나 다공매체에 대한 3차원 문제의 이론해를 구하기는 매우 어렵기 때문에 단순한 경계조건과 하중조건에 대해서만 분석하였다. Schiffman 등[5]은 포화된 선형탄성 반무한체에 등분포하중이 재하된 경우에 대하여, 또 Gibson 등[6]은 불투수성 암반 위에 놓인 지층에 등분포하중이 작용한 경우에 대하여 각각 2차원 이론해를 제시하였다. 그러나 다공매체의 거동파악은 이론적인 해를 구할 수 있는 경우가 지극히 한정되어 있고, 실험에 의한 분석에도 많은 제약이 따르므로 실용적 해석방법으로서 Biot의 방정식을 이용한 수치해석방법개발에 많은 연구가 있어 왔다.

따라서 본고에서는 다공매체에서 고체/유체의 상호작용을 조합해석할 수 있는 유한요소모델 개발현황을 살펴보고 이를 이용하여 다공매체의 단계적 굴착 시뮬레이션을 수행할 때 현재 널리 사용하고 있는 전응력해석에 의한 결과와의 차이점을 살펴보고자 한다.

2. 다공매체의 유한요소해석모델

다공성매체의 유한요소해석 모델은 주로 Biot 방정식[2]을 기초로 개발되어 왔다. Biot는 포화된 다공매체의 지배방정식을 유도하는데 있어서 포화된 고체입자의 변형은 미소하고, 유효응력과 변형률은 Hooke의 법칙에 따르며, 유체흐름은 Darcy의 법칙에 의하여 결정된다고 가정하였다.

영역 Ω와 경계 Γ로 이루어진 다공매체 대한 Biot의 지배방정식은 다음과 같이 주어진다.

- 지배방정식

$$\sigma'_{ij,j} + \delta_{ij}\pi + b_i = 0 \qquad \text{(평형방정식)}$$

$$v_{i,i} = \dot{\varepsilon}_{ij} \qquad \text{(연속방정식)}$$

- 경계조건

$$u_i = \hat{u_i} \qquad \text{on } \Gamma_1$$

$$t_i = (\sigma'_{ij} + \delta_{ij}\pi)\, n_j = \hat{t_i} \qquad \text{on } \Gamma_2$$

$$\pi = \hat{\pi} \qquad \text{on } \Gamma_3$$

$$Q = v_i\, n_i = \hat{Q} \qquad \text{on } \Gamma_4$$

여기서 u_i는 고체의 변위벡터성분, v_i는 유체의 흐름속도벡터성분, b_i는 물체력벡터성분(body force vector component), t_i는 표면력벡터성분(surface traction vection component), ε_{ij}은 고체입자의 체적변형률성분, Q는 유체의 유출률(fluid flux)을 나타내고, dot(·)는 시간에 대한 미분, 는 각 경계에서의 규정값을 낸다.

상기 Biot의 식에 의한 유한요소해석모델은 Sandhu 등[7], Hwang 등[8], Booker[9], Small 등[10], 그리고 Christian 등[11,12]의 주도 하에 개발되어 왔다. Sandhu 등[7]은 Gurtin[13]의 변분원리를 이용하여 유한요소법에 의한 조합해석방법을 개발하여 Terzaghi의 1차원 문제와 분포하중을 받는 반무한 기초에 적용하여 Biot의 이론해와 비교하였다. 시공간(time space)에서의 수치적분을 위해 Sandhu 등[7]이 선형시간증분을 사용한 반면에, Hwang 등[8]은 로그시간증분을 사용하면 수치해석의 효율을 높일 수 있음을 제시하였다. 그러나 이 방법은 정적재하상태인 경우에는 만족할 만한 결과를 얻을 수 있으나 시간에 따라 하중변화가 생기는 경우는 만족스러운 결과를 얻을 수 없다. 또한 Hwang 등[14]은 가중잔차법(weighted residual method)에 의한 유한요소모델을 개발하였고, Booker[9]는 Laplace 변환에 의한 변분이론으로부터 유한요소모델을 유도하였으며, Small 등[10]은 가상일의 원리로부터 단계적 시간증분을

이용한 유한요소모델을 유도하였다. 유체를 함유한 다공매체의 거동이 시간종속적이므로 시공간에서 수치적분방법의 안정성에 대한 연구가 Booker 등[15]에 의하여 이루어졌다. Booker 등[15]은 시각력해석을 위해 시간단계법(time-stepping scheme)을 사용할 때 점병치법(point collocation method)을 적용하여 구한 병치점이 0.5 이상인 계수를 사용하면 무조건 안정(unconditionally stable)이라는 것을 증명하였다.

