

## 6축 아크 용접 로봇의 의사 역기구학적 동작 제어에 관한 연구

최진섭\*, 김동원\*\*, 양성모\*\*\*

### A Study on the Pseudoinverse Kinematic Motion Control of 6-Axis Arc Welding Robot

Jin-Seob Choi\*, Dong-Won Kim\*\*, Sung-Mo Yang\*\*\*

#### ABSTRACT

In robotic arc welding, the roll (rotation) of the torch about its direction vector does not have any effect on the welding operation. Thus we could use this redundant degree of freedom for the motion control of the robot manipulator. This paper presents an algorithm for the pseudoinverse kinematic motion control of the 6-axis robot, which utilizes the above mentioned redundancy. The prototype welding operation and the tool path are also graphically simulated. Since the proposed algorithm requires only the position and normal vector of the weldline as an input data, it is useful for the CAD-based off-line programming of the arc welding robot. In addition, it also has the advantages of the redundant manipulator motion control, like singularity avoidance and collision free motion planning, when compared with the other motion control method based on the direct inverse kinematics.

**Key Words** : Robotic Arc Welding(로봇 아크 용접), Torch Roll Rotation(토치 롤 회전), Redundancy(여유자유도), Pseudoinverse Matrix(의사역행렬)

#### 1. 서 론

아크 용접(arc welding)은 로봇 응용 분야중 중요한 부분을 차지하고 있다<sup>(1)</sup>. 아크 용접을 원활히 수행하기 위해서는 복잡한 용접 궤적(weld trajectory)를 부드럽게 따라가야 하기 때문에 5축 또는 6축을 가진 관절형(articulated type) 로봇이 많이 사용되며 손목 부위에 용접 토치(torch)를 부착하여 사용한다. 용접 작업장을 구성하는 주변 장치로는 용접 구조물을 고정시킨 후 경사(tilting) 및 회전(rotating)을 시켜 융통성(versatility)을 부여할 수 있는 포지셔너(positioner)와

로봇을 올려 놓고 좌우로 움직여 작업 범위를 넓힐 수 있는 주행축(sliding base) 등이 있다.

작업에 필요한 자유도(degree of freedom) 보다 더 많은 자유도를 가지고 있을 때 여유 자유도(redundancy)를 가지고 있다고 한다<sup>(2)</sup>. 여유 자유도를 가진 매니퓰레이터(manipulator)는 작업을 위한 작업 경로(task path)를 만족시키면서 부가적인 목적을 수행할 수 있다. 여유 자유도를 가진 매니퓰레이터의 역 기구학(inverse kinematics) 문제를 해결하는 가장 일반적인 방법은 의사 역행렬(pseudo inverse matrix) 방법이지만<sup>(3)</sup>, 여유 자유도가 없는 하위시스템

\* 전북대학교 정밀기계공학과 대학원

\*\* 전북대학교 산업공학과(정회원)

\*\*\* 전북대학교 정밀기계공학과

(subsystem)으로 분리하여 직접 역 기구학(direct inverse kinematics)을 이용하는 경우도 있다(4, 5).

Yoshikawa<sup>(2)</sup>는 여유 자유도를 이용하여 특이점 회피(singularity avoidance), 충돌회피(collision avoidance)에 이용하였으며, Klein<sup>(6)</sup>는 여유 자유도를 이용한 여러 능숙성 지수(dexterity index)들을 비교하였다. 그러나 이들 연구들은 여유 자유도를 실제 로봇의 응용 분야에 적용시키지는 못하였다. Fernandez<sup>(7)</sup>는 6축 로봇과 2축 포지셔너를 8축 매니퓰레이터처럼 가정하여 다음과 같은 부가적인 목적을 만족시키는데 활용했다. 첫째로는, 각 관절의 움직임을 최소로 하였다(즉  $\min \|\delta\theta\|$ , 여기서  $\|\delta\theta\| = \sqrt{(\delta\theta)^T (\delta\theta)}$ ,  $\delta\theta$ : joint angle displacement 이다). 둘째로, 용접 부위가 항상 수평이 될 수 있도록, 용접점의 법선 벡터(normal vector)가 중력과 반대 방향이 되도록 하는 하향 용접(downhand welding)을 하는데 활용했으며, 마지막으로 TIG(Tungsten Inert Gas) 용접과 같이 용가봉(filler wire)을 사용하는 경우에 용가봉의 방향을 작업 경로에 접하도록 제어하는데 이용했다. Ahmad<sup>(5)</sup>는 포지셔너만을 이용하여 로봇의 하향 용접이 가능하도록 하였으며, 아울러 6축 로봇과 주행축을 조합하여 로봇의 상박(upper elbow)과 하박(lower elbow)이 일정한 각을 유지하도록 하여, 특이점을 회피하고 기동성(manueverability)을 유지할 수 있도록 하였다.

