□ 특 집 □

스스로 진단하는 시스템의 특성에 관한 연구†

충북대학교 컴퓨터과학과 이충세* · 김상범

● 목 차 ●

시스템의 구성요소들이 상호 연결되어 있고 각 구성요소가 다른 구성요소에 의해 검사를 받는 시스템에서 결함을 진단하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 지금까지 특수한 시스템의 계층에 대하여 효과적인 알고리즘을 설계하는 방안들이 많이 제시되었다. 이 논문에서는 결함을 진단하는 견지에서 여러가지 시스템들 사이에 관계가 존재하는 지를 조사하고 이러한 시스템들을 묶는 보다 광범위한 일반 시스템을 정의하고 이러한 시스템에 대한 진단 알고리즘을 제안한다. 이 논문에서는 또한 이 알고리즘에 걸리는 시간이 O(|E|)임을 보인다.

Ⅰ. 서 론

Preparata 등[1]은 시스템을 진단하기 위하여 시스템을 n개의 장치(unit)로 나타내고 각 장치를 시스템에 있는 여러 개의 다른 장치들에 의해 검사를 받게함으로써 결함을 발견하는 모델을 제시하였다. 이 모델을 앞으로 PMC 모델이라 부르기로 한다. PMC 모델은 방향 그래프(digraph) G=(U, E)로 나타낼 수 있는데 장치들의 집합으로 |U|=n이고 E는 간선들의 집합을 나타내고 각 간선 (u(i), u(j))는 장치 u(i)가 u(j)를 검사하는 것을 나타낸다. 각 간선(u(i), u(j))는 a(i, j)로 나타내고 a(i, j)=0이면 장치 u(i)가 장치 u(j)를 결함이 없는 상태로 a(i, j)=1이면 결함이 있는 상태로 평가하는 것을 나타낸다. 모든 a(i, j)들의 집합을 시스템 S의 신드롬(Syndrome)이라 정의한다. 이 때 결함의 갯수가 t개가 넘지 않을 때 모든 신드롬에서 같은 결함을 발견할 수 있을 때 S를 t-diagnosable하다고 부른다.

주어진 시스템을 방향 그래프로 나타낼 때 시스템이 t-diagnoable일 완전조건이 [2]에 제시되어 있다. 주어진 t-diagnosable 시스템과 신드롬에 대하여 결함이 있는 장치들을 발견하는 알고리즘들이 또한 [5-8]에 제시되어 있다.

Ⅱ. 기존의 시스템들의 소개

시스템 S가 $D_{\delta t}$ 시스템[1] 계층에 속할 조건은 $n \le 2t+1$이고 간선들의 집합 E가 다음을 만족시킬 경우이다.

$$E = \{(u(i),\ u(j)):\ j-i = \delta m \pmod n,\ m=1,\ 2,\ \cdots,\ t\}$$

---

* 종신회원

† 이 논문은 92년도 학술진흥재단에 의한 연구지원을 받아 시행되었음

n개의 장치들을 가진 시스템에서 결함이 있는 장치의 갯수가 t개를 넘지 않을 때 이들 결함장치를 대체하지 않고 시스템 내에 있는 모든 결함들을 발견할 수 있을 때 한단계 t-진단(one-step t-diagnosable)이라 부른다.

시스템 S가 D(n, t, X) 시스템[2,5]에 속하기 위한 조건은 집합 $X=\{x(1), x(2), \cdots, x(t)\}$가 존재하여 다음의 세 조건을 만족시키는 경우이다.

1) $n \leq 2t+1$
2) $n \leq 2x(i)+1,\ 1 \leq i \leq t$
3) $E=\{(u(i), u(j)): j-i \pmod n \in X\}$

주어진 시스템을 그래프 G=(U, E)로 나타낼 때 대부분 용어에 대한 정의는 그래프 이론[10]에서 참고할 수 있다. 여기서는 [10]에 근거하여 다음의 용어들을 정의한다. 그래프 G가 연결된 그래프가 되기 위해서는 간선들의 방향을 무시하고 얻은 G의 비방향 그래프가 연결되어야 하고 비방향 그래프가 연결되어 있지 않으면 G는 비연결 방향그래프이다. 방향 그래프의 방향을 무시하고 얻은 비방향 그래프의 연결된 요소들로 되어 있는 서브그래프를 G의 연결된 요소들로 정의한다. U에 속하는 모든 u(i)와 u(j) 사이에 방향성 진로(directed path)가 존재하면 G는 강연결(Strongly Connected)라 한다. $X \subset U$인 X에 의해 유도된 G의 서브그래프를 G(X)로 나타내자. 이때 G(U-X)가 강연결이 아니거나 한 노드를 갖는 가장 작은 X의 크기를 그래프 G의 노드 연결도(node Connectivity)라 한다. 그래프의 노드 연결도는 k(G)로 나타낸다. 그래프 G는 $k(G) \geq t$일 때 t-연결이라 한다. 시스템 S가 t-connectivity 계층에 속할 완전조건은 모든 연결 요소가 2t 이상의 노드를 갖고 노드-연결도가 적어도 t가 되어야 한다.

