

수중운동체를 위한 QLQG/LTR 심도 제어시스템 설계

김 종 식*, 한 성 익**

QLQG/LTR Depth Control System Design for Underwater Vehicles

J. S. Kim*, S. I. Han**

ABSTRACT

A nonlinear control design method called the QLQG/LTR method is presented for the depth control of underwater vehicles with the deadzone of the flow control valve. And, it is shown how the design plant model can be formulated in the QLQG/LTR depth control system design for underwater vehicles which have the triple integrator. In order to show the effectiveness of this control system, the linear LQG/LTR control system neglected the deadzone effect and the nonlinear QLQG/LTR control system considered it are compared. It is found that the QLQG/LTR control system is relatively insensitive to the input magnitude, even if there exists a hard nonlinearity in the plant.

Key Words : QLQG/LTR Control (QLQG/LTR 제어), Depth Control System (심도 제어시스템), Underwater Vehicles (수중운동체)

1. 서 론

수중운동체의 제어문제는 일반적으로 전진속도가 임계 속도(약 2노트) 이하에서 수직상승 및 심도유지를, 그리고 임계속도 이상에서 조타 및 잠수를 위한 제어로 구분한다⁽¹⁾. 또한 수중운동체의 제어력을 발생하는 방법도 전진속도에 따라 다르다. 고속에서는 제어타를 이용하여 제어력을 발생시키지만 저속에서는 제어타에 의한 제어력 발생이 미약하므로 이를 사용하기가 곤란하다. 따라서 이 경우에는 수중운동체 내에 있는 해수탱크에서 해수의 유입/유출을 조절하여 수중운동체의 중량 변화에 따른 부력과의 차에 의해 제어력을 발생시킨다⁽²⁾.

본 논문에서는 수중운동체의 전진속도가 임계속도 이하에서 수중운동체의 심도를 제어하는 문제에 대하여 생각하기로 한다. 심도 제어시스템은 해수탱크 및 수중운동체 자체가 갖는 동역학에 의한 3중 적분 시스템 문제 그리고 하드웨어적으로 유량 제어밸브에 존재하는 사역대(deadzone) 등을 고려하여 설계되어야 한다. 그리고 수중운동체의 심도 제어시스템은 시스템의 경감쇠 및 비선형 특성을 고려할 수 있을 뿐만 아니라 수중운동체가 자유표면 근처에서 요구되는 여러가지 임무를 수행할 수 있도록 해파나 수중무장발사에 의한 외란에 강인한 제어알고리즘이 요구된다.

따라서 본 논문에서는 이와 같은 특성을 갖는 수중운

* 부산대학교 기계설계공학과

** 부산대학교 기계기술연구소

동체에 대한 강인한 심도 제어시스템 설계를 위하여, 해수탱크의 유량 제어밸브의 비선형 효과를 무시한 선형 LQG/LTR (linear quadratic Gaussian control with loop transfer recovery) 제어시스템(3)과 비선형 효과를 고려한 QLQG/LTR (quasi-linear quadratic Gaussian control with loop transfer recovery) 제어시스템(4)을 설계하고 비교 검토하기로 한다. 우선 3중 적분 특성을 갖는 수중운동체에 LQG/LTR 및 QLQG/LTR 제어 방법을 적용할 수 있는 설계 플랜트 모델 설정방법을 제안한다. 그리고 각각의 제어시스템의 비선형성에 대한 영향과 플랜트에 대한 외란제거 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검증하기로 한다.

2. 수중운동체의 심도 제어시스템에 대한 모델링

Fig. 1은 수중운동체의 심도 제어시스템에 대한 개략적인 블록선도이다. 수중운동체의 구동부는 해수탱크와 유량 제어밸브로 구성되어 있으며 유량 제어밸브를 적절히 조작하여 해수의 유입/유출을 통해 유량 $Q_i(t)$ 를 조절함으로써 수중운동체의 중량을 변화시키고 이에 따른 부력과의 차가 심도에 대한 제어력으로 작용하게 된다. 심도 제어시스템의 모델링은 크게 수중운동체와 수중운동체의 구동부인 유량 제어밸브 및 탱크 동역학으로 나눌 수 있다.

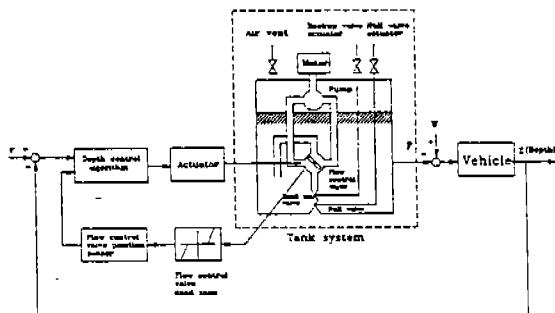


Fig. 1 Block diagram of the depth control system for underwater vehicles

수중운동체의 운동을 완전하게 묘사하기 위해서는 6자유도 모델식(5)이 요구되지만 본 논문에서는 전진속도가 충분히 작은 경우에 대한 심도 제어시스템 설계에 목표를 두고 있으므로 히브(heave) 방향의 운동만을 고려하여 수중운동체를 다음과 같이 간략화된 선형 1자유도 모델로 표현하기로 한다(2).

$$M_{eq} \Delta \ddot{z}(t) = -B_{eq} \Delta \dot{z}(t) + F(t) + w(t)$$

여기서

$$M_{eq} = m - \frac{\rho}{2} l^3 z_w$$

$$B_{eq} = -\frac{\rho}{2} l^3 z_w u_o$$

그리고 $\Delta z(t)$ 는 심도를 나타내며 m , l , u_o 는 각각 수중운동체의 질량, 길이, 공청 전진속도, ρ 와 z_w 는 각각 해수의 밀도와 실현에 의해 주어지는 히브방향의 수력학적 계수이다. $F(t)$ 는 중량변화와 부력과의 차에 의한 제어입력, 그리고 $w(t)$ 는 외란입력을 의미한다.