본 연구에서는 아크 용접용으로 많이 사용되는 6축 로봇의 기구학적 특성을 이용하여 의사 역행렬 방식의

역 기구학 해법에 대해 다루고자 한다. 일반적으로 원하는 위치(position)와 방향(orientation)을 만족하기 위해서는 6 자유도가 필요하기 때문에, 6축 로봇을 사용할 경우 여유자유도가 없다. 그러나 용접이나 도장(spray painting)<sup>(8)</sup>과 같이 작업 특성상 엔드 이펙터(end effector)의 roll 동작이 작업에 영향을 미치지 않는 경우는 5 자유도로 만족될 수 있다. 한편 5축 로봇을 사용할 경우, 기구학적인 문제와 끝이 구부러진 엔드 이펙터를 사용하는 이유로 인해 일반적으로 임의의 위치 및 방향을 만족시키기에 어려움이 따른다<sup>(9)</sup>. 따라서 본 연구에서는 6축 로봇을 사용할 경우, 토치의 roll 동작을 여유 자유도로 이용하는 알고리즘을 제시하고 상용 로봇 PUMA 560을 이용하여 시뮬레이션 해 보고자 한다. 본 연구와 기존 연구의 비교가 Table 1에 정리되어 있다.

## 2. 의사 역행렬에 의한 역 기구학 해법

작업 영역(task domain)에서의  $(m \times 1)$  속도 벡터  $\dot{X}$ 와 관절 영역(joint domain)에서의  $(n \times 1)$  속도 벡터  $\dot{\theta}$  사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\dot{X} = J\dot{\theta} \tag{1}$$

여기서 J는  $(m \times n)$  자코비안(jacobian) 행렬이다. 관절 영역에서의 자유도 n이 작업 영역에서의 자유도 m 보다 많은 경우 여유 자유도를 가지고 있다고 하며 그 경우  $\dot{\theta}$ 에 대한 일반해(general solution)는 다음과 같다<sup>(6)</sup>.

Table 1. Comparison of This Study with The Existent Literature

항목	본 연구	Fernandez <sup>(7)</sup>	Ahmad <sup>(5)</sup>	Yoshikawa <sup>(2)</sup>	Klein <sup>(6)</sup>	Jouaneh <sup>(4)</sup>
역 기구학 해법	의사 역행렬 방법	의사 역행렬 방법	직접 역 기구학	의사 역행렬 방법	의사 역행렬 방법	직접 역 기구학
적용 분야	아크 용접	아크 용접	아크 용접	.	.	.
관절 자유도 <sup>*)</sup>	6(R)	6(R) + 2(P) = 8	6(R) + 1(S) = 7	3(R) 7(R)	3(R)	2(R) + 2(T) = 4
작업 자유도 <sup>**)</sup>	3(P) + 3(O) - 1 (O, roll free) = 5	3(P) + 3(O) = 6	3(P) + 3(O) = 6	2(P) 3(P)	2(P)	2(P)
여유 자유도	1	2	1	1 4	1	2
여유 자유도의 이용	• $\min \ \delta\theta\ $ • $\min \ \theta_{Target} - \theta\ $	• $\min \ \delta\theta\ $ • 하향 용접	기동성 유지 (manueverability)	특이점 회피 충돌 회피	능숙도 (dexterity)	능숙도 (dexterity)

\*) R : Robot, P : Positioner, S : Sliding Base, T : XY-Table

\*\*\*) P : Position, O : Orientation

$$\dot{\theta} = J\dot{X} + [I - J^+J]Z \quad (2)$$

여기서  $J^+$ 는  $(n \times m)$  의사 역행렬로서  $J^T(JJ^T)^{-1}$ 으로 표현된다.  $I$ 는  $(n \times n)$  단위행렬(unit matrix)이며,  $Z$ 는 임의의  $(n \times 1)$  벡터이다. 의사 역행렬의 성질(property)에 관하여는 Klein의 논문<sup>(10)</sup>에, 의사 역행렬의 벡터적 표현에 관하여는 Klema의 논문<sup>(11)</sup>에 잘 설명되어 있다.