주어진 그래프 G와 신드롬 σ에 대하여 간선 (u(i), u(j))는 만일 a(i, j)가 0이면 0-연결(0-link) 아니면 1-연결(1-link)라 부르기로 하자. 임의의 $u(i) \in U$에 대하여 $\Delta(u(i))=\{u(j): a(i, j)=1 \text{ or } a(j, i)=1\}$ 그리고 $d(u(i))=|\Delta(u(i))|$라 정의한다. $u(i) \in U$에 대하여 집합 $\Gamma(u(i))=\{u(j):(u(j), u(i)) \in E\}$와 $\Gamma^{-1}(u(i))=\{u(j):(u(j), u(i)) \in E\}$에 대하여 $d_{in}((u(i))=|\Gamma^{-1}(u(i))|$ 그리고 $d_{out}(u(i))=|\Gamma(u(i))|$이라 정의한다. 이것을 확장하면 $X \subset U$에 대하여 $\Delta(X)=\bigcup_{u(i) \in X} D(u(i))$이 된다. $X_o(u(i))$와 $Y_o(u(i))$를 각각 노드 u(i)에서 0-연결을 사용하여 도달할 수 있는 노드들의 집합과 0-연결을 사용하여 u(i)로 도달할 수 있는 노드들의 집합이라 정의하자. $D_0(u(i))=X_o(u(i)) \cup \{u(i)\}$ 그리고 $A_o(u(i))=Y_o(u(i)) \cup \{u(i)\}$라고 정의하자. 시스템 S가 스스로 함축하는 시스템 (t self-implication)[3]에 속할 완전조건은 모든 결함이 있는 노드 u(i)가 $|\Delta(u(i))|>t$인 조건이나 $u(t) \in A_o(\Delta(D_o(u(i))))$인 조건을 만족시키는 것이다. 이들 시스템의 진단에 소요되는 시간은 $O(|E|)$이다. 여기서 E는 간선의 갯수를 나타낸다.

III. 서로 다른 시스템들 사이의 관계

이절에서는 $D_{\delta t}$, D(n, t, x), t-connectivity 그리고 Self-implicating 시스템 사이의 관계를 살펴본다. 논문[1]에 $D_{\delta t}$ 시스템의 정의와 $D_{\delta t}$의 특성이 나와있는데 δ와 n의 최대공약수가 1이 아닐 경우의 $D_{\delta t}$ 시스템의 특성은 논문[5]에 나와 있다.

Lemma 1. $D_{\delta t}$ 시스템은 $g=\gcd(\delta, n)$이라 할 때 $n>2gt$이면 t-diagnosable이다[5].

Lemma 2. $D_{\delta t}$ 시스템의 node connectivity는 t이므로 t-diagnosable인 $D_{\delta t}$ 시스템은 t-connectivity 시스템에 속한다[5].

Lemma 3. D(n, t, X) 시스템은 t-connectivity 시스템에 속한다[5].

Lemma 4. D(n, t, X) 시스템에서 어느 두 장치도 서로 검사하지 않고 각 노드는 t개의 노드들에 의해 검사를 받고 t개의 노드들을 검사하므로 t self-implicating system에 속한다. D(n, t, X) 시스템이 연결되어 있지 않으면 각 연결된 부분은 t self-implicating system에 속한다[5].

이들 시스템에 대한 진단 알고리즘은 [1-5]에 소개되어 있고 각 시스템은 서로 독립적이지만 $O(|E|)$의 실행 시간을 갖는다. t-connectivity 시스템과 t-self-implicating system에 적용하는 진단 알고리즘이 [5]에 소개되어 있고 이 알고리

즘의 실행 시간은 $O(|E|)$이 된다.

IV. Self-implicating 시스템의 일반화

위에서 임의의 진단시스템보다 효율적으로 진단할 수 있는 여러가지 진단 시스템들 사이의 관계를 분석하였다. 이 장에서는 이러한 계층의 시스템들을 포함하는 일반적인 시스템을 GSI (Generalized Self-Implicating 시스템) 시스템이라 정의하고 GSI시스템은 앞에서 정의한 모든 시스템을 포함하지만 GSI시스템에 속하지만 앞에서 정의한 시스템에는 속하지 않는 시스템이 존재하는 것을 보인다. 이 장에서는 GSI시스템의 특성을 보이고 이런 시스템에 적용할 알고리즘도 설계한다.

정의 1 : 주어진 신드롬에 대하여 u(i)가 결함이 아닐 때 유도되는 결함의 집합 L(u(i))을 implied fault set[7] L(u(i))라고 정의한다. 이것을 다시 나타내면 $u(i)\in D_o(u(i))$이고 $u(i)\in A_o(u(i))$ 그리고 $L(u(i))=A_o(\Delta(D_o(u(i))))$가 되는 데 A_o, D_o, Δ는 3절에서 이미 정의된 것과 같다.

정의 2 : n개의 노드를 가진 t-diagnosable 시스템이 GSI시스템에 속할 완전 조건은 임의의 결합 집합 F에 대하여 $|F|\le t$이고 F에 대응하는 임의의 신드롬에 대하여 모든 $u(i)\in F$는 다음의 조건들 중에 적어도 하나를 만족시켜야 한다.

C1: $u(i)\in L(u(i))$
C2: $|\Delta(u(i))|>t$
C3: 모든 $u(j)\notin F$에 대하여 $u(i)\in L(u(j))$

n개의 노드를 가진 t-diagnosable 시스템에 대하여 $n\le 2t+1$이므로 u(i)는 위의 조건들 중에 한 조건을 만족시키면 u(i)는 결함이 있는 노드이다. t-diagnosable 시스템이 GSI시스템에 속하면 이를 GSI(t)라 부르기로 한다. 다음의 정리에서 GSI(t) 시스템은 t-self implicating 시스템과 t-Connectivity 시스템을 포함함을 보인다.

Lemma 5. 시스템이 t-self implicating 시스템에 속하면 GSI(t) 시스템에 속한다.

증명 : 시스템이 t-self implicating에 속하면 모든 결합이 있는 노드는 C1이나 C2 또는 양쪽을 만족시키므로 GSI(t)에 속한다.

Lemma 6. 시스템이 t-connectivity 시스템에 속하면 GSI(t) 시스템에 속한다.