다음, 수중운동체의 구동부 동역학에 대해 생각하기로 한다. 해수탱크는 커패시턴스 $C = 1/\rho g$ 인 위치에너지 저장요소로 모델링한다. 펌프 및 구동모터 그리고 유량 제어밸브를 통합시켜 시스템의 대역폭보다 10배 빠르게 응답하는 2차 시스템으로 가정한다. 그리고 유량 제어밸브의 하드웨어적 특성상 존재하는 사역대 비선형성은 기술함수를 이용하여 고려하기로 한다. 이때 수중운동체의 구동부 동역학은 다음과 같이 표현된다.

$$F(t) = \frac{1}{C} \int Q_i(t) dt \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\omega_n^2} \ddot{Q}_i(t) + \frac{2\zeta}{\omega_n} \dot{Q}_i(t) + Q_i(t) \\ & = N_d \cdot Q_c(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $Q_c(t)$ 는 제어입력유량이고 $Q_i(t)$ 는 실제 플랜트 입력유량이며 ω_n 과 ζ 는 각각 요구되는 수중운동체의 구동부 특성에 맞도록 설정되어야 할 고유진동수와 감쇠비를 나타낸다. 그리고 N_d 는 유량 제어밸브의 사역대 비선형 특성을 나타내는 랜덤입력 기술함수(random input describing function) 개인으로서, $N_d = [1 - erf(\delta/\sigma)]$ 이다. δ 와 σ 는 각각 사역대의 크기와 사역대 입력의 표준편차이다.

그리고 본 논문에서 사용한 시스템 파라미터 값들은 전진속도 u_o 가 1노트인 경우로서 다음과 같다(2).

$$\begin{aligned} \zeta &= 0.5, \quad \omega_n = 1(\text{rad/s}), \quad C = 9.946 \times 10^{-5} (\text{m}^3/\text{N}), \\ M_{eq} &= 5.253 \times 10^5 (\text{kg}), \quad B_{eq} = 6054 (\text{N/m/s}), \\ \rho &= 1025 (\text{kg/m}^3), \quad g = 9.806 (\text{m}^2/\text{s}) \end{aligned}$$

우선 수중운동체의 제어기 설계에 앞서 수중운동체의 중량변화를 제어입력으로 하고 사역대의 비선형성을 일단 무시하고 심도를 출력으로 한 단일입출력 플랜트에 대한 가제어성과 가관측성을 조사하기로 한다. 그 결과

고유값이 0인 모드의 가제어성과 가관측성이 불량하다. 그래서 이와 같은 3중 적분 시스템의 경우는 단일입출력 시스템으로는 제어하기가 어렵게 되므로⁽²⁾ 가제어성/가관측성이 만족되기 위해서는 설계플랜트 모델의 구조를 변경시켜야 할 것이다. 그래서 심도변화율을 피드백시켜 속도피드백 계인 K값을 적절히 조절 ($K=0.01$) 하여 LQG/LTR 및 QLQG/LTR 제어기 설계를 위한 설계플랜트 모델을 설정하였다. Fig. 3은 속도 피드백 루프가 첨가된 수중운동체의 심도 제어시스템의 구조를 나타낸다.

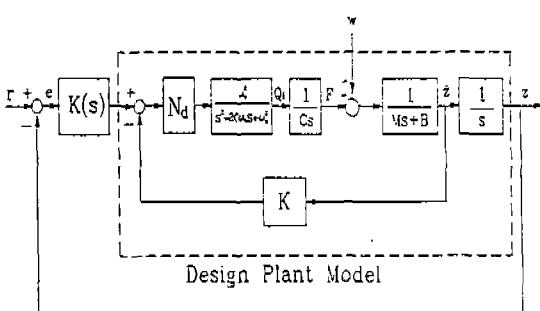


Fig. 2 Blockdiagram of the depth control system with velocity feedback loop

이제 설계플랜트 모델을 상태공간 모델식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Nx(t) + Bu(t) + \Gamma w(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned}N &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B/M & 1/(MC) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_n^2 KN_d & 0 & -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n^2 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_n^2 N_d \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$C_2 [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

그리고 상태변수들은 아래와 같다.

$$x_1(t) = \text{심도} (\Delta z(t))$$

$$x_2(t) = \text{심도변화율} (\Delta \dot{z}(t))$$

$$x_3(t) = \text{체적} (\int Q_i(t) dt)$$

$$x_4(t) = \text{유량} (Q_i(t))$$

$$x_5(t) = \text{유량변화율} (\dot{Q}_i(t))$$

3. QLQG/LTR 제어 이론

QLQG/LTR은 특히 쿨롱마찰, 백래쉬, 사역대 등과 같은 하드(hard) 비선형 요소를 포함하는 비선형 시스템을 바람직하게 제어할 수 있는 비선형 다변수 제어방법 중의 하나이다. 이 설계방법은 비선형 시스템에 대한 통계학적 선형화⁽⁶⁾, 목표필터루프(target filter loop) 설계⁽⁷⁾, 저가제어 QLQR(cheap control quasi-linear quadratic regulator) 문제⁽⁸⁾를 이용한 루프전달회복(loop transfer recovery)⁽⁹⁾, 그리고 역랜덤입력 기술함수(inverse random input describing function) 기법⁽¹⁰⁾등 여러 제어방법들의 조합으로 이루어진다.

