

## 최적 제어기법을 이용한 다관절 유연 로봇트팔의 역동역학 해석

김 창 부\*, 이 승 훈\*\*

### Inverse Dynamic Analysis of A Flexible Robot Arm with Multiple Joints by Using the Optimal Control Method

Chang-Boo Kim\*, Seung-Hoon Lee\*\*

#### ABSTRACT

In this paper, we propose a method for tracking optimally a spatial trajectory of the end-effector of flexible robot arms with multiple joints. The proposed method finds joint trajectories and joint torques necessary to produce the desired end-effector motion of flexible manipulator. In inverse kinematics, optimized joint trajectories are computed from elastic equations. In inverse dynamics, joint torques are obtained from the joint equations by using the optimized joint trajectories. The equations of motion using finite element method and virtual work principle are employed. Optimal control is applied to optimize joint trajectories which are computed in inverse kinematics. The simulation result of a flexible planar manipulator is presented.

**Key Words** : flexible robot (유연로봇), inverse kinematics (역기구학), joint trajectory (관절궤적), elastic equation (탄성방정식), inverse dynamics (역동역학), joint torque (관절토크), joint equation (관절방정식), optimal control (최적제어), planar manipulator (평면 매니플레이터)

#### 1. 서 론

생산 현장에서 점차적으로 로봇 팔의 활용 범위가 넓어짐에 따라, 로봇 팔의 빠르고 정확한 동작을 위한 링크의 경량화가 요구되게 되어, 유연 링크 매니플레이터에 대한 연구가 활발히 진행되게 되었다.

이러한 유연 링크 매니플레이터는 해석 전반에 걸쳐 탄성에 의한 변형이 필수적으로 고려되어야 할 뿐만 아니라, 이를 제어하는 과정에서도 탄성변형에 의한 효과를 무시하지 못하는 특성을 갖게 된다. 이를 위해, 유한 요소법을 사용하여 Lagrangian 방정식, 혹은 가상

일의 원리를 이용한 운동방정식의 모델링 기법과 해석에 관한 많은 연구가 수행되어 왔고<sup>(1)(2)</sup>, 제어 측면에서는 적응 제어기법과 최적 제어기법을 사용하는 경우를 많이 볼 수 있다<sup>(3)(4)</sup>.

본 논문에서는 가상일의 원리 및 유한 요소법을 이용하여 도출된 유연 링크 매니플레이터의 운동방정식을 토대로, 엔드이펙터가 원하는 궤적을 최적으로 추종하게 하는 방법을 제시하고자 한다.

피드백 제어에 사용될 수 있는 관절궤적은, 엔드이펙터 궤적이 매니플레이터의 탄성변형에 의한 효과를 고려하면서 주어진 엔드이펙터 궤적에 최적이 되도록, 최적

\* 인하대학교 공과대학 자동화공학과 (정회원)

\*\* 인하대학교 일반대학원 기계공학과 자동화전공

제어기법을 사용하여 구해진다(역기구학). 또한, 피드포워드 제어에 필요한 관절력은 역기구학에서 계산된 관절 궤적을 사용하여 매니퓰레이터의 운동방정식으로부터 계산된다(역동역학).

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 유연 매니퓰레이터의 운동방정식과 엔드이펙터의 궤적, 역기구학과 역동역학을 정의하고, 3장에서는 역기구학과 역동역학에 필요한 최적 제어기법 및 제반 방정식에 대해 다룬다. 4장에서는 모의실험 결과를 제시한다.