증명 : 임의의 결함이 있는 노드 u(i)와 결함이 없는 노드 u(j)가 연결된 같은 구성요소에 속한다고 하자. 시스템이 t-connectivity 시스템에 속하므로 u(j)에서 u(i)로의 t개의 서로소인 경로가 존재한다. u(i)가 결함이 있는 노드이므로 많아야 t-1 경로가 결함이 있는 노드를 포함한다. 따라서 적어도 하나의 경로는 u(i)를 제외하고는 결함이 없는 노드들로 구성되어 있다. 이 경로상에서의 검증 경과는 마지막이 1인 경우를 제외하고 모두 0이 된다. 따라서 $u(j)\in L(u(i))$이고 이것은 $u(i)\in L(u(j))$임을 나타낸다. 이것은 모든 u(j)에 대하여 $u(j)\in F$임을 나타내므로 C3을 만족시킨다. 시스템을 $G=(U, E)$로 나타낼 때 어떤 $X\subset U$에 대하여 $|\Gamma(X)|\le t-1$이고 $U\text{-}X\text{-}\Gamma(X)\ne 0$인 조건하에서 $X\cap F=0$와 $\Gamma(x)\subset F$인 결함 집합 F에 의해 생긴 신드롬 σ가 다음 조건을 만족시킬 때 CL(X) 신드롬이라 부르기도 한다.

S1 : u(i)가 결함이고 $u(j)\in X$일 때 $a(i, j)=0$
S2 : u(i)가 결함이고 $u(j)\in\Gamma(X)$일 때 $a(i, j)=1$
S3 : u(i)가 결함이고 u(j)가 U-X-Γ(X)에 있는 결함 노드일 때 $a(i, j)=0$
S4 : u(i)가 결함이고 u(j)가 U-X-Γ(X)에 있는 결함이 없는 노드일 때 $a(i, j)=1$

σ가 CL(X) 신드롬이면 σ안에 있는 모든 결함 노드는 검사받는 노드가 $X\cup\Gamma(X)$에 속하지 않을 때 노드의 상태에 대하여 거짓상태를 나타내게 된다. 신드롬 σ가 CL(X) 신드롬이면 $X\cap F=0$이고 $\Gamma(X)\subset F$이므로 U-X-Γ(X)에 속하는 적어도 하나의 결함 노드가 존재한다.

Lemma 7. 모든 CL(X) 신드롬과 결함 노드 $u(i)\in U\text{-}X\text{-}\Gamma(X)$인 시스템에서 $u(i)\in L(u(i))$을 만족시킨다.

증명 : 위의 가정이 틀린다고 하면 $u(i)\in L(u(i))$을 만족시켜야 한다. 그러면 두 노드 u(α)와 u(β)가 존재하여 $u(\alpha)\in\Delta(u(\beta))$이고 u(i)로부터 u(α)와 u(β)에 0-경로가 존재하고 경로의 길이는 0이 될 수 있다. $u(\alpha)\in\Delta(u(\beta))$와 u(β)중에 하나는 결함이어야 한다. u(α)가 결함이라고 하면 $X\cap F=0$이므로 $u(\alpha)\in X$이다. $u(\alpha)\in\Gamma(X)$이라 하

면 S2에 의하여 $u(\alpha)$을 검사하는 모든 노드는 $u(\alpha)$을 결함이 있는 노드라고 할 것이다. 따라서 $u(i)$로부터 $u(\alpha)$로 0-경로가 존재할 수 없다. 이것은 $u(\alpha)\in\Gamma(x)$임을 나타낸다. 따라서 $u(\alpha)\in U\text{-}X\text{-}\Gamma(X)$이다.

주어진 $u(i)\in U$와 임의의 $Y\subset U$에 대하여 $\Gamma_Y(u(i))=\Gamma(u(i))\cap Y$ 그리고 $\Gamma_Y^{-1}(u(i))=\Gamma^{-1}(u(i))\cap Y$의 표현을 사용하여 GSI(t) 시스템의 특성을 다음 정리로 나타낸다.

Theorem 1. S가 GSI(t) 시스템에 속할 완전조건은 모든 $X\subset U$에 대하여 $X\neq 0$이고 $|\Gamma(X)|<t$ 그리고 모든 $u(i)\in R=U\text{-}X\text{-}\Gamma(X)$에 대하여 $|\Gamma_R(u(i))\cup\Gamma_R^{-1}(u(i))|\geq 2t-|\Gamma(X)|-|\Gamma_{r(X)}(u(i))|$이다.