3.1 QLQG/LTR 제어시스템의 구조

일반적으로 비선형 시스템의 상태방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + Bu(t) + \Gamma w(t) \quad (5)$$

여기서, $x(t)$ 는 $(n \times 1)$ 상태벡터, $u(t)$ 는 $(m \times 1)$ 제어입력벡터, $w(t)$ 는 $(l \times 1)$ 외란입력벡터, $f(x(t))$ 는 $(n \times 1)$ 의 비선형 시스템벡터, B 는 $(n \times m)$ 제어입력행렬, 그리고 Γ 는 $(n \times l)$ 외란입력행렬이다.

모든 비선형 요소들이 대칭이고 단가(single-valued)의 특성을 갖는다면 비선형 시스템의 상태방정식은 통계학적 선형화기법을 이용하여 다음과 같이 선형화 될 수 있다.

$$\dot{x}(t) = N(\sigma_x)x(t) + Bu(t) + \Gamma w(t) \quad (6)$$

여기서, $N(\sigma_x)$ 는 $(n \times n)$ 통계학적으로 선형화된 시스템행렬이고, σ_x 는 상태변수들의 표준편차이다.

그리고 측정방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$y(t) = Cx(t) + v(t) \quad (7)$$

여기서 $y(t)$ 는 $(m \times 1)$ 출력벡터 그리고 $v(t)$ 는 $(m \times 1)$ 센서잡음벡터이다.

만약, 통계학적으로 선형화된 시스템이 안정가능(stabilizable)하고 검출가능(detectable)하다면 Fig. 4에 표시된 모델기준보상기를 설계할 수 있으며, QLQG/LTR 제어시스템의 상태방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} N(\sigma_x) & -BG \\ HC & N(\sigma_z) - HC - BG \end{bmatrix} \begin{cases} x(t) \\ z(t) \end{cases} + \begin{cases} r(t) \\ w(t) \end{cases} \quad (8)$$

여기서 $r(t)$ 는 $(m \times 1)$ 명령입력벡터, $N(\sigma_z)$ 는 $(n \times n)$ 통계학적으로 선형화된 보상기 행렬, σ_z 는 보상기 상태변수들의 표준편차, 그리고 H 는 $(n \times m)$ 필터게인행렬이 고 G 는 $(m \times n)$ 제어게인행렬이다. 여기서 MBC는 모델기준보상기(Model Based Compensator)를 나타낸다.

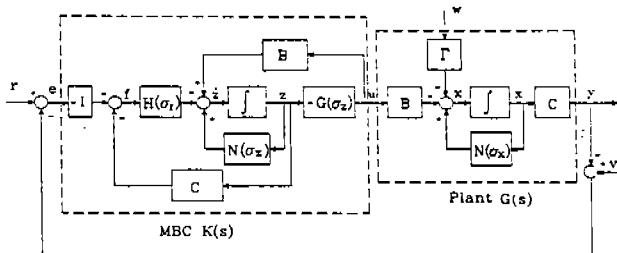


Fig. 3 Blockdiagram of the QLQG/LTR control system

3.2 QLQG/LTR 제어시스템의 설계절차

QLQG/LTR 제어시스템의 설계파라미터인 설계행렬 (G , H)를 조직적으로 선정하기 위하여 모델기준보상기의 중요한 성질중의 하나인 분리법칙(separation principle) (11)을 이용하기로 한다. 분리법칙을 이용하면, 표준 LQG/LTR 제어방법과 같이 설계파라미터 H 는 목표필터루프 설계시에 그리고 설계파라미터 G 는 루프전달회복 과정에서 선정할 수 있다. 이와 같은 설계파라미터 H 와 G 를 선정하는 절차를 포함한 비선형 모델기준보상기 설계를 위한 QLQG/LTR 제어시스템의 설계절차는 다음과 같다.

- 1) 제어대상인 비선형 플랜트모델에 대한 수학적 모델식을 설정한다.
- 2) 통계학적으로 선형화된 시스템을 해석한다.
- 3) 설계사양을 결정한다.
- 4) 관심있는 작동범위를 서술할 수 있는 여러개의 0-평균 백색잡음 명령입력을 선정한다.
- 5) 선형 LQG/LTR 제어기 설계를 위한 작동점을 선정한다.
- 6) 선정된 작동점에서 비선형 요소에 대한 기술함수(DF) 계인을 가정한다.
- 7) 목표필터루프를 설계한다.
- 8) 저가제어 QLQR 문제를 이용한 루프전달회복 과정을 수행한다.
- 9) 보상된 플랜트에 대한 Lyapunov 방정식을 푼다.
- 10) 비선형 요소들의 DF 계인을 계산한다.

- 11) 계산된 DF 계인과 가정된 DF 계인의 차가 허용 범위내로 작아질 때까지 6)에서 11) 까지의 과정을 반복 수행한다.
- 12) 계인들(필터, 제어, 그리고 DF)과 표준편차(보상기 상태변수 그리고 필터 이노베이션(innovation))들을 저장한다.
- 13) 각 작동점에 대하여 5)에서 12) 까지의 설계과정을 반복한다.
- 14) 계인들과 정상상태에서의 표준편차들과의 관계를 얻는다. 즉, $H(\sigma_f)$, $G(\sigma_z)$, $N(\sigma_x)$ 들을 결정한다. 여기서 σ_f , σ_z 는 각각 필터 이노베이션과 보상기 상태변수들의 표준편차이다.
- 15) 역랜덤 기술함수법을 이용하여 계인들에 대한 바람직한 비선형 함수들을 합성한다.