식 (2)의 오른쪽 첫번째 항  $J\dot{X}$ 은 특수해(particular solution)라고 하며, 의사 역행렬해(pseudo inverse solution)라고도 한다. 특수해만이 사용될 경우 작업 경로를 만족시키는 해들 중, 각 관절의 움직임을 최소로 하는 ( $\min \|\delta\theta\|$ ) 해를 얻게 된다. 오른쪽 두 번째 항  $[I - J^+J]Z$ 는 동차해(homogeneous solution)라고 한다. 특이점 회피<sup>(2, 12)</sup>, 충돌 회피<sup>(2)</sup>, 능숙도 증가<sup>(3, 13, 14)</sup> 등, 원하는 목적함수의 구배 벡터(gradient)를  $Z$  값으로 취하여, 동차해를 특수해에 추가하면 작업경로를 계속 유지시키면서 부가적으로 그 목적 함수를 만족시킬 수 있다. 간단한 경우  $\dot{\theta}$ 로부터  $\theta$ 를 대수적으로 계산할 수도 있겠으나, 일반적으로 수치 적분(numerical integration)을 이용하거나<sup>(12, 13)</sup> Newton-Raphson 방법을 이용하여<sup>(7, 15)</sup>  $\theta$ 를 산출한다.

### 3. 용접 작업장의 동차행렬(homogeneous matrix) 표현

Fig. 1은 용접 작업장을 나타낸 것이다.  $G$ 는 작업장 좌표계(global coordinate)로부터 로봇트 관절들을 경유하여 용접 토치 좌표계까지 표현하는 동차 행렬을 나타낸다. (동차 행렬에 관해서는 부록 1에 설명되어 있다.)  $W$ 는 작업장 좌표계로부터 포지셔너를 경유하여 용접 구조물의 용접 위치 좌표계를 표현하는 동차 행렬이다. 용접선에 관한 정보로, 포지셔너 좌표계에 대한 용접점과 법선 벡터들을 알고 있다고 하면, Ahmad<sup>(5)</sup>의 방법을 이용하여 하향 용접을 만족시키는 새로운 용접점 좌표를 구할 수 있다. Ahmad의 방법에 관해서는 부록 2에 서술하였다.

Fernandez<sup>(7)</sup>는 Fig. 2의 위 그림과 같이 토치의 축이 6축 로봇트의 6번째 축과 동축상에 놓이는 특수한 경우를 이용하여, roll 동작을 용가봉의 방향 제어에 이용하였다. 그 방법은 직접 역 기구학 방법을 이용하여 각 관절 값  $\theta_{i(i=1, 6)}$ 를 구한 다음, 용가봉의 방향

제어를 위하여  $\theta_6$ 만을 작업 경로에 접하도록 다시 구하는 것이다. 본 연구에서는 Fig. 2의 아래 그림과 같이 토치의 축이 로봇트의 6번째 축과 동축상에 놓이지 않는 일반적인 경우를 고려하고자 한다. 이 경우는 위와 같은 Fernandez<sup>(7)</sup>의 방법은 적용이 되지 않는다.