증명 : 필요조건 : X U가 존재하여 $X\neq 0$이고 $|\Gamma(X)|<t$ 그리고 $u(i)\in R=U\text{-}X\text{-}\Gamma(X)$가 위의 조건을 만족시키지 않는다고 가정하자. 그러면 $|\Gamma_R(u(i))\cup\Gamma_R^{-1}(u(i))|<t-|\Gamma_{r(X)}(u(i))|$이다. 우선 $\Gamma_R^{-1}(i(i))\geq t-|\Gamma(X)|$라고 하면 $\Gamma_X^{-1}(u(i))=0$이 되어야 한다. 따라서 $\Gamma^{-1}(u(i))=\Gamma_R^{-1}(u(i))\cup\Gamma_{r(X)}^{-1}(u(i))$가 된다. $|\Gamma^{-1}(u(i))|\geq$이므로 $t\leq|\Gamma^{-1}(u(i))|=|\Gamma_R^{-1}(u(i))|+|\Gamma_{r(X)}^{-1}(u(i))|\leq|\Gamma_R^{-1}(u(i))|+|\Gamma(X)|$이 되고 따라서 $|\Gamma_R^{-1}(u(i))|\geq t-|\Gamma(X)|$가 되어야 한다. $|Z|=t-|\Gamma(X)|-1$인 $Z\subset\Gamma_R^{-1}(u(i))$을 선택하자. 이러한 Z는 확실히 존재한다. $F=Z\cup\{u(i)\}\cup\Gamma(X)$라 하면 $|F|=|Z|+1+|\Gamma(X)|=t$가 된다. 결함의 집합이 CL(X) 신드롬을 형성하는 F의 결함상태를 생각해 보자. 앞의 Lemma에서 증명한 것과 같이 이 신드롬에서 $u(i)\in L(u(i))$이고 따라서 $u(i)$는 C1을 만족시키지 않는다. $X=0$인 X에 대하여 $u(j)\in X$을 택하면 $u(j)\notin F$이다. $u(i)\in L(u(j))$라 가정하자. 그러면 두개의 노드 $u(\alpha)$와 $u(\beta)$가 존재하여 $u(\alpha)\in D_o(u(i))$이고 $u(\beta)\in D_o(u(j))$ 그리고 $u(\alpha)\in\Delta(u(\beta))$이다. 그러나 $u(j)$가 결함이 아닌 노드이기 때문에 $u(j)$로부터 $u(\beta)$로 이끄는 0-경로 안에 있는 모든 노드들은 X에 속한다. 이 신드롬은 CL(X) 신드롬이므로 S1에 의해 $u(\alpha)\in\Delta(u(\beta))$이 되기 위해서는 $u(\alpha)\in\Gamma(X)$이어야 한다. 그러나 $u(\alpha)\in\Gamma(x)$이면 $u(i)\in R$이기 때문에 $u(i)$로부터 $u(\alpha)$로의 0-경로는 존재할 수 없다. 따라서 $u(i)\in L(u(j))$이고 $u(i)$는 C3을 만족시키지 않는다. $u(i)$가 C2도 만족시키지 않는것을 보이기 위하여 $P=\Gamma_R^{-1}(u(i))-\Gamma_R(u(i))$, $Q=\Gamma_R^{-1}(u(i))\cap\Gamma_R(u(i))$, $Y=\Gamma_R(u(i))-\Gamma_R^{-1}(u(i))$ 그리고 $C=\Gamma_{r(x)}(u(i))$라고 하자. F를 구성하는 과정에 의해 Y의 모든 노드들은 결함이 아닌 노드들이다. 따라서 $|\Gamma_R(u(i))\cup\Gamma_R^{-1}(u(i))|=|P|+|Q|+|Y|$가 된다. P_1 또는 Q_1을 P 또는 Q에 있는 결함이 아닌 노드의 집합이라 하고 P_2 또는 Q_2를 P나 Q에 있는 결함 노드의 집합이라 하자. 그러면 $|\Gamma_R(u(i))\cup\Gamma_R^{-1}(u(i))|<2t-|\Gamma(X)|-|\Gamma_{r(x)}(u(i))|$이므로 $|P_1|+|P_2|+|Q_1|+|Q_2|+|Y|<2t-|\Gamma(x)|-|C|$이다. 따라서 $|P_1|+|Q_1|+|Y|<2t-(|\Gamma_{(x)}|+|P_2|+|Q_2|)$이고 F의 형성과정에서 $|P_2|+|Q_2|=t-|\Gamma(X)|-1$이 된다. 따라서 $|P_2|+|Q_1|+|C|+|Y|<t+1$이 된다. 따라서 $u(i)$는 C_2도 만족시키지 않는다. 그러므로 S는 GSI(t) 시스템이 아니다.

충분조건 : $u(i)$를 임의의 결함노드라 하고 X를 $u(i)$로부터 0-간선들만을 사용하여 도달할 수 있는 결함이 아닌 노드들의 집합이라고 하자. 두가지 X의 경우를 생각하여 보자.

Case 1. $X\neq 0$

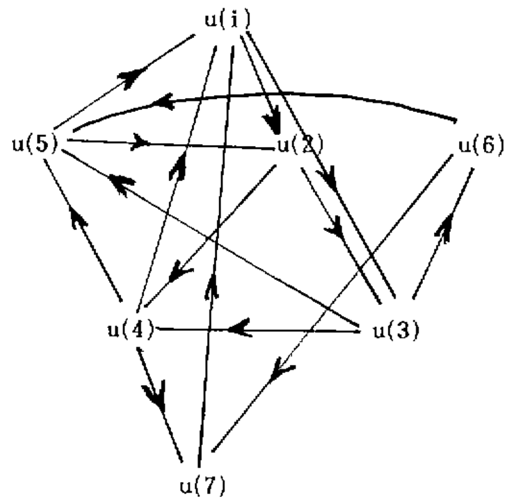
$\Gamma(X)$에 있는 모든 노드들은 결함 노드이다. 만일 $u(i)\in\Gamma(X)$이면 $u(i)$가 C1을 만족시키므로 증명이 완료된다. 따라서 $u(i)\in\Gamma(X)$에 있는 모든 노드들은 결함노드이므로 $u(i)$는 결함이 되고 $|\Gamma(x)|<t$이고 $u(i)\in U-X-\Gamma(X)$가 된다. $R=U-X-\Gamma(X)$, $P=\Gamma_R^{-1}(u(i))-\Gamma_R(u(i))$, $Q=\Gamma_R^{-1}(u(i)$ $\Gamma_R(u(i)$, $Y=\Gamma_R(u(i))-\Gamma_R^{-1}(i(i))$ 그리고 $C=\Gamma_{r(x)}(u(i))$라고 하자. $a(i, j)=0$인 $u(i)\in C$가 존재하면 $u(i)\in A_0(u(j))$이다. 따라서 $u(j)\in\Gamma(X)$이고 X의 모든 노드는 $u(i)$에서 0-간선만을 이용하여 도달할 수 있는 결함이 아닌 노드들이기 때문에 $u(i)\in L(u(i))$이고 따라서 C1을 만족시킨다. 따라서, 모든 $u(j)\in C$에 대하여 $a(i, j)=1$이라 가정하자. P_1과 P_2을 P에 있는 Q_1과 Q_2을 Q에 있는 Y_1과 Y_2를 Y에 있는 결함이 아닌 노드들과 결함인 노드들의 집합을 나타낸다 하자. 모든 $u(j)\in Y_1$에 대하여 $a(i, j)=1$이므로 $u(k)\in Y_1$이면 $a(i, k)=0$이고 $u(k)$는 X에 포함되어야 한다. 따라서 $P_1\cup P_2\cup C\cup P_1\subseteq\Delta(u(i))$이고 $|\Delta(u(i))|\geq|P_1|+|Q_1|+|Y_1|$이다. $X\neq 0$이기 때문에 X와 $u(i)$는 조건을 만족시켜야 한다. 따라서 $|\Gamma_R(u(i))|\cup\Gamma_R^{-1}u(i)|<2t-|\Gamma(X)|-|\Gamma_{r(x)}(u(i))|$이고, 이것은 $|P_1|+|P_2|$

$+|Q_1|+|Q_2|+|Y_1|+|Y_2|\geq 2t-|\Gamma(X)|-|C|$임을 나타낸다. 따라서 $|\Delta(x)|+|P_2|+|Q_2|+|Y_2|$는 u(i)을 제외한 결함노드의 갯수를 나타낸다. 그러므로 $|\Delta(u(i))|\geq 2t-(t-1)=t+1$이고 u(i)는 조건 C_2를 만족시킨다.