- 16) 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 비선형 QLQG/LTR 제어시스템의 출력 및 제어입력을 평가한다.

이제 QLQG/LTR 제어시스템의 설계 과정중에서 중요한 과정인 목표필터루프 설계, 루프전달회복 그리고 Lyapunov 방정식에 의한 기술함수 계인계산에 관해 언급하기로 한다.

1. 목표필터루프 설계

목표필터루프 설계과정은 가상적인 프로세스 및 센서 잡음을 포함하는 시스템에 대한 Kalman 필터를 설계함으로써 설계사양을 만족하는 바람직한 루프 형상을 얻고 필터게인행렬 H 를 선정하는 과정이다. 목표필터루프 설계를 위하여 프로세스와 센서에 가상적인 백색잡음을 고려한 상태공간 모델식을 설정한다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= N(\sigma_x)x(t) + Bu(t) + L\xi(t) \\ y(t) &= Cx(t) + \theta(t)\end{aligned}\quad (9)$$

여기서 $\xi(t)$ 와 $\theta(t)$ 는 각각 강도(intensity)가 1과 μ 인 0-평균 백색잡음(zero-mean white noise)이다. 즉,

$$\begin{aligned}E[\xi(t)] &= 0, \quad E[\xi(t)\xi(t)^T] = I\delta(t-t) \\ E[\theta(t)] &= 0, \quad E[\theta(t)\theta(t)^T] = \mu I\delta(t-t)\end{aligned}$$

그리고 μ 와 L 은 설계파라미터로 이용되며, 다음과 같은 Kalman 필터 주파수역 등가식(Kalman filter frequency domain equality) (4, 7)을 이용하여 목표필터루프 설계가 이루어진다.

$$\sigma_i[G_F(s)] \approx \sigma_i[G_{FOL}(s)] \quad (10)$$

여기서,

$$G_F(s) = C(sI - N)^{-1}H \quad (11)$$

$$G_{FOL}(s) = \frac{1}{\sqrt{\mu}} C(sI - N)^{-1}L \quad (12)$$

설계파라미터 L은 바람직한 루프형상이 되도록 그리고 μ 는 요구되는 대역폭 혹은 교차주파수가 만족되도록 선정한 후 다음과 같은 필터 대수 Riccati식(filter algebraic Riccati equation)을 이용하여 필터게인행렬 H를 선정한다.

$$NP + PN^T + LL^T - \frac{1}{\mu} PC^T CP = 0 \quad (13)$$

$$H = \frac{1}{\mu} PC^T \quad (14)$$

2. 저가제어 QLQR 문제를 이용한 루프전달회복
QLQG/LTR 문제에서 루프전달회복 과정을 수행하기 위해서는 통계학적으로 선형화된 시스템에 대한 LQR 제어문제 즉, QLQR 제어문제를 해결해야 한다. QLQR 제어문제는 통계학적으로 선형화된 상태방정식인식 (15)를 구속조건으로 하고 주어진 가격함수 J를 최소화하는 상태 피드백 제어법칙 u를 찾는 문제이다.
상태방정식 :

$$\dot{x} = Nx + Bu + \Gamma w \quad (15)$$

가격함수 :

$$J = \frac{1}{2} E[x^T Qx + \rho u^T u] \quad (16)$$

여기서, Q는 상태가중행렬, ρ 는 제어가중 파라미터이다.

제어법칙 :

$$u = -Gx \quad (17)$$

$$G = \frac{1}{\rho} B^T S \quad (18)$$

여기서 S는 다음과 같은 수정된 제어 대수 Riccati식(control algebraic Riccati equation; CARE)의 해이다.

$$Q + SN + N^T S - \frac{1}{\rho} SBB^T S +$$

$$\psi(S, N, X) = 0 \quad (19)$$

여기서,

$$\psi_{ij}(S, N, X) = 2\text{tr}(S \frac{\partial N}{\partial X_{ij}} X) \quad (20)$$

그리고 X_{ij} 는 상태 상호분산행렬 X의 요소이다. 유의해야 할 점은 통계학적으로 선형화된 시스템에 대한 CARE식에는 표준 CARE식과는 달리 수정항 ψ 가 포함되어 있다는 것이다. 이것은 통계학적으로 선형화된 시스템 행렬 N이 상태 상호분산행렬 X의 합수이기 때문이다. 상태 상호분산행렬 X의 해는 다음과 같은 Lyapunov 방정식으로부터 얻을 수 있다.

$$(N - BG)X + X(N - BG)^T + \Gamma W \Gamma^T = 0 \quad (21)$$

여기서, W는 외란 상호분산행렬이다.

시스템의 [N, B]가 안정 가능하고, [N, C]가 겹출 가능하고, 또한 통계학적으로 선형화된 상태공간 모델식이 최소위상 시스템이면 저가제어 QLQR 문제를 이용하여 루프전달회복을 보장할 수 있다.