Christian 등[11,12]은 각 시간증분에 대하여 조합하지 않는 유한요소해석법을 제안하였다. 즉 주어진 시간증분에서의 공극수압으로부터 체적변형률을 구하고 이 체적변형률로부터 다음 시간증분의 변위와 공극수압을 계산하였다. 그러나 이 방법은 해석단계별 시간증분이 어떤 한계를 넘지 않아야 한다는 수치적 불안정성(numerically unstable)을 가지고 있다.

3. 굴착 시뮬레이션

지하구조물의 시공은 일련의 굴착과 보강과정을 필연적으로 거치게 된다. 탄성지반에서 시간비종속인 배수거동을 가정한 경우라면 1단계의 해석으로 굴착과정을 모델화할 수 있지만, 비선형지반거동이나 포화된 다공매체의 경우와 같이 시간종속적으로 과잉공극수압의 발생 및 소산과정을 거치는 경우 다단계 해석결과와 달라진다. 따라서 다공매체에서 지하구조물의 시공을 모형화하기 위하여는 다단계 굴착 시뮬레이션(multi-stage incremental excavation simulation)이 반드시 요구된다. 단계적 시공에 대한 유한요소법은 Clough 등[16]에 의하여 댐시공 해석에 시도한 것이 처음이다. 이와는 별도로 유한요소법에 의한 굴착해석방법을 해석영역에서 응력해제에 의하여 발생한 굴착경계면의 불평형하중을 없애기 위하여 굴착경계면에서의 등가표면력을 계산하여 응력평형을 이룰 수 있도록 작용시키는 것이다. 따라서 굴착경계면에서의 등가표면력을 계산하는 방법에 대하여 Duncan 등[17], Dunlop 등[18]의 많은 연구가 있었다. 한편 Ishihara[19]는 이론적으로 다단계 굴착해의 유일해를 구하는 과정을 증명하였고, Christian 등[20]은 탄성지반에 대하여도 굴착단계수에 의하여 오차가 누적됨을 지적하고 굴착단계수를 최소화할 것을 제안하였다. Ghaboussi 등[22]과 Brown 등[23]은 가상일의 원리를 적용하여 Ishihara[19]에 의하여 증명된 유일해와 일치하는 유한요소해석모델을 제안하였고, Borja 등[24]은 변분이론에 기초하여 탄소성 문제에 적용할 수 있는 유한요소해석모델을 제안하였다. Osaimi 등[25]은 다공매체에서 굴착에 의한 과잉공극수압의 발생과 소산과정을 고체입자의 변형과 조합하여 시간종속적으로 해석하였다. 이들은 다공매체에서 단계적 시공을 시뮬레이션할 수 있는 유한요소해석프로그램을 개발하였다. 최근 Hsi 등[26]은 굴착에 의한 지하수위저하를 고려한 유한요소해석기법을 가상일의 원리를 이용하여 개발하였다.

Clough 등[21]은 굴착경계면의 국부평형조건으로부터 얻어진 등가절점력을 다음과 같이 계산하였다.

$$F = \sum_{i=1}^{m} \int_{\Omega} B^{T} \sigma \, d\Omega$$

여기서 F는 굴착면을 따라 남은 요소들의 절점에 굴착된 요소에 의하여 가해지는 절점력벡터이고, m은 굴착되지 않은 요소들과 접해있는 요소의 수, B는 변형률－변위 행렬이고, σ는 응력벡터이다.