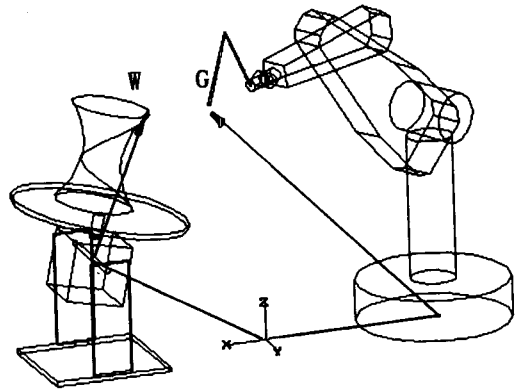


Fig. 1 Welding Workshop

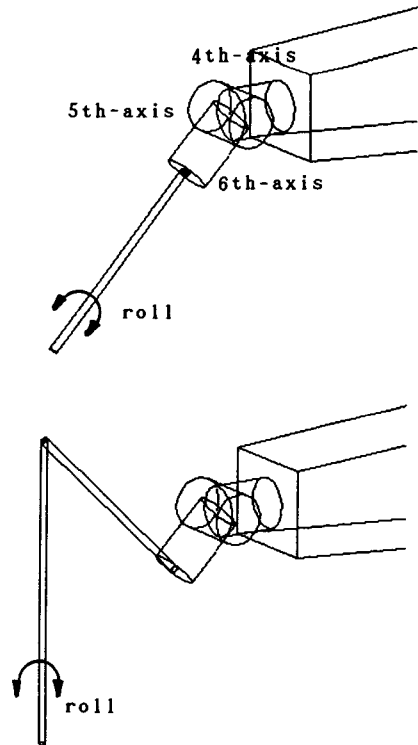


Fig. 2 Torch Geometry and Roll

4. 토치의 roll 동작을 여유 자유도로 이용한 역기구학 해법

먼저, Fig. 1을 참조하여 토치 끝에서의 미소 운동 벡터(differential motion vector)를 계산한다. roll 벡터를 제외한, 토치 끝과 용접 위치 사이의 미소 운동 벡터를  $G_D$ 라 하자. Newton-Raphson 방법을 이용하여  $G_D \rightarrow 0$ 이 되도록 하면 작업을 만족시키는 관절값( $\theta_i$  ( $i=1,6$ ))을 얻을 수 있다.  $G_D$ 를 구하기 위해 우선 토치에서 용접 위치까지의 ERROR 행렬을 구하여 보면 다음과 같다.

$$[ERR] = G^{-1}W \quad (3)$$

용접선에 관한 정보로 작업장 좌표계에 대한 용접점  $P_w$  및 법선 벡터  $N_w$ 를 알고 있다고 하면 (하향 용접을 위한 데이터일 경우 법선 벡터는 중력 방향일 것이다.) 위의 ERROR 행렬은 다음과 같이 된다.

$$[ERR] = \begin{bmatrix} \dots n_G \dots & -p_G \cdot n_G \\ \dots o_G \dots & -p_G \cdot o_G \\ \dots a_G \dots & -p_G \cdot a_G \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ? & ? & : & : \\ ? & ? & N_w & P_w \\ ? & ? & : & : \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? & ? & n_G \cdot N_w & n_G \cdot (P_w - p_G) \\ ? & ? & o_G \cdot N_w & o_G \cdot (P_w - p_G) \\ ? & ? & a_G \cdot N_w & a_G \cdot (P_w - p_G) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

그런데 ERROR 행렬은 다음과 같이도 표현될 수 있다.

$$[ERR] = [Trans(G_{dx}, G_{dy}, G_{dz})] [Rot(G_{d\phi_x})] [Rot(G_{d\phi_y})] [Rot(G_{d\phi_z})] = \begin{bmatrix} 1 & -G_{d\phi_z} & G_{d\phi_y} & G_{dx} \\ G_{d\phi_z} & 1 & -G_{d\phi_x} & G_{dy} \\ -G_{d\phi_y} & G_{d\phi_x} & 1 & G_{dz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

(4) 식과 (5) 식에서 토치의 roll 동작에 관한 성분  $G_{d\phi_z}$  만을 제외한 미소 운동 벡터  $G_D$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$G_D = \begin{bmatrix} G_{dx} \\ G_{dy} \\ G_{dz} \\ G_{d\phi_x} \\ G_{d\phi_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_G \cdot (P_w - p_G) \\ o_G \cdot (P_w - p_G) \\ a_G \cdot (P_w - p_G) \\ -o_G \cdot N_w \\ n_G \cdot N_w \end{bmatrix} \quad (6)$$

토치의 끝에서의 미소 운동 벡터  $G_D$ 와 관절 영역에서의 미소 운동 벡터  $\Delta\theta$  사이에는 다음과 관계가 성립한다.

$$G_D = J(\Delta\theta) \quad (7)$$

(7) 식에서 자코비안  $J$ 는 Paul의 (6×6) 자코비안 행렬 (16)에서 토치의 roll 동작에 관한 성분인  $G_{d\phi_z}$ 에 관련된 6번째 행이 없는 (5×6) 행렬이 될 것이다(부록 3 참조).