통계학적으로 선형화된 시스템에 대한 루프전달회복 조건도 선형 LQG/LTR 제어시스템의 경우와 마찬가지로 $\rho \rightarrow 0$ 일 때 모델기준보상기 K(s)의 극한거동은 다음과 같이 표현된다⁽⁷⁾.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} K(s) = G^{-1}(s) G_F(s) \quad (22)$$

여기서 G(s)는 설계플랜트 모델의 전달함수행렬이다. 위와 같이 저가제어 QLQR 문제를 이용하여 루프전달회복을 수행한 모델기준 보상기는 설계플랜트 모델 G(s)의 역수와 목표필터루프 $G_F(s)$ 의 곱으로 표현되므로 설계된 피드백 제어시스템의 루프 전달함수 행렬 L(s) ($= G(s) K(s)$)를 목표필터루프 설계시 얻은 바람직한 루프 형상을 갖는 $G_F(s)$ 에 근사화시킬 수 있다.

3. Lyapunov 방정식에 의한 기술함수 개인 계산
QLQG/LTR 제어시스템에 대한 정상상태 통계학적 성질은 일반적인 LQG제어(linear quadratic Gaussian

control)에서 보다 더 유의하여야 할 점이 있다. 왜냐하면 QLQG/LTR 제어시스템 설계시 고려된 가상적인 잡음이 실제 구동잡음과 다르기 때문이다.

우선 추정기(보상기) 상태(estimator (compensator) state : $z(t)$)와 추정 오차상태(estimation error state : $\bar{x}(t) = x(t) - z(t)$)와의 상관관계를 알아보기 위하여 통계학적으로 선형화된 폐루프 시스템의 상태방정식을 다음과 같이 재정리한다.

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) \\ \dot{z}(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} N(\sigma_x) - HC & 0 \\ HC & N(\sigma_z) - BG \end{bmatrix} \begin{cases} \bar{x}(t) \\ z(t) \end{cases} + \begin{bmatrix} H & \Gamma & -H \\ -H & 0 & H \end{bmatrix} \begin{cases} r(t) \\ w(t) \\ v(t) \end{cases} \quad (23)$$

그리고 추정오차상태, 추정기 상태 그리고 추정기상태-추정오차상태의 상호분산행렬 \tilde{X} , Z , Y 에 대한 전파식은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{X}}(t) = & (N(\sigma_x) - HC)\tilde{X} + \tilde{X}(N(\sigma_x) - HC)^T \\ & + HRH^T + \Gamma W \Gamma^T + HVH^T \end{aligned} \quad (24)$$

여기서,

$$\tilde{X}(0) = X(0) = E[x(0)x(0)^T]$$

$$\tilde{X}(t) = E[\tilde{x}(t)\tilde{x}(t)^T]$$

그리고 R , W , V 는 각각 가상적인 명령입력, 외란 그리고 센서잡음에 대한 백색잡음 강도행렬이다.

$$\begin{aligned} \dot{Z} = & (N(\sigma_z) - BG)Z + Z(N(\sigma_z) - BG)^T + \\ & HCY + Y(HC)^T + HRH^T + HVH^T \end{aligned} \quad (25)$$

여기서,

$$Z(0) = 0$$

$$Z(t) = E[z(t)z(t)^T]$$

$$Y(t) = E[z(t)\bar{x}(t)^T]$$

$$\begin{aligned} \dot{Y} = & (N(\sigma_x) - HC)Y + Y(N(\sigma_x) - BG)^T + \\ & \tilde{X}(HC)^T - HRH^T + HVH^T \end{aligned} \quad (26)$$

여기서,

$$Y(0) = 0$$

최적 필터링 설계에 의하면 필터게인행렬 H 는 다음과 같이 선정된다⁽¹²⁾.

$$H = \dot{X}C^TV^{-1} \quad (27)$$

따라서 명령입력이 확정적(deterministic) 입력인 경우, 즉 $R=0$ 일때, 식 (27)로 표현되는 최적 필터게인행렬을 식 (26)에 대입하면, 식 (26)은 다음과 같이 수정된다.

$$\dot{Y} = (N - HC)Y + Y(N - BG)^T \quad (28)$$

이것은 $Y(0) = 0$ 의 초기조건을 갖는 제자(homogeneous) 미분방정식이다. 그래서 식 (28)의 해는 다음과 같다.

$$Y(t) = 0, \quad t \geq 0 \quad (29)$$

이 식은 QLQG 설계에서 추정기상태와 추정오차상태가 비상관되어 있다는 것을 의미한다. 이제 식 (25)에 $Y = 0$, $R = 0$ 을 대입하면, 추정기상태 상호분산 전파식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{Z} = (N - BG)Z + Z(N - BG)^T + HVH^T \quad (30)$$

따라서 최적 필터링 과정 그리고 확정적 명령입력이 가해졌다고 가정하면, $z(t)$ 와 $x(t)$ 가 비상관되어 있으므로 다음 식이 성립한다.

$$X = Z + \dot{X} \quad (31)$$

그러나 QLQG/LTR 설계에서는 위의 단순화된 식을 사용할 수 없다. 왜냐하면 가상적인 설계잡음과 실제 구동잡음이 다르고 명령입력의 가상적인 백색잡음 강도 R 이 0이 아니기 때문이다. 그래서 식 (23)으로 표현된 보상된 시스템의 상태방정식에 대한 Lyapunov 식으로부터 통계학적 정상상태 기술함수 개인들과 상태변수들의 표준편차를 구해야만 한다. 보상된 시스템에 대한 Lyapunov 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$N_t X_t + X_t N_t^T + \Gamma_t W_t \Gamma_t^T = 0 \quad (32)$$