## 2. 지배 방정식

### 2.1 유연 매니퓰레이터의 운동방정식

유연 매니퓰레이터의 운동방정식은 관절운동과 탄성운동이 서로 연성되는 다음과 같은 관절방정식과 탄성방정식으로 표현된다<sup>(1) (2)</sup>.

$$[M_{rr}(q_r, q_e)] \{\ddot{q}_r\} + [M_{re}(q_r, q_e)] \{\ddot{q}_e\} + \{f_r(q_r, q_e, \dot{q}_r, \dot{q}_e)\} = \{\tau\} \quad (2.1)$$

$$[M_{er}(q_r, q_e)] \{\ddot{q}_r\} + [M_{ee}(q_r, q_e)] \{\ddot{q}_e\} + \{f_e(q_r, q_e, \dot{q}_r, \dot{q}_e)\} = \{0\} \quad (2.2)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \{f_r(q_r, q_e, \dot{q}_r, \dot{q}_e)\} &= \{f_{rc}(q_r, q_e, \dot{q}_r, \dot{q}_e)\} \\ &\quad + \{f_{rg}(q_r, q_e)\} \\ \{f_e(q_r, q_e, \dot{q}_r, \dot{q}_e)\} &= \{f_{ec}(q_r, q_e, \dot{q}_r, \dot{q}_e)\} \\ &\quad + \{f_{eg}(q_r, q_e)\} + [B_{ee}] \\ &\quad \{\dot{q}_e\} + [K_{ee}]\{q_e\} \end{aligned}$$

$\{q_r\}$ 은 관절각 또는 관절변위 벡터이고,  $\{q_e\}$ 는 탄성 변형벡터를 표현하며,  $\{\tau\}$ 는 관절력 벡터이다.  $[M_{rr}]$ ,  $[M_{re}]$ ,  $[M_{er}]$ ,  $[M_{ee}]$ 는 관성행렬을 나타내게 되는데, 이들로 구성된 운동방정식의 질량행렬은 대칭 정지행렬이 된다.  $\{f_{rc}\}$ 와  $\{f_{ec}\}$ 는 원심력과 Coriolis력을 포함하는 벡터이다.

$\{f_{rg}\}$ 와  $\{f_{eg}\}$ 는 중력에 관련된 벡터이며,  $[B_{ee}]$ 와  $[K_{ee}]$ 는 각각 구조감쇠행렬과 강성행렬을 나타낸다.

### 2.2 엔드이펙터의 궤적

엔드이펙터의 고정된 기준좌표계에 대한 위치, 속도 및 가속도벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \{x(t)\} &= \{\phi(q_r, q_e)\} \\ \dot{\{x(t)\}} &= [\phi_r(q_r, q_e)]\{\dot{q}_r\} + [\phi_e(q_r, q_e)]\{\dot{q}_e\} \\ \ddot{\{x(t)\}} &= [\phi_r(q_r, q_e)]\{\ddot{q}_r\} + [\phi_e(q_r, q_e)]\{\ddot{q}_e\} \\ &\quad + \{\gamma(q_r, q_e, \dot{q}_r, \dot{q}_e)\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

여기서,

$[\phi_r]$  ( $= \partial \phi / \partial q_r$ )과  $[\phi_e]$  ( $= \partial \phi / \partial q_e$ )는 자코비안 행렬이며,  $\{\gamma\}$ 는  $\{\dot{\phi}_r\}\{\dot{q}_r\} + \{\dot{\phi}_e\}\{\dot{q}_e\}$ 이다.

엔드이펙터는 지정된 시작점( $t_0$ )과 끝점( $t_f$ )에서 속도가 없어야 하고, 모든 시간에 대해 속도는 연속적이어야 한다. 가속도는 불연속적일 수도 있으나, 시작점 직전 ( $t=t_0^-$ )와 끝점 직후 ( $t=t_f^+$ )에서는 0 이어야 한다. 그리하여, 주어지는 엔드이펙터의 궤적  $\{\bar{x}(t)\}$ 은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\{\bar{x}(t)\} \in C^n, \quad n \geq 1, \quad \forall t \in [t_0^-, t_f^+] \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \dot{\{\bar{x}(t_0)\}} &= \dot{\{\bar{x}(t_f)\}} = \{0\} \\ \dot{\{\bar{x}(t_0^-)\}} &= \dot{\{\bar{x}(t_f^+)\}} = \{0\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