Newton-Raphson 방법을 이용하여, 용접점 및 법선 벡터를 입력받아 그에 상응하는 로봇트 관절 데이터( $\theta_i$  ( $i=1,6$ ))를 산출하는 알고리즘은 다음과 같다.  $\theta$ 의 초기 값은 Newton-Raphson 방법에 의해 수렴이 될 수 있도록, 원하는 해의 근처에 설정되어야 한다.

```

Initialize  $\theta$ 
WHILE (New  $P_w, N_w$  exist) DO
BEGIN
  Read  $P_w, N_w$ 
  REPEAT
    Calculate  $A_i$  ( $i=1,6$ ) and  $G$  using  $\theta$ 
    Calculate  $J$  and  $J^+$  using  $A_i$ 
    Calculate  $G_D$  using eq'n (6)
    IF (Homogeneous term exist) THEN
      Calculate  $Z$  and  $[I-J^+J]$ 
       $\Delta\theta \leftarrow (J^+)(G_D) + [I-J^+J]Z$ 
       $\theta_{j+1} \leftarrow \theta_j + \Delta\theta$ 
    UNTIL ( $\|G_D\| < \text{tolerance } \delta$ )
  Store  $\theta$ 
END
    
```

### 5. 적용 사례

적용 예를 위한 로봇으로는 PUMA 560을 이용하였고 용접 구조물로는 다음의 곡면을 이용하였다. (Fig.1 참조)

$$F(r, \alpha, z) = r - (z/25-10)^2 - 100 = 0$$

용접선은 위 곡면을 나선형으로 감는 다음의 곡선을 이용하였다.

$$r = (\lambda/25-10)^2 + 100$$

$$\alpha = (\pi/250)\lambda$$

$$z = \lambda, \quad \text{where } \lambda = 0 \sim 500$$

용접 구조물은 아래와 같이 포지셔너의 중심에 위치하지 않도록 하였다.

$$\text{Positioner P Weld\_Part} = [0, 100, 0]^T$$

위의 데이터들을 가지고 Ahmad<sup>(5)</sup>의 방법을 사용하여 하향 용접을 위한 용접 궤적(weld trajectory)과 이에 상응하는 포지셔너의 관절 값들을 구하였다. 하향 용접을 위한 용접 궤적이 Fig.3에 a로 표시되어 있다.

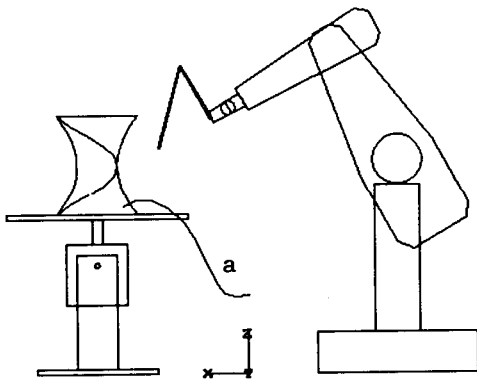


Fig.3 Weld Trajectory for Downhand Welding

하향 용접을 위한 용접 궤적으로부터 4장의 알고리즘을 이용하여 의사 역행렬 해를 구할 수 있다. Fig.4의 (a), (b), (c)는 Fig.3의 용접 궤적을 따라가면서 이에 상응하는 관절값을 가진 로봇과 포지셔너를 나타낸 결과들이다. 용접 궤적을 따라가면서 하향 용접과  $\min \|\delta\theta\|$ 를 만족하고 있다.