Case II : X=0

결함 노드 u(i)가 존재하여 C1, C2, 그리고 C3의 어느 조건도 만족시키지 않는다고 하자. $u(i)\not\in L(u(j)$인 $u(j)\not\in F$를 선택하여 Y를 u(j)에서 0-경로만을 사용하여 도달할 수 있는 결함이 아닌 노드들의 집합이라 하자. (Y는 u(j)을 포함한다.) $u(i)\in\Gamma(Y)$라 가정하면 u(j)로부터 노드 $u(\alpha)$까지 0-경로가 존재하고 $u(\alpha)$에서 u(i)로의 간선은 $a(u(\alpha), u(i))=1$이 된다. 이것은 $u(i)\in L(u(j))$임을 의미하므로 모순이다. 따라서 $u(i)\not\in\Gamma(Y)$이다. $\Gamma(Y)$에 있는 모든 노드들은 결함이 있는 노드들이다. $R=U-Y-\Gamma(Y)$라 하면 $u(i)\in R$이다. $\Gamma(Y)$의 모든 노드들은 결함노드이고 따라서 u(i)도 결함이고 $|\Gamma(Y)|<t$이다. $P=\Gamma_R^{-1}(u(i))-\Gamma_R(u(i))$, $Q=\Gamma_R^{-1}(u(i))\cap\Gamma_R(u(i))$, $Z=\Gamma_R(u(i))-\Gamma_R^{-1}(u(i))$ 그리고 $C=\Gamma_{r(x)}(u(i))$라고 하자. P_1(또는 Q_1 또는 Z_1)을 P(또는 Q 또는 Z)에 있는 결함이 아닌 노드들의 집합을 그리고 P_2(또는 Q_2 또는 Z_2)을 P(또는 Q 또는 Z)에 있는 결함 노드들의 집합이라고 하자. $a(i, k)=0$인 $u(k)\in C$가 존재하면 $u(i)\in L(u(j))$가 되어야 하는데 이것은 모순이므로 모든 $u(k)\in C$에 대하여 $a(i, k)=1$이다. 만일 $a(i, k)=0$인 $u(k)\in Z_1$이 존재하면 u(k)는 Y에 포함되야 하므로 $u(k)\in Z_1$이다. 따라서 모든 $u(k)\not\in Z_1$에 대하여 $a(i, k)=1$이다. Y와 u(i)가 정리의 조건을 만족시키므로 $|\Gamma_R(u(i))\cup\Gamma_R^{-1}(u(i))|\geq 2t-|\Gamma(Y)|-|\Gamma_{r(Y)}(u(i))|$이고 이것은 $|P_1|+|P_2|+|Q_1|+|Q_2|+|Z_1|+|Z_2|\geq 2t-|\Gamma(Y)|-|C|$을 나타낸다. $P_1\cup Q_1\cup Z_1\cup C\subseteq\Delta(u(i))$이므로 $|\Delta(u(i))|\geq|P_1|+|Q_1|+|Z|+|C|\geq 2t-(|\Gamma(Y)|+|P_2|+|Q_2|+|Z_2|)$이다. $|\Gamma(Y)|+|P_2|+|Q_2|+|Z_2|$가 u(i)를 제외한 결함노드의 갯수를 나타내므로 $|\Gamma(Y)|+|P_2|+|Q_2|+|Z_2|\leq t-1$은 u(i)가 C_2을 만족시킴을 나타낸다.

그림 1은 GSI(t)시스템을 나타낸다. 그러나 $|\Gamma(u(7)\cup\Gamma^{-1}(i(7))|=3$이므로 이 시스템은 Self-implicating 시스템의 필요조건을 만족시키지 못한



(그림 1) GSI(t) 시스템 (n=7 그리고 t=2)

다. u(1)을 제거하여 만든 그래프는 완전연결이 아니다. 따라서 이 시스템은 t-connectivity 계층에도 속하지 않는다.

V. GSI시스템의 진단 알고리즘

주어진 신드롬과 방향그래프 G=(U, E)로 표현한 시스템에 대하여 G′을 G의 0-연결에 의해 유도된 간선에 의한 서브그래프라고 하자. $C_1, C_2, \cdots, C_l$을 G′의 강연결 구성요소들이라 하자. 여기서 각 C_i는 U의 부분집합이고 모든 i에 대하여 C_i의 모든 장치는 결함이 아니든지 또는 모든 장치는 결함이 있는 장치가 된다. 따라서 C_i을 결함이 아닌 구성요소과 또는 결함이 있는 구성요소로 정의한다. 방향 그래프 $G_0=(C, E_0)$을 $C=\{C_1, C_2, \cdots, C_k\}$와 $E_0=\{(C_i, C_j): \exists\, u(p)\in C_i, \exists\, u(q)\in C_j, i\neq j\}$에 대하여 $a(p, q)=0$이라 정의한다. 모든 C_i가 강연결 구성요소이기 때문에 G_0는 비싸이클이어야 한다. 따라서 G_0에는 나가는 간선이 없는 적어도 하나의 C_i가 존재한다. 이러한 C_i을 sink라고 부르기도 한다. k개의 sink $C_1, C_2, \cdots, C_k$가 존재한다고 하고 $X=\{C_1, C_2, \cdots, C_k\}$로 정의한다. $E_r=\{(C_i, C_j):(C_i, C_j)\in E_0\}$인 새로운 그래프 $G_r=(C, E_r)$을 정의하자. G_r은 G_0에 있는 간선들의 방향을 역으로하여 얻는 방향 그래프를 나타낸다. G_r에서 C_1을 사용하여 너비우선탐색

(Breadth-First Search)트리를 만들고 G_r의 비방문 노드들을 사용하여 C_2에 루트를 둔 너비우선 탐색 트리를 이런 방법으로 C_3, C_4, …, C_k까지 탐색트리를 반복하여 만든다.