### 2.3 정적 평형상태

시작점 직전( $t=t_0^-$ )과 끝점 직후( $t=t_f^+$ )에서 매니퓰레이터의 정적 평형상태는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\bar{q}_r(t), \{\bar{q}_e(t)\} &: \{\phi(\bar{q}_r(t)), \{\bar{q}_e(t)\}\} \\ &= \{\bar{x}(t)\}, \{f_e(\bar{q}_r(t), \bar{q}_e(t), 0, 0)\} = \{0\} \\ \dot{\{\bar{q}_r(t)\}} &= \dot{\{\bar{q}_r(t)\}} = \{0\} \\ \dot{\{\bar{q}_e(t)\}} &= \dot{\{\bar{q}_e(t)\}} = \{0\} \end{aligned} \quad (2.6)$$

### 2.4 역기구학과 역동역학의 정의

유연 매니퓰레이터의 역기구학은, 매니퓰레이터의 탄성방정식 (2.2)을 만족하면서 엔드이펙터의 주어진 궤적  $\{\dot{x}(t)\}$ 을 최적으로 추종할 수 있는 관절궤적  $\{q_r(t)\}$ ,  $\{\dot{q}_r(t)\}$ ,  $\{\ddot{q}_r(t)\}$ 을 구하는 것이다. 그러나, 유연 매니퓰레이터의 탄성방정식과 엔드이펙터의 주어진 궤적을 동시에 만족하는 관절궤적은 초기상태  $\{q_r(t_0)\}$ ,  $\{q_e(t_0)\}$ ,  $\{\dot{q}_e(t_0)\}$ 가 초기 정적 평형상태가 아닌 특수한 경우에만 존재하게 된다<sup>(5)</sup>.

역동역학은 역기구학에서 구한 관절궤적  $\{q_r(t)\}$  및 매니퓰레이터의 탄성방정식을 만족하는 탄성변형궤적  $\{q_e$

(1)을 구현하도록 하는 관절력  $\{\tau(t)\}$ 을 매니플레이터의 관절방정식(2.1)으로부터 구하는 것이다.

상기한 역기구학과 역동역학에서 구한 관절계적과 관절력은 각각 피드백 제어와 피드포워드 제어에 사용되어질 수 있다.

### 3. 역기구학 및 역동역학

#### 3.1 관절 계적

탄성변형을 무시한 강체 매니플레이터가 엔드이펙터의 주어진 궤적을 정확히 추종하게 하는 관절계적  $\{q^*(t)\}$ ,  $\{\dot{q}_r^*(t)\}$ ,  $\{\ddot{q}_r^*(t)\}$ 은 다음 식에서 구해진다.

$$\begin{aligned} \{q_r^*(t)\} &: \{\phi(q_r^*, 0)\} = \{\bar{\chi}(t)\} \\ \{\dot{q}_r^*(t)\} &= [\phi_r(q_r^*, 0)]^+ \{\dot{\bar{\chi}}(t)\} \\ \{\ddot{q}_r^*(t)\} &= [\phi_r(q_r^*, 0)]^+ \{\ddot{\bar{\chi}}(t) - \gamma(q_r^*, 0, \dot{q}_r^*, 0)\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서,  $[\phi_r]^+$ 는  $[\phi_r^T \phi_r]^{-1} [\phi_r^T]$ 로 표현되는  $[\phi_r]$ 의 유사 역행렬이다.