동차해의 응용을 위한 목적함수로는 가급적 목표하는 관절값에 가까운 해를 얻을 수 있도록 하는 다음의 Yoshikawa<sup>(2)</sup> 식을 이용하였다.

$$O(\text{object function}) = \min \{ (1/2) (\theta - \theta_{\text{target}})^T (H) (\theta - \theta_{\text{target}}) \}$$

$$Z = \nabla O = -(H)(\theta - \theta_{\text{target}}), \text{ where } H \text{ is diagonal weighting matrix}$$

위의 목적함수는 충돌 회피에 이용하거나 좋은 작업 자세를 취하는데 이용할 수 있다. 적용을 위해 사용된 H와  $\theta_{\text{target}}$ 의 값은 다음과 같다.

$$H_{ii}, (i=1,6) = \{ 0, 0, 1, 0, 0, 0 \}$$

$$\theta_{3, \text{target}} = -150^\circ$$

(상박과 하박 사이각이  $120^\circ$ )

즉, 상박과 하박 사이각이 가능한  $120^\circ$ 가 되도록 하였다. Fig.4의 (d), (e), (f)는 같은 용접 궤적을 이용하여 의사 역행렬해에 동차해를 더해 일반해를 구한 결과들이다. 하향 용접과  $\theta_3 = -150^\circ$ 를 만족하고 있음을 볼 수 있다.

### 6. 결 론

토치의 roll 동작이 용접 부위에 영향을 미치지 않는다는 사실에 착안하여 이를 여유 자유도로 이용하였다. 먼저 이 방법을 기존의 여유 자유도를 이용한 연구들과 비교를 해 보았다. 또한 여유 자유도 문제의 일반적인 접근 방법인 의사 역행렬 방법을 살펴보았으며, 이 의사 역행렬 방법을 이용해 알고리즘을 제시하였다. 그리고 적절한 예를 통하여, 이 알고리즘이 잘 적용되는 것을 검증해 보았다.

본 연구는 토치의 roll 동작을 여유 자유도로 보지 않고 직접 역기구학을 이용하는 방법에 비해, 여유 자유도를 부가적 목적에 이용할 수 있는 장점이 있으며, 아울러 용접점과 법선 벡터만을 입력으로하여 취한다는 장점이 있다. 그리고 용접 작업처럼 엔드 이펙터의 roll 동작이 영향을 미치지 않는 다른 작업(예 : 도장작업)에도 적용할 수 있을 것으로 생각한다.