T_i를 C_i에 루트를 가진 BFS트리라고 하자. T_i의 각 노드는 G'의 강연결 구성 요소이고 $C_i \in X$가 결함이면 T_i에 있는 모든 구성요소는 결함이 있는 노드가 된다. 역으로, $C_j \in C$에 있는 모든 결함이 없는 구성요소에 대하여 결함이 아닌 sink $C_i \in X$가 존재하여 C_i는 T_i에 속한다. X_f을 X의 부분 집합으로 또한 X의 모든 결함 sink가 X_f에 포함된다고 가정하자 그러면 $\bigcup_{C_i \in X - X_F} Ti$ 는 G에 있는 모든 결함이 아닌 장치들을 포함한다. $|T_i|$을 T_i에 있는 G의 노드들의 합이라고 하자. G_0에 있는 각 노드에 대하여 비중 w을 다음과 같이 정의한다.

$w(C_i) = 0$ $\quad$ C_i는 sink 아님.

$w(C_i) = |T_i|$ $\quad$ C_i가 sink임.

$\bigcup_{C_i \in X - X_F} Ti$ 는 시스템에 있는 결함이 아닌 모든 장치들을 포함하므로 결함이 아닌 모든 장치는 $\sum_{C_i \in X - X_F} w(C_i)$에 나타난다.

비방향 그래프 $G_1 = (C, E_1)$을 C와 간선 $E_1 = \{(C_i, C_j): u(p) \in C_i$ 그리고 $\exists\, u(g) \in C_j$ 그리고 $u(p) \in \Delta(u(g)\}$으로 나타낸다. 만일 $(C_i, C_j) \in E_1$이면 C_i 또는 C_j가 결함이 있는 구성요소이든지 둘다 결함이 있는 요소들이다. 또한 $(C_i, C_j) \in E_1$이면 C_i는 결함이 있는 구성요소이다. $N(C_i)$를 G_1에서 C_i의 이웃집합(neighberhood set)이라 하면 다음 Lemma가 성립한다.

Lemma 8. 구성요소 C_i는 C_i에 있는 모든 장치들이 결함이 아닐 때 결함이 아니다.

Lemma 9. C_i를 G_0에 있는 결함 sink라 하자. $u(k) \in C_i$가 존재하여 모든 $u(j) \not\in F$에 대하여 $u(k) \in L(u(j))$이면 $N(C_i)$는 G_0의 결함이 아닌 모든 sink들을 포함한다.

증명 : 위의 조건이 거짓이라고 하면 결함이 없는 sink $C_\alpha \not\in N(C_i)$가 존재한다. u(j)를 C_α의 임의의 장치라고 하면 $u(j) \not\in F$이다. 주어진 조건에 의하여 $u(k) \in L(u(j))$이고 두 개의 장치 $u(\beta)$와 $u(\gamma)$가 존재하여 $u(\beta) \in D_0$ $(u(k))$, $u(r) \in D_0(u(j))$ 그리고 $u(\beta) \in \Delta(u(r))$이다. C_i와 C_α가 둘다 sink이므로 $u(\beta) \in C_i$이고 $u(r) \in C_\alpha$이다. $u(\beta) \in \Delta(u(r))$이기 때문에 G_1에서 C_i와 C_α는 인접해 있고 이것은 $C_\alpha \not\in N(C_i)$라는 조건에 위배된다.

Lemma 10. GSI(t) 시스템에서 구성요소 C_i X가 결함 sink일 완전조건은 $(C_i, C_i) \in E_1$이거나 $\sum_{C_j \in N(C_i)} |C_j| > t$ 또는 $\sum_{C_j \in N(C_i) \cap X} |w(C_j)| > t$ 이다.

증명 : 필요조건 : C_i을 결함 sink라 하고 $u(k) \in C_i$을 고려하자. u(k)가 결함이므로 u(k)가C_1을 만족하면 즉 $u(k) \in L(u(k))$이면 두 장치 $u(\alpha)$, $u(\beta)$가 존재하여 $u(\alpha) \in \Delta(u\beta))$이고 $u(\alpha) \in D_0(u(k))$ 그리고 $u(\beta) \in D_o(u(k))$이다. 또한 C_i가 sink이므로 $u(\alpha)$, $u(\beta) \in C_i$가 존재하여 $(C_i, C_i) \in E_1$이 성립해야 한다. 만일 u(k)가 c2 즉 $|\Delta(u(k))| > t$을 만족시키면 $\Delta(u(k))$에 있는 모든 노드가 $\sum_{C_j \in N(C_k)} C_j$에 포함되야 하므로 $\sum_{C_j \in N(Ck)} |C_j| > t$이어야 한다. 만일 u(k)가 C_3 즉 $\forall\, u(\alpha) \not\in F$, $u(k) \in L(u(\alpha))$을 만족시키면 $N(C_i)$는 G_0의 결함이 아닌 모든 sink들을 포함하고 따라서 $\sum_{C_j \in N(C_k) \cap X}$ 는 G에 있는 모든 결함이 아닌 장치들의 갯수를 나타낸다. 따라서 $\sum_{C_j \in N(C_i) \cap X} w(C_j) > t$가 성립해야 한다.