굴착 시뮬레이션을 가상일의 원리로부터 정식화할 경우 n번째 굴착단계에서 다음 방정식을 만족하여야 한다.

$$W_{int}^{n} = W_{ext}^{n}$$

여기서 W_{int}^{n}는 내적가상변형일이고, W_{ext}^{n}는 외적가상일이며 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$W_{int}^{n} = \int_{\Omega_n} (\sigma_{ij}' + \delta_{ij}\pi)^{n} \, \varepsilon_{ij}^{*} \, d\Omega_n$$

$$W_{ext}^{n} = \int_{\Omega_n} b_i \, u_i^{*} \, d\Omega_n + \int_{\Omega_n} t_i \, u_i^{*} \, d\Omega_n$$

이때 다공매체인 경우에는 전응력성분 σ_{ij}는 단계

적 굴착과정에서 다음 식을 만족한다.

$$\sigma_{ij}=\sigma'^{n-1}_{ij}+\Delta\sigma'^{n}_{ij}+\delta_{ij}(\pi^{n-1}+\Delta\pi^{n})$$

따라서 굴착 각단계에서 전단계의 유효응력과 과잉공극수압으로부터 계산된 하중을 작용시키도록 수정된 유한요소방정식이 필요하다[26,27].

4. 다공매체의 굴착해석예

유체의 공극수압효과를 무시한 전응력이론과 공극수압효과를 고려한 Biot의 유효응력이론에 의한 해석결과를 알아보기 위하여 그림 1의 문제를 해석하였다. 그림 2에 표시된 바와 같이 전응력에 의한 단계적 굴착해석은 탄성거동으로 가정하였을 경우, 전체를 한번에 굴착할 때와 5단계로 나누어 굴착할 때에 동일한 결과를 얻는다. 그림 3, 4는 동일한 문제를 고체/유체 혼합체로 생각한 유효응력이론에 의해 해석한 결과를 나타낸다. 그림 3은 투수율이 높은 경우(k=0.1m/day), 그림 4는 투수율이 낮은 경우($k=0.1\times10^{-4}$m/day)에 대한 굴착완료일에서의 지반변형을 나타낸 것 있다. 이때 굴착속도는 0.15m/day(굴착완료 60일)를 사용하였다. 그림 3에서 알 수 있는 바와 같이 투수율이 높은 경우에는 굴착과정에서 과잉공극수압의 소산이 대부분 일어나므로 전응력이론에 의한 결과와 거의 같은 지반거동을 나타낸다. 그러나 투수율이 낮은 경우에는 굴착과정에서 과잉공극수압의 소산이 거의 일어나지 않고 계속 다음 단계로 전달됨에 따라 과잉공극수압이 크게 발생한 영역으로 고체입자들의 이동이 일어나므로 전반적으로 하향변위가 크게 된다. 따라서, 굴착저