### 참고문헌

1. JOHN J. CRAIG, INTRODUCTION TO RO-

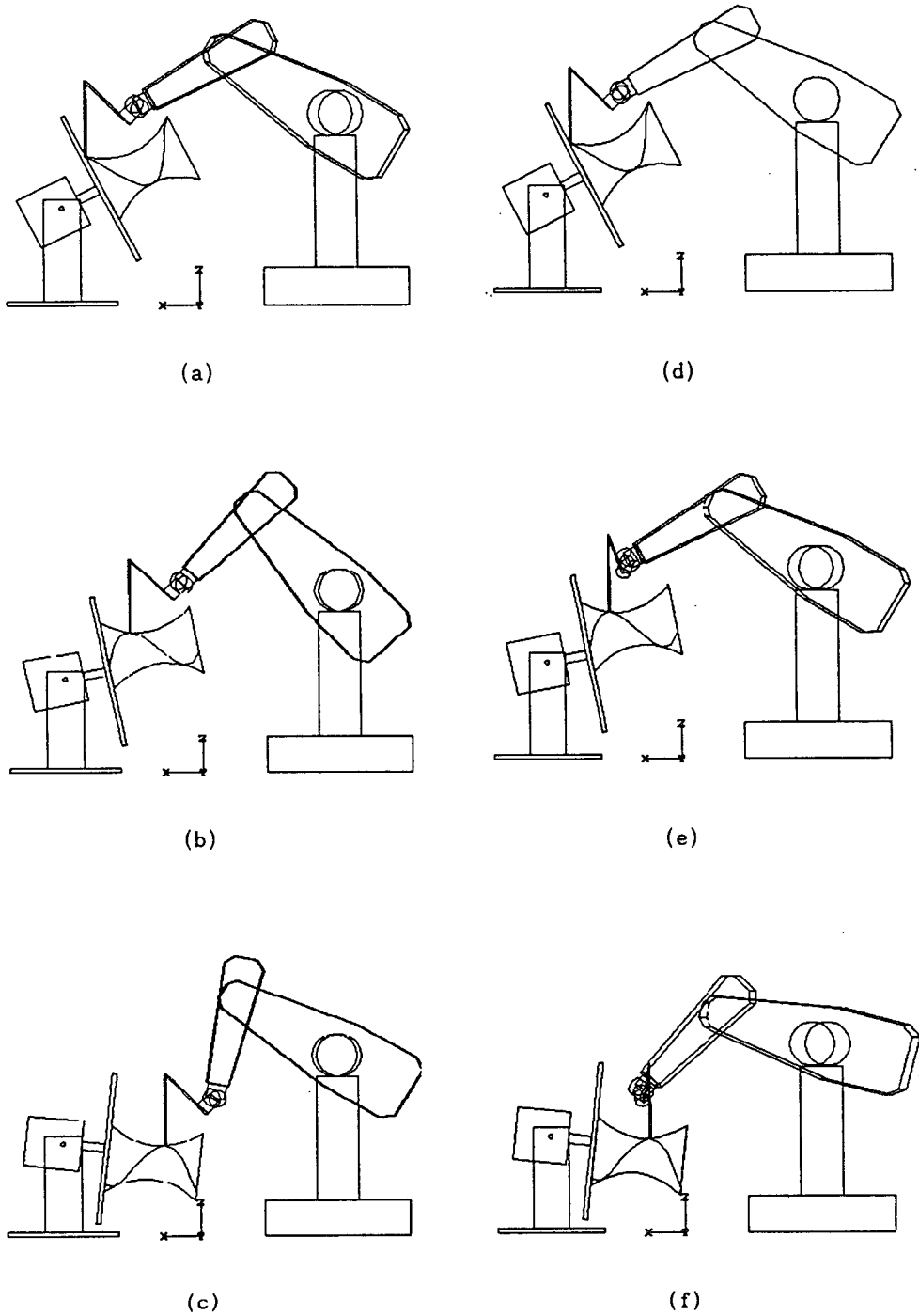


Fig.4 Graphic Representation for Robot Pseudoinverse Solutions on the Weldline

BOTICS MECHANICS AND CONTROL SECOND EDITION, Addison Wesley, PP.2

2. Tsuneo Yoshikawa, "Analysis and Control of Robot Manipulators with Redundancy", Robotics Research: The 1st Int. Symposium, MIT press, PP.735~747, 1984.
3. Whitney, D. E., "The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators", Trans. ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 94, No. 4, PP.303~309, 1972.
4. MUSA K. JOUANEH, "Trajectory Planning for Coordinated Motion of a Robot and a Positioning Table: Part 1-Path Specification", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 6, No. 6, PP.735~745, 1990.
5. Shaheen Ahmad and Shengwu Luo, "Coordinated Motion Control of Multiple Robotic Devices for Welding and Redundancy Coordination through Constrained Optimization in Cartesian Space", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 5, No. 4, PP.409~417, 1989.
6. C. A. Klein and B. E. Blaho, "Dexterity measures for the design and control of kinematically redundant manipulators", Int. J. Robotics Research, Vol. 6, No. 2, PP.72~83, 1987.
7. Ken Fernandez and George E. Cook, "A Generalized Method for Automatic Downhand and Wirefeed Control of a Welding Robot and Positioner", NASA Tech. Paper 2807, Feb. 1988.
8. 서석환, 우인기, "스프레이 페인팅 작업을 위한 일관화된 로봇트 궤적계획법에 관한 연구", 대한산업 공학회지, 제3권, 제2호, PP.23~38, 1990.
9. 최진섭, "로봇트 작업장 배치를 위한 로봇트 작업 영역에 관한 연구", KAIST, 석사 학위 논문, 1988.
10. C. A. Klein and C. H. Huang, "Review of Pseudoinverse Control for Use with Kinematically Redundant Manipulators", IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Vol. SMC-13, No. 3, PP.245~250, Apr. 1983.
11. V. C. Klema and A. J. Laub, "The Singular Value Decomposition: Its Computation and Some Applications", IEEE Trans. Autom. Contr., Vol. AC-25, No. 2, Apr. 1980.
12. R. V. Mayorga and A. K. C. Wong, "A Singularities Prevention Approach for Redundant Robot Manipulators", IEEE Proc. Robotics and Automation, PP.812~817, 1990.
13. 정원지, 최혁렬, 정완균, 염영일, "여유 자유도를 갖는 매니퓰레이터의 능숙성 지수에 대한 Review", 한국자동제어학술회의논문집, PP.62~67, 1990.
14. Tsuneo Yoshikawa, "Manipulability of Robotic Mechanisms", Int. J. Robotics Research, Vol. 4, No. 2, PP.3~9, 1985.
15. Whitney, D. E., "Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses", IEEE Transactions on Man-Machine Systems, Vol. MMS-10, No. 2, June 1969, PP.47~53.
16. R. P. Paul, Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control. Cambridge: MIT Press., PP.103, 1981.