여기서,

$$N_t = \begin{bmatrix} N & -BG \\ HC & N - BG - HC \end{bmatrix}, \quad X_t = \begin{bmatrix} X & Y \\ Y & Z \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_t = \begin{bmatrix} 0 & \Gamma & 0 \\ -H & 0 & H \end{bmatrix}, \quad W_t = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & W & 0 \\ 0 & 0 & V \end{bmatrix}$$

만약 저가제어 QLQG 문제에서 수정항 ψ 를 고려한다면 수정된 CARE 식과 Lyapunov 방정식을 동시에 만족하는 연립방정식을 풀어야 한다. 그러나 다행히 루프전달회복이 잘 이루어지는 경우에는 식 (20)으로 표현되는 수정항 ψ 가 수정된 CARE 식에서 지배적 (dominant) 인 요소가 아니기 때문에 저가제어 QLQR 문제에서 수정항 ψ 를 무시할 수 있다⁽⁴⁾. 이때 CARE 식과 Lyapunov 방정식은 비연성(decouple) 이 되므로 Lyapunov 방정식과 CARE 식을 분리하여 시스템의 통제학적 정상상태에서 기술함수 계인들과 상태변수들의 표준편차들을 쉽게 구할 수 있다.

4. QLQG/LTR 제어기 설계

QLQG/LTR 제어방법을 적용하기 위하여, 설계 목적

Table 1. Control gain G obtained in all operating points

R G	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
G_1	100	100	100	100	100	100	100
G_2	276.2	276.2	276.3	276.4	276.4	276.8	278.1
G_3	7.47	7.47	7.47	7.48	7.50	7.57	7.81
G_4	5.49	5.49	5.49	5.50	5.52	5.59	5.82
G_5	2.46	2.46	2.46	2.47	2.48	2.52	2.66

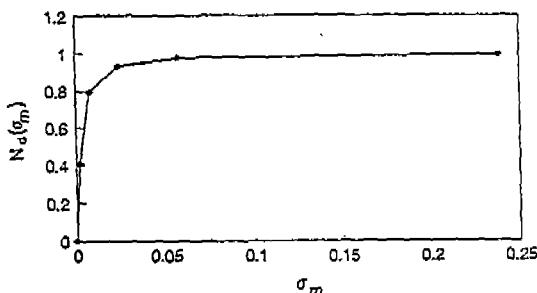


Fig. 4 DF gain according to the standard deviation σ_m of the deadzone input state variable

상 명령입력 $r(t)$ 를 강도 R 이 $1\sim10^{-6}$ 의 범위에 있는 0-평균 백색잡음으로 가정한다. 이 범위내에 있는 여러 개의 작동점에 대하여 설계파라미터 H 와 G 를 선정한다. 설계파라미터 H 는 수증운동체가 요구하는 계인교차 주파수 0.1 rad/s 그리고 일정한 입력에 대하여 0-정상상태 오차를 만족시키는 목표필터푸르 설계과정에서 선정된다. 이와 같이 선정된 필터계인 H 는 모든 작동점에서 $H=[0.1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 로 일정하다. 그리고 루프전달회복 과정으로부터 선정된 제어계인 G 는 명령입력 크기에 따라 Table 1에 요약되어 있다. 제어계인 G 는 명령입력의 크기에 민감하지 않고 거의 일정한 값을 나타내고 있으므로 제어기 구현을 단순화하기 위하여 $R=1$ 인 경우의 제어계인 G 로 선정하기로 한다.

보상기에 포함된 비선형 요소에 대한 입력 m 의 표준편차 σ_m 과 비선형 요소에 대한 DF 계인의 관계가 Fig. 4에 표시되어 있다. 그리고 이에 대해 역랜덤입력 기술함수 기법을 적용하여 Fig. 5와 같은 비선형 함수를 얻을 수 있다.

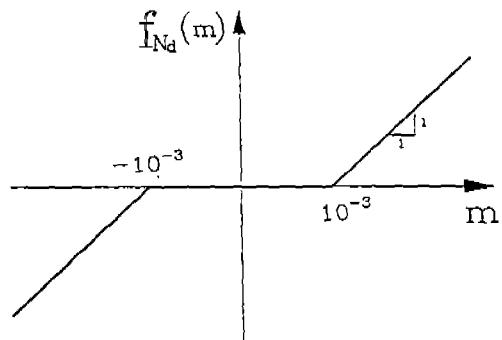


Fig. 5 Nonlinear function in the compensator

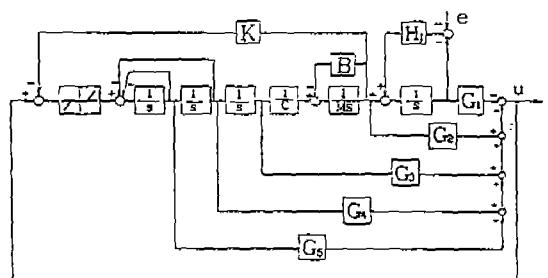


Fig. 6 Blockdiagram of the nonlinear QLQG/LTR controller

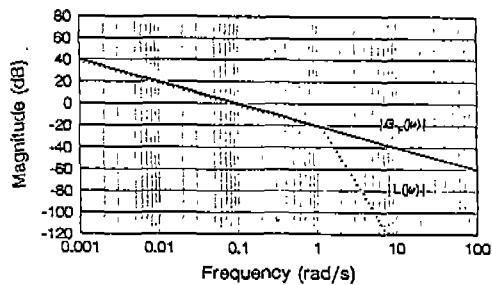


Fig. 7 Bode plot of the target filter loop and recovered loop transfer functions ($G_F(j\omega)$ and $L(j\omega)$) of the QLQG/LTR control system

이와 같이 설계된 비선형 QLQG/LTR 제어기의 구조는 Fig. 6과 같다. 그리고 Fig. 7은 QLQG/LTR 제어시스템의 목표필터루프($G_F(s) = C(sI-N)^{-1}H$)와 회복된 루프전달함수($L(s) = G(s)K(s)$)의 Bode 선도를 나타낸다.