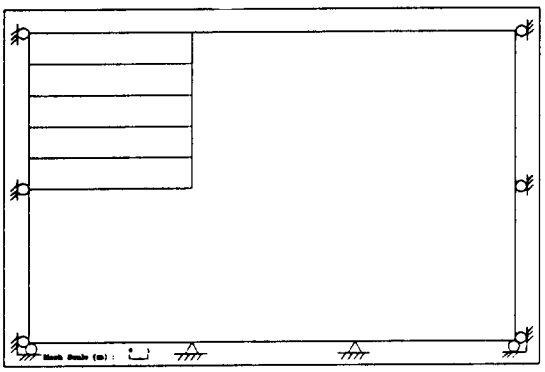

그림 1. 2차원 해석모형과 경계조건

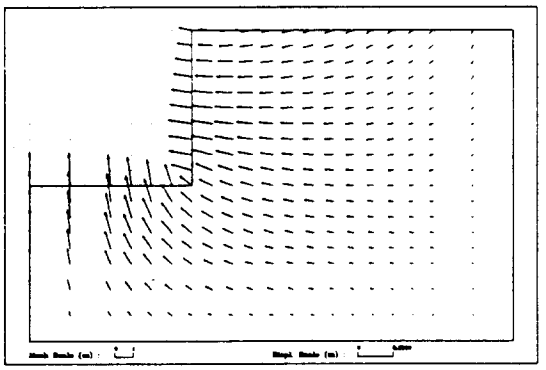

그림 3. 굴착완료시 투수계수가 큰 지반의 변위형상

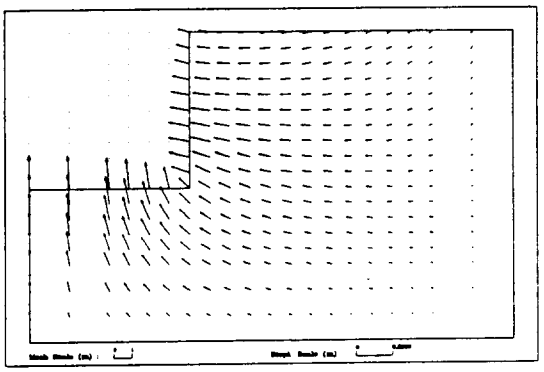

그림 2. 배수상태에서의 1단계와 다단계굴착해석결과

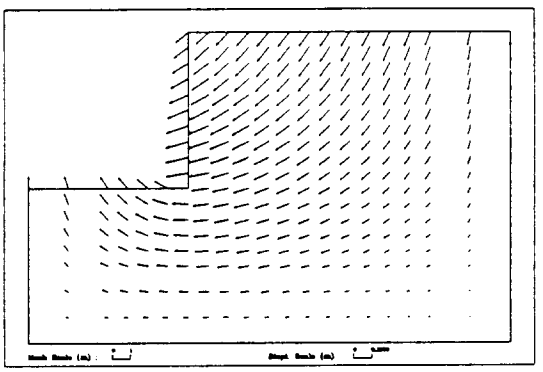

그림 4. 굴착완료시 투수계수가 작은 지반의 변위형상

면에서의 heaving이 작게 일어남을 보여주고 있다. 굴착 시 실제변형상태가 그림 2 보다는 그림 3 또는 4에 가까운 상태로 된다는 것은 시사하는 바가 크다. 일반적으로 실제 지반을 굴착하는 경우, 일정 깊이 이하에는 지하수면이 있게 마련이고 지하수면 이하의 지반은 포화지반이 되므로 투수율의 차에 의하여 지반거동은 현저히 다른 양상을 나타낼 수 있으므로 공극수압의 영향을 고려한 해석방법의 사용이 불가피함을 보여주고 있는 것이다.

5. 맺는 말

지하구조물의 해석 및 설계에 영향을 미치는 여러가지 요인이 있지만 본고에서는 현재 지반거동에 상당히 큰 영향을 주는 것으로 알려져 있지만 실제 해석 및 설계에서는 아직 활용되지 못하고 있는 고체/유체 혼합체인 다공매체의 시간종속적 조합해석기법에 대하여 기술하였다. 전응력이론에 의한 단계적 굴착해석은 많은 연구가 이루어져 왔으나 고체/유체 혼합체에 대한 유효응력이론의 시간종속적 조합해석은 압밀해석과 같이 정적재하를 받는 구조물에 대한 연구 만이 활발할 뿐 단계적 굴착해석에 대한 연구는 아직 미흡하여 실무에는 적용되지 못하고 있는 실정이다.

전응력이론에 의한 굴착해석은 지반의 투수성에 상관없이 과잉공극수압의 발생을 처음부터 무시하고 단일탄성재료로 가정하여 해석하므로써 실제와는 근본적인 차이가 있다. 포화된 지반은 전술한 다공매체의 유효응력이론에 의한 수치해석모형을 이용하여 시간종속적 해석을 하므로써 신뢰성이 높아질 것은 분명하다. 또한 전응력이론의 해석모형에 의한 굴착해석에서는 단계적 굴착이외의 시뮬레이션은 불가능하지만, 유효응력이론에 의한 시간종속적 수치해석모형을 이용하면 단계적 굴착 시뮬레이션은 물론, 굴착속도를 변화시키면서 포화지반의 거동에 영향을 주는 과잉공극수압의 소산정도를 시뮬레이션할 수 있으므로 투수율이 지반거동에 미치는 영향을 파악할 수 있는 장점이 있다. 따라서, 이러한 해석모델을 사용하면 지반의 물리적 성질, 투수율, 경계조건 등에 따라 실시간에 대한 굴착해석결과를 얻을 수 있으므로 보다 현실적인 최적굴착속도 및 보강공법 등을 결정하는 것이 가능해질 것이다.