부 록

1. 동차행렬(homogeneous matrix)

$A_T B$  (homogeneous matrix) =

$$\begin{bmatrix} A_{RB} & A_{PB} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서,

$AR_B$  : A 좌표계에 대한 B 좌표계의 (3×3)  
회전행렬

$AP_B$  : A 좌표계에 대한 B 좌표계의 (3×1)  
이동행렬

n (normal vector) =  $n_x i + n_y j + n_z k$

o (orientation vector) =  $o_x i + o_y j + o_z k$

a (approach vector) =  $a_x i + a_y j + a_z k$

p (position vector) =  $p_x i + p_y j + p_z k$

$|n| = |o| = |a| = 1, \quad n = o \times a$

$i = [1, 0, 0]^T, \quad j = [0, 1, 0]^T, \quad k = [0, 0, 1]^T$

## 2. 하향 용접을 위한 포지셔너 관절값 계산

하향 용접 자세를 취하면, 용접점의 법선 벡터가 작업장 좌표계의 z축과 평행하게 될 것이므로 다음이 식이 성립한다.

$$({}^oR_p)({}^pR_s)({}^sR_w) = \text{Rot}(z, \varphi) \quad (1)$$

여기서, o : global coordinate, p : positioner coordinate

s : weld structure coordinate, w : weld point coordinate

(1) 식으로부터

$$({}^pR_s) = ({}^oR_p)^{-1} \text{Rot}(z, \varphi) ({}^sR_w)^{-1} \quad (2)$$

위식에서 좌측항은 포지셔너의 경사각(tilting angle,  $\theta_1$ )과 회전각(rotation angle,  $\theta_2$ )을 포함하는 (3×3) 행렬이고, 우측항은 각 행렬 요소가  $A \cdot \cos(\varphi) + B \cdot$

$\sin(\varphi) + C$  형태를 취하는 (3×3) 행렬이다. 좌변에서 성분이 0인 요소 (i, j)를 택하여 다음식으로부터  $\varphi$ 를 구한다.

$$A_{ij} \cdot \cos(\varphi) + B_{ij} \cdot \sin(\varphi) + C_{ij} = 0 \quad (3)$$

$$\cos^2(\varphi) + \sin^2(\varphi) = 0 \quad (4)$$

(3) 식과 (4) 식에서 구한  $\varphi$ 를 (2) 식에 대입하여 포지셔너의 관절값  $\theta_1, \theta_2$ 를 구한다.

## 3. 자코비안(J) 계산

$$J = [ J_1 \ J_2 \ J_3 \ J_4 \ J_5 \ J_6 ]$$

여기서,

$$J_i = \begin{bmatrix} J_{1i} \\ J_{2i} \\ J_{3i} \\ J_{4i} \\ J_{5i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n_{xi} \cdot p_{yi} + n_{yi} \cdot p_{xi} \\ -o_{xi} \cdot p_{yi} + o_{yi} \cdot p_{xi} \\ -a_{xi} \cdot p_{yi} + a_{yi} \cdot p_{xi} \\ n_{zi} \\ o_{zi} \end{bmatrix}$$

위식에 필요한  $n_i, o_i, a_i, p_i$ 는 다음의 식에 의하여 구한다.

$$\begin{bmatrix} n_i & o_i & a_i & p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^i T_E = A_i A_{i+1} \cdots A_6 E$$