따라서, 유연 매니플레이터의 탄성변형으로 인한 관절 궤적의 변화는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \{\Delta q_r(t)\} &\triangleq \{q_r(t)\} - \{q_r^*(t)\} \\ \{\Delta \dot{q}_r(t)\} &\triangleq \{\dot{q}_r(t)\} - \{\dot{q}_r^*(t)\} \\ \{\Delta \ddot{q}_r(t)\} &\triangleq \{\ddot{q}_r(t)\} - \{\ddot{q}_r^*(t)\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

#### 3.2 최적 제어의 목적함수

최적 제어기법을 이용하기 위한 상태변수와 제어변수는 다음과 같이 벡터 형태로 정의된다.

$$\{x(t)\} \triangleq (\Delta q_r(t)^T, q_e(t)^T, \Delta \dot{q}_r(t)^T, \dot{q}_e(t)^T)^T \quad (3.3)$$

$$\{u(t)\} \triangleq \{\Delta \ddot{q}_r(t)\} \quad (3.4)$$

출력식은 다음과 같다.

$$\{y(t)\} \triangleq (\chi(t)^T, \dot{\chi}(t)^T)^T = \{h(t, x(t))\} \quad (3.5)$$

최적제어를 위한 목적함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} J = \frac{1}{2} \int_{t_0^-}^{t_f^+} & (\{\chi(t) - \bar{\chi}(t)\}^T [A_p] \{\chi(t) - \bar{\chi}(t)\} \\ & + \{\dot{\chi}(t) - \dot{\bar{\chi}}(t)\}^T [A_v] \{\dot{\chi}(t) - \dot{\bar{\chi}}(t)\} \\ & + \{u(t)\}^T [B] \{u(t)\}) dt \end{aligned} \quad (3.6)$$

식(3.6)에 식(3.5)를 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} J = \frac{1}{2} \int_{t_0^-}^{t_f^+} & (\{y(t) - \bar{y}(t)\}^T [A] \{y(t) - \bar{y}(t)\} \\ & + \{u(t)\}^T [B] \{u(t)\}) dt \\ \triangleq \int_{t_0^-}^{t_f^+} & L(t, x(t), u(t)) dt \end{aligned} \quad (3.7)$$

여기서,  $A_p$ 와  $A_v$ 는 비역치 대각행렬이고,  $B$ 는 정치 대각행렬로서 각각 다음과 같이 정해진다.

$$\begin{aligned} 1/A_{pii} &= (t_f^+ - t_0^-) \times \{[\lambda_i - \dot{\lambda}_i]^2 \text{의 최대 허용 오차}\} \\ 1/A_{vii} &= (t_f^+ - t_0^-) \times \{[\dot{\lambda}_i - \ddot{\lambda}_i]^2 \text{의 최대 허용 오차}\} \\ 1/B_{ii} &= (t_f^+ - t_0^-) \times \{[u_i]^2 \text{의 최대 허용치}\} \end{aligned} \quad (3.8)$$

#### 3.3 상태방정식

상태방정식을 식(2.2), 식(3.2), 식(3.3), 식(3.4)를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\dot{x}(t)\} &\triangleq \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{Bmatrix} \triangleq \begin{Bmatrix} \Delta \dot{q}_r(t) \\ \dot{q}_e(t) \\ \Delta \ddot{q}_r(t) \\ \dot{\dot{q}}_e(t) \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} x_3(t) \\ x_4(t) \\ u(t) \\ -[M_{ee}]^{-1} \{ [M_{er}] \{\dot{q}_r^*(t) \\ + u(t)\} + \{f_e\} \} \end{Bmatrix} \\ &\triangleq \{ f(t, x(t), u(t)) \} \end{aligned} \quad (3.9)$$

이 상태방정식은 시작점 직전( $t=t_0$ )과 끝점 직후( $t=t_f^+$ )에서 다음의 경계조건을 만족해야 한다.

$$\{x(t_0^-)\} \triangleq \begin{Bmatrix} \Delta q_r(t_0^-) \\ q_e(t_0^-) \\ \Delta \dot{q}_r(t_0^-) \\ \dot{q}_e(t_0^-) \end{Bmatrix} =$$



성된 미분 대수방정식의 해를 구하여 식(3.2)를 이용하여 관절계적  $\{q_r(t)\}$ ,  $\{\dot{q}_r(t)\}$ ,  $\{\ddot{q}_r(t)\}$ 를 계산한다.