참 고 문 헌

1. Terzaghi, K., *Theoretical Soil Mechanics*, Wiley, New York, 1943.
2. Biot, M.A., 'General Theory of Three Dimensional Consolidation,' *Journal of Applied Physics*, Vol.12, 1941, pp.155－164.
3. Biot, M.A., 'Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid,' *Journal of Applied Physics*, Vol.26, 1955, pp.182－185.
4. Biot, M.A., 'Theory of Deformation of a Porous Viscoelastic Anisotropic Solid,' *Journal of Applied Physics*, Vol.27, 1956, pp.459－467.
5. Schiffman, R.L., Chen, A.T－F, and Jordan J. C., 'An Analysis of Consolidation Theories,' *Journal of the Soil Mchanics and Foundation Division, ASCE*, Vol.95, 1969, pp.285－312.
6. Gibson, R.E., Schiffman, R.L. and Pu, S.L., 'Plane Strain and Axially Symmetric Consolidation of Clay Layer on a Smooth Impervious Base,' *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol.16, 1970, pp.34－50.
7. Sandhu, R.S. and Wilson, E.L., 'Finite Element Analysis of Seepage in Elastic Media,' *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE.*, Vol. 95, 1969, pp.641－652.
8. Hwang, C.T., Morgenstren, N.R. and Murray, D.W., 'On Solutions of Plane Strain Consolidation Problems by Finite Element Methods,' *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.8, 1971, pp. 109－118.
9. Booker, J.R. 'A Numerical Method for the Solution of Biot's Consolidation Theory,' *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol.26, 1973, pp.457－470.
10. Small, J.C., Booker, J.R. and Davis, E.H., 'Elasto－Plastic Consolidation of Soil,' *International Journal of Solids and Structures*, Vol.12, 1976, pp.431－448.
11. Christian, J.T., 'Undrained Stress Distribution by Numerical Method,' *Journal of the Soil Mech-*

anics and Foundation Division, ASCE, Vol.94, 1968, pp.1333－1345.

12. Christian, J.T. and Boehmer, J.W, 'Plane Strain Consolidation by Finite Elements,' *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE,* Vol.96, 1970, pp.1435－1457.
13. Gurtin, M., 'Variational Principles for linear Elastodynamics,' *Archives for Rational Mechanics and Analysis,* Vol.16, 1964, pp.34－50.
14. Hwang, C.T., Morgensten, N.R. and Murray, W., 'Application of the Finite Element Method to Consolidation Problems,' *Proceddings of the Symposium, Applications of the Finite Element Method in Geotechnical Engineering,* Vol.2, 1972, pp.109－118.
15. Booker, J.R. and Small, J.C., 'An Investigation of the Stability of Numerical Solutions of Biot's Equations of Consolidation,' *International Journal of Solids and Structures,* Vol.11, 1975, pp. 907－917.
16. Clough, R.W. and Woodward, R.J., 'Analysis of Embankment Stresses and Deformation,' *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE,* Vol.93, 1967, pp.529－549.
17. Duncan, J.M. and Dunlop, P., 'Slopes in Stiff-Fissured Clays,' *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE,* Vol.95, 1969, pp.467－492.
18. Dunlop, P., Duncan, J.M. and Seed, H.B., 'Finite Element Analyses of Slopes in Soil,' *Report TE68-3, Office of Research Services, University of California at Berkeley,* 1968.
19. Ishihara, K., 'Relations Between Process of Cut ting and Uniqueness of Solutions,' *Soils and Foundations,* Vol.10, 1971, pp.50－65.
20. Christian, J.T. and Wong, I.H., 'Errors in Simulating Excavation in Elastic Media by Finite Element,' *Soils and Foundations,* Vol.13, 1973, pp. 1－10.
21. Clough, G.W. and Mana, A.I., 'Lessons Learned in Finite Element Analyses of Temporary Excavations in Soft Clay,' *Proceedings of Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Blacksburg,* Vol.1, 1976, pp.496－510.
22. Ghaboussi, J. and Pecknold, D.A., 'Incremental Finite Element Analysis of Geometrically Altered Structures,' *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol.20, 1984, 2051－2064.
23. Brown, P.T. and Booker, J.R., 'Finite Element Analysis of Excavation,' *Computers and Geotechnics,* Vol.1, 1985, pp.207－220.
24. Borja, R.A., Lee, S.R. and Seed, R.B., 'Numerical Simulation of Excavation in Elastoplastic Soils,' *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,* Vol.13, 1989, pp.231－249.
25. Osaimi, A.E. and Clough, G.W., 'Pore-pressure Dissipation During Excavation,' *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE,* Vol.105, 1979, pp.481－498.
26. Hsi, J.P. and Small, J.C., 'Simulation of Excavation in a Poro-Elastic Material,' *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,* Vol.16, 1992, pp.25－43.
27. 구정회, 홍순조, 김문겸, 황학주, '침수지반의 단계적 굴착해석,' 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제6권 제1집, 1993, pp.207－212.