충분조건 : 만일 $(C_i, C_i) \in E_1$이면 모든 E_1 간선의 적어도 하나의 정점은 결함이어야 하므로 C_i는 결함 요소이다. 만일 $\sum_{C_j \in N(C_i)} |C_j| > t$이거나 $\sum_{C_j \in N(C_i) \cap X} |C_j| > t$이면 C_i가 결함이 아니라는 정의에 의해 t보다 많은 결함 장치가 존재하므로 모순이다.

Lemma 11. 주어진 GSI(t) 시스템 S와 임의의 장치 $u(i) \in U$에 대하여 정점에 의한 서브그래프 $U' = U - \{u(i)\}$는 GSI(t−1) 시스템이다.

증명 : $G' = (U', E')$을 U'에 의해 유도된 U의 서브 그래프라 하자. G'이 GSI(t−1) 시스템이 아니라고 하면 많아야 t−1개로 구성된 U'에 있는 결함의 집합 F'에 의해 생성된 G'에 속하는 신드롬 σ'가 존재하여 G'에 있는 어떤 결함장치

$u(k) \in U'$에 대하여 $u(k) \in L(u(k))$, $|\Delta(u(k))| \le t-1$이고 또한 모든 $u(j) \notin F'$와 $u(j) \in U'$에 대하여 $u(k) \notin L(u(j))$이다. $(u(j), u(i)) \in E$이고 $u(j) \in G'$이면 $a(j, i)=1$을 또는 $(u(i), u(j) \in E$이고 $u(j) \in G'$이면 $a(u, j)=1$을 S'에 첨가하여 만든 G의 심드롬 σ을 고려해 보자.

$F=F' \cup \{u(i)\}$을 S에 대한 결함집합이라 가정하면 S에 있는 결함이 있는 장치의 갯수는 많아야 t가 된다. 따라서 $|\Delta(u(k))| \le t$가 된다. G에서 $u(k) \notin L(u(k))$을 만족시키려면 두개의 노드 $u(\alpha)$와 $u(\beta)$가 존재하여 $u(k)$에서 $u(\alpha)$와 $u(\beta)$로의 0-경로들이 존재하고 $u(\alpha) \in \Delta(u(\beta))$이어야 한다. G'에서는 $u(k) \notin L(u(k))$이지만 G에서는 $u(k) \in L(u(k))$이므로 $u(\alpha)$와 $u(\beta)$중의 하나는 $u(i)$이어야 한다. 그러나 우리가 만든 신드롬에 의하여 $u(i)$에서 생기는 간선들은 검사값 1을 발생한다. 따라서 $u(i)$는 어떤 노드도 D_0 집합에 속할 수 없다. 이것은 G에서 $u(k) \notin L(u(k))$임을 나타낸다. 따라서 $u(j) \notin F$이다. 이와 비슷한 논리를 적용하면 G'에서 $u(j) \notin F'$이면 G에서 $u(k) \notin L(u(j))$이다. 따라서 $u(k)$는 C1, C2, C3중의 어느 조건도 만족시키지 못하고 S가 GSI(t) 시스템이라는 것은 모순이 된다.

Lemma 12. S가 GSI(t) 시스템이고 $X \subset U$이고 $X \ne 0$인 집합 X가 $\Gamma(U-X)=0$을 만족시키면 X의 정점들에 의해 유도된 서브그래프는 GSI(t) 시스템이다.

증명 : $G'=(X, E')$이 GSI(t) 시스템이 아니라고 가정하자. 그러면 G'에 속하는 X에는 많아야 t개의 결함장치가 존재하고 X에 의해 생성된 G'의 신드롬 σ'가 존재하고 G'에 속하는 노드 $u(k)$에 대하여 $u(k) \notin L(u(k))$, $|\Delta(u(k))| \le t$이고 모든 $u(j) \notin F$에 대하여 $u(k) \notin L(u(j))$가 성립한다. $(u(\alpha), u(\beta)) \in E$이고 $u(\alpha) \in U-X$이거나 $u(\beta) \in U-X$ 또는 둘다 만족시킬 경우 $\sigma(\alpha, \beta)=0$의 결과를 σ'에 첨가하여 생성된 G의 신드롬 σ을 고려해 보자. 그래프 G에서 U−X에 속하는 모든 장치가 결함이 아니라고 하면 $|\Delta(u, k))| \le t$이다. $u(k) \in L(u(k))$가 G에 속한다고 가정하면 두개의 노드 $u(\alpha)$와 $u(\beta)$가 존재하여 $u(\alpha) \in \Delta(u(\beta))$는 G에 속하고 $u(k)$에서 $u(\alpha)$와 $u(\beta)$로의 두 개의 0-경로들도 G에 속한다. G'에서 $u(k) \notin L(u(k))$이므로 이들 경로 중에 적어도 하나는 U−X에 노드들을 포함시켜야 한다. $\Gamma(U-X) \ne 0$이므로 $u(\alpha)$와 $u(\beta)$중에 적어도 하나는 U−X에 속해야 한다. U=X에서 생기는 모든 간선들이 나타내는 검사 결과는 0이므로 $u(\alpha)$와 $u(\beta)$는 U−X에 속할 수 없다. 이것은 모순이다. 따라서 $u(k) \notin L(u(k))$는 G에 속해야 한다. 같은 방법으로 $u(j) \notin L(u(j))$는 G에 속해야 한다. 따라서 $u(k)$가 C1, C2, C3 어느 조건도 만족시키지 못하므로 S가 GSI(t) 시스템이라는 가정은 모순이다.