식(3.15)으로 표현되는 제어변수  $\{u(t)\}$ 를 식(3.9)과 식(3.14)에 대입하여 정리하면, 상기한 미분 대수방정식의 해는 다음과 같은 두 점에서 경계조건을 갖는 미분방정식에서 얻어진다.

$$\begin{aligned} \{\dot{x}(t)\} &= \{f(t, x(t), k(t, x(t), \lambda(t)))\} \\ &\triangleq \{F(t, x(t), \lambda(t))\} \quad (3.16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{\dot{\lambda}(t)\} &= \{g(t, x(t), k(t, x(t), \lambda(t)))\} \\ &\triangleq \{G(t, x(t), \lambda(t))\} \quad (3.17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{x(t_0^-)\} &= \{x_0^-\} \\ \{x(t_f^+)\} &= \{x_f^+\} \quad (3.18) \end{aligned}$$

### 3.6 역동역학

역기구학에서 계산된 관절계적  $\{q_r(t)\}$ ,  $\{\dot{q}_r(t)\}$ ,  $\{\ddot{q}_r(t)\}$  및 매니퓰레이터의 탄성방정식 (2.2)을 만족하는 탄성변형 계적  $\{q_e(t)\}$ ,  $\{\dot{q}_e(t)\}$ ,  $\{\ddot{q}_e(t)\}$ (역기구학 과정에서 관절계적과 함께 계산된다)을 매니퓰레이터의 관절 방정식(2.1)에 대입하여 관절력  $\{\lambda(t)\}$ 를 계산한다.

## 4. 모의실험

### 4.1 실험 모델

그림 1과 같은 직선보형의 유연 링크로 구성된 2축 정면 유연 매니퓰레이터에 관하여 모의실험을 수행하였다. 유연 매니퓰레이터의 운동은 그림 2와 같이 링크의 강체운동과 탄성 변형운동으로 구분된다. 그림 2에서  $w_i$ 와  $\psi$ 는 각각 링크 끝 단면의 탄성에 의한 변위와捻형각을 나타낸다. 표 1에 각 링크별 특성치를 나타내었다.

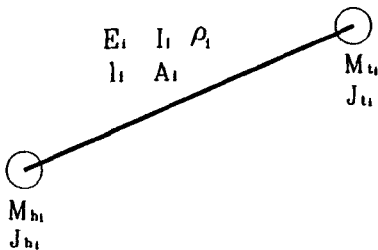


Fig.1 Flexible Link

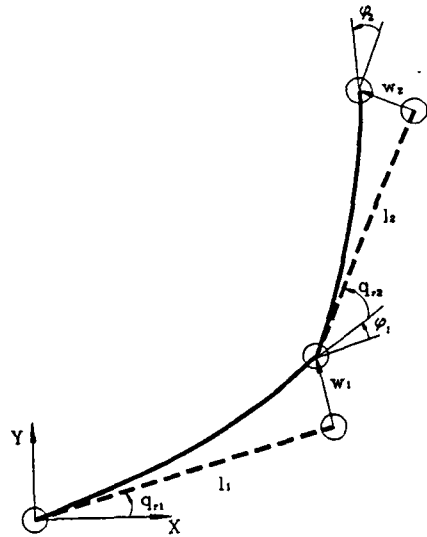


Fig.2 Elastic Deformation of Flexible Manipulator

Table 1. Characteristic Values of Each Link

Link	Link 1	Link 2
$l_i (m)$	0.75	0.75
$A_i (m^2)$	$1.2 \times 10^{-4}$	$0.9 \times 10^{-4}$
$I_i (m^4)$	$1.6 \times 10^{-10}$	$0.675 \times 10^{-10}$
$e_i (kg/m^2)$	7800	7800
$E_i (N/m^2)$	$2.1 \times 10^{11}$	$2.1 \times 10^{11}$
$M_{hi} (kg)$	2.0	0.5
$J_{hi} (kg \cdot m^2)$	$8.0 \times 10^{-4}$	$2.0 \times 10^{-4}$
$M_{ti} (kg)$	0.5	0.5
$J_{ti} (kg \cdot m^2)$	$2.0 \times 10^{-4}$	$2.0 \times 10^{-4}$

링크의 고차 탄성모드는 탄성변형에 큰 영향을 주지 않으므로, 링크 1에서는 1차 및 2차 탄성모드, 링크 2에서는 1차 탄성모드만을 취하였다.