5. 심도 제어시스템의 성능 분석

여기서는 유량 제어밸브의 사역대 효과를 고려하고 설계한 QLQG/LTR 제어시스템과 사역대 효과를 무시하고 설계한 LQG/LTR 제어시스템의 성능을 비교 분석하기로 한다. LQG/LTR 제어기는 Fig. 6에 표시된 QLQG/LTR 제어기에서 비선형 요소만 뺀 것과 일치한다. 제어기 설계에 필요한 시스템 파라미터들은 2장에 제시한 값들을 사용하였으며 센서의 동역학은 무시하였고 서보 시스템의 동역학은식 (2)에 나타나 있다. 그리고 Fig. 5에 나타난 보상기에 포함될 비선형함수는 논리회로를 구성하여 Fig. 6의 비선형 QLQG/LTR 제어기에 합성시킨 후식 (4)의 플랜트와 결합시킨 심도 제어시스템에 대한 컴퓨터 시뮬레이션은 Runge-Kutta Gill 방법을 이용하여 수행하였다. 계단입력을 명령입력으로 하여 심도 제어시스템의 비선형 요소에 대해 명령입력의 크기와 비선형 사역대 크기의 변화에 대한 성능을 분석하였다. 여기서 해수의 압력과 텅크내의 압력의 차가 적정수준이 되어야 해수유출시 유량제어밸브가 작동하므로 별도의 압력유지장치인 압축공기펌프의 작동을 통하여 압력차가 허용범위내에 있으며, 해파에 의한 외란은 없고 수중무장발사에 의한 외란만이 존재한다고

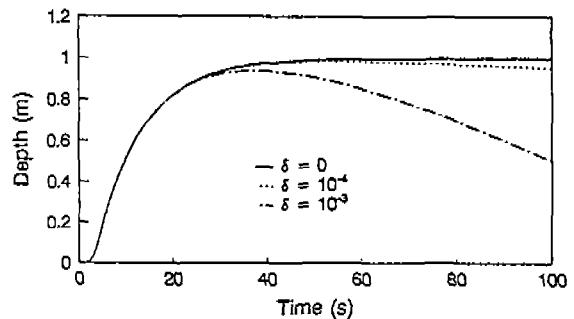


Fig. 8 Unit step responses of the LQG/LTR control system according to the magnitude of deadzone

가정하였다.

Fig. 8은 사역대 크기 변화에 따른 LQG/LTR 제어시스템의 시간역 성능을 나타낸다. 특히 사역대의 크기가 큰 경우(10^{-3} 이상)에는 LQG/LTR 제어기로는 만족스러운 성능을 얻을 수 없을 뿐만 아니라 시스템이 불안정하게 된다는 것을 알 수 있다.

Fig. 9와 Fig. 10은 각각 계단 명령입력의 크기를 변화시켰을 때 사역대의 크기가 10^{-3} 인 사역대를 포함하는 LQG/LTR 및 QLQG/LTR 제어시스템의 시간응답을 나타낸다. LQG/LTR 제어시스템은 명령입력의 크기에 매우 민감하지만 QLQG/LTR 제어시스템은 명령추종 성능이 명령입력의 크기에 민감하지 않고 바람직한 성능을 유지하고 있음을 알 수 있다. 따라서 유량 제어밸브의 사역대 효과를 무시할 수 없는 경우, 바람직한 성능 및 안정도 유지를 위해서는 사역대 비선형 효과를 고려

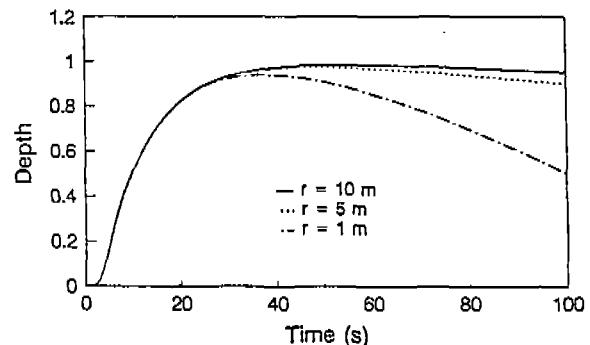


Fig. 9 Normalized step responses of the LQG/LTR control system according to the magnitude of command input

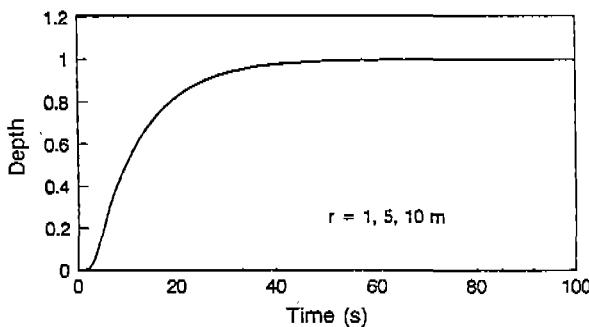


Fig. 10 Normalized step responses of the QLQG/LTR control system according to the magnitude of command input

할 수 있는 비선형 QLQG/LTR 심도 제어시스템의 설계가 요구된다.