주어진 GSI(t) 시스템 S와 신드롬에 대하여 G_0와 G_1 그리고 G_0의 sink들을 포함하는 집합 X을 만든다. $(C_i, C_i) \in E_1$인 각각의 구성요소 $C_i \in U_i$에 있는 장치는 결함이므로 C_i와 $A_0(C_i)$에 있는 모든 장치들을 G_0와 G_1 그리고 X에서 제거한다. 이러한 과정에서 새로운 sink가 생기면 G_0에서 생긴 새로운 sink들을 X에 첨가한다. X에 있는 구성요소 C_i가 Lemma 11에 있는 조건을 만족시키면 C_i에 있는 장치들은 결함이고 조건을 만족시키지 않으며 결함이 아니다. C_i가 결함이면 $A_0(C_i)$에 있는 장치들도 결함이고 DELETE 프로시져를 호출할 때마다 t값은 제거된 노드의 갯수만큼 줄어든다. 이때 Lemma 11에 의하여 DELETE을 수행한 후의 GSI(t) 시스템은 새로운 t값을 갖는 GSL(t) 시스템이 된다. C_i가 결함이 아니면 모든 $C_j \in N(C_i)$와 $A_0(C_j)$을 제거한 후에 $\Gamma(C_i)=\phi$이 되므로 Lemma 12에 의하여 $U-C_i$는 새로운 t값을 갖는 GSI(t) 시스템이 된다. 이러한 과정을 $E_i=\phi$이 될 때까지 반복한다. 이것을 그림 2에 있는 알고리즘으로 나타낸다.

VI. 결　론

이 논문에서는 여러가지 시스템들 사이의 관계를 살펴보고 이들에 적용할 알고리즘을 보였다. 우리는 또한 GSI(t) 시스템의 진단에 걸리는 시간은 $O(|E|)$임을 보였다. 이들 사이의 관계를 살펴보면 아래와 같다.

(a) $D_{\delta t} \subset D(n, t, X)$
(b) $D(n, t, X) \subset$ Self-implicating system
(c) $D(n, t, X) \subset$ t-connectivity system

```
Procedure DELETE(Y);
begin
     F := F ∪ Y ∪ A0(Y);
     t := t - |Y| -|A0(Y)|;
     G0:= G0 - Y ∪ A0(Y);
     G1:= G1 - Y ∪ A1(Y);
end;
begin
     Form G0, G1, and Gr from the connected component and syndrome;
     Form the set of sinks X and all Ti's;
     Compute the w function for each node in G0;
     F := Ø;
     For each Ci such that (Ci,Ci) ∈ E1 do DELETE(Ci)
     Add to X any sinks in G0;
     while E1 ≠ Ø do
     begin
          Choose any Ci ∈ X;
          If  Σ |Cj| > t or Σ w(Ci) > t
            Cj∈N(Ci)       Cj∈N(Ci)∩X
          then DELETE(Ci) else
          begin
              for each Cj ∈ N(Ci) do DELETE(Cj);
              G0 := G0 - Ci;
              G1 := G1 - Ci;
              X  := X - Ci;
              Add to X any new sinks in G0;
           end
      end
   end
end
/* GST(t) 시스템의 진단 알고리즘 */
begin
     F := Ø;
     Find the connected components of G from n and X;
     For each connected component do
     begin
          Form the digraph G0;
          Form the set of sinks Z;
          found := false;
          REPEAT
                Choose a sink Cj from Z;
                Remove Cj from Z;
                if |Cj ∪ π(Cj)| > t then found := true
          UNTIL found = true
     end;
     end
```

(그림 2) GSI(t) 시스템의 진단 알고리즘

(d) Self-implicating 시스템과 t-connectivity 시스템은 관계가 없음

(e) GSI(t) 시스템은 위의 시스템들을 모두 포함함

GSI(t) 시스템의 이론을 일반 시스템의 결함 진단에 보다 효율적으로 적용할 수 있는 지의 여부에 대한 연구가 진행되고 있다.

참 고 문 헌

1. F. T. Preparata, G. Metze, R. T. Chien, "On the connection assignment problem of diagnosable systems", IEEE Trans. Electron Comput., vol. EC-16, pp. 848~854, Dec., 1967.
2. K. Y. Chwa and S. L. Hakimi, "On fault identification in diagnosable systems", IEEE Trans. Comput, vol. C-30, pp. 414~422, June, 1981.
3. A. T. Dahbura, G. M. Masson and Che-Liang Yang, "Self-implicating structures for diagnosable systems", IEEE Trans. Comput, vol. C-34, pp. 718~723, Aug., 1985.
4. S. L. Hakimi and A. T. Amin, "Characterization of the connection assignment of diagnosable systems.", IEEE Trans. Comput, vol. C-23, pp. 86~88, Jan, 1974.
5. A. Sengupta and C. Rhee, "Different Classes of Diagnosable Systems: Relationship and Common Ddiagnosis Algorithm", IEEE Trans. on Circuit and Systems, vol. 38, pp. 642~645, June, 1991.
6. A. T. Dahbura and G. M. Masson, "An O($n^{2.5}$) fault identification algorithm for diagnosable systems", IEEE Trans. Comput, vol. C-33, pp. 486~492, June, 1984.
7. S. Mallela and G. M. Masson, "Diagnosis without repair for hybrid fault situations", IEEE trans. Comput., vol. C-29, pp. 461~470, June 1980.
8. F. Boesch and R. Tindell, "Circulants and their connectivities", Journal of Graph Theory, vol. 8, pp. 191~202, 1982.
9. G. F. Sullivan, "The complexity of system level fault diagnosis and Diagnosability", Ph.D. Dissertation, Yale Univ., 1986.
10. J. A. Bondy and U. S. R. Murty, Graph Theory with application, American Elsevier, New York, 1976.

이 충 세

1973 공주사범대학 수학교육과 학사
1974 한국과학기술원 수학
1979 미국 University of South Carolina 전자계산학과 석사
1990 미국 University of South Carolina 전자계산학과 박사
1979 ~1988 미국 University of North Dakota 전자계산학과 조교수
1989 ~1991 동아대학교 경영정보학과 부교수
1991 ~현재 충북대학교 컴퓨터과학과 부교수
관심 분야 : 결함허용계산, 알고리즘, 데이타베이스

김 상 범

1992 청주대학교 전자계산학과 학사
1992 충북대학교 컴퓨터과학과 석사과정 재학
관심 분야 : 결함허용계산, VLSI