### 4.2 말단점의 궤적

말단점이 그림 3과 같이 직선계적을 추종하도록 하기 위하여, x축과 y축 방향의 위치, 속도 및 가속도를 다음과 같은 식으로 표현하였다.

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \Delta(t)(x_f - x_0) \\ y(t) &= y_0 + \Delta(t)(y_f - y_0) \quad (4.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \dot{\Delta}(t)(x_f - x_0) \\ \dot{y}(t) &= \dot{\Delta}(t)(y_f - y_0) \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= \ddot{\Delta}(t)(x_f - x_0) \\ \ddot{y}(t) &= \ddot{\Delta}(t)(y_f - y_0) \end{aligned} \quad (4.3)$$

궤적 보조함수  $\Delta(t)$ 로 다음과 같이 정의되는 원형함수를 사용 하였다.

$$\begin{aligned} \Delta(t) &= 0, & t \leq t_0 \\ \Delta(t) &= \frac{\tau}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi\tau}{T}, & t_0 < t < t_f \\ \Delta(t) &= 1, & t_f \leq t \end{aligned} \quad (4.4)$$

여기서,  $\tau = t - t_0$ 이고  $T = t_f - t_0$ 이다.

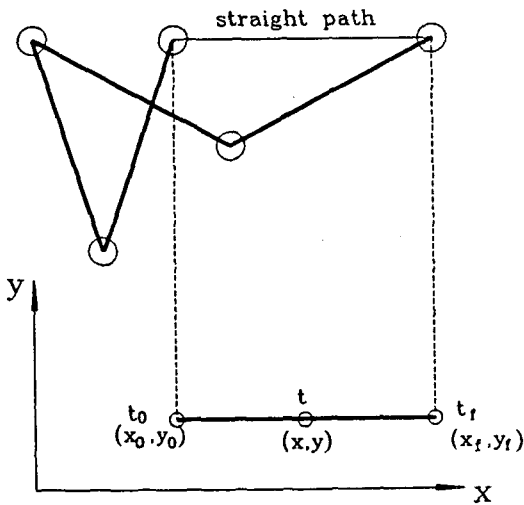


Fig. 3 Motion of Manipulator

### 4.3 전산 알고리즘

모의실험을 수행하는 전산 프로그램은 일반적인 역기구학, 역동역학 프로그램에 역기구학 과정에서 관절궤적을 최적화시키는 부분이 포함된다. 이 최적화 부분에서는 앞서 언급한 두 점에서의 경계조건 (3.18)을 갖는 미분 방정식 (3.16), (3.17)의 해를 구하기 위한 수치적 방법으로는 시작점과 끝점의 중간점 ( $t_m = (t_f + t_0)/2$ )에서 접합시키는 Shooting Method를 사용하였으며, 여기서 미분방정식의 수치적분방법으로는 4차의 Runge-Kutta Method를 사용하였다.

### 4.4 모의실험 결과

말단점을 직선으로 1초동안 0.5m를 이동시키는 모의 실험을 수행하였다.

목적함수의 가중치행렬 A의 대각성분을 각각 1000으로, 가중치행렬 B의 대각성분을 각각 1로 하여 주어진 궤적에 최적이 되도록 구해진 관절각의 변위, 속도 및 가속도궤적은 그림4, 그림5 및 그림6과 같고, 관절력은 그림7과 같다.