이제, 심도 제어시스템의 외란제거 성능을 알아보기 위하여 외란입력 $w(t)$ 를 톱니모양의 충격함수로 다음과 같이 정의한다.

Fig. 11은 사역대의 크기가 10^{-3} 인 사역대를 포함하는 비선형 플랜트를 LQG/LTR 제어기와 QLQG/LTR 제어기를 각각 결합시킨 제어시스템에 식 (33)으로 표현된 외란이 가해졌을 때의 시간응답을 나타낸다. LQG/LTR 제어시스템의 경우는 심도 허용오차범위 (0.5m) 이상의 진폭으로 진동하고 있으나, QLQG/LTR 제어시스템은 외란입력에 대한 최대 진폭 크기가 허용범위 이내에 들며 정상상태오차가 발생하지 않음을 알 수 있다. 따라서 지금까지 검토한 두 제어시스템의 성능을 분석한 결과, 비선형 사역대가 존재하는 경우

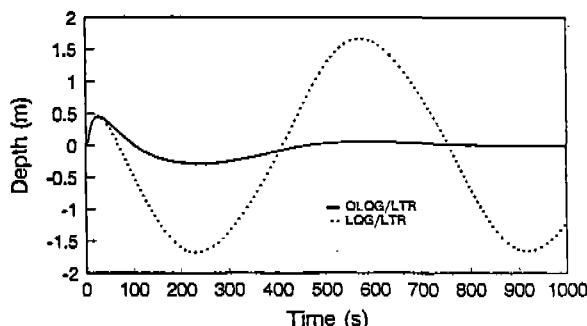


Fig. 11 Time responses of the LQG/LTR and QLQG/LTR control systems for the impulse disturbance

선형 LQG/LTR 제어시스템은 만족스러운 성능을 보장할 수 없지만, 비선형 사역대를 고려하고 설계한 QLQG/LTR 제어시스템은 명령입력 크기에도 민감하지 않고 외란제거 성능도 만족스럽다는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 수중운동체의 심도 제어시스템에 대해 선형 LQG/LTR 제어기 및 비선형 QLQG/LTR 제어기를 설계하였고, 각각의 제어시스템에 대하여 유량 제어밸브가 갖는 비선형 사역대 영향에 대한 명령추종 성능 및 외란제거 성능을 분석하였다. 사역대의 크기가 큰 경우에는 선형 LQG/LTR 제어기로는 만족스러운 성능을 얻을 수 없으며, 비선형성을 고려한 QLQG/LTR 제어기를 이용한 제어시스템은 요구하는 성능을 만족시킬 수 있다. 이와 같이 본 논문에서 제안한 QLQG/LTR 제어방법은 사역대 뿐만 아니라 쿨롱마찰, 백래쉬 등과 같은 하드 비선형 요소를 포함하는 비선형 시스템을 제어할 수 있는 실용적인 제어방법이라고 사료된다. 추후 연구로는, 전진속도에 따른 플랜트 모델 변화에 적응할 수 있는 제어기 설계 그리고 수중운동체의 임무 수행능력 향상을 위하여 전진속도가 임계속도보다 약간 큰 속도에서 해수탱크 뿐만 아니라 제어타를 제어입력으로 활용하여 수중운동체의 심도를 보다 효과적으로 제어할 수 있는 다변수 QLQG/LTR 제어기 설계로 확장되어야 할 것으로 사료된다.

참고문헌

1. Koh, I., "Submarine Automatic Maneuvering Controller/Estimator", ASME, Winter Annual Meeting, 88-WA/DSC-21, 1988.
2. 김종식, "수중운동체의 정적/동적 운동제어를 위한 시스템 모델링 및 제어 알고리즘 연구", 국방과학 연구소 위탁과제 연구보고서, 1992.
3. Doyle, J. C. and Stein, G., "Multivariable Feedback Design : Concept for a Classical/Modern Synthesis", IEEE Trans. AC, Vol. AC-28, pp. 4~16, 1981.
4. Kim, J. S., "Nonlinear Multivariable Control Using Statistical Linearization and Loop Transfer Recovery", Ph. D. thesis, Dept.

- of Mech. Eng., M.I.T., 1987.
5. Gerlter, M. and Hagan, B. R., "Standard Equation of Motion for Submarine Simulation", Naval Ship Research and Development Report 2520, 1967.
6. Gelb, A. and Vander Velde, W. E., Multiple-Input Describing Function and Nonlinear System Design, McGraw-Hill, 1968.
7. Athans, M., Lecture Notes on Multivariable Control Systems, M.I.T., 1986.
8. Beaman, J. J., "Nonlinear Quadratic Gaussian Control", Int. J. of Control, Vol. 39, pp. 343~361, 1984.
9. Stein, G. and Athans, M., "The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design", IEEE Trans. on AC., Vol. AC-32, pp. 105-114, 1987.
10. Suzuki, A. and Hedrick, J. K., "Nonlinear Controller Design by an Inverse Random Input Describing Function Method", Proc. ACC, pp. 1236~1241, 1985.
11. Kwakernaak, H. and Sivan, R., Linear Optimal Control System, John Wiley & Sons, 1972.
12. Bryson, A. E. and Ho, Y. C., Applied Control Control, Hemisphere Pub. Cor., 1975.