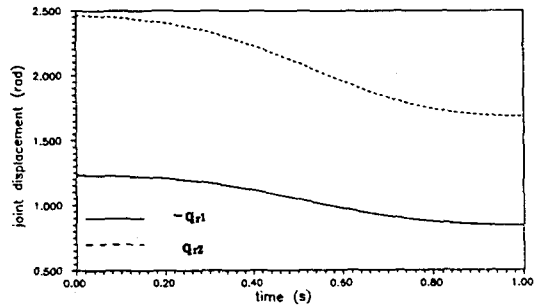


Fig. 4 Joint Displacement

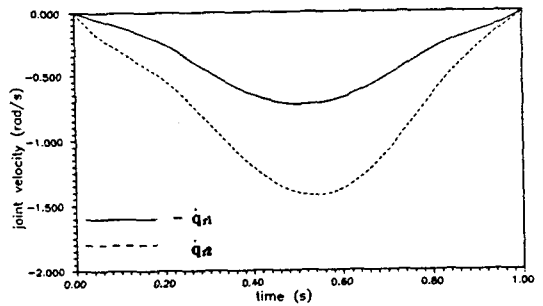


Fig. 5 Joint Velocity

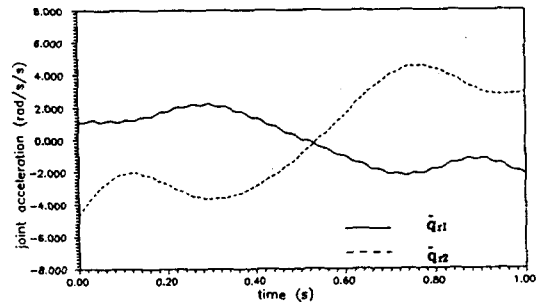


Fig. 6 Joint Acceleration

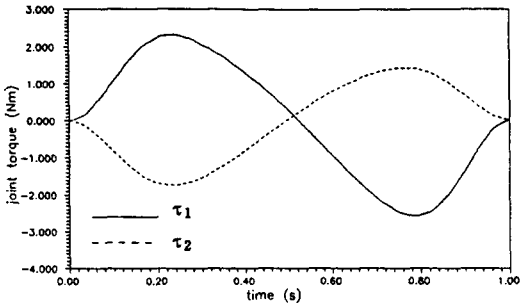


Fig. 7 Joint Torque

이와 같이 최적화된 관절력을 사용하여 계산된 말단점의 경로와 최적화되지 않은 관절력, 즉 탄성변형을 무시하여 구해진 관절력을 사용하여 계산된 말단점의 경로는 그림8과 같다. 이때 말단점의 x축방향 위치 및 속도궤적은 그림9와 그림10과 같다. 최적화된 말단점의 위치 및 속도궤적의 추종오차는 그림11과 그림12와 같다.

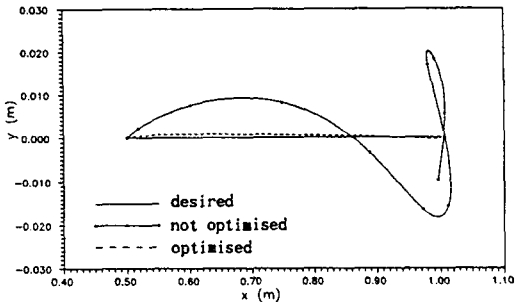


Fig. 8 Tracking of Straight Path

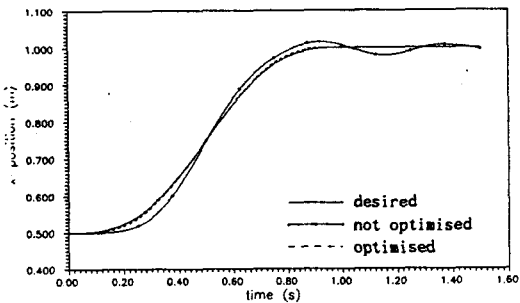


Fig. 9 Position on X Axis

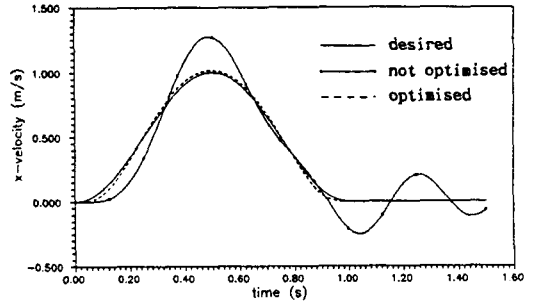


Fig. 10 Velocity on X Axis

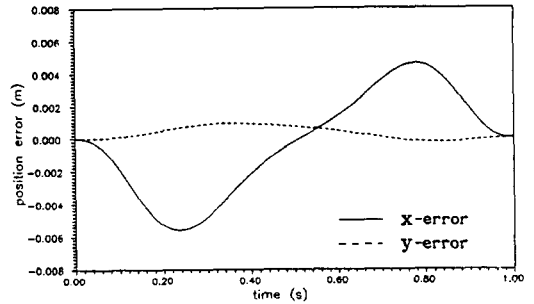


Fig. 11 Tracking Error of Position

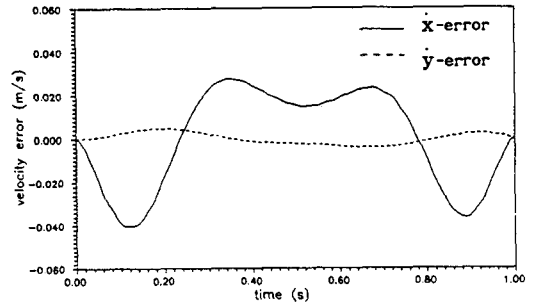


Fig. 12 Tracking Error of Velocity

## 5. 결 론

본 연구에서는 강제운동과 탄성변형이 동시에 수반되는 유연 매니플레이터의 엔드이펙터가 원하는 궤적을 최적으로 추종할 수 있도록 하기 위하여, 유연 매니플레이터의 운동방정식에서 관절가속도를 제어변수로 하는 최적 제어기법을 사용하여 엔드이펙터의 궤적이 원하는 궤적에 최적이 되도록하는 관절궤적 및 관절력의 계산방

법(역기구학 및 역동력학)을 제시하였고, 모의실험을 통하여 제시된 방법의 정확성을 검증할 수 있었다.

### 참고문헌

1. 김창부, 유영선, "유한요소및 모달감소법을 이용한 유연 로봇트팔 운동방정식의 정식화", 한국자동제어 학술회의 논문집, Vol. 1, pp.533~538, 1991.
2. S. Nagarajan and D.A. Turcic, "Lagrangian Formulation of the Equations of Motion for Elastic Mechanisms with Mutual Dependence between Rigid Body and Elastic Motion", ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 112, pp.203~224, Jun 1990.
3. M. Uchiyama and A. Konno, "Computed Acceleration Control for Vibration Suppression of Flexible Robotic Manipulator", IEEE IROS, pp.126~131, 1991.
4. J. Yuh and D.K. Tissue, "Adaptive Control for Mechanical Manipulators Having A Joint Compliance", IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Vol. 3, pp.1632~1637, 1990.
5. E. Bayo, P.Papadopoulos, J. Stubbe, and M.A.Serna, "Inverse Dynamics and Kinematics of Multi-Link Elastic Robots: An Iterative Frequency Domain Approach", The International Journal of Robotics Research, Vol. 8, No. 6, pp.49~62, Dec 1989.
6. A.E. Bryson and Y.C. Ho, "Applied Optimal Control", A Halsted Press Book
7. E. Bayo and H.Moulin, "An Efficient Computation of the Inverse Dynamics of Flexible Manipulators in the Time Domain", IEEE, pp.710~715, 1989.